Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (http://www.ub.tuwien.ac.at).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/).

Diplomarbeit

Verwendung von Spiegeln zur vollständigen photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion von schwer zugänglichen Objekten

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieurin

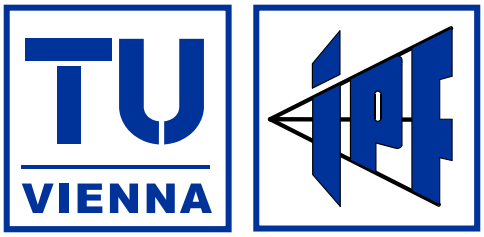
im Rahmen des Studiums

Vermessung und Geoinformation

ausgeführt am Institut für

Photogrammetrie und Fernerkundung,

der Technischen Universität Wien



unter der Anleitung von

Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.tech. Camillo Ressl

und

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.tech. Josef Jansa

von

Andrea Spitzer

Matr.Nr. 0025561

Prager Straße 67/11

1210 Wien

Wien, September 2009

Zusammenfassung

Die vollständige photogrammetrische Oberflächenerfassung von schwer zugänglichen Objektteilen ist das Thema der vorliegenden Arbeit. Das Hauptaugenmerk liegt dabei bei der Vermessung mit Laserscannern, die nach dem Triangulations- bzw. dem polaren Verfahren arbeiten. Aufgrund von technischen Unzulänglichkeiten (z.B.: Wahrung der Mindestaufnahmedistanz, Ausmaße des Geräts etc.) kann der Bereich, der vom Scanner erfassbar ist, eingeschränkt sein.

Zur Veränderung des erfassbaren Objektbereichs wird in dieser Arbeit die Vermessung via Spiegel vorgestellt und untersucht. Die auf diese Weise erhaltenen Messergebnisse sind spiegelverkehrt und müssen zur Fusion mit den herkömmlich erfassten Daten „entspiegelt“ werden.

Der in dieser Arbeit beschrittene Lösungsweg sieht eine rechnerische Entspiegelung an einer mathematischen Ebene vor. Dabei ist die Spieglung an einer beliebig im Raum gelagerten Ebene ausreichend. Die eigentlich notwendige anschließende Kongruenztransformation kann entfallen, da diese implizit bei einer etwaigen absoluten Orientierungen der Punktwolken oder bei der Fusion mehrerer Punktwolken (z.B.: mit Hilfe des ICP-Algorithmus) durchgeführt wird.

Da die Form eines realen Spiegels von der einer mathematischen Ebene abweicht, erhaltenen die so „entspiegelten“ eine zusätzliche Fehlerkomponente. In der vorliegenden Arbeit wird untersucht, wie groß diese Fehlerkomponente sein kann, wenn ein Vorderflächenspiegel von hoher Qualität bei der Datenerfassung eingesetzt wird.

Die theoretische Untersuchung hat gezeigt, dass die „Entspiegelung“ der Daten mit der vorgestellten Methode bei Verwendung eines polaren Laserscanners aufgrund der geringeren Messgenauigkeit dieser Geräte ohne Schwierigkeiten eingesetzt werden kann, wohingegen sie für die Arbeit mit Triangulationslaserscannern nur unter Einhaltung gewisser Voraussetzungen (z.B.: Messung mit geringem Abstand zwischen Spiegel und Objekt) geeignet ist. Die praktischen Tests, die im Zuge dieser Arbeit angestellt wurden, haben gezeigt, dass die Messung via Spiegel ohne erheblichen Mehraufwand und problemlos durchgeführt werden konnten. Die Genauigkeit der dabei erzielten Ergebnisse übertraf teilweise die auf Berechnungen basierenden Erwartungen.

Abstract

The topic of this paper is the complete photogrammetric survey of surfaces that are not easily accessible. The main focus lies on the survey using laserscanning devices based on the triangulation and the polar method. The scannable area may be restricted due to technical deficiencies (e.g.: limited scan range, dimensions of the laserscanner etc.).

This paper presents and develops a method to modify the area to be captured using a mirror. The results so obtained this way are mirror-inverted. In order to merge them with the conventionally captured data, this reflection has to be "reversed".

The solution proposed in this paper includes a "reversion" of the reflection by means of a mathematical plane. With it the reflection by means of an arbitrary mathematical plane is sufficient. The necessary congruence transformation which usually has to be performed afterwards can be dropped, because this transformation is implicitly done during the calculation of the exterior orientation parameters of the point clouds or during the fusion of several point clouds (for instance by means of the ICP algorithm) and so it is redundant.

Since the mirror in reality always deviates from a virtual mathematical plane, the resulting coordinates are affected by additional errors. In this paper the possible size of these additional errors are investigated if a high quality first surface mirror is used for survey.

Theoretical analyses shows that the method presented for the "reversal" of the reflection can be used for data capture with polar laserscanners without restrictions due to their reduced accuracy of measurement. For triangulation based devices, the method can be used under certain restrictions (e.g.: short distance between mirror and object). The practical tests carried out during the course of this work have shown that the measurement by mirror can be performed without significant additional work and expense. The accuracy of the results obtained through this method partly exceeded the expectations based on the theoretical analyses.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis **iv**

1 Einleitung **1**
1.1 Problemstellung und Ziel dieser Arbeit . . . 1
1.2 Bisherige Arbeiten . . . 3
1.3 Aufbau der Arbeit . . . 8

2 Messtechnische Grundlagen **9**
2.1 Messverfahren zur Oberflächenerfassung im Nahbereich . . . 9
2.1.1 Photogrammetrie . . . 9
2.1.2 3D-Scanning . . . 11
2.1.2.1 Verfahren zur Distanzmessung . . . 12
2.1.2.2 Verknüpfung von 3D-Punktwolken . . . 15
2.1.3 Gegenüberstellung 3D-Scanning und Photogrammetrie . . . 18
2.2 Betrachtete Messgeräte . . . 19
2.2.1 Riegl LMS-Z420i . . . 20
2.2.2 Minolta VIVID 9i . . . 21
2.2.3 Nikon D70 . . . 23
2.3 Spiegel . . . 24
2.3.1 Planaritätsmaße von optischen Flächen . . . 25
2.3.2 Der verwendete Spiegel . . . 26

3 Theoretische Fehlerabschätzung **28**
3.1 Vorabüberlegungen . . . 29
3.1.1 Festlegung der Aufnahmekonfiguration . . . 31
3.2 Fehlerabschätzung für ein wellenförmiges Spiegelmodell . . . 34
3.2.1 Definition des wellenförmigen Spiegelmodells . . . 35
3.2.2 Aufspaltung des Gesamtfehlers in zwei Teilkomponenten . . . 36
3.2.3 Abschätzung des größtmöglichen Fehlers . . . 38
3.2.3.1 Abschätzung des größtmöglichen Fehlers für ein polares Messverfahren . . . 39
3.2.3.2 Abschätzung des größtmöglichen Fehlers für ein Messverfahren nach dem Triangulationsprinzip . . . 41
3.2.3.3 Ergebnisse beider Verfahren . . . 44
3.2.4 Tatsächliche Fehlerabschätzung für ein Messverfahren nach dem Triangulationsprinzip . . . 49
3.2.4.1 Ergebnisse . . . 50

4 Experimentelle Untersuchungen **53**

5 Zusammenfassung und Ausblick **58**

Literaturverzeichnis **60**

Kapitel 1

Einleitung

Dreidimensionale Oberflächenmodelle erfreuen sich in den letzten Jahren zunehmend an Beliebtheit. Die Liste der Anwendungsgebiete terrestrisch erfasster 3D-Daten ist lang: Bestandsaufnahme bzw. Datensicherung von Kulturgütern, dreidimensionale Modellierung von urbanen Gebieten für Visualisierungen, Planungen, Simulationen, Qualitätskontrolle in der Industrie etc., um nur einige zu nennen. Auch die Nutzung der Daten von flugzeug- bzw. satellitengestützten Verfahren ist weit gestreut. Beispielhafte Anwendungen sind die Bestandserfassung, -dokumentation und -kontrolle von Gleisanlagen, Stromleitungen, Liftanlagen, Flurbestand, etc., Modellierung und Visualisierung beispielsweise im Katastrophenschutz, Vermessung der Erdoberfläche für Forschungszwecke wie etwa die Suche nach archäologischen Fundstätten, ...

Das zunehmende Interesse verschiedenster Disziplinen an 3D-Oberflächenmodellen begründet sich durch die hohe Genauigkeit der Modelle und die schnelle und kostengünstige Datenerfassung. Diese erfolgt zumeist photogrammetrisch oder mit Hilfe eines Laserscanners. Beide Methoden erlauben eine einfache und berührungslose Vermessung, je nach Aufnahmegerät von kleinen Objekten (im Zentimeterbereich) bis hin zur Geländeform ganzer Länder.

1.1 Problemstellung und Ziel dieser Arbeit

Die an ein dreidimensionales Oberflächenmodell gestellten Anforderungen sind abhängig vom Verwendungszweck des Modells. Optimalerweise genügt das erstellte Modell allen Anforderungen des Nutzers. Zu den häufigsten Forderungen zählen die Erfassung des gesamten Objekts (d.h. das Modell darf keine Löcher haben), eine hohe Genauigkeit der Modellpunkte, möglichst homogene Genauigkeit aller Modellpunkte, angemessene Punktdichte und eine möglichst günstige, schnelle und einfache Datenerfassung bzw. Modellerzeugung.

Ob die Erwartungen an das Modell erfüllt werden können, hängt davon ab, ob die Objekteigenschaften (wie z.B. Objektgröße, Objektfarbe, Material, Oberflächenform, usw.), die Umweltbedingungen (z.B. Lichtverhältnisse) und die Aufnahmekonfiguration (z.B. Abstand des Objekts zu anderen Gegenständen) mit den technischen Restriktionen des Messgeräts vereinbar sind.

Daher erfolgt die Wahl des Messgeräts üblicherweise unter Beachtung der Objekteigenschaften, der Umweltbedingungen und der Aufnahmekonfiguration. Eine ebenfalls nicht unwesentliche Rolle bei der Messgerätewahl spielen wirtschaftliche Faktoren, also welche Geräte überhaupt zur Verfügung stehen bzw. kostengünstig beschafft werden können.

Stimmen die technischen Vorgaben des Messgeräts mit den vor Ort herrschenden Bedingungen nicht überein, so wirkt sich das nachteilig auf den Datensatz aus. Man erhält, je nach Situation, fehlerhafte bzw. gar keine Messergebnisse. Mögliche Schwierigkeiten der Messung auf Grund der Aufnahmekonfiguration zu umgehen, ist das Thema dieser Arbeit.

Für optimale Messergebnisse ist einerseits freie Sicht zwischen dem Messgerät und dem Objekt erforderlich

und andererseits die Einhaltung der Mindestaufnahmedistanz des Messgeräts zum Objekt zu beachten. Diese Mindestaufnahmedistanz ist eine gerätespezifische Größe, die bei jeder Messung einzuhalten ist. Auf Grund der örtlichen Gegebenheiten bzw. auf Grund von Hindernissen kann es passieren, dass nicht alle Bereiche eines Objekts unter der Einhaltung der Mindestaufnahmedistanz erfasst werden können. Abbildung 1.1 zeigt eine solche Situation. Der hintere Teil des Ofens bzw. die hinter dem Ofen liegende Wand kann unter der Einhaltung der Mindestaufnahmedistanz von keinem Standpunkt aus erfasst werden.

Abbildung 1.1: *Links: Foto des Ofens im „Weißgoldzimmer“ des Schloß Schönbrunn, Wien; Quelle: Schloß Schönbrunn Kultur- und Betriebsges.m.b.H., 2009. Mitte: Ausschnitt aus der ausgedünnten, triangulierten Punktwolke des Ofens; Quelle: Pfeifer, 2008. Rechts: 3D-Modell desselben Ausschnitts mit Textur. Quelle: Pfeifer, 2008.*

Um die Vorgaben einzuhalten, auch wenn die herrschenden Umstände dies eigentlich nicht erlauben, können zur vollständigen Oberflächenerfassung Spiegel herangezogen werden.

Abbildung 1.2 zeigt die Grundriss-Skizze einer Aufnahmeplanung für die Vermessung eines Objekts mit und ohne Spiegel. In der Abbildung rechts werden mit Hilfe des Spiegels uneinsehbare Objektteile zugänglich gemacht. Der Spiegel bietet die Möglichkeit, die von den örtlichen Bedingungen abhängigen Distanzen nach Bedarf zu verändern bzw. ermöglicht neue Blickwinkel auf das Objekt.

Die vorliegende Arbeit untersucht, ob die Einführung eines Spiegels in die Aufnahmekonfiguration ohne merkbare Verschlechterung der Qualität der Messdaten und ohne Verkomplizierung der Datenerfassung und Datennachbearbeitung durchführbar ist.

Wird ein Spiegel zur Oberflächenerfassung eingesetzt so erhält man ein spiegelverkehrtes Messergebnis. Um ein seitenrichtiges Modell zu erhalten bzw. zur Datenfusion der über einen Spiegel erfassten Daten mit den „normal“ erfassten Daten, müssen die spiegelverkehrten Messdaten „entspiegelt“ werden. Dies kann etwa dadurch erreicht werden, dass die original erfassten Modellpunkte an der Spiegeloberfläche rechnerisch gespiegelt werden.

Es existiert kein exakt planarer Spiegel. Selbst Präzisionsspiegel verfügen über eine, wenn auch nur geringe, Unebenheit. Daher birgt diese Aufgabe einige Schwierigkeiten. Die naheliegendste Lösung ist, die Daten an der tatsächlichen Spiegeloberfläche zu „entspiegeln“. Dabei lässt sich der durch die Verwendung des nicht planaren Spiegels verursachte Fehler einer jeden Messung mathematisch korrigieren. Dies wäre im praktischen Einsatz jedoch unwirtschaftlich. Für eine mathematische Korrektur an der tatsächlichen Spiegeloberfläche wären einige zusätzliche Messungen bzw. Untersuchungen (Lage des Spiegels im Bezug zum Scanner, Oberflächenform des Spiegels) erforderlich, was zusätzlichen Arbeitsaufwand bedeuten würde.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die erfassten Daten an einem planaren Ersatzspiegel zu „entspiegeln“. Dabei wird die wahre (nicht planare) Form des Spiegels vernachlässigt. In diesem Fall ist zu untersuchen, ob die Forderung nach gleichbleibender (oder nur geringer Verschlechterung der) Genauigkeit

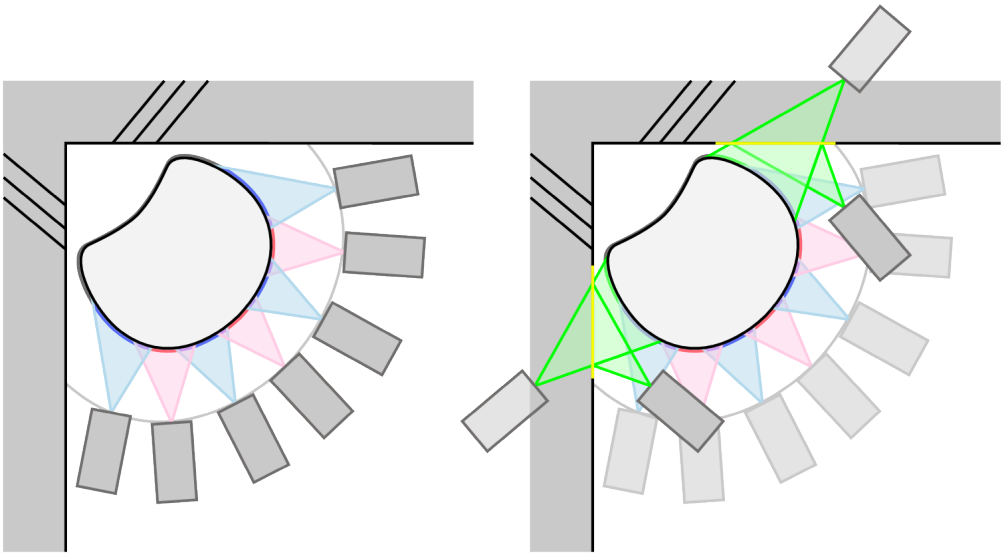


Abbildung 1.2: *Grundriss-Skizze einer Aufnahmeplanung für die Oberflächenvermessung eines Objekts das nahe bei einer Wand steht. Links: Herkömmliche Oberflächenvermessung; Rechts: Oberflächenvermessung unter Zuhilfenahme eines Spiegel; Die graue Linie rund um das Objekt stellt die Mindestaufnahmedistanz dar. Die gelbe Linie entspricht dem Spiegel. Die roten, blauen bzw. grünen Linien entlang des Objekts stellen den vom jeweiligen Aufnahmestandpunkt erfassten Objektbereich dar.*

der Messdaten ebenso erfüllt ist. Es gibt kein fehlerfreies Messsystem, daher ist jedes Oberflächenmodell fehlerbehaftet. Die Größe des Fehlers ist abhängig vom verwendeten Vermessungsgerät. Die Forderung nach gleichbleibender Genauigkeit ist erfüllt, wenn der Einfluss der „Entspiegelung“ am planaren Ersatzspiegel nur sehr gering ist und somit kleiner als die Messgenauigkeit des verwendeten Aufnahmegeräts ist.

Bei dieser Berechnungsart kann die „Entspiegelung“ der Messdaten an einer mathematischen Ebene erfolgen, es ist kein zusätzliches Wissen über die Form der Spiegeloberfläche notwendig. Sogar die Lage des Spiegels in Bezug zum Messgerät kann dabei außer Acht gelassen werden (vgl. Abschnitt 3.1). Um Messdaten, die diesen Anforderungen genügen, über einen Spiegel erfassen zu können, ist ein Spiegel erforderlich, der alle Messstrahlen (annähernd) nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. Wobei der entscheidendste Faktor für diese (annähernd) „richtige“ Reflexion der Messstrahlen die Planarität der Spiegeloberfläche bzw. die Genauigkeit der Planarität ist. Vergleicht man die anfallenden Kosten der „Entspiegelung“ eines jeden Datensatzes an der tatsächlichen Spiegeloberfläche mit den Anschaffungskosten eines (teureren) präzisen Spiegels, so stellt man fest, dass sich die Anschaffung eines präzisen Spiegels sehr rasch amortisiert.

Daher ist die zweite Variante wesentlich wirtschaftlicher und die zentrale Frage dieser Arbeit lautet: Wie groß ist der Fehler, wenn bei Oberflächenerfassung über einen nicht exakt planaren Spiegel, bei der „Entspiegelung“ der Modellpunkte die tatsächliche Form der Spiegeloberfläche nicht berücksichtigt wird, sondern stattdessen die „Entspiegelung“ an einer mathematischen Ebene durchgeführt wird?

1.2 Bisherige Arbeiten

Der Einsatz von Spiegeln zur Oberflächenvermessung ist nicht neu. Seit jeher sind Spiegel als optische Bauteile in Vermessungsgeräten im Einsatz: als Reflektoren bzw. Prismen, in Spiegelreflexkameras, in Laserscannern usw. In dieser Arbeit werden Spiegel zur Erweitung der Funktionalität bestehender Messgeräte verwendet. Auch in diesem Zusammenhang gibt es bereits Erfahrungen mit der Verwendung von Spiegeln. Der folgende Abschnitt gibt einen Überblick über aktuelle Arbeiten zu diesem Thema.

Die Idee der klassischen Zweibildauswertung greift Luhmann (2005) in seiner Arbeit auf. Er stellt darin eine Methode vor, bei der Spiegel zur dreidimensionalen Auswertung von schnell ablaufenden dynamischen

Prozessen mit nur einer Kamera eingesetzt werden. Da die exakte Synchronisation von zwei oder mehreren Kameras technisch sehr schwierig ist, werden mit Hilfe eines optischen Strahlenteilers, welcher vor eine einzige Kamera montiert wird, zwei virtuelle Kameras simuliert. Die Aufnahmen dieser beiden virtuellen Kameras haben zwar eine um mindestens 50% in horizontaler Richtung reduzierte Bildauflösung, sind dafür aber exakt zeitlich synchron.

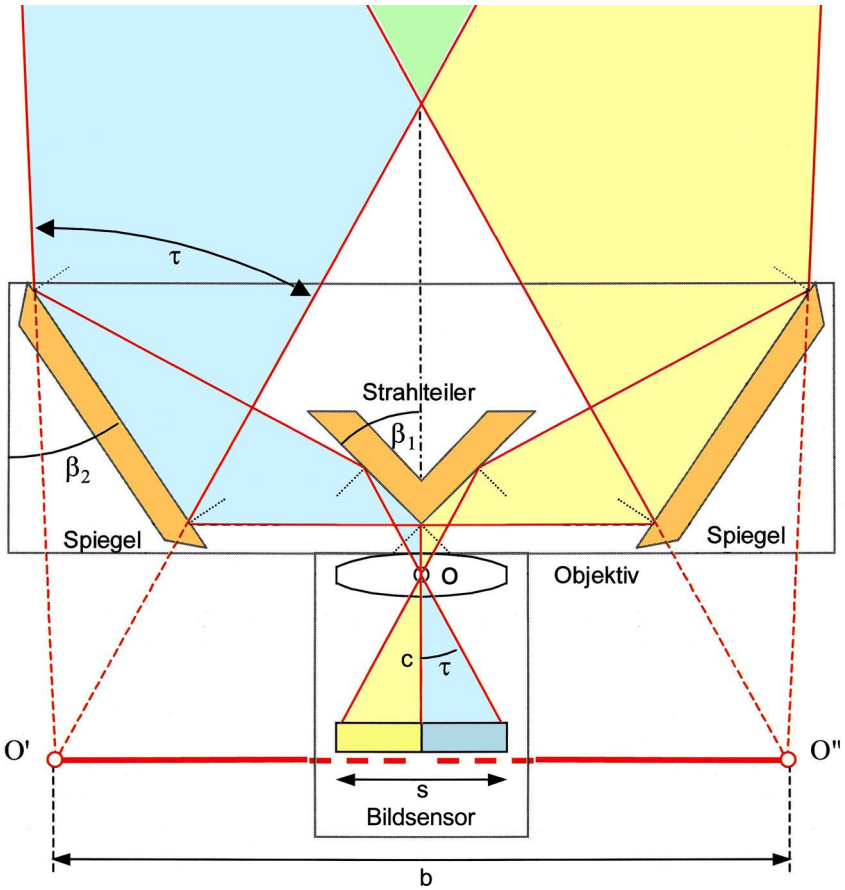


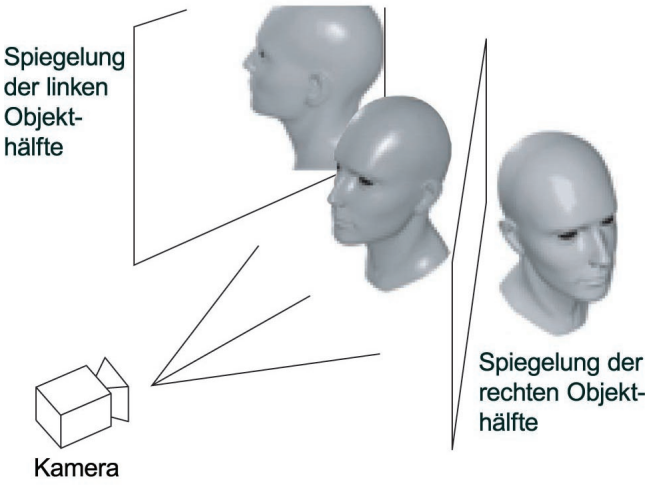
Abbildung 1.3: *Spiegelstereovorsatz mit zentralem Objektiv. Durch die Brechung der Abbildungsstrahlen an den vor dem Objektiv angebrachten Spiegeln, werden zwei virtuelle Kameras mit den Projektionszentren* $\mathbf{O}'$ *und* $\mathbf{O}''$ *simuliert. Die Basislänge zwischen den beiden virtuellen Kameras beträgt b. Der mit Hilfe dieses Systems stereoskopisch zu erfassende Raum ist grün dargestellt. Die Größe des stereoskopischen Bereichs ist abhängig von den Neigungswinkeln* β_1 *und* β_2 *der Spiegelpaare und vom halben Bildöffnungswinkel* τ *der Kamera. Dieser wiederum ist abhängig von der Kamerakonstanten c und der Sensorgröße s der Kamera. Quelle: Luhmann (2005)*

Abbildung 1.3 zeigt das geometrische Modell eines Spiegelstereovorsatzes mit zentralem Objektiv. Geht man von ebenen Spiegelflächen aus, so ergeben sich die Projektionszentren $\mathbf{O}'$ und $\mathbf{O}''$ der virtuellen Kameras, die ebenfalls auf dem Prinzip der Zentralperspektive beruhen. Wie bei der klassischen Zweibildauswertung, ist auch hier die Basis b als die Strecke zwischen den beiden Projektionszentren definiert. Der stereoskopisch zu erfassende Raum (grün dargestellt) ist abhängig vom halben Bildöffnungswinkel τ (dieser ist bekanntlich abhängig von der Sensorgröße s und der Kamerakonstanten c) und den Neigungswinkeln β_1 und β_2 der Spiegelpaare. Die Bestimmung der relativen Orientierung und der Basislänge der beiden virtuellen Kameras erfolgt mit Hilfe eines Kalibrierungsobjekts. Sobald sich die Position der Spiegel zueinander ändert bzw. die Kameraposition sich relativ zu den Spiegeln ändert, muss sie neu bestimmt werden. Die innere Orientierung ist weiterhin von der verwendeten Kamera abhängig, sie kann für beide Bildhälften gemeinsam, aber auch getrennt bestimmt werden. Die Bestimmung der äußeren Orientierung erfolgt wie bei der klassischen Zweibildauswertung (vgl. Abschnitt 2.1.1).

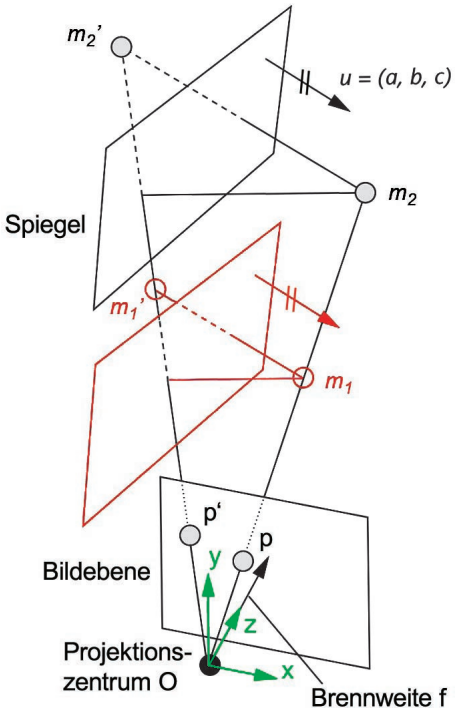
Wird die Genauigkeit der verwendeten Spiegelflächen so gewählt, dass die (durch eine nicht exakt planare

Spiegelfläche hervorgerufene) Abweichung eines einfallenden Abbildungsstrahls unterhalb der Bildmessgenauigkeit liegt, so kann der Einfluss der Spiegelflächen bei der Auswertung vernachlässigt werden (vgl. Luhmann, 2005). Luhmann schreibt weiters, dass bei hinreichend ebenen Spiegelflächen auch die herkömmlichen Parameter zur Kamerakalibrierung ausreichen. Diese Parameter reichen jedoch nicht aus um unzureichende Spiegelgenauigkeiten zu kompensieren. Hierfür schlägt Luhmann ein Korrekturmodell nach dem Prinzip der nicht-systematischen Bilddeformationen mit Hilfe eines Korrekturgitters auf Basis finiter Elemente vor.

Lin u. a. (2002) präsentieren in ihrer Arbeit eine weitere Möglichkeit um mit Hilfe von Spiegeln zeitlich synchrone Aufnahmen für die Zweibildauswertung (bzw. Mehrbildauswertung) zu erhalten. In diesem Fall werden nahe dem Objekt ein (oder mehrere) Spiegel aufgestellt. Auf der Aufnahme einer einzigen Kamera sind dann vom gleichen Objekt, z.B. die Frontansicht und gleichzeitig eine (oder mehrere) Seitenansicht(en) des Objekts abgebildet (siehe Abbildung 1.4a).



(a) Prinzip der Mehrbildauswertung mit virtuellen Objekten.



(b) Prinzipskizze des mathematischen Modells der Mehrbildauswertung mit virtuellen Modellen.

Abbildung 1.4: *Mehrbildauswertung mit virtuellen Objekten. Quelle: Lin u. a., 2002*

Die Auswertung eines so aufgenommenen Bildes beruht auf den folgenden Überlegungen (zur Vereinfachung wird die Auswertung einer Aufnahme mit einem Spiegel beschrieben) (siehe Abbildung 1.4b):

Bekannte Größen bzw. getroffene Annahmen:

- Verwendung einer Kamera mit bekannter innerer Orientierung
- $\mathbf{p}$ und $\mathbf{p}'$ sind die Bildpunkte der Objektpunkte $\mathbf{m}$ und $\mathbf{m}'$
- der verwendete Spiegel ist völlig planar
- beim Punkt $\mathbf{m}'$ handelt es sich um die Spiegelung des Objektpunktes $\mathbf{m}$ (gilt für $\mathbf{p}'$ und $\mathbf{p}$ analog)

Unbekannte Größen:

- die Lage des Spiegels ist weder im Bezug zum Objekt noch im Bezug zur Kamera bekannt. Die Parameter der Spiegelebene (der Normalvektor $\mathbf{u}$ und die Verschiebung aus dem Ursprung d) sind daher unbekannte Größen.

Da $\mathbf{m}'$ die Spiegelung des Objektpunktes $\mathbf{m}$ an einer Ebene mit dem Normalvektor $\mathbf{u}$ und einer Verschiebung d aus dem Ursprung ist, gilt:

$$\mathbf{m}' - d\,\mathbf{u} = \mathbf{S}(\mathbf{u})\,(\mathbf{m} - d\,\mathbf{u})$$

mit $\mathbf{S}(\mathbf{u}) = \mathbf{I} - 2\mathbf{u}\mathbf{u}^\top$ und $\|\mathbf{u}\| = 1$.

Die Größe $\mathbf{m}$ kann nach dem Strahlensatz durch $\mathbf{m} = \mathbf{p}\,\frac{z_m}{f}$ ersetzt werden. Dabei entspricht z_m der z-Koordinate von $\mathbf{m}$, und f der Kamerakonstanten. Analoges gilt für $\mathbf{m}'$. Nach einigen Umformungen erhält man:

$$\mathbf{G}_{3x2} \begin{pmatrix} z_m \\ z_m' \end{pmatrix} = d\,\mathbf{u}$$

wobei d und $\begin{pmatrix} z_m \\ z_m' \end{pmatrix}$ proportionale Größen sind. Die Größe d kann daher mit Hilfe einer Passstrecke bestimmt werden.

Die Koordinaten der Objektpunkte $\mathbf{m}$ erhält man durch Lösen des überbestimmten Gleichungssystems:

$$min_z \left\| \mathbf{G}_{3x2} \begin{pmatrix} z_m \\ z_m' \end{pmatrix} - d\,\mathbf{u} \right\|$$

Fasano u. a. (2003) haben, meines Wissens nach, die bisher einzige Arbeit veröffentlicht, in der Spiegel in Kombination mit einem Laserscanner zur Oberflächenerfassung von Objekten eingesetzt werden. In dieser Arbeit erörtern die Autoren den Einsatz von Spiegeln für zwei verschiedene Zwecke: erstens zur Automatisierung des Scan-Prozesses, und zweitens zur Erfassung von schwer erreichbaren Objektteilen.

Kleine Objekte werden heute oft mit Hilfe eines Drehtellers gescannt. Nach einer kurzen Kalibrierung um die relative Position des Drehtellers zum Scanner zu bestimmen, können Objekte nahezu automatisch gescannt werden. Auf Grund der bekannten Drehung des Objekts zwischen den einzelnen Scans erfolgt auch die Verknüpfung der einzelnen Punktwolken automatisch. Ist die Oberfläche des Objekts so beschaffen, dass es Flächen gibt, die vom Scanner nicht erfasst werden können, so müssen diese Teile im Anschluss, in weiteren Scanvorgängen erfasst werden. Durch die Verwendung eines Spiegels der unter dem Objekt platziert wird, kann ein Großteil dieser Objektteile ebenfalls während des automatischen Messvorgangs erfasst werden.

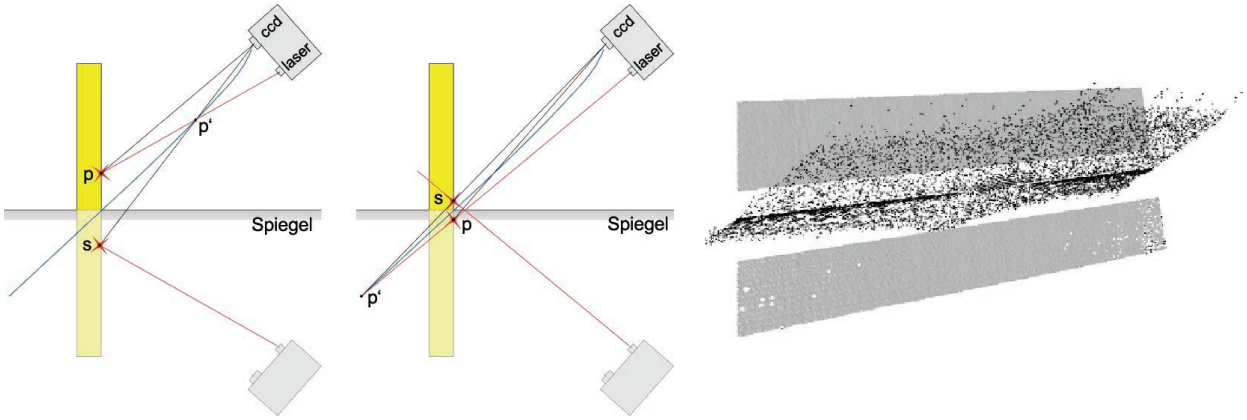
Auch bei größeren Objekten hat sich die Verwendung eines Spiegels bei der Erfassung von schwer erreichbaren Objektteilen als hilfreich erwiesen. Denn meist gilt: „Beim Scannen eines Objekts mit komplexer Oberfläche erfasst man 90% der Oberfläche in den ersten 10% der Arbeitszeit und verwendet die restlichen 90% der Arbeitszeit darauf um die verbleibenden 10% der Oberfläche zu erfassen.“ (Fasano u. a., 2003, eigene Übersetzung)

Fasano u. a. (2003) erzielten gute Ergebnisse mit einem kleinen Vorderflächenspiegel der auf einem Fotostativ montiert werden kann. So konnten auch Teile von Statuen gescannt werden, die ohne Spiegel nicht erfasst werden konnten. Versuche, bei denen der Spiegel in der Hand gehalten wurde, haben sich als zu wenig genau erwiesen.

Für die Experimente wurde ein Minolta VIVID 900 verwendet. Dieser Scanner ist das Vorgängermodell des Minolta VIVID 9i (vgl. Abschnitt 2.2.2), welcher in der vorliegenden Arbeit für die experimentellen Ergebnisse (vgl. Kapitel 4) verwendet wurde. Auf Grund der Funktionsweise des Minolta VIVID 900 kann es bei Verwendung eines Spiegels zur fehlerhaften Bestimmung der Objektpunktkoordinaten kommen. Denn in diesem Fall, kann es vorkommen, dass am CCD[1]-Array[2] des Scanners das Laserprofil gleichzeitig zweimal

[1] Charge Coupled Device

[2] In dieser Arbeit werden soweit diese existieren und gebräuchlich sind, deutschen Fachausdrücke benutzt und die englische



(a) *Zwei verschiedene Spiegel-Objekt-Konfigurationen, die zur Bestimmung „fehlerhafter" Objektpunkte führen. p ist der Objektpunkt, s der gespiegelte Objektpunkt und p' der fehlerhafte Objektpunkt.*

(b) *„Fehlerhafte" Punktwolke. Die Spiegel-Objekt-Konfiguration war in diesem Fall wie in Abbildung 1.5a.*

Abbildung 1.5: *Bei Verwendung eines Spiegels und eines Laserscanners der nach dem Triangulationsprinzip arbeitet, kann es dadurch, dass vom CCD-Array des Scanners die Laserprofilebene und gleichzeitig die gespiegelte Laserprofilebene erfasst wird, zur „fehlerhaften" Bestimmung der Objektpunktkoordinaten kommen. Quelle: Fasano u. a. (2003)*

abgebildet wird (d.h. einmal das echte und einmal das gespiegelte). Diese doppelte Abbildung kann zu Problemen führen:

- Sind die Abbildungen der beiden Punkte weit genug von einander entfernt, so wird der Scanner, scheinbar beliebig, einen der beiden Punkte auswählen und mit Hilfe dessen einen „fehlerhaften" Oberflächenpunkt rekonstruieren (siehe Abbildung 1.5a links).

- Sind die Abbildungen der Laserprofilebene und der gespiegelten Laserprofilebene nahe beieinander, so ist es wahrscheinlich, dass die Rekonstruktionssoftware des Scanners diese beiden Punkte mittelt und damit die Objektpunktkoordinaten bestimmt (siehe Abbildung 1.5a rechts).

Abbildung 1.5b zeigt das Ergebnis eines Scans bei dem ein ebenes Objekt während des Scanvorgangs auf dem Spiegel stand (wie in Abbildung 1.5a dargestellt). Man erkennt deutlich, dass es viele fehlerhafte Punkte gibt. Die blaue Kurve in Abbildung 1.5a beschreibt den geometrischen Ort aller fehlerhaften Punkte dieser Scan-Konfiguration. Weiter entfernte fehlerhafte Punkte werden von der Rekonstruktionssoftware sofort als Ausreißer identifiziert und gelöscht. Nur die fehlerhaften Punkte, die nahe am Objekt liegen, stellen für die Erstellung eines fehlerfreien geometrischen Modells ein Problem dar. Zur Lösung dieses Problems schlagen Fasano u. a. (2003) vor, das Objekt auf einem kleinen schwarzen Sockel über dem Spiegel zu platzieren. Dies verkleinert den Bereich in dem die Laserprofilebene des Scanners zweimal am CCD-Array abgebildet wird, somit reduziert sich die Anzahl der fehlerhaften Modellpunkte.

Ein weiteres in diesem Zusammenhang auftretendes Problem wird ebenfalls in der Arbeit von Fasano u. a. (2003) erörtert. Werden bei einem Scan Objektteile über den Spiegel und gleichzeitig auch „normal" erfasst, so ist es essenziell, die über den Spiegel erfassten und damit spiegelverkehrten Objektteile vom Rest zu trennen. Um diese Trennung durchführen zu können, muss man die Position des Spiegels kennen. Dafür reichen einige Marker, die am Rand des Spiegels angebracht werden können, aus. Die spiegelverkehrten Objektteile liegen innerhalb des Halbraumes, welcher durch eine schiefe Pyramide (deren Spitze im Projektionszentrum der Kamera und deren Grundfläche in der Spiegelebene liegt) begrenzt wird. Abbildung 1.6 zeigt diese Konfiguration zweidimensional.

Übersetzung in Klammern angeführt. Sofern keine adäquate Übersetzung existiert oder der englische Begriff der allgemein gebräuchliche ist, wird der englische Ausdruck benutzt.

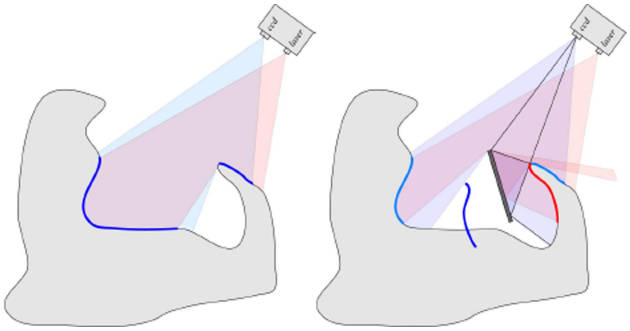


Abbildung 1.6: *Links: Erfassung eines Objekts ohne einen Spiegel. Rechts: Erfassung eines Objekts mit Hilfe eines Spiegels. Der dunkelblaue Teil der Punktwolke muss gespiegelt und in die richtige Position verschoben werden. Quelle: Fasano u. a. (2003)*

1.3 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 beschäftigt sich mit den Grundlagen dieser Arbeit. Im ersten Teil werden Messmethoden zur Oberflächenerfassung im Nahbereich, und beispielhaft einige Messgeräte vorgestellt. Der zweite Teil des Kapitels enthält die grundlegenden Informationen über Spiegel und deren Genauigkeit.

Kapitel 3 befasst sich mit der theoretischen Fehlerabschätzung bei Verwendung von Spiegeln zur Oberflächenerfassung. In Abschnitt 3.1 werden grundlegende Überlegungen und die Aufnahmekonfiguration für welche die theoretische Fehlerabschätzung gilt, präsentiert. Abschnitt 3.2 enthält Informationen über das Spiegelmodell, welches der theoretischen Fehlerabschätzung zu Grunde liegt. Des Weiteren behandelt dieses Kapitel die Abschätzung des größtmöglichen Fehlers bei Verwendung eines polaren Messverfahrens (vgl. Abschnitt 3.2.3.1) bzw. bei Verwendung eines Messverfahrens nach dem Triangulationsprinzip (vgl. Abschnitt 3.2.3.2), sowie die Berechnung der tatsächlichen Fehlerwerte für einen bestimmten Spiegel und eine Oberflächenvermessung nach dem Triangulationsprinzip (vgl. Abschnitt 3.2.4).

Experimentelle Ergebnisse werden in Kapitel 4 präsentiert. Die Genauigkeit der erfassten Daten wird den Ergebnissen der theoretischen Fehlerabschätzung gegenübergestellt.

Aus den in den vorhergehenden Kapiteln gewonnen Erkenntnissen werden am Ende der Arbeit (Kapitel 5) die Vor- und Nachteile der Verwendung von Spiegeln zur Oberflächenerfassung und weitere Forschungsfelder aufgezeigt.

Kapitel 2

Messtechnische Grundlagen

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Oberflächenrekonstruktion mittels Spiegel behandelt. Aus diesem Grund präsentiert dieses Kapitel die Grundlagen der Oberflächenvermessung im Nahbereich und einige allgemeine Informationen über Spiegel.

2.1 Messverfahren zur Oberflächenerfassung im Nahbereich

Wie in Kapitel 1 bereits erwähnt, eignen sich die beiden folgenden Verfahren zur Oberflächenerfassung im Nahbereich[3]:

- Photogrammetrische Mehrbildauswertung
- 3D-Scanning

2.1.1 Photogrammetrie

„Mit Hilfe der Photogrammetrie rekonstruiert man die Lage und die Form von Objekten aus Bildern, die photochemisch (konventionelle Photographie) oder photoelektrisch (digitale Photographie) entstanden sind. [...] Die Ergebnisse einer photogrammetrischen Auswertung können sein:

- Maßzahlen, nämlich Koordinaten einzelner Objektpunkte in einem dreidimensionalen Koordinatensystem (= digitale Punktbestimmung)
- Zeichnungen (analog), nämlich Karten und Pläne im Grundriss mit Höhenlinien und sonstige graphische Darstellungen der Objekte,
- geometrische Modelle (digital), die in Informationssysteme einfließen,
- Bilder (analog und/oder digital), vor allem entzerrte Photos (Orthophotos) und daraus hergestellte Luftbildkarten, aber auch Photomontagen und so genannte dreidimensionale Photomodelle, das sind texturierte CAD-Modelle mit der aus Photographien entnommenen Textur.“ (Kraus, 2004; S. 1)

Alle oben genannten photogrammetrischen Produkte sind dreidimensional. Da durch die Abbildung eines dreidimensionalen Objekts mit einer Kamera die Tiefeninformation verloren geht, reicht ein Bild zur dreidimensionalen Rekonstruktion eines Objekts nicht aus. Zur Gewinnung von dreidimensionalen Informationen sind mindestens zwei Aufnahmen des gleichen Objektteils aus unterschiedlichen Standpunkten erforderlich, Abbildung 2.1 zeigt diese Situation.

[3]Es gibt keine allgemein gültige Definition für Nahbereich, in dieser Arbeit wird unter dem Begriff Nahbereich eine Aufnahmegerät-Objekt-Distanz im Meterbereich verstanden.

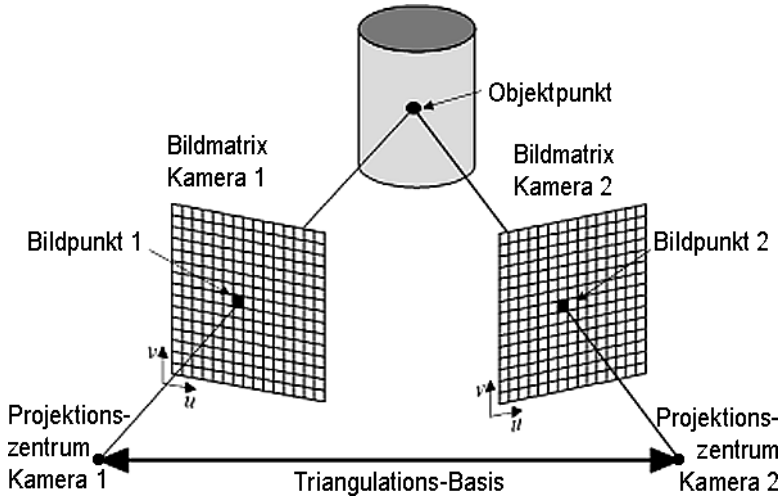


Abbildung 2.1: *Prinzipskizze der Zweibildauswertung. Sind die Koordinaten der Projektionszentren der beiden Bilder und deren Aufnahmerichtungen bekannt, so kann man nach der Formel des Vorwärtsschnitts die Objektkoordinaten aus den Bildern berechnen. Quelle: Wiora (2001)*

Die folgenden Erläuterungen gehen vom einfachsten Fall, der Rekonstruktion von Objektpunkten aus zwei Bildern aus. Die beiden Bilder können dafür, wie in Abbildung 2.1, im Grunde „beliebig“ im Raum angeordnet sein. Vorteilhaft für die Auswertung ist es aber, wenn bei der Aufnahme der beiden Bilder eine spezielle Aufnahmekonfiguration eingehalten wird, die als (photogrammetrischer) Normalfall bezeichnet wird. Dabei ist die Aufnahmerichtung beider Fotos normal zur Basis (das ist die Verbindungslinie der Projektionszentren), zueinander sind sie parallel.

Voraussetzung für die Zweibildauswertungist die Kenntnis der sog. inneren und äußeren Orientierung. Die Parameter der äußeren Orientierung der Bilder definieren die Koordinaten der Projektionszentren der beiden Bilder und deren Aufnahmerichtungen. Die Parameter der inneren Orientierung der Kamera(s) definieren die Lage des Projektionszentrums und der Bildmatrix zueinander. Durch dieses Wissen lässt sich für jeden Bildpunkt der Projektionsstrahl im Raum eindeutig festlegen. Kennt man die zu einem Objektpunkt gehörenden Bildpunkte in beiden Bildern, so lässt sich der Objektpunkt durch Schnitt der zugehörenden Projektionsstrahlen bestimmen. Dieses Verfahren bezeichnet man als räumlichen Vorwärtsschnitt.

Die äußere Orientierung wird im Allgemeinen nicht direkt bei der Aufnahme der Bilder ermittelt, sondern indirekt aus den Bildern. Dafür werden die Koordinaten sog. Passpunkte benötigt. Unter Passpunkten versteht man Punkte mit bekannten Sollkoordinaten, diese können entweder speziell am Objekt markierte Punkte oder besondere Merkmale des Objekts (die in den Fotos sichtbar sind) sein. Meistens werden die Koordinaten der Passpunkte vor Ort mit einem Theodoliten oder einem Tachymeter bestimmt. Für die Ermittlung der Parameter der äußeren Orientierung (drei Koordinaten des Projektionszentrums und drei Drehungen der Bildmatrix) eines Bildes sind mindestens vier Vollpasspunkte (Passpunkte von denen man alle drei Koordinaten kennt) notwendig. Dieses Verfahren ist unter dem Namen räumlicher Rückwärtsschnitt bekannt. Üblicherweise werden die Parameter der äußeren Orientierung überbestimmt berechnet.

Wie bereits erwähnt, sind für den räumlichen Rückwärtsschnitt mindestens vier Passpunkte pro Bild notwendig (bzw. entsprechend viele Passpunkte bei vielen Bildern). Die sog. Bündelblockausgleichung ist ein Verfahren, bei dem alle Unbekannten einer Mehrbildauswertung - das sind die Elemente der äußeren Orientierung einer jeden Aufnahme und die Koordinaten der Neupunkte - für beliebig viele Bilder berechnet werden können. Dieses Verfahren hat den entscheidenden Vorteil, dass nicht nur die Messungen (der Bildkoordinaten) der Passpunkte, sondern auch die Messungen sog. Verknüpfungspunkte in die Bestimmung der äußeren Orientierungselemente einfließen. Verknüpfungspunkte sind möglichst gut definierte Objektpunkte (ohne bekannte Sollkoordinaten). Dadurch ist eine Steigerung der Genauigkeit und eine Senkung der Anzahl

an notwendigen Passpunkten möglich; d.h. man benötigt dann nicht mehr mindestens vier Passpunkte pro Bild.

Neben der inneren und der äußeren Orientierung gibt es in der Photogrammetrie zwei weitere wichtige Begriffe: die relative und die absolute Orientierung. Darunter versteht man ein zweistufiges Modell zur Bestimmung der Parameter der äußeren Orientierung. In der ersten Stufe, der relativen Orientierung, werden die Bilder beliebig im Raum liegend miteinander verknüpft, in der zweiten Stufe, der absoluten Orientierung, werden die relativ orientierten Bilder mit einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation ins globale Koordinatensystem überführt.

Grundsätzlich liefert die Photogrammetrie Koordinaten immer in Bezug zu einem Koordinatensystem. Im ersten Schritt, der relativen Orientierung kann das (Modell-)Koordinatensystem beliebig gewählt werden. In diesem werden die beiden Bilder bestmöglich zueinander ausgerichtet. Die relative Orientierung besitzt fünf Unbekannte, die allein durch Bildmessungen bestimmt werden können.

Eine mögliche geometrische Interpretation dieser fünf Parameter ist der sog. Folgebildanschluss. Dabei wird die äußere Orientierung des ersten Bildes beliebig im Raum angenommen. Das zweite Bild wird so zum ersten Bild verdreht und verschoben, dass sich die Projektionsstrahlen korrespondierender Verknüpfungspunkte schneiden. Die Translation parallel zur Aufnahmebasis kann dabei entfallen, da diese keinen Einfluss auf die Schnittgüte der Projektionsstrahlen sondern nur auf den Maßstab hat.

Die Parameter der relativen Orientierung werden durch Messung von mindestens sechs, in beiden Bildern sichtbaren Verknüpfungspunkten bestimmt. Das so erhaltene Modell ist nur über Bildmessungen definiert, daher ist der Maßstab des Modells unbestimmt. Wird aber der Bezug zu einem übergeordneten Koordinatensystem (z.B. Landessystem oder ein speziell am Objekt ausgerichtetes Koordinatensystem) gewünscht, erfolgt im zweiten Schritt mit Hilfe von Passpunkten die absolute Orientierung des Modells. Für die Bestimmung der insgesamt sieben Parameter (der räumlichen Ähnlichkeitstransformation) der absoluten Orientierung sind mindestens zwei Vollpasspunkte und ein Höhenpasspunkt notwendig. (Kraus, 2004)

Photogrammetrische Oberflächenerfassung via Spiegel

Die photogrammetrische Vermessung via Spiegel erfolgt im Grunde genauso wie die herkömmliche photogrammetrische Oberflächenerfassung. Bei der Aufnahme der Bilder müssen dieselben, in der Aufnahmeplanung festgelegten, Richtlinien eingehalten werden, die auch für die Aufnahmen ohne Spiegel gelten.

Als primäres Ergebnis erhält man Fotos der Objektoberfläche, wobei die über den Spiegel abgebildeten Teile des Objekts, darauf spiegelverkehrt abgebildet sind.

Die „Entspiegelung“ der Fotos erfolgt durch Spiegelung der Bildmatrix entlang der Längs- oder Querachse. Das so erhaltene Bild, entspricht jenem Bild, welches man im „virtuellen“ Projektionszentrum (das man durch Spiegelung des Projektionszentrums an der Spiegelebene erhält) ohne Spiegel vom Objekt aufnehmen hätte können. Daher können die gespiegelten Bilder in die normale Auswertung des Bildverbandes einbezogen werden. (Weitere Erläuterungen vgl. Abschnitt 3.1.)

2.1.2 3D-Scanning

3D-Scanning, häufig auch nur Laserscanning genannt, ist eine seit den 1990er Jahren eingesetzte Messmethode zur Vermessung von realen Objekten. Es handelt sich dabei um ein berührungsloses Messverfahren, bei dem die Objekte in kurzer Zeit flächenhaft dreidimensional abgetastet werden. Das Ergebnis eines solchen Abtastvorgangs (Scan) ist eine Menge systematisch angeordneter 3D-Punkte, auch Punktwolke genannt. (vgl. Böhler und Marbs, 2004, S. 6)

Beim Laserscanning werden zwei altbewährte mathematische Methoden eingesetzt, nämlich das Prinzip der Polaraufnahme und das Prinzip der Triangulation. Die Scanner, die das polare Messverfahren einsetzen, bestimmen die Entfernung reflektorlos mit einem Lasersignal. Dafür verwenden sie meist entweder das

Impulslaufzeit- oder das Phasenvergleichsverfahren (vgl. Abschnitt 2.1.2.1), bei beiden Verfahren wird der Laserstrahl vertikal und horizontal abgelenkt. Aus den so gewonnenen Winkel- und Streckenmessungen können die dreidimensionalen Koordinaten diskreter Punkte der Objektoberfläche berechnet werden. Laserscanner die nach dem Prinzip der Triangulation arbeiten, benutzen das gleiche mathematische Prinzip, welches auch bei der Stereobildauswertung in der Photogrammetrie angewendet wird (vgl. Abbildung 2.1). Sie bestimmen die dreidimensionalen Koordinaten der Objektpunkte nach dem Prinzip des räumlichen Vorwärtsschnitts.

Schulz und Ingensand (2004) klassifizieren Laserscanner auf Basis des von ihnen eingesetzten Messverfahrens zur Distanzbestimmung (Impulslaufzeit, Phasenvergleich, indirekt über Triangulation) . Da die Messgenauigkeit und der Entfernungsmessbereich vom Messverfahren abhängig sind, ergibt sich somit auch eine Klassifizierung nach diesen beiden Kriterien. Wie man Tabelle 2.1 entnehmen kann, ist keine Wertung oder Reihung der Messverfahren bzw. Laserscanner möglich, vielmehr muss das Gerät immer nach dem gewünschten Einsatzzweck gewählt werden. So eignet sich etwa für die Aufnahme eines Gebäudes, kein Gerät welches das Triangulationsverfahren einsetzt, da der Entfernungsmessbereich und daher der vom Laserscanner erfassbare Teil des Objekts viel zu klein wäre.

Klassifizierung von Laserscannern			
Messverfahren	Entfernungsmess-bereich [m]	Messgenauigkeit [mm]	Hersteller (Auswahl)
Impulslaufzeit	2 bis ca. 2000	5 bis 10	Leica, Mensi, Riegl, Callidus
Phasenvergleich	< 100	<10	Zoller+Fröhlich, IQSun
Triangulation	0,2 bis ca. 10	<1	Mensi, Minolta

Tabelle 2.1: *Klassifizierung von Laserscannern auf Grund des von ihnen eingesetzten Messverfahrens. (nach Schulz u. a., 2004; Rietdorf, 2005)*

2.1.2.1 Verfahren zur Distanzmessung

Wie Tabelle 2.1 zu entnehmen ist, werden bei Laserscannern hauptsächlich die im Folgenden vorgestellten drei Messverfahren verwendet.

Impulslaufzeitverfahren

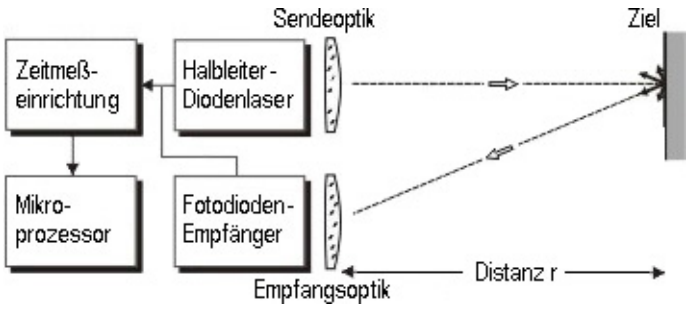


Abbildung 2.2: *Prinzipskizze des Impulslaufzeitverfahrens. Beim Impulslaufzeitverfahren wird die Distanz über die Laufzeit eines Laserimpulses bestimmt. Quelle: RIEGL Laser Measurement Systems GmbH (2007)*

Abbildung 2.2 zeigt das Funktionsprinzip des Impulslaufzeitverfahrens *(Time-of-Flight measuring principle)*. Von einem Laser wird dabei ein energiereicher Impuls erzeugt. Dieser Impuls wird von der Sendeoptik gebündelt und ausgesendet, er läuft nun in Richtung Ziel. An der Objektoberfläche wird der Impuls diffus reflektiert und ein Teil des Signals gelangt über eine Empfangsoptik auf eine Fotodiode. Die Laufzeit Δt des Impulses wird gemessen, mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit c lässt sich daraus die Distanz r gemäß der

Formel

$$r = \frac{c\Delta t}{2}$$

bestimmen. (Kern, 2003)

Phasenvergleichsverfahren

Beim Phasenvergleichsverfahren *(Phase measuring principle)* wird ein sinusförmig amplitudenmoduliertes Sendesignal $s_s(t)$ mit der Frequenz f, der Wellenlänge λ und einer Amplitude A ausgesendet:

$$s_s(t) = A\sin(2\pi ft)$$

Dieses Signal legt die Strecke r zur Objektoberfläche zurück, wird dort reflektiert und erreicht als Empfangssignal $s_e(t)$ das Gerät. Das Empfangssignal weist gegenüber dem Sendesignal eine Phasenverschiebung von $\Delta\varphi$ auf.

$$s_e(t) = A\sin(2\pi ft + \Delta\varphi)$$

Nach Abbildung 2.3 ergibt sich die gesuchte Distanz zu

$$r = k\lambda + \Delta\lambda \text{ mit } k \in \mathbb{N}$$

Mit Hilfe dieser Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ kann nur das Reststück $\Delta\lambda$ bestimmt werden, es kann hingegen nicht festgestellt werden, wie viele volle Wellenlängen k das Signal zurückgelegt hat. Um diese Mehrdeutigkeit lösen zu können, wird nun das Phasenvergleichsverfahren mit mehreren verschiedenen, aufeinander abgestimmten Wellenlängen angewendet. Dies kann gleichzeitig oder hintereinender geschehen. Die Distanz wird also in einem mehrstufigen Verfahren mit wachsender Genauigkeit bestimmt und ergibt sich (je nach verwendeter Wellenlänge λ) zu:

$$r = \frac{\lambda}{4\pi}\Delta\varphi$$

Mit dem Phasenvergleichsverfahren lässt sich die Distanz genauer bestimmen als mit dem Impulslaufzeitverfahren, jedoch ist bei diesem Verfahren das Signal-Rausch Verhältnis ungünstiger und es ist nur für geringere Distanzen verwendbar, da mit wachsender Entfernung die Kohärenz des Lasers abnimmt. (Kern, 2003; Niemeier und Wild, 1995)

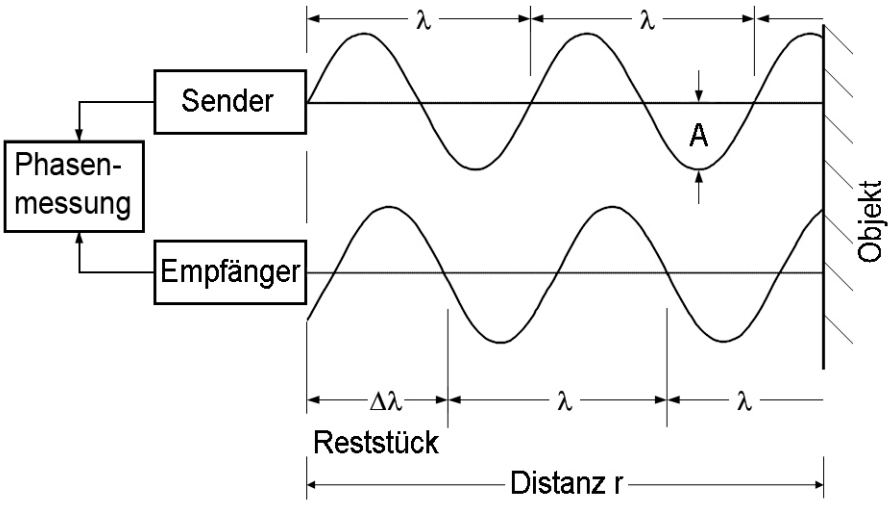
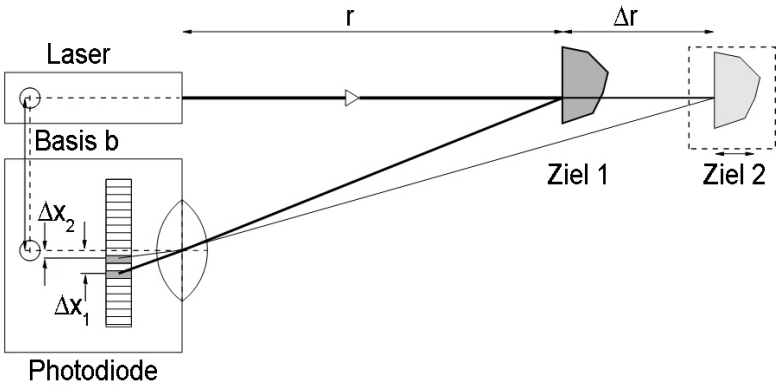


Abbildung 2.3: *Prinzipskizze des Phasenvergleichsverfahrens. Beim Phasenvergleichsverfahren wird die Distanz über den Phasenunterschied des Sendesignals und des Empfangssignals bestimmt.*

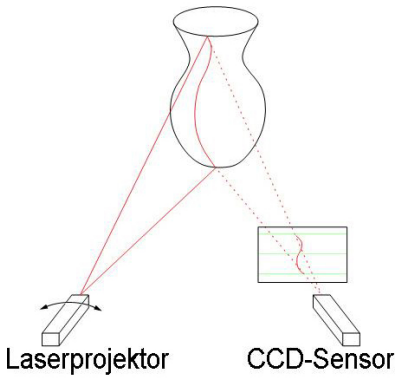
Triangulationsverfahren

Das Triangulationsverfahren *(Optical triangulation measuring principle)* ähnelt sehr dem in Abschnitt 2.1.1 vorgestellten Prinzip der Zweibildauswertung (des Vorwärtsschnitts). Geräte die nach diesem Prinzip arbeiten, bestehen immer aus einer Lichtquelle zur Signalisierung eines oder mehrer Punkte, und einer Kamera. Die einzelnen Realisierungen unterscheiden sich hauptsächlich in der Methode die zur Punktsignalisierung verwendet wird.

Das einfachste Gerät, mit dem pro Messung nur ein einzelner Punkt erfasst werden kann, besteht aus einer Lichtquelle (z.B. einem Laser) und einem photodiodischen Zeilensensor. Der Abstand zwischen Laser und Sensor, auch Basis b genannt, muss sehr genau bekannt sein. Von der Lichtquelle wird ein Signal mit einer von den Photodioden detektierbaren Frequenz (z.B. rotes Licht) ausgesendet, dieses wird am Objekt reflektiert und über ein Linsensystem auf dem Zeilensensor abgebildet. Die Parallaxe Δx ist die Länge zwischen dem Basisbezugspunkt und dem Abbild des Lasersignals auf dem Zeilensensor. Aus dieser Größe kann der Winkel zwischen der Basis und dem reflektierten Strahl berechnet werden. Aus Abbildung 2.4a wird ersichtlich, dass somit die Entfernung r nach den bekannten Formeln der Trigonometrie bestimmt werden kann.



(a) *Triangulationsverfahren. Quelle: Kern (2003)*



(b) *Profilschnittverfahren. Quelle: Bernardini und Rushmeier (2002)*

Abbildung 2.4: *Prinzipskizzen des Triangulationsverfahrens und des Profilschnittverfahrens. Beim Triangulationsverfahren wird die Distanz ähnlich wie beim Vorwärtsschnitt aus einer bekannten Basislänge und zwei Winkeln berechnet. Das Profilschnittverfahren ist eine Erweiterung des Triangulationsverfahrens bei dem ein Profilschnitt des Objekts, anstatt eines einzelnen Punktes, gemessen wird.*

Das so genannte Profilschnittverfahren (siehe Abbildung 2.4b) ist eine andere Realisierung des Triangulationsverfahrens. Im Grunde handelt es sich bei diesem Verfahren um eine Erweiterung des soeben beschrieben Geräts. Anstatt eines Laserpunktes, wird nun der Laserstrahl zu einer Ebene aufgefächert und statt eines einzigen Zeilensensors kommt ein flächiger CCD-Sensor zum Einsatz. Dadurch können mit nur einer Messung die Objektkoordinaten eines ganzen Profilschnitts (gleichzeitig) bestimmt werden, indem für jede Zeile des CCD-Sensors das Triangulationsverfahren angewendet wird. Durch Schwenken des Lasers (Schwenkachse normal zur Basis) lassen sich auf diese Weise dreidimensionale Objekte vermessen. Die Anordnung des Laserprojektors und des CCD-Sensors entspricht in diesen Geräten dem photogrammetrischen Normalfall. (Bernardini und Rushmeier, 2002; Kern, 2003)

Eine weitere Realisierung des Triangulationsverfahrens ist das so genannte Lichtschnittverfahren. Geräte, die nach diesem Prinzip arbeiten, setzen zur Signalisierung der Punkte einen Streifenprojektor (ähnlich einem Diaprojektor) ein. Sie verfügen über eine Kamera mit einem flächigen CCD-Sensor um das beleuchtete Objekt aufzunehmen. Streifenprojektor und CCD-Sensor sind auch hier nach dem Prinzip des photogrammetrischen Normalfalls angeordnet. Der Projektor beleuchtet das Messobjekt mit einem eindeutigen, sich

zeitlich ändernden Muster aus unterschiedlich breiten, parallelen Lichtstreifen (z.B. Gray-Code). Durch die Aufnahme jedes auf das Objekt projizierten Musters entsteht für jeden Bildpunkt der Kamera eine eindeutige zeitliche Folge von unterschiedlichen Helligkeitswerten. Dadurch lässt sich auch die zum Bildpunkt gehörige Projektionsebene eindeutig bestimmen. Durch die Projektionsebene und den Abbildungsstrahl des Bildpunktes eindeutig festgelegt, können die Koordinaten des zugehörigen Objektpunktes, nach den Formeln des Vorwärtsschnitts berechnet werden. (Wiora, 2001)

Wie in Tabelle 2.1 eingangs erwähnt, ist der Entfernungsbereich, innerhalb dessen das Triangulationsverfahren eingesetzt werden kann, sehr eingeschränkt. Dies wird durch mehrere Faktoren beeinflusst:

- die begrenzte Reichweite des Lasers,
- die Abbildungsoptik des Kamerasystems (speziell die Schärfentiefe, da diese bestimmt, welcher Objektbereich am CCD-Sensor scharf abgebildet wird) und
- die Basislänge bzw. Anordnung von Kamera- und Lasersystem. Die Tiefengenauigkeit (σ_{Tiefe}), das ist die Genauigkeit mit der die Distanz eines Objektpunktes bestimmt werden kann, ist abhängig von der Bildmessgenauigkeit (σ_{Bild}), vom Bildmaßstab (m_b) und vom Verhältnis der Aufnahmeentfernung (y) zur Basis (b):

  $$\sigma_{Tiefe} = m_b \frac{y}{b} \sigma_{Bild} = \frac{y^2}{c\,b} \sigma_{Bild}$$

  Das bedeutet: Gibt man eine einzuhaltende Tiefengenauigkeit der Objektpunkte vor, so ergibt sich dadurch ein maximale Aufnahmedistanz (y), diese wird bestimmt durch die Kamerakonstante (c) und die Basislänge (b). (Kraus, 2004, S. 183)

Vergleich der Genauigkeiten der Messverfahren

Während beim Impulslaufzeitverfahren und beim Phasenvergleichsverfahren ein eher linearer Zusammenhang zwischen Distanz und Messgenauigkeit herrscht, lässt sich feststellen, dass sich beim Triangulationsverfahren die Messgenauigkeit mit zunehmender Entfernung quadratisch verschlechtert. (Kern, 2003; Kraus, 2004)

2.1.2.2 Verknüpfung von 3D-Punktwolken

Sogar die einfachsten 3D-Objekte müssen von mehreren, verschiedenen Standpunkten aus mit dem Laserscanner aufgenommen werden, damit die gesamte Objektoberfläche erfasst werden kann. Da die Punktwolken eines jeden Standpunktes, in einem eigenen lokalen Koordinatensystem vorliegen, müssen diese Daten fusioniert werden, um ein Modell des 3D-Objekts zu bekommen. Das Ziel dieser Fusion ist die Vereinigung der einzelnen Punktwolken zu einem gemeinsamen, sich auf ein einheitliches Koordinatensystem beziehenden Datensatz. Anforderung an diese Datenfusion ist die „optimale“ Positionierung der Datensätze, sodass im Überlappungsbereich die Abweichungen zwischen den einzelnen Datensätzen minimal sind. Darüber hinaus ist eine schnelle Verarbeitung - auch bei großen Datenmengen - und keine bzw. geringe Interaktion durch einen Operator wünschenswert. Der Vorgang der Datenvereinigung wird auch als Orientierung oder Registrierung *(registration, orientation, matching)* bezeichnet. Genauso wie beim Orientierungsverfahren zweier oder mehrerer Bilder in der Photogrammetrie, wird zur Überführung mehrerer Laserscanner-Datensätze in ein gemeinsames Koordinatensystem, die relative Orientierung der einzelnen Aufnahmen zueinander benötigt. Abhängig von den Datensätzen unterscheidet man folgende Problemstellungen:

Registrierung mit bekannten Punktkorrespondenzen

Diese Problemstellung trifft streng genommen nicht auf Laserscanner-Datensätze zu, da auf Grund der Aufnahmecharakteristik des Laserscanners nicht davon auszugehen ist, dass ein und derselbe Objektpunkt in zwei oder gar mehreren Datensätzen gemessen wird. Trotzdem gibt es praktische Anwendungen bei denen

diese Methode der Registrierung zum Einsatz kommt, beispielsweise zur Vereinfachung des Registrierungsprozesses (bei Modellen mit niedrigeren Genauigkeitsanforderungen) oder zur Registrierung von Datensätzen mit Hilfe von Signalmarken (das sind spezielle retroreflektierende Kreise oder Kugeln die am Objekt angebracht werden, daraus lassen sich in der Nachbearbeitung „indirekt gemessene“ Zentren ableiten, welche dann als bekannte korrespondierende Punkte angesehen werden können).

Die Ausgangssituation sind zwei Punktwolken X und Y die sich komplett, oder zumindest zum Teil überlappen. Im Überlappungsbereich kennt man für jeden Punkt x_i der Punktwolke X den korrespondierenden Punkt y_i der Punktmenge Y. Ziel der Registrierung ist, wie bereits erwähnt, die Fusion beider Datensätze, so dass sie im Überlappungsbereich „optimal“ zusammenpassen. Geht man von gleich skalierten Datensätzen aus, so handelt es sich bei dieser Aufgabe um eine Kongruenztransformation, d.h. dass die Lage der Punktwolke Y festgehalten wird, während die Punktwolke X gedreht und verschoben wird. In der Praxis werden, auf Grund von zufälligen und (meist auch) nicht zufälligen Fehlern, die korrespondierenden Punkte der beiden Punktwolken nicht völlig ident sein. Daher müssen die sechs Parameter der Transformation M so berechnet werden, dass die Punkte x_i nach der Transformation möglichst nahe bei den korrespondierenden Punkten y_i liegen. Im Sinne einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten bedeutet das, die Summe der quadrierten Differenzen zwischen den korrespondierenden Punkten zu minimieren:

$$\sum \|y_i - M(x_i)\|^2 \rightarrow min$$

Eine explizite Lösung dieses Problems beschreibt Horn (1987). Dabei werden die drei Parameter der Translation von M über die Massenmittelpunkte der Punktwolken und die drei Parameter der Rotation von M über Quaternionen[4] berechnet.

Registrierung mit unbekannten Punktkorrespondenzen

Wie bereits erwähnt, ist bei der Vermessung eines Objekts mit einem Laserscanner nicht davon auszugehen, dass idente Punkte eines Objekts, von mehreren Standpunkten aus, gemessen werden können. Es ist daher notwendig die Registrierung ohne korrespondierende Punkte durchzuführen. Eine naheliegende Möglichkeit ist die Fusion der einzelnen Datensätze über die lokale Oberflächenstruktur des Objekts, die im Allgemeinen aus den Punktwolken ableitbar ist. Diese Aufgabe lässt sich nur iterativ und unter der Voraussetzung von sehr hoher Punktedichte lösen. (vgl. Schuster und Förstner, 2003)

Im Weiteren werden zwei verschiedene Algorithmen (ICP und SDM) zur Lösung dieses Problems vorgestellt. Die Ausgangssituation ist für beide Algorithmen die gleiche: zwei Punktwolken X und Y, die sich komplett oder teilweise überlappen. Es soll nun wieder die Orientierung der Punktwolke Y festgehalten werden, während die Punktwolke X so gedreht und verschoben wird, dass die beiden Punktwolken im Überlappungsbereich „optimal“ zusammenpassen.

ICP - *Iterative Closest Point* nach Besl und McKay (1992)

Bei diesem Algorithmus handelt es sich um einen sog. Punkt-zu-Punkt-Algorithmus *(point-to-point)*. Dieser Algorithmus geht von der „falschen“ Annahme aus, dass korrespondierende Punkte existieren. Als vermeintlich korrespondierender Punkt zum Punkt x_i wird jener Punkt y_i in der kürzesten euklidischen Distanz gesetzt. Unter der falschen Annahme von korrespondierenden Punkten, wird nun die Summe der quadrierten Abstände, eines jeden Punktes x_i der Punktwolke X zu seinem „korrespondierenden“ Punkt y_i der Punktwolke Y, minimiert.

Die Iteration durchläuft folgende Schritte:

1. Ermittlung der Punktepaare. Für jeden Punkt x_i des Datensatzes X wird der am nächsten gelegene Punkt y_i des Datensatzes Y ermittelt. Diese Punktepaare werden gespeichert.

[4] Erweiterung der reellen Zahlen, ähnlich den komplexen Zahlen

2. Bestimmung der sechs Parameter der Transformation M. Diese Transformation verschiebt und verdreht die Punktwolke X so, dass gilt:

$$\sum \|y_i - M(x_i)\|^2 \rightarrow min$$

D.h. die Transformationsparameter werden ebenfalls nach der Methode von Horn (1987) bestimmt, und zwar so, dass die Quadratsumme der Differenzen der (in 1. bestimmten) Punktepaare minimiert wird.

3. Anwendung der (in 2. bestimmten) Transformation auf die Punkte x_i der Punktwolke X.

4. Wiederholung ab Schritt 1 oder Abbruch der Iteration.
Die Iteration bricht ab, wenn die Änderung des Werts der (in 3. definierten) Zielfunktion von einer Iteration zur nächsten kleiner ist als ein vorgegebener Schwellenwert ϵ, oder aber die vorgegebene maximale Anzahl an Iterationen erreicht wurde.

SDM - *Squared Distance Minimization* nach Pottmann u. a. (2002)

Bei diesem Algorithmus handelt es sich um einen sog. Punkt-zu-Ebene-Algorithmus *(point-to-plane)*. Es werden zunächst ebenfalls Punktepaare unter dem Gesichtspunkt der kürzesten euklidischen Distanz ermittelt. Anschließend wird für jedes Punktepaar der Abstand des Punktes x_i der Punktwolke X zur Tangentialebene τ_i im Punkt y_i der Punktwolke Y bestimmt. Ziel ist es die Transformationsparameter so zu bestimmen, dass die Summe dieser quadrierten Abstände minimal ist.

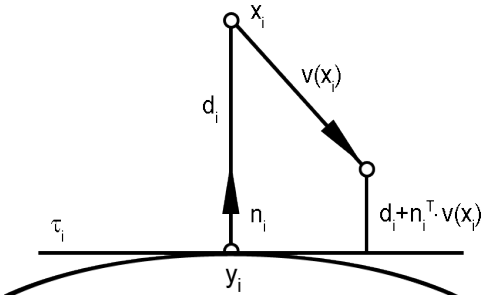


Abbildung 2.5: *Abstand des Punktes x_i zur Tangentialebene τ_i im Punkt y_i beim SDM Algorithmus. Der Vektor $v(x_i)$ stellt die Bewegung des Punktes x_i zwischen zwei Iterationsschritten dar.*

Die Iteration durchläuft folgende Schritte:

1. Berechnung des Überlappungsbereichs der Punktwolken X und Y.

2. Ermittlung der Punktepaare. Für jeden Punkt x_i des Datensatzes X wird der am nächsten gelegene Punkt y_i des Datensatzes Y errechnet. Diese Punktepaare werden gespeichert.

3. Berechnung der Transformation für jeden Punkt x_i der Punktwolke X. Linearisierung der (Transformations-)Bewegung durch ein Geschwindigkeits-Vektorfeld. Die Vektoren $\bar{c}$ und c sind dreidimensionale Vektoren und repräsentieren in dieser Darstellung die Transformationsparameter:

$$v(x_i) = \bar{c} + c \times x_i$$

Der Vektor $v(x_i)$ stellt den Vektor zwischen dem Punkt x_i der n-ten und x_i der (n+1)-ten Iteration dar (siehe Abbildung 2.5). Bedingung an die Transformation ist die Minimierung der Summe der quadrierten Abstände der Punkte x_i zur jeweiligen Tangentialebene im Punkt y_i:

$$\sum \|d_i + n_i^{\mathsf{T}} \cdot v_i\|^2 \rightarrow min$$

4. Anwendung der (in 3.) bestimmten Transformation auf die Punkte x_i der Punktwolke X.

5. Wiederholung ab Schritt 2 oder Abbruch der Iteration.
   Die Iteration bricht ab, wenn die Änderung des Werts der (in 3. definierten) Zielfunktion von einer Iteration zur nächsten kleiner ist als ein vorgegebener Schwellenwert ϵ, oder aber die vorgegebene maximale Anzahl an Iterationen erreicht wurde.

Abschließend lässt sich über die beiden soeben vorgestellten Algorithmen sagen, dass dem SDM-Algorithmus das mathematisch korrektere Modell zu Grunde liegt und dieser auch schneller konvergiert als der ICP-Algorithmus. Problematisch kann die Orientierung mit beiden Verfahren werden, wenn die Punktwolken nur einen kleinen Überlappungsbereich haben bzw. wenn zu wenig Oberflächenstruktur vorhanden ist (z.B.: eine Ebene oder ein Zylinder), sodass nicht alle sechs Transformationsparameter berechnet werden können.

Beide Algorithmen sind stark abhängig vom Startwert. Eine erste Näherung der relativen Orientierung kann durch einen Operateur bestimmt werden, dazu reichen bereits drei grob markierte Punktkorrespondenzen zwischen den zu orientierenden Punktwolken aus. Es gibt aber auch Algorithmen zur automatischen Bestimmung von Startwerten (für eine Übersicht siehe Schuster und Förstner, 2003).

Oberflächenerfassung mit einem Laserscanner via Spiegel

Bei der Oberflächenerfassung mit einem Laserscanner via Spiegel sind die gleichen Richtlinien wie beim herkömmlichen Scannen zu beachten. Als Ergebnis eines Scans via Spiegel erhält man eine Punktwolke. Diese ist jedoch im Vergleich zum Objekt bzw. zu den ohne Spiegel gescannten Objektteilen spiegelverkehrt. Vor einer Weiterverarbeitung muss u.U. eine Trennung der über den Spiegel und der nicht über den Spiegel erfassten Teile der Punktwolke erfolgen.

Die „Entspiegelung“ der Punktwolke kann an einer beliebig im Raum gelagerten Ebene erfolgen. Da jede Spiegelung an einer speziell im Raum gelagerten Ebene durch eine Spiegelung an einer beliebig im Raum liegenden Ebene und eine anschließende Kongruenztransformation ersetzt werden kann, und sowohl eine etwaige absolute Orientierung der Punktwolke, als auch die Fusion mehrerer Punktwolken (z.B.: mit Hilfe des ICP-Algorithmus) mathematisch gesehen auf einer räumlichen Kongruenztransformation beruhen, kann die Kongruenztransformation die die Spiegelung an einer beliebigen Ebene kompensiert entfallen. Danach kann die Punktwolke in den herkömmlichen Weiterverarbeitungsprozess eingebunden werden.

Erfolgt die Verknüpfung der Punktwolken durch die Bestimmung der äußeren Orientierungsparameter des Scanners (mit Hilfe von Passelementen), so muss auch die äußere Orientierung des Spiegels beim Scannen bestimmt werden. Dies kann etwa durch Anbringen von Markern am Spiegelrand geschehen, die mitgescannt werden. Über die äußere Orientierung des Scanners und diese verfassten Marker, folgt direkt auch die äußere Orientierung des Spiegels. Die „Entspiegelung“ der über den Spiegel gescannten Teile der Punktwolke kann direkt an der Spiegelebene erfolgen. Danach kann mit den Daten wie gewohnt weiterverfahren werden.

2.1.3 Gegenüberstellung 3D-Scanning und Photogrammetrie

Die Genauigkeit beider Messverfahren ist ungefähr vergleichbar und reicht von einigen Hundertstelmillimetern bis hin zum Dezimeterbereich. Beim 3D-Scanning ist die Genauigkeit hauptsächlich vom Distanzmessverfahren abhängig, bei der Photogrammetrie hauptsächlich vom Bildmaßstab.

Im Folgenden sind Vor- und Nachteile der beiden Messverfahren aufgelistet.

Vorteile der Photogrammetrie:

- exakte Erfassung von Kanten und Ecken
- kurze Aufnahmezeiten, das erlaubt die Vermessung von bewegten Objekten bzw. die Vermessung von bewegten Objekten aus (ohne zusätzliche Hilfe wie z.B.: GPS, INS)
- relativ geringe Datenmengen

- exakte Erfassung der Farbe eines Objekts
- Fotos eignen sich gut zur Archivierung, außerdem kann zur inhaltlichen Interpretation jederzeit darauf zurückgegriffen werden

Nachteile der Photogrammetrie:

- 3D-Koordinaten erhält man nur dann, wenn ein Punkt in mindestens zwei Bildern sichtbar ist (erhöht den Aufwand der Aufnahme und der Aufnahmeplanung)
- Orientierung der Aufnahmen erfolgt in der Regel erst während der Datenverarbeitung (man erhält nicht direkt 3D-Koordinaten bei der Aufnahme)
- große Abhängigkeit von den äußeren Lichtverhältnissen und/oder der Textur des Objekts

Vorteile des 3D-Scannings:

- Messvorgang läuft vollautomatisch ab
- sehr hohe Punktdichte (an der Objektoberfläche)
- 3D-Koordinaten erhält man von einem Aufnahmeort aus (einfachere Aufnahmeplanung, bei Platzproblemen von Vorteil)
- Bessere Eignung für die Vermessung von sehr komplexen und unregelmäßigen Objekten (auf Grund der flächenhaften Arbeitsweise)
- Laserscanner die nach dem Impulslaufzeitverfahren bzw. Phasenvergleichsverfahren arbeiten sind weitgehend unabhängig vom Umgebungslicht
- Orientierung der Aufnahmen ist schon im Feld möglich

Nachteile des 3D-Scannings:

- große Datenmenge
- fehlerhafte Daten im Bereichen von Ecken und Kanten durch grob falsche Distanzmessung (Kern, 2003)
- Umfangreiche und zeitintensive Auswertung, falls spezielle Eckpunkte ermittelt werden sollen. Da die Eckpunkte nicht aufgenommen werden (Verteilung der Messpunkte ist regelmäßiger Natur und unabhängig vom Objekt), können diese nur in der Nachbearbeitung, durch Verschneiden von, aus den Punkten abgeleiteten, geometrischen Primitiven (Ebene, Geraden, usw.) errechnet werden.
- keine Erfassung der Farbe des Objekts (gilt nicht für alle Geräte)

„Grundsätzlich lässt sich feststellen, dass die Frage nach dem „besseren“ Messverfahren - was immer das heißen mag - nicht pauschal beantwortet werden kann. Jede Methode hat ihre Vorteile in unterschiedlichen Bereichen. In vielen Fällen ist eine Kombination mehrerer Verfahren eine sinnvolle Alternative.“ (Böhler und Marbs, 2004)

2.2 Betrachtete Messgeräte

An der TU Wien stehen derzeit für praktische Tests eine Kamera und zwei Laserscanner, welche im Rahmen sogenannter innovativer Projekte angeschafft wurden, zur Verfügung. Der LMS-Z420i der Firma Riegl wurde im Rahmen des innovativen Projektes „The Introduction of ILScan technology into University Research and Education“[5] und der Minolta VIVID 9i im Rahmen des innovativen Projektes „3D Technology“[6] erworben.

[5] http://tuwilscan.cg.tuwien.ac.at/index.php?option=com_content&task=view&id=45&Itemid=54
[6] http://www.geometrie.tuwien.ac.at/geom/3dtechnik

2.2.1 Riegl LMS-Z420i

Der Riegl LMS-Z420i (siehe Abbildung 2.6) arbeitet nach dem Prinzip der Polaraufnahme und besteht aus einem fest montierten Teil (1) unten und einem drehbaren Teil (4) oben. Die Distanzmesseinheit (1) befindet sich im unbeweglichen Teil.

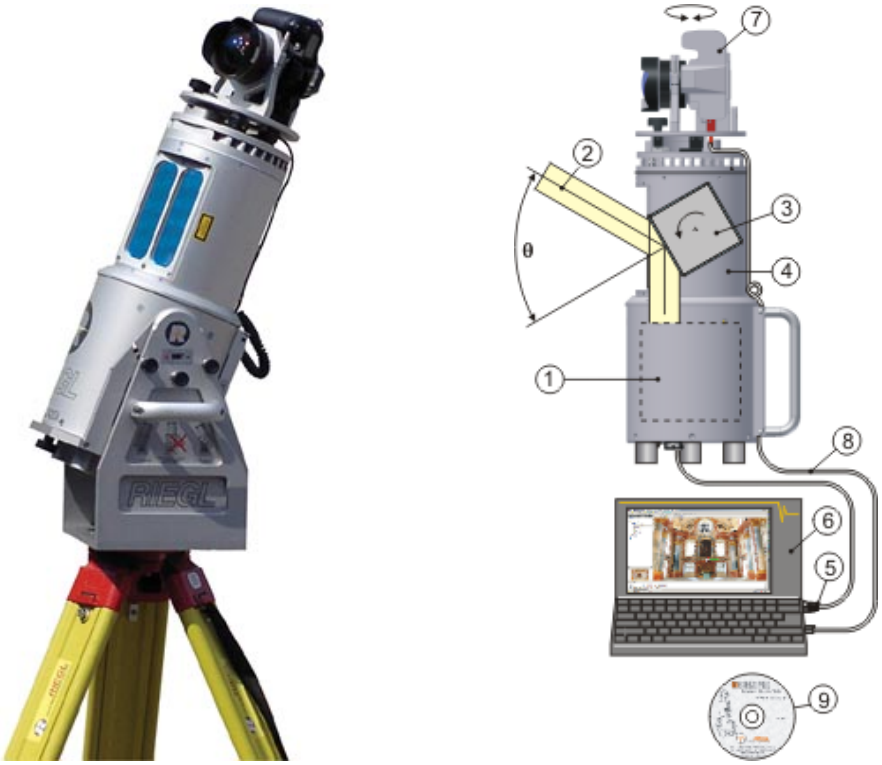


Abbildung 2.6: *Foto und Aufbauskizze des Riegl LMS-Z420i. (1) Distanzmesseinheit; (2) Laserstrahl für die Distanzmessung; (3) Spiegel-Polygon zur vertikalen Ablenkung des Laserstrahls; (4) opticalhead - beweglicher oberer Teil des Laserscanners, dient zur horizontalen Auslenkung des Laserstrahls; (5) TCP/IP Ethernet Interface zur Übertragung der Messdaten; (6) Laptop zur Steuerung des Laserscanners und Speicherung der Messdaten; (7) Kamera; (8) USB/firewire Schnittstelle zur Übertragung der Bilder der Kamera; (9) RISCAN PRO Software zur Steuerung des Laserscanners. Quelle: RIEGL Laser Measurement Systems GmbH (2007)*

Die vertikale Auslenkung des Laserstrahls (2), auch Line-Scan genannt, erfolgt durch ein rotierendes bzw. oszillierendes Polygon (3) mit mehreren reflektierenden Seiten. Bei hohen Scan-Raten und/oder bei einem großen vertikalen Scan-Winkel, rotiert das Polygon kontinuierlich mit einer von der Scan-Rate abhängigen Geschwindigkeit um die eigene Achse. Dadurch wird der Laserstrahl gleichmäßig vertikal abgelenkt und es entsteht eine gleichmäßig erfasste vertikale Scan-Zeile. Bei langsamen Scan-Raten und/oder bei einem kleinen vertikalen Aufnahmebereich, oszilliert eine Seite des Polygons langsam auf und ab. Auch so entsteht eine vertikale Scan-Zeile, jedoch sind die einzelnen Scan-Punkte durch das Abbremsen des Polygons am Anfang bzw. am Ende der Zeile nicht so exakt regelmäßig verteilt, wie bei der Methode mit dem rotierenden Spiegel.

Das vertikale Sichtfeld des Scanners liegt zwischen -40° und +40°. Es können bis zu 20 vertikale Line-Scans pro Sekunde durchgeführt werden. Die minimale Winkelveränderung zwischen zwei Scan-Punkten beträgt 0,004°, die Winkelauflösung (das ist der kleinstmögliche Winkel, der beobachtet werden kann) beträgt 0,002°.

Die horizontale Auslenkung des Laserstrahls (2), auch Frame-Scan genannt, wird durch die Drehung des oberen Teils (4) des Laserscanners bewirkt. Der Scanner kann sich vollständig um seine eigene Achse drehen und kann daher einen Bereich von bis zu 360° abdecken. Je nach Anforderung liegt die Winkelschrittweite beim Frame-Scan zwischen 0,004° und 0,75°, die Auflösung weist mit 0,0025° einen geringfügig schlechteren Wert auf als beim Line-Scan (siehe Tabelle 2.2).

Kennwerte des Riegl LMS-Z420i		
	(vertikaler) Line-Scan	(horizontaler) Frame-Scan
Scan-Bereich	-40° - +40°	0°-360°
Scanrate	1 Scan/Sek. - 20 Scans/Sek. bei max. Scan-Bereich (80°)	0,01°/Sek. - 15°/Sek.
Winkelschrittweite	0,004° - 0,2°	0,004° - 0,75°
Winkelauflösung	0,002°	0,0025°

Tabelle 2.2: *Technische Daten des Riegel LMS-Z420i. Unter Winkelschrittweite ist der Winkel zwischen zwei Messpunkten zu verstehen, die Winkelauflösung gibt den kleinstmöglichen Winkel an, der beobachtet werden kann. Quelle: RIEGL Laser Measurement Systems GmbH (2007)*

Der Riegl LMS-Z420i wird über einen Laptop (6) mit der Software RiSCAN PRO (9) gesteuert. Neben dem Vertikal-, dem Horizontalwinkel und der Entfernung werden auch die Signalintensität und optional auch der Aufnahmezeitpunkt eines jeden Scan-Punktes gespeichert. Diese Werte können via TCP/IP Ethernet Interface (5) auf einen Laptop übertragen werden. Dort können die Daten sofort von RiSCAN PRO als Entfernungsbild oder Intensitätsbild visualisiert werden. Es ist auch möglich eine Kamera (7) auf den LMS-Z420i zu montieren. Ein Vorteil des Einsatzes einer fix auf den Scanner montierten Kamera ist, dass die relative Orientierung der Bilder zu den Scan-Daten bekannt ist. Die Fotos können über ein USB/firewire Interface ebenfalls sofort auf den Laptop übertragen werden. Mit Hilfe der Bilder kann auch eine eingefärbte Punktwolke erzeugt werden, dabei wird jedem Scan-Punkt der passende Farbwert des Fotos zugewiesen.

Der LMS-Z420i arbeitet nach dem Impulslaufzeitverfahren (vgl. Abschnitt 2.1.2.1) zur Distanzbestimmung. Der dafür eingesetzte Laser der Klasse I hat eine Wellenlänge im nahen Infrarotbereich. Die Strahlendivergenz beträgt 0,25 mrad, das bedeutet, dass der Laserstrahl auf eine Länge von 100 m um 25 mm aufgefächert wird. Die minimale Aufnahmedistanz beträgt 2 m. Die maximale Aufnahmedistanz ist abhängig vom Reflexionsgrad (ρ) des Objekts, sie liegt zwischen 350 m und 1000 m. Es können bis zu 12000 Punkte pro Sekunde gemessen werden. Die Genauigkeit der Distanzmessung liegt bei ±10 mm. In Tabelle 2.3 sind die Kenngrößen der Distanzmesseinheit des Riegl LMS-Z420i zusammengefasst.

Kennwerte der Distanzmesseinheit *(Rangefinder)* des Riegl LMS-Z420i	
Messmethode	Impulslaufzeitverfahren
maximale Aufnahmedistanz bei natürlichen Zielen mit $\rho \geq 80\%$ bei natürlichen Zielen mit $\rho \geq 10\%$	 bis 1000 m bis 350 m
Min. Aufnahmedistanz	2 m
Messgenauigkeit	10 mm[7]
Messrate	bis zu 12000 Pkt./Sek. bei niedriger Scan-Rate (oszillierender Spiegel) bis zu 8000 Pkt./Sek. bei hoher Scan-Rate (rotierender Spiegel)
Laser-Wellenlänge	nahes Infrarot
Strahlendivergenz	0,25 mrad (entspricht einer Auffächerung auf um 25 mm auf 100 m)

Tabelle 2.3: *Technische Daten der Distanzmesseinheit des LMS-Z420i. Die Reichweite der Distanzmesseinheit ist abhängig vom Reflexionsgrad (ρ) des Objekts. Quelle: RIEGL Laser Measurement Systems GmbH (2007)*

2.2.2 Minolta VIVID 9i

Der Minolta VIVID 9i (siehe Abbildung 2.7) basiert auf dem so genannten Triangulationsverfahren (vgl. Abschnitt 2.1.2.1). Die wesentlichen Bestandteile sind daher ein Laser und ein CCD-Sensor, die in einem

[7] Ein Sigma bei 50m Entfernung unter Riegel Testbedingungen.

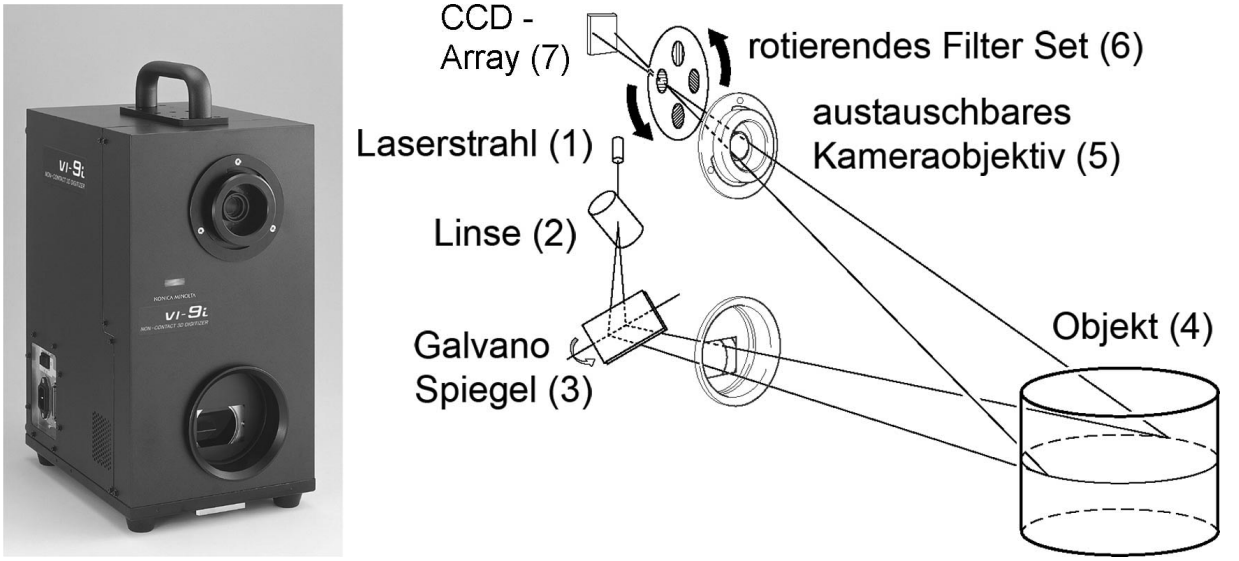


Abbildung 2.7: *Foto und Aufbauskizze des VIVID 9i. (1) Laserstrahl; (2) zylindrische Linse zur Auffächerung der Laserstrahls in eine Lichtebene; (3) drehbarer Spiegel zur Auslenkung der Lichtebene; (4) Objektoberfläche; (5) austauschbare Kameraobjektive mit unterschiedlichen Brennweiten für verschiedene Messdistanzen; (6) rotierendes Filter-Set mit vier Bandpassfiltern für rotes, grünes und blaues Licht, sowie einem passenden Filter für das Laserlicht; (7) CCD-Sensor. Quelle: Konica Minolta Sensing Europe GMBH (2007)*

bekannten Abstand, Basis genannt, in dem Gerät montiert sind. Abbildung 2.7 zeigt rechts eine schematische Darstellung des Scanneraufbaus. Der Laserstrahl (1) wird von einer zylindrischen Linse (2) in eine, normal zur Basis stehende, Lichtebene aufgefächert. Geht man davon aus, dass das Gerät aufrecht steht (die Basis ist also senkrecht), so erreicht man dadurch eine horizontale Auffächerung des Laserstrahls (ein Laserprofil). Die vertikale Auslenkung (also in Richtung der Basis) der Lichtebene erfolgt durch einen drehbaren Spiegel (3), welcher von einem Galvanometer gesteuert wird. Das ausgesendete Laserlicht wird von der Objektoberfläche (4) reflektiert und gelangt über das Kameraobjektiv (5) auf den CCD-Sensor (7). Jede Position der Lichtebene wird vom CCD-Sensor in einem gesonderten Bild, auch Frame genannt, aufgenommen. Für die Berechnung der 3D-Daten ist es notwendig jene Pixel des Bildes zu ermitteln, auf denen das Laserlicht abgebildet wurde. Um diesen Prozess zu beschleunigen und zu vereinfachen werden die Bilder mit einem auf einer rotierenden Scheibe (6) montierten Bandpassfilter aufgenommen. Ein solcher Filter ist nur für Licht eines bestimmten Frequenzbands durchlässig und sperrt die anderen Frequenzbereiche oder schwächt sie deutlich ab. Mittels Triangulation können dann die 3D-Daten ermittelt werden.

Der Scanner verfügt über einen Bildsensor mit 640 × 480 Bildpunkten. Zusätzlich zu den 3D-Daten kann auch ein 24-bit Farbbild des Objekts aufgenommen werden, dafür werden mit dem CCD-Sensor drei Aufnahmen, getrennt für RGB, gemacht. Diese Trennung wird ebenfalls durch Filter erreicht, die gemeinsam mit dem Bandpassfilter auf einer rotierenden Scheibe montiert sind. Anschließend werden die Daten gespeichert. In Tabelle 2.4 sind die wichtigsten technischen Daten des VIVID 9i zusammengefasst.

Der Laserscanner verfügt über drei auswechselbare Objektive mit unterschiedlicher Brennweite. Das Tele-Objektiv hat eine Brennweite von 25 mm, das Middle-Objektiv von 14 mm und das Wide-Objektiv von 8 mm. Durch die Verwendung der unterschiedlichen Objektive können vor allem der für den Laserscanner sichtbare Teil des Objekts und der Schärfentiefebereich angepasst werden. Die Fokussierung geschieht dabei automatisch, kann aber, wenn gewünscht, auch manuell geregelt werden. Die Werte in Tabelle 2.5 geben das Messvolumen bei kürzester und bei weitester Aufnahmedistanz an. Geht man wieder davon aus, dass die Basis lotrecht steht, so geben die Werte die maximale Ausdehnung an, die das Objekt in horizontaler und vertikaler Richtung, sowie die maximale Variation die das Objekt in der Tiefe haben darf, um mit einem Scan erfasst werden zu können. Das bedeutet, dass bei einer Aufnahmedistanz von ca. 0,6 m und

Kennwerte des Minolta VIVID 9i	
Messmethode	Triangulationsverfahren
Drei auswechselbare Objektive	Tele: Brennweite 25 mm Middle: Brennweite 14 mm Wide: Brennweite 8 mm
Aufnahmebereich	0,6 - 2,5 m (2 m bei Verwendung des Wide-Objektivs)
Laser	Klasse 2
Scan-Zeit (pro Scan)	2,5 Sek.
Transferzeit zum PC	ca. 1,5 Sek.
Umgebungslicht	500 lx oder weniger
Bildsensor	3D Daten: 1/3 Inch frame transfer CCD ($\hat{=}$4,8 mm × 3,6 mm), Farbdaten: gleicher Bildsensor (Farbtrennung durch rotierenden Filter)
Messwerte pro Scan	3D Daten: 640 × 480 Farbdaten: 640 × 480

Tabelle 2.4: *Technische Daten des Minolta VIVID 9i. Quelle: Konica Minolta Sensing Europe GMBH (2007)*

der Verwendung des Tele-Objektivs, die Objektgröße maximal 93 mm in horizontaler Richtung und 69 mm in vertikaler Richtung betragen darf und die Objektoberfläche eine maximale Unebenheit von 26 mm nicht überschreiten darf.

Messvolumen und Genauigkeit des Minolta VIVID 9i			
Objektiv	Messvolumen bei kürzester Aufnahmedistanz (AD = 0,6 m)	Messvolumen bei weitester Aufnahmedistanz (AD)	XYZ-Genauigkeit[8] (AD = 0,6 m/1 m)
Tele	93×69×26 mm	463×347× 680 mm (AD = 2,5 m)	±0,05 mm/ ±0,10 mm
Middle	165×124×42 mm	823×618× 1100 mm (AD = 2,5 m)	±0,10 mm/ ±0,20 mm
Wide	299×224× 66 mm	1495×1121× 1750 mm (AD = 2 m)	±0,20 mm/ ±0,40 mm

Tabelle 2.5: *Messvolumen ($X \times Y \times Z$) und Genauigkeit des Minolta VIVID 9i. X ist die horizontale, Y die vertikale Ausdehnung der Brennebene und Z liegt in Richtung der optischen Achse. X und Y entsprechen also dem Sichtfeld der Kamera und Z der Schärfentiefe. All diese Werte sind abhängig von der Aufnahmedistanz. Quelle: Konica Minolta Sensing Europe GMBH (2007)*

2.2.3 Nikon D70

Die Nikon D70 ist eine digitale Spiegelreflexkamera. Sie kam Anfang 2004 auf den Markt und wurde im Frühjahr 2005 vom Nachfolgemodell (der Nikon D70s) abgelöst. Sie verfügt über das Nikon-Bajonett (F-Bajonett) für Wechselobjektive und kann daher mit verschiedenen Objektiven genutzt werden. Am IPF der TU Wien stehen zurzeit Objektive mit 15 mm, 28 mm und 55 mm Brennweite zur Verfügung. Die D70 hat einen 6,1-Megapixel Bildsensor mit 3008 × 2000 Pixeln Auflösung ($\hat{=}$ 23,7 mm × 15,6 mm). Bilder werden entweder im JPEG-Format (24 Bit Farbtiefe) oder im Nikon-Rohdaten-Format (36 Bit Farbtiefe) auf einer CompactFlash-Karte gespeichert. Außerdem verfügt die Kamera über eine USB-Schnittstelle.

[8] Voraussetzungen: Standard Minolta 3D Objekt, Minolta Software, Temperatur 20°C, Relative Luftfeuchtigkeit 65% oder weniger.

Abbildung 2.8: *Nikon D70 Spiegelreflexkamera. Quelle: Nikon Corporation (2007)*

2.3 Spiegel

Jede glatte Oberfläche die Licht reflektiert, ist ein Spiegel. Blickt man in einen Spiegel so erscheint von jedem Gegenstand, etc. der sich vor diesem befindet ein Abbild im Spiegel. Dieses Bild ist abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit (d.h. von der Form und dem Material des Spiegels) und entsteht nach den Regeln des Reflexionsgesetzes, welches besagt:

- Der einfallende Strahl, das Lot auf die Spiegelfläche und der reflektierte Strahl liegen in einer Ebene.
- Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind dem Betrag nach gleich groß und haben unterschiedliche Vorzeichen. $\alpha = -\alpha'$

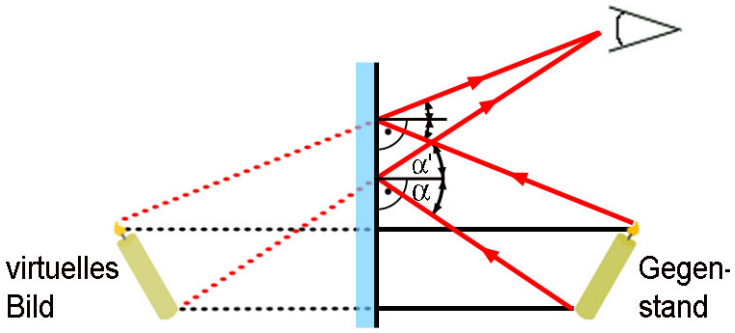


Abbildung 2.9: *Das Reflexionsgesetz, Strahlengang beim ebenen Spiegel.*

Je nach Anforderung kommen unterschiedliche Spiegel zum Einsatz. Der so genannte Rückflächenspiegel *(domestic mirror)* ist im Alltag der wohl gebräuchlichste Spiegel z.B.: als Badezimmerspiegel, Handspiegel etc. Die spiegelnde Schicht ist auf der Rückseite des Trägermaterials (meist Glas) angebracht, d.h. dass das Licht das Trägermaterial doppelt passieren muss. Das Licht wird daher zwei Mal den physikalischen Einflüssen (Brechung, Absorption etc.) des Trägermaterials unterworfen ehe es wieder zum Betrachter gelangt.[9]

Einen Spiegel, bei dem das Licht reflektiert wird, ohne ein Trägermaterial zu durchdringen, bezeichnet man als Vorderflächenspiegel oder auch Oberflächenspiegel *(front surface mirror, first surface mirror)*. Ein Nachteil eines solchen Spiegels ist, dass die spiegelnde Schicht ungeschützt ist und daher leicht zerkratzt

[9] Der folgende Text gibt teilweise den Inhalt mehrerer Wikipedia-Artikel wieder. Diese Artikel sind unter den Internetadressen http://de.wikipedia.org, http://en.wikipedia.org und http://www.otterstedt.de/wiki/index.php zu finden (Stand: April 2007).

oder trüb werden kann. Ein solcher Oberflächenspiegel kann aus einem polierten spiegelnden (meist metallischen) Material bestehen, dies hat aber oft den Nachteil, dass das Material, welches die gewünschten Reflexionseigenschaften hat, teuer oder schwer zu bearbeiten ist. Daher werden solche Spiegel meist nicht aus einem Stück hergestellt, sondern bestehen aus einem Trägermaterial, auch Substrat genannt, auf welches eine spiegelnde dünne Schicht auf der Oberfläche aufgetragen wird.

Das Substrat für einen Oberflächenspiegel muss gute Eignung in Bezug auf thermische Ausdehnung, Möglichkeit der Beschichtung, Bearbeitbarkeit und Polierbarkeit, Temperaturbelastbarkeit, Wärmeschockbeständigkeit und chemische Beständigkeit aufweisen. Weitere entscheidende Kriterien sind die maximal erreichbare Größe (da sich nicht alle Materialien zur Herstellung großer Spiegel eignen), das Gewicht und natürlich auch der Preis. Verwendente Materialen sind spezielle Glasarten wie Quarzglas, Glaskeramik (z.B. Zerodur), Borosilikatglas (z.B. Pyrex) oder Floatglas, Metalle wie Aluminium oder Kupfer, aber auch andere Materialen wie z.B. Diamant oder Silizium für Spezialanwendungen.

Die primäre Anforderung an die spiegelnde Schicht ist, dass sie über möglichst perfekte Reflexionseigenschaften verfügt. Ein perfekter Spiegel ist ein theoretischer Spiegel, der Licht aller Wellenlängen und aus allen Einfallswinkeln exakt nach dem Reflexionsgesetz reflektiert und dabei keinen Energieverlust verursacht (d.h. es wird keine Strahlungsenergie absorbiert oder transmittiert und es kommt zu keiner Polarisation des Lichts). In der Praxis existiert ein solcher Spiegel nicht. Die spiegelnde Schicht muss neben den gewünschten Reflexionseigenschaften natürlich auch die Anforderungen in Bezug auf Haltbarkeit und Belastbarkeit gegenüber mechanischen, thermischen und chemischen Einflüssen erfüllen. Ein weiterer wesentlicher Faktor sind die Materialeigenschaften in Bezug auf die Verarbeitung. Die Kombination aller Anforderungen führt dazu, dass nur wenige Stoffe überhaupt als Schichtmaterialien in Frage kommen. Die einfachsten optischen Beschichtungen sind dünne polierte Metallschichten die auf das Substrat aufgetragen werden. Diesen Prozess nennt man Versilberung. Das verwendete Metall bestimmt die Reflexionseigenschaften des Spiegels, Aluminium ist das billigste und am häufigsten eingesetzte Material, es reflektiert 88-92% des sichtbaren Lichts. Silber ist teuerer, hat aber bessere Reflexionseigenschaften. Rotes und infrarotes Licht werden zu 95-99% gespiegelt, die Reflektivität nimmt bei Wellenlängen von blauem und ultraviolettem Licht auf rund 90% ab. Das teuerste Material ist Gold mit einer hervorragenden Reflektivität von 98-99% im Infrarotbereich, allerdings ist die Reflektivität bei Wellenlängen kleiner 550 nm deutlich eingeschränkt. Die Reflektivität ist nicht nur vom Material abhängig, sondern natürlich auch von der Dichte und der Dicke der optischen Schicht.

Beim so genannten dielektrischen Spiegel wird die metallische Schicht zusätzlich mit meist mehreren, dünnen Schichten dielektrischen Materials überzogen. Diese zusätzliche optische Beschichtung dient als Schutzschicht und/oder steigert die Reflektivität. Die Technologie basiert auf dem Prinzip der Interferenz des Lichts. Das Licht wird an Schichten unterschiedlicher Reflektivität gespiegelt, das Material der einzelnen Schichten ist dabei so gewählt, dass die reflektierten Strahlen konstruktiv interferieren, woraus sich die gesteigerte Reflektivität ergibt. Die Reflektivität dieser dielektrischen Beschichtungen ist abhängig vom Einfallswinkel des Lichts. Je flacher der Einfallswinkel, desto länger die Wellenlängen des optimal reflektierten Lichts. Mit dieser Art der Beschichtung kann die Reflektivität auf bis zu 99,999% gesteigert werden (allerdings nur für einen sehr kleinen Frequenzbereich), Beschichtungen mit hoher Reflektivität für große Bandbreitenbereiche (einige Hundert Nanometer) erreichen eine Reflektivität von 99,9%.

Neben der Reflektivität ist die Planarität das entscheidendste Kriterium dafür ob ein Spiegel die an ihn gestellten Anforderungen erfüllt.

2.3.1 Planaritätsmaße von optischen Flächen

Die folgenden Definitionen sind den Normen DIN ISO 10110-5 (2000) und DIN ISO 10110-14 (2004) entnommen.

Die Planarität von optischen Flächen wird im Allgemeinen, als ein Vielfaches ($n\lambda$) bzw. als ein Bruchteil

(λ/n) der Lichtwellenlänge λ angegeben. Daher ist die Angabe der Wellenlänge λ, mit der die Planarität geprüft wurde, vonnöten. Häufig wird mit HeNe-Lasern geprüft. Dann entspricht λ einem Wert von 632,8 nm (=632,8·10^{-9} m). Nach DIN ISO 10110-5 (2000) gelten die angegebenen Genauigkeitswerte für die grüne Quecksilberlinie (546,07 nm), sofern nichts anderes angegeben ist.

Es gibt zwei verschiedene Möglichkeiten wie optische Qualität angegeben werden kann; als

Bildgenauigkeit *(Wavefront-Error, WE),* diese gibt den Fehler der ausfallenden Lichtwelle an, oder als

Oberflächengenauigkeit *(Surface-Error, SE),* diese gibt den Fehler der optischen Oberfläche an.

Bei einem Spiegel stehen Bildgenauigkeit und Oberflächengenauigkeit in einem Verhältnis von 1:2; d.h. dass der Wert der Oberflächengenauigkeit (z.B. $\lambda/8$) doppelt so gut ist wie der Wert der Bildgenauigkeit (z.B. $\lambda/4$). Wird beispielsweise ein Strahl an einer fehlerhaften Spiegelfläche reflektiert, deren Flächennormale mit der Flächennormale der fehlerfreien Spiegelfläche den Winkel ϵ einschließt (Oberflächengenauigkeit), so schließen die beiden ausfallenden Strahlen den Winkel 2ϵ miteinander ein (Bildgenauigkeit).

In den Normen DIN ISO 10110-5 (2000) und DIN ISO 10110-14 (2004) sind viele verschiedene Werte zur Qualitätsangabe definiert. Der folgende Abschnitt enthält die für Spiegel wichtigsten und aussagekräftigsten Werte. Diese Werte können sich entweder auf die Bild- oder auf die Oberflächengenauigkeit beziehen, beide Angaben sind zulässig und gebräuchlich.

PV ist die Abkürzung für *Peak to Valley (Berg zu Tal)* und gibt den Abstand zwischen dem größten Maximum (Berg) und dem kleinsten Minimum (Tal) der optischen Oberfläche (bzw. der reflektierten Wellenfront) an. Der PV-Wert sagt also nur etwas über die Extrema aus. Der PV-Wert kann auch als ±Wert angegeben werden.

RMS[10] ist die Abkürzung für *Root Mean Square (Quadratisches Mittel)* und ist die Wurzel der Summe der quadrierten Passfehler. Unter Passfehlern versteht man die Abweichungen der Prüffläche von der Idealform. Dieser Wert ist am aussagekräftigsten, da er Aufschluss über die Abweichungen der gesamten Spiegelfläche gibt, während der PV-Wert nur den Abstand zweier bestimmter Stellen des Spiegels angibt.

2.3.2 Der verwendete Spiegel

Ein Spiegel, der zur Oberflächenerfassung eingesetzt werden soll, sollte einige Kriterien erfüllen. So muss bei der Anschaffung eines Spiegels die Größe beachtet werden. Die mindestens notwendige Spiegelgröße ist abhängig von den Anforderungen der Vermessungsgeräte mit denen der Spiegel zur Oberflächenerfassung eingesetzt werden soll. Die Spiegelgröße legt gemeinsam mit der Aufnahmeentfernung und dem Sichtfeld des Scanners den Objektbereich, der über den Spiegel erfasst werden kann, fest. Die Spiegelgröße sollte so gewählt werden, dass bei gängigen Aufnahmekonfigurationen ein wirtschaftlich sinnvolles Arbeiten möglich ist. Soll der Spiegel mit einem Triangulationslaserscanner mit einer unveränderlichen Basis verwendet werden, muss darauf geachtet werden, dass der Spiegel groß genug ist um eine stereoskopische Überdeckung am Objekt zu gewährleisten.

Für die Vermessung via Spiegel ist es ratsam einen Vorderflächenspiegel zu verwenden, da ein Rückflächenspiegel durch die Brechung der Abbildungsstrahlen an der Glasschutzschicht eine zusätzliche (unnötige) Fehlerquelle darstellt. Für das praktische Arbeiten wäre es sinnvoll, die Genauigkeit des Spiegels so zu wählen, dass der durch den Spiegel verursachte Fehler am Modell kleiner ist als die Messgenauigkeit des Messsystems. Dadurch würde man erreichen, dass die Genauigkeit der Modellteile, die über den Spiegel erfasst wurden und die Genauigkeit der Modellteile, die direkt vermessen wurden, praktisch gleich sind (vgl. Kapitel 3). Die

[10] Richtigerweise müsste dieser Wert RMSt (RMS-Gesamtabweichung) heißen, da in DIN ISO 10110-5 (2000) drei RMS Werte definiert werden. Im Allgemeinen kann man davon ausgehen, dass mit RMS (sofern nicht anders angegeben) RMSt gemeint ist.

Verwendung von höchst präzisen Spiegeln macht vor allem deswegen keinen Sinn, da höchst präzise Spiegel meist sehr klein sind, was die Vermessung unnötig erschwert.

Bei der Suche nach einem geeigneten Spiegel für die praktischen Tests (vgl. Kapitel 4) stellte sich heraus, dass am Markt nur wenige Spiegel, die einen geeigneten Kompromiss zwischen annehmbarer Genauigkeit und praktikabler Größe darstellen, angeboten werden. Für die vorliegende Arbeit wurde ein Vorderflächenspiegel der Größe 406,0 × 406,0 mm^2 angeschafft. Das Substrat besteht aus 6 mm starkem Floatglas. Die Spiegelschicht besteht aus verstärktem Aluminium und ist mit einer Siliciumoxid-Schutzschicht überzogen. Die Reflektivität ist abhängig von der Lichtwellenlänge und liegt zwischen 90% und 95% bei Wellenlängen von 400-650 nm.

Kennwerte des verwendeten Spiegels	
Größe	406,0 × 406,0 mm^2
Planarität	wellenförmige Abweichung mit PV = 4-6λ / Inch[12]
Trägermaterial	Floatglas 6 mm stark
Spiegelschicht	verstärktes Aluminium
sonstige Beschichtungen	SiO-Schutzschicht
Preis	∼180 Euro

Tabelle 2.6: *Zusammenfassung der Kennwerte des bei den praktischen Tests verwendeten Spiegels. Die Prüfwellenlänge entspricht $\lambda = 632,8$ nm. Quelle: Pörschke GmbH (2007)*

Laut Hersteller[11] hat die Spiegeloberfläche eine Planarität von $4 - 6\lambda$/ Inch[12], bei einer Wellenlänge $\lambda = 632,8$ nm. Diese Angabe bezieht sich auf 80% des Durchmessers, d.h. die Planaritätsangabe gilt nicht bis zum äußeren Rand. Die Spiegeloberfläche entspricht am ehesten einer wellenförmigen Fläche, wobei keine Aussage über Form und Richtung der Wellen getroffen werden kann. In diesem Zusammenhang ist die Planaritätsangabe folgendermaßen zu verstehen: Die Spiegeloberfläche ist eine wellenförmige Fläche, die Welle hat eine maximale Amplitude von $2 - 3\lambda$ bei einer Periode von 1 Inch. In Tabelle 2.6 sind die Eigenschaften des Spiegels zusammengefasst.

[11] Pörschke GmbH (2007)

[12] Das entspricht einer Genauigkeit von 2,5 - 3,7 μm pro 25,4 mm.

Kapitel 3

Theoretische Fehlerabschätzung

Wie bereits in Abschnitt 1.1 erwähnt, wird, bei der Erfassung von Objekten die Wahl des Aufnahmegeräts bzw. der Aufnahmemethode hauptsächlich durch die an das Modell gestellten Anforderungen (wie z.B.: Punktdichte, Genauigkeit etc.) bestimmt. Jedes Aufnahmegerät bzw. jede Aufnahmemethode stellt bestimmte Anforderungen an die äußeren Gegebenheiten, also an das Objekt (z.B.: Objektgröße, Objektform, Oberflächenbeschaffenheit etc.) und an die Aufnahmekonfiguration (z.B.: Abstand zwischen Vermessungsgerät und Objekt). Ein in diesem Zusammenhang immer wieder auftretendes Problem ist, dass die tatsächlichen Gegebenheiten den Anforderungen der Aufnahmemethode bzw. des Aufnahmegeräts nicht genügen. Diese Arbeit beschäftigt sich mit einem Lösungsansatz für eines der dabei auftretenden Probleme. Es wird eine Möglichkeit untersucht, dank der, der notwendige Mindestabstand zwischen dem Objekt und dem Vermessungsgerät eingehalten werden kann, auch wenn das die äußeren Umstände nicht zulassen.

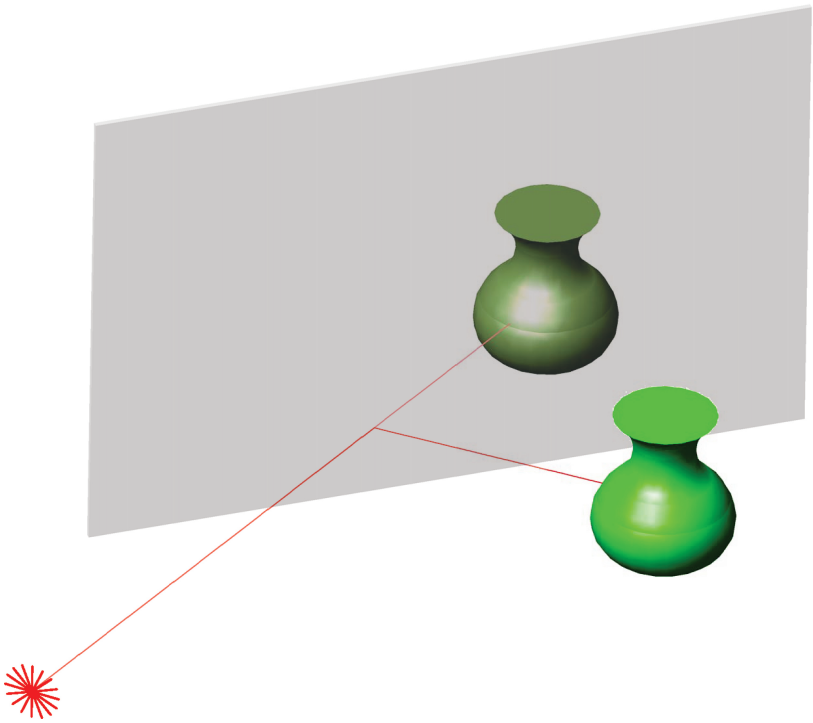


Abbildung 3.1: *Vermessung via Spiegel.*

Eine mögliche Lösung für dieses Problem stellt die Verwendung eines Spiegels zur Erfassung des Objekts bzw. von Objektteilen dar. Dabei wird das Objekt nicht direkt vermessen, sondern es wird ein Spiegel in den Messstrahl zwischen Gerät und Objekt eingebracht (siehe Abbildung 3.1). Nun stellt sich die Frage, ob der

Spiegel Einfluss auf das Messergebnis hat, und wenn ja, welchen Einfluss er hat. Dieser Frage soll in diesem Kapitel auf den Grund gegangen werden.

3.1 Vorabüberlegungen

Nur ein perfekter Spiegel[13] hätte keinen Einfluss auf das über einen Spiegel rekonstruierte Modell. Wie in Abschnitt 2.3 bereits erwähnt wurde, existiert jedoch kein solcher Spiegel. Somit ist die Frage, ob ein realer Spiegel einen Einfluss auf das über den Spiegel erfasste Modell hat, schnell beantwortet. Im Weiteren gilt es also zu klären, welchen Einfluss die Verwendung eines realen Spiegels auf die Lage der rekonstruierten Objektpunkte und damit auf die Genauigkeit des Modells hat.

Die Form der Spiegeloberfläche hat einen wesentlichen Einfluss auf die räumliche Lage der rekonstruierten Objektpunkte. Da es in der Praxis natürlich keinen Spiegel perfekter Planarität gibt, wird in den folgenden Abschnitten der Einfluss der Form der Spiegeloberfläche auf die Genauigkeit des Modells untersucht.

An den oben genannten Anforderungen an einen perfekten Spiegel erkennt man, dass die Untersuchung des Einflusses eines Spiegels auf die Lage der rekonstruierten Objektpunkte eigentlich nicht nur in Hinblick auf den Einfluss der Oberflächenform beschränkt werden sollte, sondern auch ein möglicher Einfluss auf Grund einer Änderung der Strahlungsintensität durch Verwendung eines Spiegels betrachtet werden sollte.[14] Korrekterweise müsste daher auch der Einfluss, der durch den Spiegel verursachten Intensitätsänderung untersucht werden. Um den Aufwand dieser Arbeit zu begrenzen und da die Reflektivität eines Spiegels deutlich höher ist als die einer diffus reflektierenden Objektoberfläche und daher der Einfluss des Spiegels auf die Strahlungsintensität weitaus geringer wird, wird dieser Aspekt in der vorliegenden Arbeit außer Acht gelassen.

Ein (vermessenes) Modell eines Objekts ist immer fehlerbehaftet, da es keine Vermessungsmethode gibt, bei der das erfasste Modell frei von systematischen und zufälligen Gerätefehlern ist. Unter der Annahme, dass diese Gerätefehler invariant gegenüber dem Einsatz eines Spiegels sind, gilt es jenen Fehler zu bestimmen, der zusätzlich zum Gerätefehler bei Verwendung eines Spiegels zur Erfassung des Objekts entsteht. Anders ausgedrückt bedeutet das, dass man von einer fehlerfreien Vermessungsmethode ausgeht und nur jenen Fehler bestimmt, der durch die Verwendung eines Spiegels entsteht.

Bevor man sich allerdings mit der Genauigkeit der über einen Spiegel erfassten Daten auseinander setzt, muss betrachtet werden, welchen Einfluss die Verwendung eines Spiegel auf die gewonnen Daten generell haben kann.

Als Ergebnis einer Oberflächenrekonstruktion mit Hilfe eines Laserscanners (gleich ob dieser nach dem Polarverfahren oder nach dem Triangulationsverfahren arbeitet) erhält man für jeden Scan eine sog. Punktwolke, diese besteht aus einer Vielzahl gemessener Punkte der Objektoberfläche. Die Koordinaten der Punkte eines jeden Scans beziehen sich dabei auf ein eigenes relatives (auf den Scanner bezogenes) Koordinatensystem. Bei photogrammetrischer Oberflächenrekonstruktion erhält man als unmittelbares Ergebnis, mindestens zwei von verschiedenen Standpunkten aufgenommene Fotos, auf denen (zumindest teilweise) der gleiche Teil der Objektoberfläche abgebildet ist. Mit Hilfe dieser Fotos und zusätzlichen Informationen können (in einem separaten Arbeitsschritt dem sog. Bild-Matching) die Koordinaten all jener Punkte, die auf mehr als einem Foto abgebildet sind, errechnet werden.

Welchen Einfluss hat nun die Verwendung eines Spiegels auf die unmittelbaren, erfassten Punkte? Bei Verwendung eines Spiegels in Kombination mit einem Laserscanner erhält man ebenfalls für jeden Scan eine Punktwolke. Die Anordnung der Punkte dieser Punktwolke ist jedoch spiegelverkehrt (im Vergleich zum Objekt bzw. zu den ohne Spiegel gescannten Objektteilen). Bei photogrammetrischer Vermessung über

[13] Ein perfekter Spiegel ist ein theoretischer Spiegel der Licht aller Wellenlängen aus allen Einfallswinkeln ohne Energieverlust exakt nach dem Reflexionsgesetz reflektiert.

[14] Untersuchungen (vgl. Böhler u. a., 2003) haben gezeigt, dass z.B. bei Geräten die nach dem Impulslaufzeitverfahren arbeiten (vgl. Abschnitt 2.1.2.1) das Ergebnis der Distanzmessung von der Intensität des vom Objekt reflektierten Impulses abhängt.

einen Spiegel erhält man als unmittelbares Ergebnis der Oberflächenrekonstruktion ebenfalls Fotos der Objektoberfläche. Die über den Spiegel abgebildeten Teile der Objektoberfläche sind jedoch spiegelverkehrt dargestellt.

Da in den seltensten Fällen alle Objektteile über einen Spiegel erfasst werden, muss man die über den Spiegel erfassten Teile des Objekts so zu sagen „entspiegeln“ um eine Fusion mit den „normal“ erfassten Objektteilen durchführen zu können. Wie bei allen (Vermessungs-)Aufgaben gilt auch für die Verwendung von Spiegeln zur Oberflächenerfassung von Objekten: es wäre wünschenswert, wenn Arbeitsaufwand und Kosten dabei möglichst gering wären. Ein zufriedenstellendes Ausmaß des Aufwands wäre erreicht, wenn es zu keiner (wesentlichen) Steigerung in den Bereichen Kosten und Arbeit gegenüber der herkömmlichen Oberflächenerfassung von Objekten (ohne Spiegel) käme. Dies wäre beispielsweise dann möglich, wenn zur Berechnung der Koordinaten der über den Spiegel erfassten Objektteile bereits vorhandene Software genutzt werden könnte. Die Bestimmung der Form der Spiegeloberfläche und der (relativen) Lage des Spiegels zum Scanner sind kosten- bzw. arbeitsintensiv. Aus diesem Grund wäre es erstrebenswert, diese Daten für weitere Arbeitsschritte nicht zu benötigen und trotzdem die Genauigkeit des Gesamtmodells nicht nennenswert zu beeinflussen.

Eine Möglichkeit zur „Entspiegelung“ der Ergebnisse einer photogrammetrischen Oberflächenerfassung besteht darin, die Fotos entlang der Längs- oder Querachse zu spiegeln. Das durch die Spiegelung erhaltene Bild, entspricht jenem Bild, welches man im „virtuellen“ Projektionszentrum (das man durch Spiegelung des Projektionszentrums des Bildes an der Spiegelebene erhält) ohne Spiegel vom Objekt aufnehmen könnte. Dies ermöglicht es, die gespiegelten Bilder in die normale Auswertung des Bildverbandes, zur Berechnung der Koordinaten der Objektpunkte, miteinzubeziehen. Geht man davon aus, dass die Spiegelung der Bildmatrix fehlerfrei verläuft, so sind die aus dem gespiegelten Bild errechneten Koordinaten der Objektpunkte dennoch fehlerhaft da die Abbildung des Objekts über einen nicht exakt planaren Spiegel erfolgte. Die Reflexion der Abbildungsstrahlen an der unebenen Spiegeloberfläche führt zu einer Verschiebung eines jeden Bildpunktes (in der Bildmatrix). Da diese Verschiebung bei der Spiegelung der Bildmatrix nicht korrigiert wird, sind die mit Hilfe der gespiegelten Bilder berechneten Koordinaten der Objektpunkte, bedingt durch die Verwendung einer nicht planaren Spiegeloberfläche, fehlerbehaftet. Die Verschiebung der Bildpunkte wirkt sich auch auf die Bestimmung der, zur Auswertung des Bildverbandes notwendigen, Parameter der äußeren Orientierung aus. Umgekehrt, da die Parameter der äußeren Orientierung so im Bündelblock bestimmt werden, dass die Restfehler an den korrespondierenden Punkten (und Passpunkten) minimiert werden, passen sich die Parameter der äußeren Orientierung an die durch den Spiegel verursachten Fehler an und können diese somit zum Teil kompensieren. Wie stark der Einfluss des nicht exakt planaren Spiegels kompensiert wird, hängt vom Fehlerverhalten des Spiegels, aber auch von vielen Faktoren (Anzahl der Passpunkte, Anzahl der Bilder des Bildverbandes, usw.) ab. Daher wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit das Hauptaugenmerk auf die Oberflächenerfassung mit Laserscannern gelegt. Implizit wird die Fehlersituation des gespiegelten photogrammetrischen Normalfalls jedoch beim Triangulationsscanner behandelt.

Auch die mit Hilfe eines Laserscanners über einen Spiegel erfassten Punkte sind durch die Reflexion des Laserstrahls an einer nicht planaren Spiegeloberfläche fehlerbehaftet. Um fehlerfreie Modellkoordinaten zu erhalten, müsste die „Entspiegelung“ an der tatsächlichen Spiegeloberfläche erfolgen. Wie bereits erwähnt, wäre es jedoch wünschenswert, die „Entspiegelung“ ohne diese Daten mit ausreichender Genauigkeit durchführen zu können. Die mathematisch einfachste „Entspiegelung“ ist die Spiegelung des Modells an einer Ebene. Nahe liegend wäre daher die Spiegelung an der ausgleichenden Ebene der nicht planaren Spiegeloberfläche. Jede Spiegelung an einer speziell im Raum gelagerten Ebene kann jedoch ersetzt werden durch eine Spiegelung an einer beliebig im Raum liegenden Ebene und eine anschließende Kongruenztransformation. Wie bereits erwähnt, ist die Punktwolke eines jeden Scans in einem eigenen relativen Koordinatensystem gegeben. Die Lage der Punktwolke in diesem relativen Koordinatensystem ist, weder für eine anschließende absolute Orientierung der Punktwolke, noch für eine Fusion der Punktwolke mit anderen Punktwolken, von

Bedeutung, denn sowohl die absolute Orientierung der Punktwolke mit Hilfe von Passelementen, als auch die Fusion mehrerer Punktwolken (z.B.: mit Hilfe des ICP-Algorithmus) beruht, mathematisch gesehen, auf einer räumlichen Kongruenztransformation. Damit ist jede Kongruenztransformation die die Spiegelung an einer beliebigen Ebene kompensiert unerheblich. Das heißt, vorausgesetzt das Ergebnis ist ausreichend genau, kann die „Entspiegelung“ des Modells an einer beliebig im Raum gelagerten Ebenen erfolgen. Aus diesem Grund gilt es zu prüfen, wie groß der Fehler ist, der am Modell entsteht, wenn die „Entspiegelung“ des Modells an einer mathematischen Ebene vorgenommen wird.

Zusammengefasst bedeutet das: bei der Oberflächenerfassung über einen nicht planaren Spiegel würde man fehlerfreie Modellpunktkoordinaten erhalten, wenn bei der „Entspiegelung“ der Modellpunkte die Form der Spiegeloberfläche berücksichtigt würde. Bei den soeben beschriebenen Rechenmodellen zur „Entspiegelung“ der Modellpunkte wird jedoch die tatsächliche Form der Spiegeloberfläche nicht berücksichtigt, sondern es wird zur Vereinfachung die „Entspiegelung“ mathematisch an einer Ebene durchgeführt. Das Ausmaß des durch diese Vereinfachung verursachten Fehlers, soll in den folgenden Abschnitten untersucht werden.

3.1.1 Festlegung der Aufnahmekonfiguration

Im vorigen Abschnitt wurde festgelegt, dass im Folgenden der Einfluss eines nicht planaren Spiegels, bei Oberflächenerfassung mit Laserscanner untersucht werden soll. Laserscanner arbeiten entweder

(a) nach dem Prinzip der Polaraufnahme, oder

(b) nach dem Triangulationsprinzip.

Für die Fehlerabschätzung ist es notwendig, die Lage des Spiegels, des Scanners und des Objekts im Raum zu definieren. Im Folgenden wird eindeutig festgelegt, wie der Scanner (bei der Polaraufnahme) bzw. der Sender und der Empfänger (beim Triangulationsverfahren) und das zu vermessende Objekt im Bezug auf den Spiegel platziert sind. Um die theoretische Fehlerabschätzung nicht unnötig zu komplizieren und außerdem die Verifizierung der Ergebnisse in praktischen Tests einfach zu halten, wurde das zu vermessende Objekt als Ebene definiert. Eine weitere Vereinfachung bringt die Annahme runder Spiegelmodelle. Dadurch lassen sich auf Grund von Symmetrieeigenschaften die Positionen des Scanners und des Objekts in Bezug zum Spiegel durch wenige Parameter festlegen. Auf Grund der unterschiedlichen Arbeitsweisen der Messverfahren, ist auch die Festlegung der Aufnahmekonfiguration für die Messverfahren nicht immer gleich, sofern aber nichts anderes angegeben ist, gelten die folgenden Definitionen für alle Messverfahren.

Globales Koordinatensystem

Das globale Koordinatensystem ist ein Rechtssystem mit Ursprung **O** im Spiegelmittelpunkt und den Richtungsvektoren **x**, **y**, **z**.

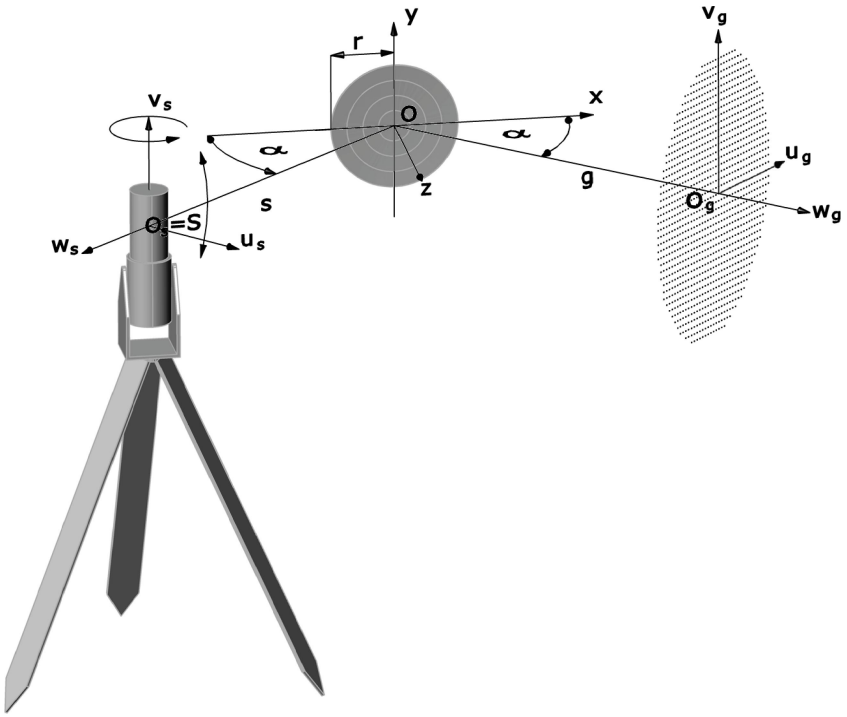
Spiegel

1. Der Mittelpunkt des Spiegels liegt im globalen Koordinatenursprung.
2. Der Spiegelradius ist r.
3. Die Spiegelfläche des planaren Ersatzspiegels liegt in der xy-Ebene. Die z-Achse steht normal auf die spiegelnde Fläche des Spiegels.
4. Die maximale Abweichung des nicht planaren Spiegels von der Planarität beträgt $n\lambda$. Die genaue Definition der Form der Spiegeloberfläche ist in Abschnitt 3.2.1 zu finden.

Aufnahmegerät

(a) Ein Aufnahmegerät das nach dem Prinzip der Polaraufnahme arbeitet (siehe Abbildung 3.2)

1. Der Laserscanner besteht aus einer Distanzmesseinheit, deren Messstrahl in zwei Richtungen abgelenkt wird.
2. Das Aufnahmezentrum des Scanners liegt im Punkt **S**, dieser hat einen Abstand s vom Spiegelmittelpunkt.
3. Auf Grund von Annahme 2 liegen alle möglichen Positionen von **S** auf einer Halbkugel, deren Mittelpunkt mit dem Spiegelmittelpunkt ident ist und deren Radius s ist. Da der Spiegel radialsymmetrisch ist, ist der Schnitt der Halbkugel mit der xz-Ebene repräsentativ für alle möglichen Positionen von **S**.
4. Über den Winkel α kann die Position des Punktes **S** innerhalb des Halbkreises festgelegt werden. Dabei reicht es, ebenfalls auf Grund von Symmetrieeigenschaften, den Viertelkreis zwischen der negativen x-Achse und der z-Achse zu betrachten. α ist definiert als der Winkel zwischen der Verbindungsgeraden von **S** und dem Spiegelmittelpunkt **O** und der negativen x-Achse.



Laserscanner	
$\mathbf{O_s} = \mathbf{S}$	Ursprung des Sensor-Koordinatensystems / Aufnahmezentrum des Scanners
$\mathbf{u_s}$, $\mathbf{v_s}$, $\mathbf{w_s}$	Richtungsvektoren des Sensor-Koordinatensystems
s	Aufnahmeentfernung
α	Aufnahmewinkel

Spiegel	
r	Spiegelradius

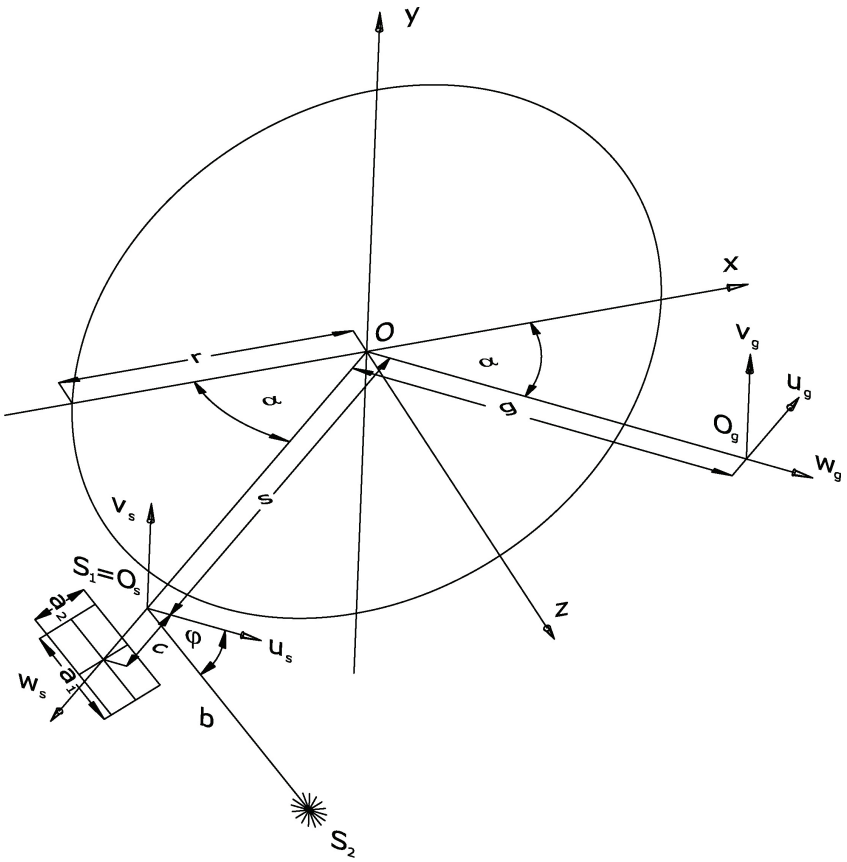
Objekt	
$\mathbf{O_g}$	Ursprung des Objekt-Koordinatensystems
$\mathbf{u_g}$, $\mathbf{v_g}$, $\mathbf{w_g}$	Richtungsvektoren des Objekt-Koordinatensystems
g	Objektentfernung

Abbildung 3.2: *Eingangsdaten beim polaren Messverfahren. Diese Abbildung zeigt die vorab definierte Aufnahmekonfiguration, auf welcher die theoretische Fehlerabschätzung basiert.*

(b) Ein Aufnahmegerät das nach dem Triangulationsprinzip arbeitet (siehe Abbildung 3.3):

1. Der Laserscanner besteht aus einem Kamerateil und einem Laserteil, deren Anordnung exakt dem photogrammetrischen Normalfall entspricht.
2. Das Projektionszentrum des Kamerateils des Scanners liegt im Punkt $\mathbf{S_1}$, dieser hat einen Abstand s vom Spiegelmittelpunkt **O**.
3. Die Bildebene (CCD-Sensor) des Kamerateils steht normal auf die Gerade durch den Spiegelmittelpunkt **O** und das Projektionszentrum $\mathbf{S_1}$. Das heißt die Aufnahmerichtung des Kamerateils weist zum Mittelpunkt des Spiegels.

4. Auf Grund von Annahme 2 liegen alle möglichen Positionen von $\mathbf{S_1}$ auf einer Halbkugel deren Mittelpunkt im Mittelpunkt des Spiegels liegt und deren Radius s ist. Da der Spiegel radialsymmetrisch ist, ist der Schnitt der Halbkugel mit der xz-Ebene repräsentativ für alle möglichen Positionen von $\mathbf{S_1}$.
5. Über den Winkel α kann die Position des Punktes $\mathbf{S_1}$ innerhalb des Halbkreises festgelegt werden. Dabei reicht es, ebenfalls auf Grund von Symmetrieeigenschaften, den Viertelkreis zwischen der negativen x-Achse und der z-Achse zu betrachten. α ist definiert als der Winkel zwischen der Verbindungsgeraden von $\mathbf{S_1}$ und dem Spiegelmittelpunkt und der negativen x-Achse.
6. Die Länge der Aufnahmebasis, also die Strecke zwischen $\mathbf{S_1}$ und $\mathbf{S_2}$, beträgt b.
7. Der letzte Freiheitsgrad ist nun die Drehung des Scanners um die Normale auf die Bildebene. Dieser kann durch den Winkel φ festgelegt werden. φ ist definiert als der Winkel zwischen der Scannerbasis und der xz-Ebene.



Laserscanner	
$\mathbf{O_s}$	Ursprung des Scanner-Koordinatensystems
$\mathbf{u_s}$, $\mathbf{v_s}$, $\mathbf{w_s}$	Richtungsvektoren des Sensor-Koordinatensystems
$\mathbf{S_1}$, $\mathbf{S_2}$	Basisendpunkte
s	Aufnahmeentfernung
α	Aufnahmewinkel
b	Länge der Basis
φ	Verdrehung der Basis zur xz-Ebene
c	Brennweite der Kamera
a_1, a_2	Ausdehnung der Bildebene

Objekt	
$\mathbf{O_g}$	Ursprung des Objekt-Koordinatensystems
$\mathbf{u_g}$, $\mathbf{v_g}$, $\mathbf{w_g}$	Richtungsvektoren des Objekt-Koordinatensystems
g	Objektentfernung

Spiegel	
r	Spiegelradius

Abbildung 3.3: *Eingangsdaten beim Triangulationsverfahren. Diese Abbildung zeigt die vorab definierte Aufnahmekonfiguration, auf welcher die theoretische Fehlerabschätzung basiert. Die Bildebene ist in Negativstellung abgebildet.*

Anmerkung: Die hier vorgestellte Anordnung ist insofern eingeschränkt, als eine Verdrehung der Aufnahmerichtung aus der Geraden zwischen $\mathbf{S_1}$ und $\mathbf{O}$ nicht berücksichtigt wird. Jedoch ist die hier skizzierte Anordnung die praktisch relevante(ste), da nur jene Oberflächenpunkte vom Triangulationsscanner erfasst werden können, die im Gesichtsfeld des Kamerateils liegen.

Sensor-Koordinatensystem

Sämtliche sich auf das Sensor-Koordinatensystem beziehende Größen oder im Sensor-Koordinatensystem angegebene Ortsvektoren sind mit dem Buchstaben „s“ (für Sensor) indiziert. Das Sensor-Koordinatensystem ist ein Rechtssystem mit Ursprung $\mathbf{O_s}$ und den Richtungsvektoren $\mathbf{u_s}$, $\mathbf{v_s}$, $\mathbf{w_s}$.

Festlegung des Sensor-Koordinatensystems:

- Koordinaten des Ursprungs $\mathbf{O_s}$ und zugleich des Projektionszentrums $\mathbf{S}$ bzw. $\mathbf{S_1}$

$$\mathbf{O_s} = \mathbf{S} = \mathbf{S}_1 = (-s \cdot \cos\alpha, 0, s \cdot \sin\alpha)$$

- Die normierten Richtungsvektoren der Koordinatenachsen:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_s &= (-\cos\alpha, 0, \sin\alpha) \\ \mathbf{v_s} &= (0, 1, 0) \\ \mathbf{u}_s &= \mathbf{v_s} \times \mathbf{w_s} = (\sin\alpha, 0, \cos\alpha) \end{aligned}$$

- Im Falle einer Aufnahme nach dem Triangulationsprinzip lauten die Koordinaten des anderen Basisendpunktes $\mathbf{S}_2$:

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{O}_s + b\cos\varphi \cdot \mathbf{u}_s + b\sin\varphi \cdot \mathbf{v}_s$$

Objekt

1. Das Objekt ist eben.
2. Die Objektebene steht normal auf eine Gerade die in der xz-Ebene liegt und mit der positiven x-Achse (ebenfalls) den Winkel α einschließt.
3. Die Entfernung des Objekts zum Spiegelmittelpunkt beträgt g.
4. Die Objektpunkte $\mathbf{P}$ liegen in der Objektebene. Um unnötige Berechnungen zu vermeiden, werden die Objektpunkte so gewählt, dass sie annähernd im Sichtfeld des Scanners liegen.

Objekt-Koordinatensystem

Sämtliche sich auf das Objekt-Koordinatensystem beziehende Größen oder im Objekt-Koordinatensystem angegebene Ortsvektoren sind mit dem Buchstaben „g“ (für Gegenstand) indiziert. Es ist ein Rechtssystem mit Ursprung $\mathbf{O_g}$ in der Objektebene und den Richtungsvektoren $\mathbf{u_g}$, $\mathbf{v_g}$, $\mathbf{w_g}$.
Festlegung des Objekt-Koordinatensystems:

- Koordinaten des Ursprungs $\mathbf{O}_g$:

$$\mathbf{O_g} = (g \cdot \cos\alpha, 0, g \cdot \sin\alpha)$$

- Die normierten Richtungsvektoren der Koordinatenachsen:

$$\begin{aligned} \mathbf{w_g} &= (\cos\alpha, 0, \sin\alpha) \\ \mathbf{v_g} &= (0, 1, 0) \\ \mathbf{u_g} &= \mathbf{v_g} \times \mathbf{w_g} = (\sin\alpha, 0, -\cos\alpha) \end{aligned}$$

3.2 Fehlerabschätzung für ein wellenförmiges Spiegelmodell

Auf die Eingangs bereits gestellte Frage, nach der Größe des Fehlers wenn bei der mathematischen „Entspiegelung“ der über einen Spiegel erfassten Modellpunkte, nicht die tatsächliche Form der Spiegeloberfläche berücksichtigt wird, sondern zur Vereinfachung eine völlig planare Spiegelfläche unterstellt wird, wird in diesem Kapitel der Arbeit genauer eingegangen. Für diese Untersuchung ist es vorab notwendig die Form der Spiegeloberfläche genau zu definieren.

3.2.1 Definition des wellenförmigen Spiegelmodells

Das im Folgenden beschriebene Spiegelmodell ist an die Eigenschaften des in den praktischen Tests (vgl. Kapitel 4) verwendeten Spiegels angepasst.

Laut Hersteller entspricht die Spiegeloberfläche am ehesten einer wellenförmigen Fläche, wobei keine Aussage über Form und Richtung der Wellen getroffen werden kann. Dieser Spiegel hat eine Planarität von $4 - 6\lambda$/Inch, wobei diese Angabe wie folgt zu verstehen ist: die Wellen der Spiegeloberfläche haben eine maximale Amplitude von $2 - 3\lambda$ bei einer Periode von 1 Inch. Weitere Informationen zum Spiegel sind in Abschnitt 2.3.2 zu finden.

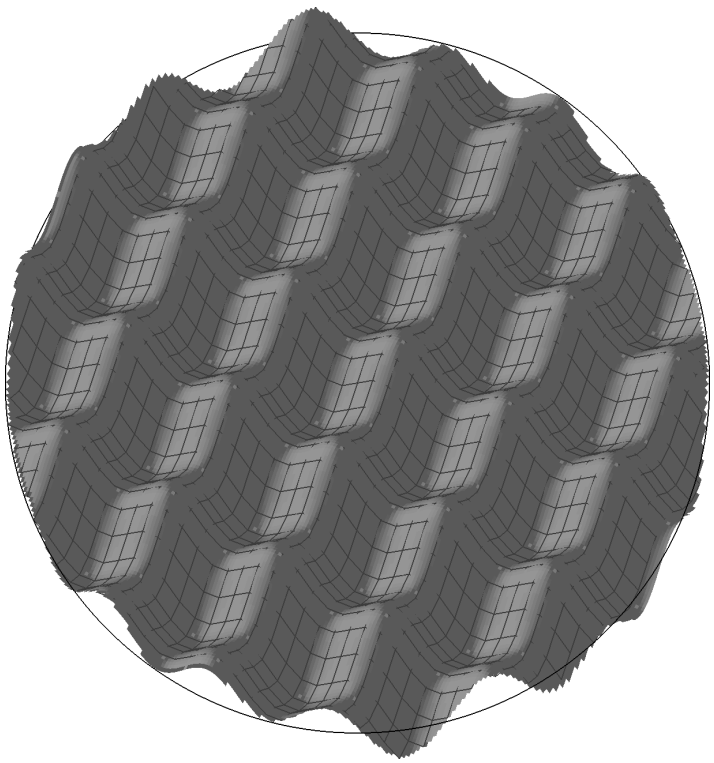


Abbildung 3.4: *Schrägrissdarstellung des wellenförmige Spiegelmodells.*

Das in Abbildung 3.4 dargestellte wellenförmige Spiegelmodell ist wie folgt definiert:

Beim wellenförmigen Vorderflächen-Spiegelmodell handelt es sich um einen
• **kreisförmig begrenzten** (mit Radius r) • **Vorderflächenspiegel** von • **perfekter Reflektivität**. Der Spiegel hat eine • **sinusförmig gewellte Oberfläche** mit einer • maximalen **Amplitude** von $\pm\frac{\mathbf{n}\lambda}{2}$ und einer **Periode** von **1 Inch** (= 25,4 mm). • Über **Lage** und **Richtung der Wellen** ist **nichts bekannt**.

Tabelle 3.1: *Definition des wellenförmigen Vorderflächen-Spiegelmodells.*

Die Gleichung der Spiegeloberfläche, des in Tabelle 3.1 definierten Modells, lautet:

$$f(x,y) = \frac{n\lambda}{4}\sin\left(\frac{2\pi}{25,4}x \pm C_x\right) + \frac{n\lambda}{4}\sin\left(\frac{2\pi}{25,4}y \pm C_y\right) \tag{3.1}$$

Da ein Lichtstrahl gemäß dem Reflexionsgesetz an der Tangentialebene im Reflexionspunkt des Lichtstrahls gespiegelt wird, ist die Neigung der Tangentialebene für die Reflexionseigenschaften des Spiegels von Bedeutung. Von Interesse ist vor allem die maximale Steigung der Tangentialebene. Die Tangentialebene wird von Tangenten zweier Flächenkurven aufgespannt. Die Tangentialebene der sinusförmig gewellten Fläche hat die maximale Steigung in jenem Punkt in dem die Tangenten der Flächenkurven die maximale Steigung haben. Der maximale Steigungswinkel δ der Tangentialebene des wellenförmigen Vorderflächen-Spiegelmodells, beträgt:

$$\delta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{n\lambda\pi}{2\cdot 25,4}\right)^2 + 1}}\right) \tag{3.2}$$

Bei einer maximalen Amplitude von 2λ beträgt der Wert von $\delta = 2,236\cdot 10^{-4}$rad bzw. bei einer maximalen Amplitude von 3λ ist $\delta = 3,317 \cdot 10^{-4}$ rad .

3.2.2 Aufspaltung des Gesamtfehlers in zwei Teilkomponenten

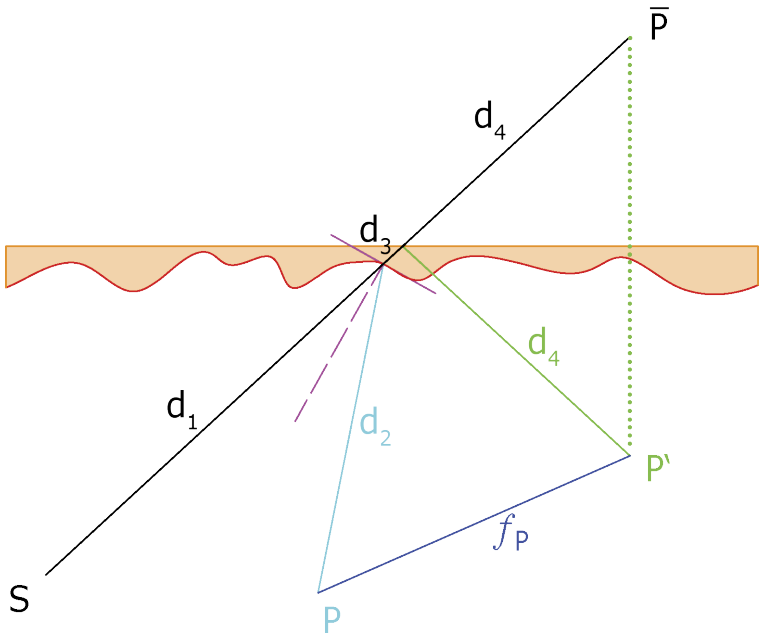


Abbildung 3.5: *Schematische Darstellung der Erfassung eines Objektpunktes* **P** *über einen nicht planaren Spiegel nach dem Prinzip der Polaraufnahme. Das vom Scanner* **S** *ausgesendete Lasersignal wird am nicht planaren Spiegel (rot) reflektiert und gelangt so zum (wahren) (SOLL-)Objektpunkt* **P** *(hellblau). Der Punkt* $\overline{\mathbf{P}}$ *ergibt sich bei Berechnung der Objektpunktkoordinaten ohne Berücksichtigung der Spiegelung. Der (IST-)Modellpunkt* $\mathbf{P}'$ *(grün) ergibt sich bei Reflexion des vom Scanner ausgesendeten Lasersignals am planaren Ersatzspiegel (orange) bzw. bei Spiegelung des Objektpunktes* $\overline{\mathbf{P}}$ *am planaren Ersatzspiegel. Die Strecke* f_P *(dunkelblau) entspricht dem Fehler der durch die Vereinfachung bei der „Entspiegelung" der Daten gemacht wird.*

In Abbildung 3.5 ist die Erfassung eines Objektpunktes **P** über einen nicht planaren Spiegel nach dem Prinzip der Polaraufnahme schematisch dargestellt. Vom Scanner **S** wird ein Lasersignal ausgesendet und am nicht planaren Spiegel (in der Abbildung rot dargestellt) respektive an der Tangente der Spiegelfläche (violett) reflektiert und gelangt danach zum Objektpunkt **P**. Das vom Scanner erfasste Ergebnis ist nun der Winkel, unter welchem das Lasersignal vom Scanner ausgesendet wurde und die Länge, die das Lasersignal

bis zum Objektpunkt **P** zurückgelegt hat $(d_1 + d_2)$. Bei Auswertung der Scannerdaten ohne Berücksichtigung der Spiegelung ergibt sich der Punkt $\overline{\mathbf{P}}$. Er ist der spiegelverkehrte Modellpunkt.

Berücksichtigt man die Spiegelung an der tatsächlichen Spiegeloberfläche bei der Auswertung der vom Scanner erfassten Daten, so erhält man den tatsächlichen (wahren) „entspiegelten" Modellpunkt **P** (hellblau). Bei Reflexion desselben vom Scanner ausgesendeten Lasersignals an dem planaren Ersatzspiegel (orange) ergibt sich der Punkt $\mathbf{P}'$(grün) $(d_3 + d_4 = d_2)$. Dieser Punkt ist ident mit jenem Punkt, der sich bei Spiegelung des Punktes $\overline{\mathbf{P}}$ am planaren Ersatzspiegel ergibt. Der Fehler f_P, (in der Abbildung dunkelblau), der durch die Vereinfachung bei der „Entspiegelung" der Daten entsteht, ist daher gleich der räumlichen Distanz des wahren (SOLL-)Modellpunktes **P** zum „fehlerhaften" (IST-)Modellpunkt $\mathbf{P}'$:

$$f_{\mathbf{P}} = \left| \mathbf{P} - \mathbf{P}' \right|$$

Das heißt, für die Fehlerberechnung ist es notwendig genau zu untersuchen, worin sich die Reflexion eines Strahls an einem planaren Ersatzspiegel von der Reflexion des gleichen Strahls an einem Spiegel mit nicht planarer Oberfläche unterscheidet. Der Unterschied liegt in den Koordinaten des jeweiligen Reflexionspunktes (das ist der Schnittpunkt des einfallenden Strahls mit der Spiegeloberfläche) und in der Größe des Einfallswinkels (das ist der Winkel den das Lot der Tangentialebene an die Spiegeloberfläche im Reflexionspunkt mit diesem Strahl einschließt). Jeder dieser beiden Unterschiede hat Anteil am Gesamtfehler. Abbildung 3.6 zeigt die Zerlegung des Gesamtfehlers bei Bestimmung des Objektpunktes nach dem Prinzip der Polaraufnahme.

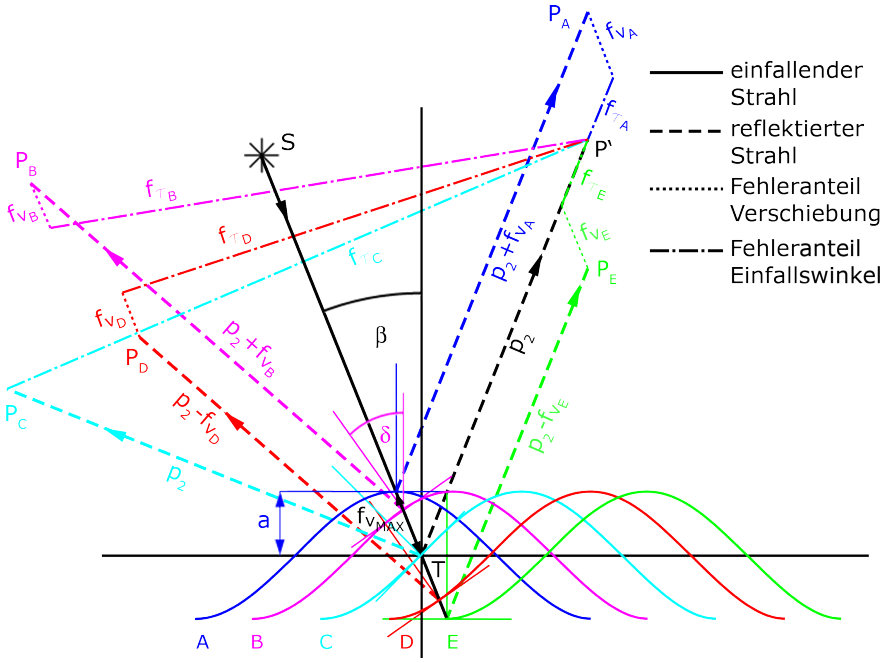


Abbildung 3.6: *Zerlegung des Gesamtfehlers bei Bestimmung des Objektpunktes nach dem Prinzip der Polaraufnahme. Reflexion am planaren Ersatzspiegel: Vom Punkt* **S** *wird ein Strahl (schwarz durchgezogen) ausgesendet und am planaren Ersatzspiegel (schwarz) reflektiert. Der ausfallende Strahl (schwarz strichliert) hat die Länge p_2. Sein Endpunkt ist der (IST-)Modellpunkt $\mathbf{P}'$. Reflexion am nicht planaren Spiegel: Vom Punkt* **S** *wird ein Strahl (schwarz durchgezogen) ausgesendet und am (jeweiligen) nicht planaren Spiegel (bunt) reflektiert. Der ausfallende Strahl (bunt strichliert) hat ebenfalls die Länge p_2. Die Endpunkte der Strahlen sind die (jeweiligen) (SOLL-)Modellpunkte* **P**. *Um die Reflexion an unterschiedlichen Stellen der Spiegeloberfläche zu untersuchen sind mehrere verschieden nicht planare Spiegel eingezeichnet. Zerlegung des Fehlers: Der Gesamtfehler kann geteilt werden in einen Fehleranteil f_v, ausgelöst durch die Verschiebung des Reflexionspunktes (punktiert) und einen Fehleranteil f_τ, bedingt durch die Änderung des Einfallswinkels (strichpunktiert). Der Fehleranteil auf Grund der Verschiebung (f_v) des Reflexionspunktes ist abhängig vom Einfallswinkel (β) des Strahls und der Abweichung des Spiegels von der Planarität (a). Der Fehleranteil auf Grund des geänderten Einfallswinkels (f_τ) ist abhängig von der Länge des ausfallenden Strahls $(p_2 \pm f_v)$ und vom Winkel (δ) zwischen dem Lot des planaren Spiegels und dem Lot des nicht planaren Spiegels.*

Der in Abbildung 3.6 schwarz dargestellte Strahl entspricht dem vom Scanner ausgesendeten Lasersignal. Der schwarz strichliert dargestellte Strahl der Länge p_2 ist der im Punkt $\mathbf{T}$ am planaren Ersatzspiegel reflektierte Strahl, der Endpunkt ist der (IST-)Modellpunkt $\mathbf{P}'$. Alle anderen bunten, strichlierten Strahlen entsprechen der Reflexion desselben vom Scanner ausgesendeten Strahls an einem nicht planaren Spiegel. Die unterschiedlichen Wellenpositionen in Abbildung 3.6 entsprechen dem Auftreffen des Strahls an unterschiedlichen Stellen der Spiegeloberfläche.Die jeweiligen Modellpunkte $\mathbf{P}$ ergeben sich ebenfalls durch die Länge p_2 der ausfallenden Strahlen. Durch die Veränderung der Koordinaten des Reflexionspunktes wird eine eher kleine Verschiebung f_v des Modellpunktes $\mathbf{P}'$ parallel zum einfallenden Strahl (in Abbildung 3.6 punktiert dargestellt) hervorgerufen. Die Auswirkung des veränderten Einfallswinkels, (in Abbildung 3.6 strichpunktiert dargestellt), bewirkt eine deutlich größere Verschiebung f_τ des Modellpunktes $\mathbf{P}'$. Die Richtung dieser Verschiebung ist vom Einfallswinkel (β) und vom Winkel (δ) zwischen dem Lot des planaren Ersatzspiegels und dem Lot des nicht planaren Spiegels abhängig. Beide Verschiebungen zusammen ergeben den Gesamtfehler.

Der Fehleranteil auf Grund der Verschiebung des Reflexionspunktes ist abhängig vom Einfallswinkel β und der Amplitude. Bei einer maximalen Abweichung a des Spiegel von der Planarität, lautet der Maximalwert des Fehleranteils auf Grund der Verschiebung (f_v):

$$f_{v_{max}} = \pm\frac{a}{\cos\beta}$$

In Tabelle 3.2 ist für verschiedene Werte des Einfallswinkels β der maximale Fehleranteil auf Grund der Verschiebung des Reflexionspunktes gelistet. Man erkennt deutlich: der Wert ist sehr groß für flach einfallende Messstrahlen (mit großem Einfallswinkel β) und eher klein für annähernd senkrechte Messstrahlen (Einfallswinkel β nahe 0°).

β	0°	45°	60°	~70°	~75°	~85°	90°
$f_{v_{max}}$	$\pm a$	$\pm\sqrt{2}a$	$\pm 2a$	$\pm 3a$	$\pm 4a$	$\pm 10a$	$\pm\infty$

Tabelle 3.2: *Größenordnung des maximalen Fehleranteils der auf Grund der Verschiebung des Reflexionspunktes entsteht. Der maximale Fehlerwert ($f_{v_{max}}$) ist abhängig von der maximal zulässigen Abweichung (a) von der Planarität des nicht ebenen Spiegels und vom Einfallswinkel (β) des Strahls.*

Wenn man darauf achtet, dass die einfallenden Strahlen nicht zu flach auf den Spiegel auftreffen (also ca. $0° \leq \beta \leq 70°$) und zusätzlich ein Spiegel von guter optischer Qualität zur Vermessung eingesetzt wird, so ist der Fehleranteil auf Grund der Verschiebung des Reflexionspunktes sehr klein (und liegt damit unter der Messgenauigkeit der meisten Scanner). Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf dieses Kapitels nur noch die Auswirkung des geänderten Einfallswinkels untersucht.

3.2.3 Abschätzung des größtmöglichen Fehlers

Der Fehler wurde definiert als die räumliche Distanz des tatsächlichen (SOLL-)Modellpunktes $\mathbf{P}$ (der sich bei Spiegelung des Abbildungsstrahls an der tatsächlichen Spiegeloberfläche ergibt) zum (IST-)Modellpunkt $\mathbf{P}'$ (der sich bei Spieglung desselben Abbildungsstrahls am planaren Ersatzspiegel ergibt):

$$f_{\mathbf{P}} = \left|\mathbf{P} - \mathbf{P}'\right|$$

An und für sich würde das bedeuten, dass für die Bestimmung des Fehlerwerts f_P zuerst die (SOLL-) Lage des Abbildungsstrahls/der Abbildungsstrahlen[15] des Punktes $\mathbf{P}$ (bei Reflexion am wellenförmigen Spiegel) ermittelt werden muss, um im Anschluss mit dem gleichen, vom Scanner ausgesendeten Abbildungsstrahl/Strahlenpaar den „fehlerhaften" (IST-)Modellpunkt $\mathbf{P}'$ bei Reflexion des Strahls/der Strahlen am

[15] Abhängig vom verwendeten Messverfahren.

planaren Ersatzspiegel zu ermitteln. Dies würde jedoch genaues Wissen über die Form der Spiegeloberfläche voraussetzten. Auf Grund der Definition des Spiegelmodells (vgl. Abschnitt 3.2.1) kann keine Aussage über die Lage der Tangentialebene im Reflexionspunkt des Messstrahls gemacht werden. Daher kann weder die Richtung des ausfallenden Strahls/der ausfallenden Strahlen, noch dessen/deren Endpunkt **P** bestimmt werden. Somit kann auch der genaue Fehlerwert f_P nicht ermittelt werden.

Für die Abschätzung, ob die Genauigkeit des „entspiegelten" Modells ausreichend ist, ist die Bestimmung des genauen Fehlerwerts gar nicht so sehr von Interesse, denn für diese Einschätzung, reicht die Betrachtung des größtmöglichen Fehlers. Liegt dieser innerhalb eines tolerierbaren Bereichs, so ist der exakte Fehlerwert nicht weiter von Bedeutung.

3.2.3.1 Abschätzung des größtmöglichen Fehlers für ein polares Messverfahren

Im vorhergehenden Abschnitt wurde bereits ausgeführt, dass der Fehleranteil, der durch die geänderte Neigung der Tangentialebene (und der damit verbundenen Änderung des Einfallswinkels des Strahls) verursacht wird, wesentlich größer ist als der Fehleranteil der durch Verschiebung des Reflexionspunktes entsteht. Aus diesem Grund soll bei der vorliegenden Fehlerabschätzung nur ersterer Fehleranteil untersucht werden.

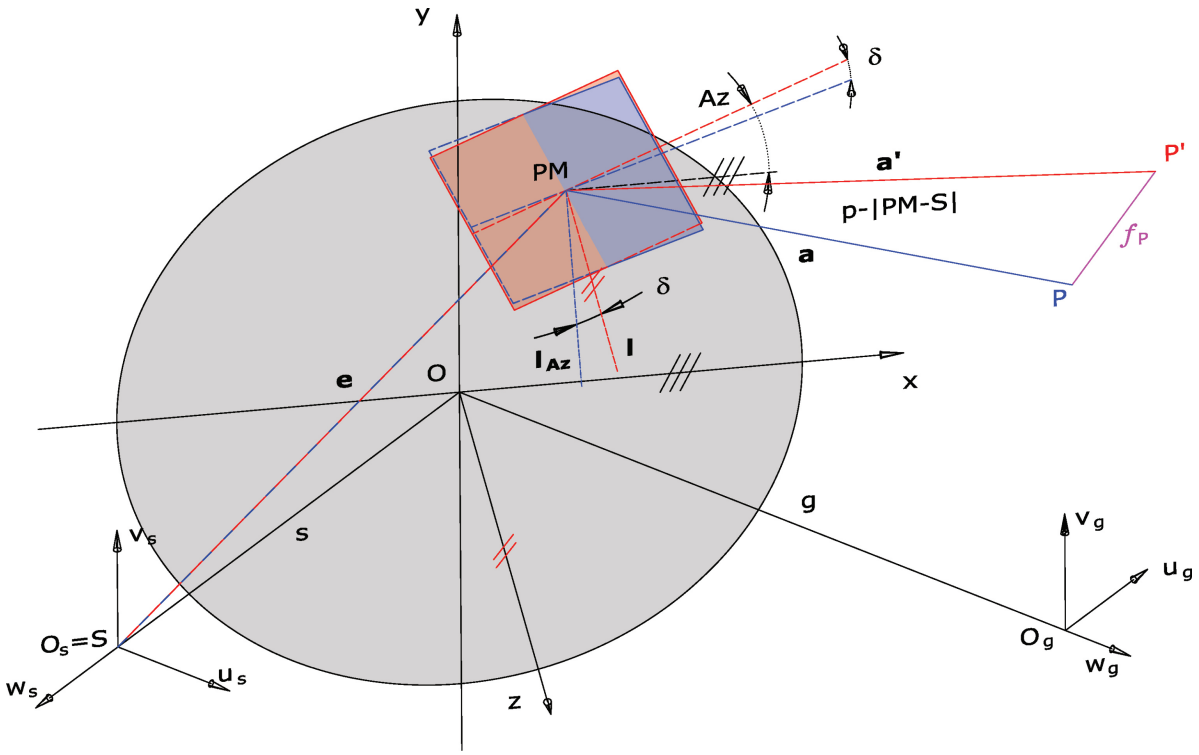


Abbildung 3.7: *Definition des Fehlers f_P eines Objektpunktes* **P** *bei Vermessung mit einem Scanner der nach dem Prinzip der Polaraufnahme arbeitet und Modellierung der Spiegeloberfläche nach dem wellenförmigen Spiegelmodell. Der Punkt* **P** *ergibt sich nach der Reflexion des einfallenden Strahls* (**e**) *im Punkt* **PM** *an der Tangentialebene (mit Lot* $\mathbf{l_{Az}}$ *- blau dargestellt) des wellenförmigen Spiegels. Der Punkt* $\mathbf{P}'$ *ergibt sich nach der Reflexion desselben einfallenden Stahls* (**e**) *ebenfalls im Punkt* **PM** *am planaren Ersatzspiegel (mit Lot* **l** *- rot dargestellt). Das Lot der Tangentialebene* $\mathbf{l_{Az}}$ *des nicht planaren Spiegels und das Lot* **l** *des planaren Ersatzspiegels schließen den Winkel* δ *ein.* **a** *bzw.* $\mathbf{a}'$ *sind die ausfallenden Strahlen. Die Länge der Stahlen beträgt in beiden Fällen* $p = |\mathbf{e}| + |\mathbf{a}| = |\mathbf{e}| + \left|\mathbf{a}'\right|$.

Die Koordinaten eines Modellpunktes sind bei der Oberflächenvermessung über einen Spiegel nach dem Prinzip der Polaraufnahme eindeutig durch die Koordinaten des Scannerzentrums **S**, die Gesamtlänge des Abbildungsstrahls p, die Koordinaten des Reflexionspunktes **PM** und den Richtungsvektor des ausfallenden

Strahls **a** festgelegt (siehe Abbildung 3.7).

$$\mathbf{P} = \mathbf{PM} + (p - |\mathbf{PM} - \mathbf{S}|)\,\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$$

Der Richtungsvektor des ausfallenden Strahls **a** ergibt sich aus dem Richtungsvektor des am Spiegel einfallenden Strahls **e** (festgelegt durch die Koordinaten des Reflexionspunktes **PM** und durch die Koordinaten der Scannerposition **S**) und aus dem Richtungsvektor des Lots der Tangentialebene $\mathbf{l_{Az}}$ der Spiegelfläche (an der der Strahl reflektiert wird). Die Spiegelung des Vektors **e** entspricht der Drehung des Vektors **e** um den Winkel π, die Drehachse ist der Richtungsvektor $\mathbf{l_{Az}}$ des Lots der Spiegelfläche.

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}_{\mathbf{l_{Az}},\pi}\mathbf{e} \tag{3.3}$$

Die allgemeinte Formel für die Drehmatrix lautet:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{r},\alpha} = \cos\alpha\mathbf{I} + (1-\cos\alpha)\,\mathbf{r}\,\mathbf{r}^{\mathsf{T}} + \sin\alpha \begin{pmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

Dabei ist **r** der (normierte) Richtungsvektor der Drehachse und α der Rotationswinkel.

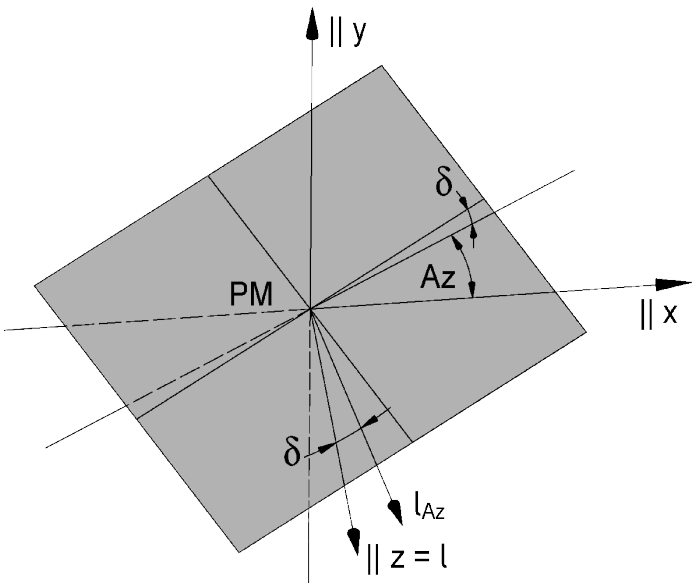


Abbildung 3.8: *Darstellung der Tangentialebene τ im Reflexionspunkt* **PM**. *Die Tangentialebene hat eine Neigung von δ (zur xy-Ebene) und ein Azimut von Az.*

Für den Richtungsvektor $\mathbf{l_{Az}}$ des Lots ist die Ausrichtung der Tangentialebene ausschlaggebend. Diese wird festgelegt durch die Neigung der Tangentialebene (das ist der Winkel den die Tangentialebene mit der xy-Ebene einschließt) und durch das Azimut der Tangentialebene (das ist die Verdrehung der Tangentialebene gegenüber der positiven x-Achse) (siehe Abbildung 3.8). Der größtmögliche Fehler tritt bei Reflexion des einfallenden Strahls an der Tangentialebene mit der größten Neigung auf. Daher wird die maximale Neigung der Tangentialebene δ (siehe Gleichung 3.2) angesetzt. Keine Einschränkung hingegen gibt es für das Azimut Az der Tangentialebene, daher gilt: $Az \in [0, 2\pi]$.

$$\mathbf{l_{Az}} = \begin{pmatrix} \sin\delta\cos Az \\ \sin\delta\sin Az \\ \cos\delta \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

Beim wellenförmigen Spiegelmodell können Lage und Richtung der Wellen nicht festgelegt werden. Somit ist es auch nicht möglich die exakten Werte der Größen p, $\mathbf{PM}$ (bzw. $\mathbf{e}$) und Az für den Punkt $\mathbf{P}$ zu bestimmen (die Scannerposition $\mathbf{S}$ ist durch die Aufnahmekonfiguration festgelegt). Daher gilt es nun (näherungsweise) Werte für diese Größen zu bestimmen, sodass, ausgehend vom gleichen, vom Scanner ausgesendeten Abbildungsstrahl, der Endpunkt $\mathbf{P}'$ des am planaren Ersatzspiegel reflektierten Strahls den größtmöglichen Abstand zum Endpunkt $\mathbf{P}$ des am wellenförmigen Spiegel reflektierten Strahls hat.

Auf Grund der Vernachlässigung des Fehleranteils der durch die Verschiebung des Reflexionspunktes entsteht, können die Koordinaten des Reflexionspunktes $\mathbf{PM}$ für den wellenförmigen Spiegel und für den planaren Ersatzspiegel gleichgesetzt werden. Das Azimut Az der Tangentialebene muss nun so bestimmt werden, dass bei gleicher Länge p der Abbildungsstrahlen der größtmögliche Fehler auftritt, das heißt, dass die Punkte $\mathbf{P}$ und $\mathbf{P}'$ den größtmöglichen Abstand voneinander haben.

Daher wird die Berechnung des Fehlerwerts f_P wie folgt definiert: Für jeden Punkt $\mathbf{P}'$ der Objektpunktmenge (vgl. Abschnitt 3.1.1) wird der Reflexionspunkt $\mathbf{PM}$ (somit auch der Richtungsvektor des am Spiegel einfallenden Strahls $\mathbf{e}$) und die Länge des Abbildungsstrahls p bei Reflexion am planaren Ersatzspiegel ermittelt:

$$\mathbf{P}' = \mathbf{PM} + (p - |\mathbf{PM} - \mathbf{S}|)\,\mathbf{R}_{\mathbf{l},\pi}\mathbf{e}$$

Anschließend wird für den vom Scanner ausgesendeten Strahl (mit Richtungsvektor $\mathbf{e}$) der Länge p der „tatsächliche Modellpunkt" $\mathbf{P}$ nach der Reflexion des Strahls am wellenförmigen Spiegel

$$\mathbf{P} = \mathbf{PM} + (p - |\mathbf{PM} - \mathbf{S}|)\,\mathbf{R}_{\mathbf{l_{Az}},\pi}\mathbf{e}$$

ermittelt: Der Fehlerwert f_P wird bei jenem Azimut Az den größten Wert annehmen, bei dem die beiden ausfallenden Strahlen $\mathbf{a}$ bzw. $\mathbf{a}'$ (siehe Abb. 3.7) den größtmöglichen Winkel (mitsammen) einschließen. Dies ist der Fall, wenn $\mathbf{l_{AZ}}$ in der Ebene liegt die vom einfallenden Strahl $\mathbf{e}$ und vom Lot $\mathbf{l}$ des planaren Ersatzspiegels aufgespannt wird. Somit kann der Fehlerwert f_P des Punktes $\mathbf{P}$ bestimmt werden.

3.2.3.2 Abschätzung des größtmöglichen Fehlers für ein Messverfahren nach dem Triangulationsprinzip

Wie auch schon bei der Fehlerabschätzung für ein polares Messverfahren, soll bei dieser Fehlerabschätzung nur mehr der Fehlereinfluss, der auf Grund der Neigung der Tangentialebene der Spiegelfläche entsteht, untersucht und der Fehlereinfluss durch Verschiebung des Reflexionspunktes vernachlässigt werden. Dafür ist im Vorfeld ebenfalls eine Analyse der Parameter, mit denen die Koordinaten eines Modellpunktes bei Oberflächenvermessung über einen Spiegel nach dem Triangulationsprinzip eindeutig festgelegt werden, notwendig.

Bei Vermessung nach dem Triangulationsprinzip ist ein Modellpunkt eindeutig festgelegt durch die Koordinaten der beiden Basisendpunkte $\mathbf{S_1}$ und $\mathbf{S_2}$ und die Richtungsvektoren der beiden Abbildungsstrahlen, wobei die Richtungsvektoren der beiden Abbildungsstrahlen und der Richtungsvektor der Basis koplanar sein müssen. Das heißt, dass alle drei Vektoren in der gleichen Ebene, der sog. Epipolarebene, liegen. Bei Vermessung nach dem Triangulationsprinzip über einen Spiegel ist ein Modellpunkt eindeutig festgelegt durch die beiden am Spiegel reflektierten (ausfallenden) Abbildungsstrahlen, also durch die Koordinaten der Reflexionspunkte $\mathbf{PM_1}$ und $\mathbf{PM_2}$ und die Richtungsvektoren $\mathbf{a_1}$ und $\mathbf{a_2}$ der ausfallenden Abbildungsstrahlen. In diesem Fall muss das ausfallende Strahlenpaar koplanar sein und in der gespiegelten Epipolarebene liegen. Die Richtungsvektoren $\mathbf{a_1}$ bzw. $\mathbf{a_2}$ der ausfallenden Abbildungsstrahlen sind abgeleitete Größen und können durch den Richtungsvektor $\mathbf{e_1}$ bzw. $\mathbf{e_2}$ des jeweiligen einfallenden Strahls (festgelegt durch den jeweiligen Basisendpunkt $\mathbf{S_1}$ bzw. $\mathbf{S_2}$ und den dazugehörigen Reflexionspunkt $\mathbf{PM_1}$ bzw. $\mathbf{PM_2}$) und den

jeweiligen Richtungsvektor $\mathbf{l_{Az_1}}$ bzw. $\mathbf{l_{Az_2}}$ des Lots der Tangentialebene ersetzt werden (siehe Gleichung 3.3 und 3.4). Es gilt: der Richtungsvektor $\mathbf{l_{Az_1}}$ bzw. $\mathbf{l_{Az_2}}$ des Lots der Tangentialebene ist von der Lage der Tangentialebene abhängig. Diese wird festgelegt durch die Neigung und das Azimut der Tangentialebene (siehe Gleichung 3.5). Der größtmögliche Fehler tritt bei Reflexion des Strahls an der Tangentialebene mit der größten Neigung auf. Die Neigung der Tangentialebene ist daher δ (siehe Gleichung 3.2). Die Azimute Az_1 und Az_2 der beiden Tangentialebenen ergeben sich wegen der Koplanaritätsbedingung der reflektierten Abbildungsstrahlen.

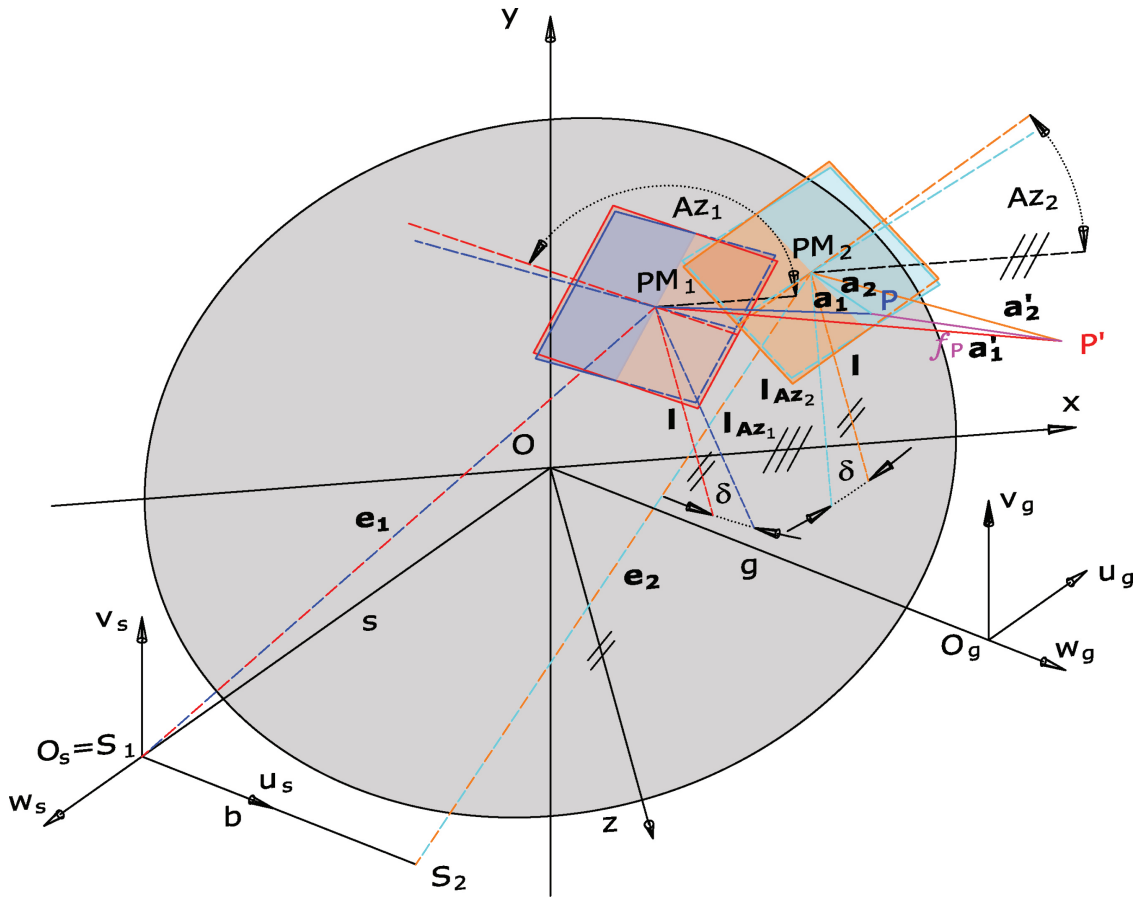


Abbildung 3.9: *Definition des Fehlers f_P eines Objektpunktes* $\mathbf{P}$ *bei Vermessung nach dem Triangulationsprinzip und Modellierung der Spiegeloberfläche nach dem wellenförmigen Spiegelmodell. Der Punkt* $\mathbf{P}$ *ist der Schnittpunkt des am wellenförmigen Spiegel reflektieren Strahlenpaars (*$\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$*). Dieses ergibt sich nach der Reflexion des einfallenden Strahlenpaars (*$\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$*) in den Reflexionspunkten (*$\mathbf{PM_1}$, $\mathbf{PM_2}$*) an den Tangentialebenen (mit den Loten* $\mathbf{l_{Az_1}}$ *bzw.* $\mathbf{l_{Az_2}}$ *- blau bzw. hellblau dargestellt) des wellenförmigen Spiegels. Der Punkt* $\mathbf{P}'$ *ist der Schnittpunkt des am planaren Ersatzspiegel reflektierten Strahlenpaars (*$\mathbf{a_1}'$, $\mathbf{a_2}'$*). Dieses ergibt sich nach der Reflexion des gleichen einfallenden Stahlenpaars (*$\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$*) in den gleichen Reflexionspunkten (*$\mathbf{PM_1}$, $\mathbf{PM_2}$*) am planaren Ersatzspiegel (mit den Loten* $\mathbf{l}$ *- rot bzw. orange dargestellt).*

Auf Grund der Definition des wellenförmigen Spiegelmodells können die exakten Werte der Größen $\mathbf{PM_1}$, $\mathbf{PM_2}$, Az_1 und Az_2 für den Punkt $\mathbf{P}$ jedoch nicht bestimmt werden (die Scannerposition $\mathbf{S}$ ist eine durch die Aufnahmekonfiguration festgelegte Größe). Für die Fehlerabschätzung müssen nun Näherungswerte für diese Größen bestimmt werden, sodass, ausgehend vom gleichen, vom Scanner ausgesendeten Strahlenpaar, der Schnittpunkt $\mathbf{P}'$ des am planaren Ersatzspiegel reflektierten Strahlenpaars, den größtmöglichen Abstand zum Schnittpunkt $\mathbf{P}$ des am wellenförmigen Spiegel reflektierten Strahlenpaars hat (siehe Abbildung 3.9).

Die Koordinaten der Reflexionspunkte $\mathbf{PM_1}$ und $\mathbf{PM_2}$ können auf Grund der Vereinfachung, dass nur der Fehleranteil der durch die geänderte Neigung der Tangentialebene untersucht werden soll, für den wellenförmigen Spiegel und für den planaren Ersatzspiegel gleichgesetzt werden. Die Azimute Az_1 und Az_2 der

Tangentialebenen müssen nun so bestimmt werden, dass erstens die Koplanaritätsbedingung der reflektierten Abbildungsstrahlen $\mathbf{a_1}$ und $\mathbf{a_2}$ und des Richtungsvektors $\mathbf{r}$ der Schnittgeraden der Ersatzspiegelebene und der Epipolarebene erfüllt ist (d.h. $\mathbf{r} = \overrightarrow{\mathbf{PM_1}\mathbf{PM_2}}$), und dass zweitens die Punkte $\mathbf{P}$ und $\mathbf{P}'$ den größtmöglichen Abstand voneinander haben.

Daher wird die Fehlerberechnung wie folgt durchgeführt: für jeden Punkt $\mathbf{P}'$ der gegebenen Objektpunktmenge werden die Reflexionspunkte $\mathbf{PM_1}$ und $\mathbf{PM_2}$ (und somit auch die Richtungsvektoren des am Spiegel einfallenden Strahlenpaars $\mathbf{e_1}$ und $\mathbf{e_2}$) bei Reflexion am planaren Ersatzspiegel (mit Lot $\mathbf{l}$) ermittelt.

$$\left.\begin{array}{rcl} \mathbf{P'} &=& \mathbf{PM_1} + \mu_1 \mathbf{R}_{\mathbf{l},\pi}(\mathbf{PM_1} - \mathbf{S_1}) \\ \mathbf{P'} &=& \mathbf{PM_2} + \mu_2 \mathbf{R}_{\mathbf{l},\pi}(\mathbf{PM_2} - \mathbf{S_2}) \end{array}\right\} \rightarrow \mathbf{PM_1}, \mathbf{PM_2}$$

$$\mathbf{e_i} = \frac{\mathbf{PM_i} - \mathbf{S_i}}{|\mathbf{PM_i} - \mathbf{S_i}|}$$

Der „tatsächliche“ Modellpunkt $\mathbf{P}$, der also über die Reflexion am wellenförmigen Spiegel entsteht und zu $\mathbf{P}'$ den größten Abstand hat, wird iterativ bestimmt. Im Reflexionspunkt $\mathbf{PM_1}$ wird in jedem Iterationsschritt eine Tangentialebene τ_1 mit Neigung δ (siehe Gleichung 3.2) und einem Azimut $Az_1 \in [0, 2\pi]$ errichtet. Bei der ersten Iteration ist $Az_1 = 0$. Der Richtungsvektor des ersten ausfallenden Abbildungsstrahls $\mathbf{a_1}$ lautet nach Gleichung 3.4 und 3.5 dann:

$$\mathbf{a_1} = \mathbf{R}_{\mathbf{l}_{\mathbf{Az_1}},\pi}\mathbf{e_1}$$

Im Reflexionspunkt $\mathbf{PM_2}$ wird im gleichen Iterationsschritt ebenfalls eine unter dem Winkel δ geneigte Tangentialebene τ_2 errichtet, das Azimut $Az_2 \in [0, 2\pi]$ muss nun so bestimmt werden das die Richtungsvektoren $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ und $\mathbf{r}$ die Koplanaritätsbedingung erfüllen. Für den Punkt $\mathbf{P}$ muss gelten:

$$\mathbf{P} = \mathbf{PM_1} + \lambda_1 \mathbf{a_1}$$
$$\mathbf{P} = \mathbf{PM_2} + \mathbf{a_2'}$$

Wobei $\mathbf{a_2'}$ der nicht normierte Vektor des zweiten ausfallenden Strahls in $\mathbf{PM_2}$ ist. Unbekannt sind somit λ_1 und $\mathbf{a_2'}$. Aus den obigen beiden Gleichungen folgt der normierte Richtungsvektor $\mathbf{a_2}$ zu:

$$\left.\begin{array}{rcl} \mathbf{P} &=& \mathbf{PM_1} + \lambda_1 \mathbf{a_1} \\ \mathbf{a_2'} &=& \mathbf{P} - \mathbf{PM_2} \end{array}\right\} \quad \mathbf{a_2'} = (\mathbf{PM_1} - \mathbf{PM_2}) + \lambda_1 \mathbf{a_1}$$

$$\mathbf{a_2'} = \mathbf{r} + \lambda_1 \mathbf{a_1}$$

$$\mathbf{a_2} = \frac{\mathbf{a_2'}}{|\mathbf{a_2'}|} = \frac{\mathbf{r} + \lambda_1 \mathbf{a_1}}{\sqrt{\lambda_1^2 \mathbf{a_1^2} + 2\lambda_1 \mathbf{r a_1^T} + \mathbf{r^2}}} \tag{3.6}$$

Das Lot $\mathbf{l_{Az_2}}$ der zweiten Tangentialebene τ_2 ist die Winkelsymmetrale des Richtungsvektors des einfallenden Strahls $\mathbf{e_2}$ und des Richtungsvektors des ausfallenden Strahls $\mathbf{a_2}$. Der normierte Richtungsvektor $\mathbf{l_{Az_2}}$ lautet daher:

$$\mathbf{l'_{Az_2}} = \frac{\mathbf{e_2}}{|\mathbf{e_2}|} + \frac{\mathbf{a_2}}{|\mathbf{a_2}|}$$

$$\mathbf{l_{Az_2}} = \frac{\mathbf{l'_{Az_2}}}{|\mathbf{l'_{Az_2}}|} \tag{3.7}$$

Da die Tangentialebene τ_2 eine Neigung von δ aufweisen soll, muss das Lot $\mathbf{l_{Az_2}}$ von τ_2 mit dem Lot $\mathbf{l}$ des planaren Ersatzspiegels einen Winkel von δ einschließen.

$$\cos\delta - \mathbf{l^T l_{Az_2}} = 0 \tag{3.8}$$

Durch Einsetzen von Gleichung 3.6 und Gleichung 3.7 in die Gleichung 3.8 erhält man eine Gleichung zweiten Grades in λ_1. Mit den so errechneten Parametern λ_1 kann dann der „tatsächliche“ (SOLL-)Modellpunkt $\mathbf{P}$ bestimmt werden:

$$\mathbf{P} = \mathbf{PM_1} + \lambda_1 \mathbf{a_1}$$

Da es (pro Iterationsschritt) null bis zwei Lösungen $\mathbf{P_n}$ für den Punkt $\mathbf{P}$ geben kann, wird im Anschluss jener Punkt $\mathbf{P}$ ausgewählt der die größte räumliche Distanz zum Punkt $\mathbf{P}'$ aufweist und der dazugehörige Fehlerwert f_{P/Az_1} berechnet.

$$\begin{array}{lcccc} \exists\, \mathbf{P} & \rightarrow & f_{P/Az_1} & = & \max\left\{\left|\mathbf{P_n} - \mathbf{P}'\right|\right\} \\ \nexists\, \mathbf{P} & \rightarrow & f_{P/Az_1} & = & \text{NaN} \end{array}$$

Damit ist ein Iterationsschritt beendet. Danach wird Az_1 um eine passend gewählte Schrittweite Δ_{Az} erhöht und die beschriebene Berechnung wiederholt. Bei Berechnung der in Tabelle 3.4 angegeben Werte wurde $\Delta_{Az} = 10°$ gewählt.

Der endgültige Fehlerwert f_P des Punktes $\mathbf{P}$ ist dann das Maximum aller Fehlerwerte f_{P/Az_1}:

$$f_P = \max\left\{f_{P/Az_1}\right\}$$

3.2.3.3 Ergebnisse beider Verfahren

Die Tabellen 3.3 und 3.4 enthalten für verschiedene Aufnahmekonfigurationen (vgl. Abschnitt 3.1.1) statistische Kenngrößen der Fehlerwerte mehrerer Objektpunkte. Die Spiegelparameter (Radius r=200 mm, maximale Abweichung $n\lambda = \pm 3 \cdot 633 \cdot 10^{-6} \approx \pm 0,002\,\text{mm}$ von der Ebene; detaillierte Erläuterungen vgl. Abschnitt 3.2.1) entsprechen dem in Kapitel 2.3.2 vorgestellten Spiegel. Bei dem Objekt handelt es sich um eine Ebene mit Abstand g zum Spiegel. In dieser Ebene wurden 100 Objektpunkte, in einem Bereich der annähernd vom Scanner über den Spiegel erfasst werden kann, definiert. Für jeden Objektpunkt erfolgte die Berechnung des Fehlers wie in den vorigen Abschnitten beschrieben. Vor allem bei Objektpunkten am Rand dieses Bereiches kann es jedoch sein, dass es nicht möglich ist einen Fehlerwert zu berechnen, etwa dann, wenn der Reflexionspunkt nicht mehr am Spiegel liegt. Daher ist die Gesamtzahl der Objektpunkte auf der diese statistischen Kennwerte beruhen ungleich. Für die Vergleichbarkeit der Ergebnisse, ist dies jedoch nicht nachteilig zu werten.

Die Werte der Aufnahmekonfigurationsparameter (α, g, s) bzw. (s, α, φ, g) wurden so gewählt, dass sie den technischen Einschränkungen des jeweiligen Laserscanners (vergleiche Abschnitt 2.2.1 und Abschnitt 2.2.2) entsprechen. Bei der Festlegung der Objektentfernung und der Scannerentfernung muss die Mindestaufnahmedistanz des eingesetzten Laserscanners beachtet werden. Da diese nicht unterschritten werden kann, müssen die Entfernungen Spiegel-Scanner (s) und Spiegel-Objekt (g) zusammen größer als die Mindestaufnahmedistanz sein. Die Mindestaufnahmedistanz ist zugleich die Obergrenze für die Objektentfernung (g), da sonst bereits eine Messung ohne Spiegel erfolgen könnte. In den Tabellen 3.3 und 3.4 wurden diese Restriktionen bei der Auswahl der Wertekombination für die Größen s und g beachtet, daher fehlen mögliche Kombinationen (z.B.: $s = 0,5\,\text{m}$ und $g = 0,5\,\text{m}$ in diesem Fall würde die Mindestaufnahmedistanz unterschritten werden).

Für den Aufnahmewinkel α wurden Werte zwischen 30° und 70° gewählt. Würde der Scanner annähernd senkrecht vor dem Spiegel stehen ($\alpha > 70°$), wäre keine freie Sicht zum Objekt möglich. Aber auch sehr flache Aufnahmewinkel ($\alpha < 30°$) sind zu vermeiden, da flach am Spiegel einfallende Messstrahlen sich negativ auf die Größe des Fehlerwerts auswirken (vergleiche Abschnitt 3.2.2). Bei Verwendung des Riegel

LMS Z420i würde außerdem, bei einem flachen Aufnahmewinkel, bedingt durch die minimal notwendige Winkelschrittweite des Scanners, der Abstand zwischen den einzelnen Messpunkten am Objekt, sehr groß werden.

Beim Minolta VIVID 9i wurden für die Verdrehung φ der Scannerbasis gegenüber der xz-Ebene Werte zwischen 0° und 90° gewählt, da diese Werte die in der Praxis am öftesten verwendeten Aufnahmekonfigurationen abdecken.

Nach Berechnung der Fehlerwerte aller Objektpunkte kann eine statistische Auswertung der Fehlerwerte für die jeweilige Aufnahmekonfiguration (s, α, g) bzw. (s, α, φ, g) und gegebenenfalls das verwendete Objektiv (c) durchgeführt werden:

- der maximale Fehlerwert (aller Punkte **P** einer Aufnahmeposition) gibt Auskunft über den größten Fehlerwert einer Aufnahmeposition:
$$F_{max} = \max\{f_P\}$$

- die Standardabweichung (aller Punkte **P** einer Aufnahmeposition):
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(f_P - \bar{f_P})^2}{n-1}}$$
gibt Auskunft über die Streuung der Fehlerwerte um den Mittelwert der Fehlerwerte (aller Punkte **P** einer Aufnahmeposition):
$$\bar{f_P} = \frac{\sum f_P}{n}$$
Das heißt, ist der Wert der Standardabweichung klein, so sind die Fehlerwerte einer Aufnahmeposition eher gleich, ist der Wert der Standardabweichung größer, so variieren die Fehlerwerte einer Aufnahmeposition stärker.

- der RMS der Fehlerwerte (aller Punkte **P** einer Aufnahmeposition):
$$RMS = \sqrt{\frac{\sum (f_P)^2}{n}}$$
gibt eine kombinierte Auskunft über die Streuung der Fehlerwerte und (falls vorhanden) über den Bias *(Verzerrung)*, da gilt:
$$RMS^2 = Bias^2 + \sigma^2$$
Der Bias entspricht dem annähernd gleichbleibenden (systematischen) Fehleranteil aller Fehlerwerte (einer Aufnahmeposition).

α [°]	s [m]	g [m]	F_{max} [mm]	RMS [mm]	σ [mm]
70	2	2	1,371	1,333	0,023
70	2	1,5	1,037	1,000	0,022
70	2	1	0,703	0,667	0,022
70	2	0,5	0,370	0,335	0,022
70	1,5	2	1,376	1,336	0,023
70	1,5	1,5	1,041	1,002	0,023
70	1,5	1	0,706	0,669	0,023
70	1,5	0,5	0,371	0,336	0,022
70	1	2	1,391	1,343	0,025
70	1	1,5	1,052	1,008	0,024
70	1	1	0,714	0,673	0,023
70	0,5	2	1,479	1,387	0,045
70	0,5	1,5	1,120	1,042	0,038
45	2	2	1,409	1,337	0,046
45	2	1,5	1,076	1,004	0,046
45	2	1	0,742	0,672	0,046
45	2	0,5	0,409	0,341	0,046
45	1,5	2	1,414	1,341	0,047
45	1,5	1,5	1,079	1,008	0,046
45	1,5	1	0,745	0,675	0,046
45	1,5	0,5	0,411	0,343	0,046
45	1	2	1,427	1,351	0,047
45	1	1,5	1,090	1,016	0,046
45	1	1	0,753	0,682	0,046
45	0,5	2	1,516	1,400	0,067
45	0,5	1,5	1,159	1,056	0,060
30	2	2	1,425	1,339	0,056
30	2	1,5	1,092	1,007	0,056
30	2	1	0,759	0,675	0,056
30	2	0,5	0,426	0,345	0,056
30	1,5	2	1,429	1,344	0,055
30	1,5	1,5	1,096	1,011	0,055
30	1,5	1	0,762	0,679	0,055
30	1,5	0,5	0,428	0,348	0,055
30	1	2	1,441	1,355	0,056
30	1	1,5	1,105	1,021	0,055
30	1	1	0,769	0,687	0,055
30	0,5	2	1,522	1,409	0,071
30	0,5	1,5	1,161	1,066	0,065

Tabelle 3.3: *Ergebnisse der Berechnung des maximalen Fehlers für den Riegl LMS Z420i bei einem Spiegel der dem wellenförmigen Spiegelmodell entspricht und eine maximale Abweichung von $\pm 3\lambda$/Inch von der Planarität hat. F_{max} ist der maximale Fehlerwert, RMS ist das quadratische Mittel der Fehlerwerte und σ ist die Standardabweichung der Fehlerwerte der jeweiligen Aufnahmekonfiguration (α ist der Aufnahmewinkel, s ist die Aufnahmeentfernung, g ist die Objektentfernung). Pro Aufnahmekonfiguration wurden die Fehlerwerte für 100 Punkte berechnet. Die Abweichung von $\pm 3\lambda$/Inch bedeutet: bei einer Prüfwellenlänge von λ=632,8 nm entspricht das einer Genauigkeit von $\pm$ 1,90 μm pro 25,4 mm.*

				Tele-Objektiv (c = 25 mm)			Middle-Objektiv (c = 14 mm)			Wide-Objektiv (c = 8 mm)		
α	φ	s	g	F_{max}	RMS	σ	F_{max}	RMS	σ	F_{max}	RMS	σ
[°]	[°]	[m]	[m]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
70	0	1,5	0,5	5,829	5,253	0,360	6,154	5,419	0,421	5,731	5,198	0,565
70	0	1,5	0,3	3,306	2,850	0,323	3,599	2,952	0,367	3,662	3,097	0,456
70	0	1	0,5	4,291	3,935	0,478	4,576	4,187	0,231	4,854	4,235	0,378
70	0	1	0,3	2,309	2,060	0,180	2,524	2,331	0,164	2,511	2,231	0,184
70	0	0,5	0,5	2,748	2,631	0,106	2,987	2,709	0,164	3,332	2,865	0,264
70	0	0,5	0,3	1,355	1,286	0,066	1,507	1,327	0,125	1,709	1,432	0,231
70	0	0,3	0,5	2,267	2,171	0,064	2,388	2,167	0,139	2,678	2,337	0,217
70	0	0,3	0,3	1,065	1,003	0,037	1,127	0,986	0,084	1,288	1,054	0,141
70	45	1,5	0,5	6,076	5,122	0,410	6,069	5,217	0,464	6,126	5,228	0,529
70	45	1,5	0,3	3,452	2,803	0,319	3,448	2,852	0,378	3,559	2,954	0,487
70	45	1	0,5	4,337	3,822	0,244	4,818	3,970	0,413	4,906	4,078	0,424
70	45	1	0,3	2,374	2,015	0,182	2,697	2,135	0,315	2,593	2,161	0,271
70	45	0,5	0,5	2,804	2,584	0,125	3,161	2,618	0,227	3,756	2,877	0,444
70	45	0,5	0,3	1,415	1,257	0,082	1,569	1,284	0,140	1,863	1,427	0,241
70	45	0,3	0,5	2,221	2,082	0,090	2,458	2,115	0,163	2,906	2,275	0,310
70	45	0,3	0,3	1,053	0,963	0,059	1,144	0,985	0,084	1,397	1,020	0,165
70	90	1,5	0,5	5,847	4,935	0,477	5,722	4,938	0,449	5,902	5,172	0,481
70	90	1,5	0,3	3,302	2,812	0,397	3,291	2,752	0,306	2,961	2,778	0,242
70	90	1	0,5	4,297	3,827	0,282	4,762	3,917	0,441	4,677	3,949	0,427
70	90	1	0,3	2,264	1,962	0,176	2,525	2,036	0,330	2,523	2,140	0,392
70	90	0,5	0,5	2,817	2,545	0,144	3,111	2,652	0,266	3,784	2,879	0,480
70	90	0,5	0,3	1,426	1,267	0,092	1,547	1,243	0,161	1,904	1,369	0,332
70	90	0,3	0,5	2,247	2,068	0,101	2,528	2,072	0,203	2,851	2,237	0,337
70	90	0,3	0,3	1,077	0,961	0,071	1,186	0,964	0,104	1,421	1,058	0,262
45	0	1,5	0,5	6,324	5,329	0,665	6,767	5,481	0,721	6,356	5,544	0,666
45	0	1,5	0,3	3,709	3,044	0,590	4,165	3,223	0,528	3,124	2,759	0,454
45	0	1	0,5	4,438	3,808	0,650	4,953	4,162	0,828	4,934	4,365	0,450
45	0	1	0,3	2,489	2,060	0,352	2,904	2,564	0,294	2,459	2,057	0,484
45	0	0,5	0,5	2,774	2,439	0,339	3,035	2,617	0,441	3,550	3,040	0,408
45	0	0,5	0,3	1,301	1,135	0,133	1,540	1,268	0,303	1,917	1,450	0,310
45	0	0,3	0,5	2,136	1,960	0,218	2,323	2,074	0,300	2,641	2,205	0,563
45	0	0,3	0,3	—	—	—	1,118	0,899	0,230	1,337	1,080	0,200
45	45	1,5	0,5	5,664	4,311	0,712	5,623	4,609	0,722	5,506	4,604	0,727
45	45	1,5	0,3	3,446	2,423	0,559	3,325	2,771	0,787	3,121	2,636	0,459
45	45	1	0,5	4,028	3,184	0,460	4,301	3,420	0,568	4,369	3,465	0,566
45	45	1	0,3	2,381	1,749	0,324	2,619	1,845	0,504	1,828	1,667	0,173
45	45	0,5	0,5	2,435	2,038	0,224	2,931	2,288	0,320	3,875	2,789	0,652
45	45	0,5	0,3	1,252	1,011	0,151	1,462	1,127	0,205	2,006	1,384	0,351
45	45	0,3	0,5	1,884	1,629	0,146	2,189	1,716	0,241	2,866	2,152	0,437
45	45	0,3	0,3	0,907	0,750	0,087	1,107	0,814	0,188	1,264	0,912	0,256
45	90	1,5	0,5	4,653	3,608	0,755	4,671	3,451	0,669	4,783	3,539	0,670
45	90	1,5	0,3	1,416	1,228	0,227	2,878	1,922	0,539	2,960	2,122	0,499
45	90	1	0,5	3,338	2,674	0,449	3,615	2,649	0,531	3,490	2,539	0,737
45	90	1	0,3	1,923	1,477	0,352	2,155	1,543	0,414	1,170	0,814	0,211
45	90	0,5	0,5	1,385	1,325	0,039	2,435	1,763	0,386	3,478	2,411	0,609
45	90	0,5	0,3	0,640	0,630	0,006	1,338	0,855	0,288	1,861	1,338	0,347
45	90	0,3	0,5	1,689	1,398	0,204	1,793	1,508	0,268	2,656	1,575	0,527
45	90	0,3	0,3	0,711	0,613	0,083	0,971	0,768	0,187	1,296	0,834	0,246
30	0	1,5	0,5	6,786	5,360	1,344	6,765	5,590	0,759	5,617	5,120	0,726
30	0	1,5	0,3	4,248	3,015	0,799	4,241	2,854	1,345	—	—	—
30	0	1	0,5	4,527	3,777	0,856	4,893	4,289	0,598	4,632	3,952	0,582
30	0	1	0,3	2,618	2,184	0,724	2,923	2,035	0,990	2,700	2,519	0,301
30	0	0,5	0,5	2,744	2,415	0,461	3,053	2,661	0,300	3,668	3,162	0,409
30	0	0,5	0,3	1,201	0,956	0,269	1,512	1,109	0,415	1,973	1,620	0,280
30	0	0,3	0,5	2,042	1,680	0,581	2,283	2,042	0,377	2,653	2,375	0,189
30	0	0,3	0,3	0,914	0,860	0,077	1,110	0,879	0,307	1,380	1,067	0,362
30	45	1,5	0,5	4,365	3,588	0,655	4,244	3,534	0,505	4,189	3,971	0,317
30	45	1,5	0,3	2,741	2,205	0,519	2,586	2,145	0,416	2,556	2,074	0,739
30	45	1	0,5	3,431	2,493	0,460	3,494	2,768	0,486	3,446	2,750	0,508
30	45	1	0,3	2,088	1,382	0,394	1,922	1,541	0,283	1,789	1,231	0,379
30	45	0,5	0,5	2,095	1,690	0,229	2,625	1,916	0,375	3,028	2,228	0,532
30	45	0,5	0,3	1,065	0,784	0,195	1,237	0,908	0,233	1,709	1,305	0,301
30	45	0,3	0,5	1,541	1,300	0,146	1,797	1,441	0,220	2,640	1,944	0,402
30	45	0,3	0,3	0,707	0,606	0,093	0,979	0,663	0,222	1,047	0,681	0,252
30	90	1,5	0,5	2,901	2,540	0,316	2,963	2,125	0,379	—	—	—
30	90	1,5	0,3	1,782	1,515	0,091	1,362	1,135	0,253	—	—	—
30	90	1	0,5	2,249	1,451	0,323	2,519	1,918	0,561	2,452	1,619	0,515
30	90	1	0,3	—	—	—	1,179	1,169	0,009	1,502	1,126	0,454
30	90	0,5	0,5	1,393	1,110	0,211	1,928	1,443	0,376	2,322	1,480	0,505
30	90	0,5	0,3	0,548	0,443	0,086	1,012	0,961	0,055	1,281	0,721	0,332
30	90	0,3	0,5	0,703	0,694	0,007	1,440	0,922	0,225	1,740	1,055	0,409
30	90	0,3	0,3	0,318	0,311	0,005	0,643	0,501	0,110	1,107	0,727	0,441

Tabelle 3.4: *Ergebnisse des maximalen Fehlers für den Minolta VIVID 9i bei einem Spiegel der dem wellenförmigen Spiegelmodell entspricht und eine maximale Abweichung von $\pm 3\lambda$/Inch von der Planarität hat. F_{max} ist der maximale Fehlerwert, RMS ist das quadratische Mittel der Fehlerwerte und σ ist die Standardabweichung der Fehlerwerte der jeweiligen Aufnahmekonfiguration (α ist der Aufnahmewinkel, φ ist die Verdrehung der Basis, s ist die Aufnahmeentfernung, g ist die Objektentfernung) und des jeweiligen Objektivs (c ist die Brennweite). Pro Aufnahmekonfiguration wurden die Fehlerwerte für 100 Punkte berechnet. In den Zeilen ohne Eintrag konnte auf Grund der Aufnahmekonfiguration keine Fehlerberechnung durchgeführt werden. Die Abweichung von $\pm 3\lambda$/Inch bedeutet: bei einer Prüfwellenlänge von λ=632,8 nm entspricht das einer Genauigkeit von $\pm$ 1,90 μm pro 25,4 mm.*

Diskussion der Ergebnisse

Anhand der durchwegs kleinen Werte von σ und der annähernd gleichen Größenordnung der größten maximalen Fehlerwerte F_{max} und der zugehörigen RMS-Werte in den Tabellen 3.3 und 3.4 erkennt man, dass die Fehlerwerte f_P sehr konform sind. Das heißt, dass die Größe des maximalen Fehlerwerts im Wesentlichen unabhängig vom Reflexionspunkt der Strahlen am Spiegel ist. Die sehr kleinen Werte von σ sind nicht weiter verwunderlich, gibt σ doch nur Auskunft über die Streuung der Fehlerwerte um den Mittelwert aller Fehlerwerte an.

Eine nähere Betrachtung der Ergebnisse des polaren Messverfahrens liefert folgende Ergebnisse (vgl. Tabelle 3.3):

- Mit zunehmender Scanner-Objekt-Entfernung ($s + g$) nehmen die Fehlerwerte zu. Genau genommen hat aber nur die Objektentfernung (g) Einfluss auf den Fehlerwert, da der Fehler erst bei der Spiegelung passiert und s somit ohne Bedeutung ist. Nach der Spiegelung wirkt die nicht berücksichtigte lokale Neigung der Spiegeloberfläche über die Entfernung Spiegel-Objekt (g), d.h. das Perpendikel des Winkels 2δ auf die Entfernung g (mit δ =maximale Neigung der Tangentialebene vgl. Formel 3.2).

- Eine Veränderung des Aufnahmewinkels α hat keinen Einfluss auf die Fehlerwerte. Die scheinbare Abhängigkeit in Tabelle 3.3 lässt sich durch die Definition der Aufnahmekonfiguration (vgl. Abschnitt 3.1.1) begründen, da durch die Veränderung von α unterschiedliche Objektpunkte betrachtet werden. Tatsächlich sind die Fehlerwerte bei Betrachtung gleicher Objektpunkte ident.

Eine nähere Betrachtung der Ergebnisse des Messverfahrens nach dem Triangulationsprinzip liefert folgende Ergebnisse (vgl. Tabelle 3.4):

- Beim Triangulationsverfahren ist im Hinblick auf die Fehlerwerte die Scanner-Objekt-Entfernung ($s + g$) der dominanteste Aufnahmekonfigurationsparameter. Die Objektentfernung g hat dabei den stärkeren Einfluss. Es zeigt sich aber auch, dass sich die Aufnahmeentfernung s auf den Fehlerwert auswirkt. Da bei eine Vergrößerung von s der Abstand der Reflexionspunkte abnimmt, verschlechtert sich somit das Verhältnis zwischen der „Basislänge der reflektierten Abbildungsstrahlen am Spiegel“ und der Gegenstandsentfernung g. Diese ungünstige geometrische Konfiguration führt zu schleifenden Schnitten und zieht große Fehler in Richtung der ausfallenden Strahlen nach sich.

- Die Veränderung der Fehlerwert bei Änderung des Aufnahmewinkels α hat dieselbe Ursache wie beim polaren Messverfahren.

- Die Drehung des Scanners um den Winkel φ hat nur wenig Einfluss auf die Größe des maximalen Fehlerwerts. Das ist in der Definition der Aufnahmekonfiguration begründet, laut dieser ändert sich nur der betrachtete Objektbereich (d.h. die Abgrenzung der Punkte in der Objektebene) nicht aber die Objektebene. In dieser Abschätzung wurde nach dem größtmöglichen Fehler gesucht. Das wurde erreicht, in dem die maximal geneigten Tangentialebenen in den Reflexionspunkten passend verdreht wurden. Diese beiden Freiheitsgrade zusammen mit der Maximumssuche überragen die Änderung φ betreffend in der Konfiguration, sodass sich immer mehr oder weniger dieselben großen Maximalfehler erreichen lassen.

- Auch bei Änderung der Brennweite c lässt sich erkennen, dass die Fehlerwerte davon weitgehend unabhängig sind. Das liegt wieder darin begründet, dass die Objektebene an sich gleich bleibt. Das Objektiv bzw. dessen Brennweite c legt nur den sichtbaren Ausschnitt der Objektebene fest. Auch hier überragen wieder die beiden Freiheitsgrade und die Maximumssuche den Einfluss der Brennweite.

Vergleicht man die berechneten Ergebnisse der Tabellen 3.3 und 3.4 mit der vom Hersteller angegebenen Messgenauigkeit des jeweiligen Geräts, stellt man Folgendes fest:

- Riegl LMS Z420i: Die berechneten maximalen Fehlerwerte unterschreiten die Angaben des Herstellers. Dieses Gerät eignet sich folglich zur Erfassung von Objektteilen mit der in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Methode. Eine kurze Spiegel-Objekt-Entfernung bei der Aufnahme wirkt sich vorteilhaft auf das Messergebnis aus.

- Minolta VIVID 9i: Die Ergebnisse in Tabelle 3.4 liegen durchwegs außerhalb der Messgenauigkeit des Minolta VIVID 9i. Auf Grund dieser Werte kann die Entscheidung, ob sich dieses Messgerät zum Einsatz mit der vorgestellten Methode eignet, nicht getroffen werden. Daher ist eine weiterführende Untersuchung der tatsächlichen Fehlerwerte notwendig.

3.2.4 Tatsächliche Fehlerabschätzung für ein Messverfahren nach dem Triangulationsprinzip

Wie bereits bei den Fehlerabschätzungen des größtmöglichen Fehlers, ist auch bei dieser Untersuchung der Fehler als die räumliche Distanz des (SOLL-)Modellpunktes $\mathbf{P}$ (der sich bei Spiegelung des Abbildungsstrahls an der tatsächlichen Spiegeloberfläche ergibt) zum (IST-)Modellpunkt $\mathbf{P}'$ (der sich bei Spieglung desselben Abbildungsstrahls am planaren Ersatzspiegel ergibt) definiert:

$$f_P = \left| \mathbf{P} - \mathbf{P}' \right|$$

Der wesentliche Unterschied dieser Fehlerabschätzung zur Abschätzung des größtmöglichen Fehlers (vgl. Abschnitt 3.2.3.2) ist, dass im vorliegenden Fall Lage und Richtung der wellenförmigen Spiegelfläche eindeutig festgelegt sind. Das heißt für jeden Punkt des Spiegels können die exakten Koordinaten der Spiegeloberfläche und die Flächennormale berechnet werden. Die Gleichung der Spiegelfläche kann Formel 3.1 entnommen werden.

Für die Fehlerberechnung ist die Bestimmung der vom Scanner ausgesendeten Abbildungsstrahlen notwendig. Da in diesem Fall der exakte Fehlerwert berechnet werden soll, müssen nun die exakten Koordinaten der Reflexionspunkte der beiden Abbildungsstrahlen bestimmt werden. Die Schwierigkeit besteht nun darin, bei bekannten Koordinaten des Objektpunktes $\mathbf{P}$ und bekannter Scannerposition, die Reflexionspunkte $\mathbf{PM_1}$ bzw. $\mathbf{PM_2}$ der Abbildungsstrahlen am wellenförmigen Spiegel zu bestimmen. Eine Möglichkeit dieses Problem zu lösen besteht darin (für die Kamera und den Laserteil an den Basisendpunkten) eine Matrix zu erstellen, die eine Zuordnung zwischen allen Bildpunkten bzw. allen möglichen Laserstrahlpositionen des Laserscanners und zugehörigen Objektpunkten enthält. Mit Hilfe der Koordinaten des (jeweiligen) Projektionszentrums $\mathbf{S_1}$ bzw. $\mathbf{S_2}$ und den Koordinaten der Mittelpunkte der Bildpunkte können dann die Abbildungsstrahlen der Objektpunkte berechnet werden.

Dafür wird zunächst für jeden Bildpunkt der Bildmatrix des Kamerateils, der auf diesem Bildpunkt abgebildete Objektpunkt (bei Reflexion des Abbildungsstrahls am wellenförmigen Spiegel) berechnet. Im Zuge dieser Berechnung muss für jeden dieser Abbildungsstrahlen der Reflexionspunkt am wellenförmigen Spiegel berechnet werden. Diese Berechnung erfolgt nach dem Prinzip des Monoplottings (vgl. Kraus, 2004; Seite 442) in mehreren Schritten: Der gesuchte Reflexionspunkt $\mathbf{PM}$ des Abbildungsstrahls muss auf jeden Fall zwischen der maximalen und der minimalen Amplitude der wellenförmigen Spiegeloberfläche liegen. Daher kann zunächst der Abbildungsstrahl mit einer Ebene, die alle Wellenmaxima bzw. mit einer Ebene die alle Wellenminima enthält, geschnitten werden. Man erhält die Punkte $\mathbf{PM_{max}}$ bzw. $\mathbf{PM_{min}}$. Des Weiteren gilt: die z-Koordinate des gesuchten Reflexionspunktes $\mathbf{PM}$ muss zwischen den Werten $z_{max} = f\left(x_{\mathbf{PM_{max}}}, y_{\mathbf{PM_{max}}}\right)$ und $z_{min} = f\left(x_{\mathbf{PM_{min}}}, y_{\mathbf{PM_{min}}}\right)$ (siehe Gleichung 3.1), also den z-Koordinaten der Spiegelfläche in den Punkten $\mathbf{PM_{max}}$ bzw. $\mathbf{PM_{min}}$, liegen. Mit Hilfe dieser Werte als Startwerte der Iteration und der Bedingung, dass der Reflexionspunkt Element des Abbildungsstrahls sein muss, kann der Reflexionspunkt $\mathbf{PM}$ in weiterer Folge ermittelt werden.

Ist der am Spiegel einfallende Strahl **e** ermittelt, kann der am wellenförmigen Spiegel reflektierte (ausfallende) Strahl **a** mit Hilfe der Flächennormalen (der Spiegelfläche im Reflexionspunkt **PM**)

$$n\left(x_{\mathbf{PM}}, y_{\mathbf{PM}}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f}{\partial x}\left(x_{\mathbf{PM}}, y_{\mathbf{PM}}\right) \\ -\frac{\partial f}{\partial y}\left(x_{\mathbf{PM}}, y_{\mathbf{PM}}\right) \\ 1 \end{pmatrix}$$

nach den Formeln (3.3) und (3.4) berechnet werden. Der jeweilige Objektpunkt **P** ist dann der Schnittpunkt des ausfallenden Strahls und der Objektebene (vgl. Abschnitt 3.1.1). Die Koordinaten aller so errechneten Objektpunkte werden zusammen mit den Indizes des jeweiligen zugehörigen Bildpunktes in einer Matrix gespeichert.

Die soeben beschriebene Berechnung der Objektpunkte wird für den zweiten Basisendpunkt $\mathbf{S_2}$ wiederholt. Dafür wird im Laserteil des Laserscanners eine Kamera simuliert deren Projektionszentrum im Punkt $\mathbf{S_2}$ liegt. Das Sichtfeld dieser Kamera wird so gewählt, dass der am Objekt abgedeckte Bereich dieser Kamera, dem von der Kamera im Basisendpunkt $\mathbf{S_1}$ abgedeckten Objektbereich entspricht.

Die von den beiden Basisendpunkten erfassten Objektpunkte liegen zwar im selben Bereich der Objektoberfläche sind aber im Allgemeinen verschieden. Daher wird in einem weiteren Schritt eine Menge von rasterförmig angeordneten Punkten **P** in der Objektebene definiert. Für jeden dieser Objektpunkte werden (mit Hilfe der zuvor berechneten Matrizen) die Bildkoordinaten in den Kameras der beiden Basisendpunkte interpoliert und in einer Matrix gespeichert. Somit kann (mit Hilfe der Bildkoordinaten und der Koordinaten der beiden Basisendpunkte) für jeden Objektpunkt **P** das zugehörige Abbildungsstrahl/Laserebenen-Paar ermittelt werden.

Die Koordinaten der (IST-)Objektpunkte $\mathbf{P}'$ erhält man durch schneiden des am planaren Ersatzspiegel reflektierten Abbildungsstrahls mit der am planaren Ersatzspiegel reflektierten Laserebene. Danach kann der jeweilige Fehlerwert

$$f_P = \overline{\mathbf{PP}'}$$

berechnet werden.

3.2.4.1 Ergebnisse

Tabelle 3.5 enthält für verschiedene Aufnahmekonfigurationen statistische Kenngrößen der Fehlerwerte mehrerer Objektpunkte.

Der Spiegel hat den Radius r=200 mm und die maximale Abweichung $n\lambda = \pm 3 \cdot 633 \cdot 10^{-6} \approx \pm 0,002$ mm von der Ebene. Die Spiegeloberfläche hat die Gleichung $f(x,y) = \frac{n\lambda}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{25,4}x\right) + \frac{n\lambda}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{25,4}y\right)$. Die Definition der Objektpunkte und der Aufnahmekonfigurationsparameter erfolgt auf die gleiche Weise wie in Abschnitt 3.2.3.3 beschrieben.

Die Berechnung der Größen F_{max}, RMS, und σ erfolgt analog zu Abschnitt 3.2.3.3. Darüberhinaus wurden noch weitere Berechnungen zur Analyse der Fehlerwerte durchgeführt:

- Es wurden die Parameter einer ausgleichenden Kongruenztransformation der IST-Punktwolke $\mathbf{P}'$ zur bestmöglichen Positionierung im Bezug zur SOLL-Punktwolke **P** errechnet. Nach Anwendung der Transformation erhält man die Punktwolke $\mathbf{P}''$. RMS_{Trafo} ist der RMS-Wert und σ_{Trafo} ist die Standardabweichung der Punktabstände von **P** und $\mathbf{P}''$.

- Es wurde eine ausgleichende Ebene durch alle IST-Punkte $\mathbf{P}'$ gelegt. σ_ϵ ist die Standardabweichung der Residuen.

				Tele-Objektiv (c = 25 mm)						Middle-Objektiv (c = 14 mm)						Wide-Objektiv (c = 8 mm)					
α [°]	φ [°]	s [m]	g [m]	F_{max} [mm]	RMS [mm]	σ [mm]	RMS_{Trafo} [mm]	σ_{Trafo} [mm]	σ_ϵ [mm]	F_{max} [mm]	RMS [mm]	σ [mm]	RMS_{Trafo} [mm]	σ_{Trafo} [mm]	σ_ϵ [mm]	F_{max} [mm]	RMS [mm]	σ [mm]	RMS_{Trafo} [mm]	σ_{Trafo} [mm]	σ_ϵ [mm]
70	0	1,5	0,5	4,061	1,945	1,020	1,945	1,019	0,158	3,913	2,406	1,077	2,405	1,075	0,153	3,852	2,567	1,106	2,565	1,107	0,144
70	0	1,5	0,3	1,945	0,780	0,446	0,780	0,446	0,163	1,866	1,057	0,490	1,057	0,490	0,160	1,832	1,183	0,509	1,182	0,509	0,173
70	0	1	0,5	3,615	1,615	0,954	1,615	0,954	0,155	3,118	1,591	0,778	1,591	0,779	0,168	2,766	1,562	0,695	1,560	0,693	0,178
70	0	1	0,3	1,997	0,862	0,526	0,861	0,526	0,150	1,742	0,800	0,461	0,800	0,461	0,158	1,491	0,761	0,363	0,759	0,361	0,174
70	0	0,5	0,5	1,501	0,863	0,327	0,863	0,326	0,178	1,227	0,810	0,306	0,803	0,306	0,173	1,172	0,815	0,298	0,792	0,311	0,162
70	0	0,5	0,3	1,059	0,629	0,269	0,628	0,269	0,177	0,980	0,637	0,263	0,634	0,263	0,174	0,949	0,630	0,267	0,626	0,266	0,175
70	0	0,3	0,5	1,361	0,552	0,278	0,551	0,275	0,156	0,949	0,480	0,182	0,471	0,177	0,160	0,769	0,479	0,142	0,448	0,157	0,142
70	0	0,3	0,3	0,948	0,514	0,215	0,514	0,215	0,175	0,769	0,503	0,201	0,500	0,202	0,165	0,729	0,480	0,203	0,467	0,202	0,177
70	45	1,5	0,5	6,473	1,466	0,882	1,466	0,882	0,170	4,592	1,673	1,012	1,673	1,012	0,169	6,024	1,807	1,024	1,807	1,024	0,176
70	45	1,5	0,3	4,477	1,116	0,792	1,116	0,792	0,168	4,033	0,964	0,668	0,964	0,668	0,172	3,095	0,790	0,504	0,790	0,504	0,176
70	45	1	0,5	5,147	1,656	1,009	1,656	1,009	0,173	5,693	1,607	0,933	1,607	0,933	0,173	10,572	1,558	0,853	1,558	0,853	0,173
70	45	1	0,3	2,102	0,735	0,433	0,735	0,433	0,171	2,443	0,866	0,484	0,866	0,484	0,165	4,278	0,930	0,517	0,930	0,517	0,161
70	45	0,5	0,5	4,652	1,209	0,654	1,209	0,654	0,170	29,381	1,247	0,698	1,247	0,698	0,171	9,066	1,184	0,630	1,184	0,630	0,174
70	45	0,5	0,3	1,475	0,562	0,296	0,562	0,296	0,171	4,723	0,604	0,320	0,604	0,320	0,166	12,968	0,624	0,338	0,624	0,338	0,161
70	45	0,3	0,5	2,366	0,837	0,419	0,837	0,419	0,171	10,145	0,747	0,352	0,747	0,352	0,173	27,290	0,717	0,364	0,716	0,364	0,176
70	45	0,3	0,3	6,679	0,441	0,229	0,441	0,229	0,169	9,222	0,408	0,205	0,408	0,205	0,175	12,285	0,395	0,199	0,394	0,199	0,176
70	90	1,5	0,5	4,087	1,514	0,905	1,514	0,905	0,160	3,855	1,954	1,052	1,954	1,053	0,157	3,776	2,320	1,040	2,319	1,040	0,171
70	90	1,5	0,3	3,339	0,949	0,613	0,949	0,613	0,159	1,867	0,888	0,484	0,888	0,484	0,162	1,830	1,092	0,492	1,090	0,494	0,174
70	90	1	0,5	3,354	1,457	0,802	1,457	0,802	0,163	3,190	1,514	0,901	1,513	0,901	0,160	3,029	1,507	0,786	1,503	0,788	0,176
70	90	1	0,3	1,827	0,738	0,415	0,738	0,415	0,161	1,723	0,805	0,477	0,804	0,477	0,156	1,656	0,789	0,438	0,787	0,439	0,162
70	90	0,5	0,5	2,387	0,951	0,495	0,951	0,494	0,162	1,667	0,696	0,352	0,695	0,351	0,159	1,271	0,518	0,249	0,514	0,246	0,155
70	90	0,5	0,3	1,068	0,434	0,220	0,434	0,220	0,154	0,914	0,470	0,228	0,470	0,228	0,153	0,868	0,504	0,213	0,500	0,216	0,173
70	90	0,3	0,5	2,036	0,793	0,438	0,791	0,436	0,161	1,603	0,643	0,347	0,637	0,341	0,153	1,220	0,577	0,251	0,559	0,260	0,164
70	90	0,3	0,3	0,945	0,377	0,177	0,376	0,177	0,157	0,656	0,287	0,121	0,286	0,121	0,152	0,491	0,228	0,085	0,224	0,083	0,137
45	0	1,5	0,5	5,117	1,553	1,046	1,553	1,046	0,163	4,881	2,046	1,239	2,046	1,238	0,161	4,349	1,803	1,064	1,802	1,063	0,175
45	0	1,5	0,3	3,119	0,845	0,593	0,845	0,593	0,146	2,774	1,082	0,684	1,082	0,685	0,140	2,606	1,057	0,619	1,056	0,618	0,154
45	0	1	0,5	4,366	1,550	0,990	1,550	0,989	0,170	3,372	1,333	0,739	1,329	0,738	0,180	2,213	0,988	0,540	0,976	0,530	0,162
45	0	1	0,3	2,552	0,850	0,590	0,850	0,589	0,144	1,770	0,648	0,374	0,646	0,372	0,160	1,302	0,632	0,340	0,632	0,340	0,160
45	0	0,5	0,5	2,368	1,168	0,601	1,168	0,601	0,167	2,121	1,205	0,525	1,204	0,525	0,174	1,855	1,220	0,515	1,204	0,526	0,182
45	0	0,5	0,3	1,334	0,482	0,281	0,482	0,282	0,158	0,901	0,393	0,196	0,389	0,194	0,152	0,616	0,281	0,127	0,278	0,122	0,158
45	0	0,3	0,5	1,817	0,962	0,424	0,960	0,426	0,171	1,677	0,923	0,405	0,917	0,400	0,175	1,570	0,940	0,404	0,933	0,404	0,175
45	0	0,3	0,3	0,543	0,232	0,106	0,232	0,106	0,121	0,501	0,211	0,091	0,211	0,090	0,127	0,351	0,187	0,058	0,184	0,055	0,136
45	45	1,5	0,5	9,022	1,588	1,093	1,588	1,093	0,159	6,862	1,728	1,054	1,728	1,054	0,175	11,741	1,724	0,985	1,724	0,985	0,172
45	45	1,5	0,3	6,924	1,115	0,834	1,115	0,834	0,153	3,004	0,883	0,545	0,883	0,545	0,160	9,807	0,927	0,524	0,927	0,524	0,171
45	45	1	0,5	6,577	1,242	0,830	1,242	0,830	0,164	5,242	1,104	0,650	1,104	0,650	0,170	4,116	0,922	0,516	0,922	0,515	0,170
45	45	1	0,3	3,191	0,790	0,560	0,790	0,560	0,151	3,918	0,665	0,399	0,665	0,399	0,171	4,129	0,597	0,318	0,597	0,318	0,174
45	45	0,5	0,5	3,020	0,691	0,381	0,691	0,381	0,170	5,906	0,723	0,393	0,723	0,393	0,173	8,456	0,662	0,326	0,662	0,325	0,171
45	45	0,5	0,3	1,702	0,412	0,249	0,412	0,249	0,158	16,181	0,367	0,211	0,367	0,211	0,159	8,721	0,311	0,180	0,311	0,180	0,147
45	45	0,3	0,5	2,683	0,584	0,337	0,584	0,336	0,169	18,852	0,466	0,240	0,465	0,240	0,169	12,957	0,490	0,268	0,490	0,268	0,168
45	45	0,3	0,3	1,032	0,309	0,152	0,309	0,152	0,165	9,010	0,287	0,132	0,287	0,132	0,166	8,368	0,299	0,161	0,299	0,160	0,158
45	90	1,5	0,5	4,945	1,444	1,039	1,444	1,039	0,145	4,645	1,483	0,949	1,483	0,949	0,159	2,839	1,249	0,751	1,249	0,750	0,158
45	90	1,5	0,3	4,328	1,023	0,764	1,023	0,764	0,146	2,621	0,928	0,643	0,928	0,643	0,150	2,016	0,691	0,416	0,691	0,415	0,153
45	90	1	0,5	3,883	1,277	0,865	1,277	0,865	0,154	2,396	0,969	0,552	0,969	0,552	0,158	2,326	1,121	0,615	1,120	0,614	0,161
45	90	1	0,3	2,230	0,680	0,481	0,680	0,481	0,133	1,703	0,545	0,332	0,545	0,332	0,149	1,259	0,580	0,316	0,580	0,316	0,161
45	90	0,5	0,5	2,014	0,746	0,425	0,746	0,425	0,155	1,887	0,799	0,442	0,798	0,440	0,156	1,479	0,658	0,324	0,657	0,323	0,161
45	90	0,5	0,3	1,103	0,378	0,221	0,378	0,221	0,146	1,035	0,391	0,214	0,391	0,213	0,157	0,654	0,322	0,149	0,322	0,148	0,159
45	90	0,3	0,5	1,514	0,618	0,323	0,617	0,322	0,160	1,412	0,668	0,340	0,663	0,339	0,160	1,322	0,559	0,291	0,546	0,287	0,155
45	90	0,3	0,3	0,793	0,299	0,154	0,299	0,154	0,150	0,735	0,313	0,157	0,312	0,156	0,153	0,566	0,265	0,112	0,263	0,110	0,158
30	0	1,5	0,5	8,093	2,033	1,489	2,031	1,483	0,154	4,398	1,488	0,968	1,487	0,968	0,165	4,310	1,839	1,069	1,838	1,069	0,168
30	0	1,5	0,3	4,732	1,325	0,943	1,323	0,941	0,164	2,993	0,900	0,637	0,899	0,636	0,140	2,820	1,070	0,687	1,068	0,686	0,157
30	0	1	0,5	3,544	0,933	0,643	0,933	0,643	0,159	3,247	1,310	0,771	1,310	0,771	0,165	3,201	1,449	0,809	1,446	0,807	0,176
30	0	1	0,3	2,230	0,666	0,470	0,666	0,470	0,145	2,290	0,774	0,520	0,774	0,520	0,151	1,441	0,606	0,337	0,606	0,337	0,171
30	0	0,5	0,5	1,644	0,510	0,288	0,510	0,288	0,168	1,494	0,586	0,333	0,586	0,333	0,174	1,494	0,652	0,361	0,650	0,360	0,173
30	0	0,5	0,3	1,539	0,529	0,353	0,528	0,350	0,147	1,182	0,432	0,244	0,431	0,243	0,165	0,742	0,357	0,176	0,356	0,176	0,159
30	0	0,3	0,5	2,063	0,663	0,407	0,656	0,401	0,172	1,072	0,398	0,195	0,388	0,183	0,176	0,563	0,277	0,099	0,271	0,093	0,173
30	0	0,3	0,3	0,636	0,231	0,113	0,231	0,113	0,136	0,579	0,262	0,125	0,262	0,125	0,147	0,560	0,312	0,133	0,308	0,136	0,165
30	45	1,5	0,5	9,315	1,570	1,134	1,565	1,120	0,158	5,551	1,423	0,954	1,423	0,954	0,158	4,732	1,490	0,888	1,490	0,888	0,171
30	45	1,5	0,3	6,820	1,374	1,027	1,367	1,012	0,153	5,491	0,894	0,650	0,894	0,650	0,154	2,975	0,834	0,566	0,834	0,566	0,160
30	45	1	0,5	6,406	1,416	1,037	1,416	1,037	0,153	8,797	1,135	0,735	1,135	0,735	0,162	9,426	0,999	0,594	0,999	0,595	0,170
30	45	1	0,3	10.226	0,731	0,512	0,731	0,512	0,146	3,239	0,661	0,465	0,661	0,465	0,148	6,387	0,541	0,314	0,541	0,314	0,164
30	45	0,5	0,5	12,964	0,816	0,518	0,816	0,518	0,155	8,544	0,829	0,477	0,829	0,477	0,170	6,054	0,791	0,422	0,791	0,422	0,169
30	45	0,5	0,3	1,766	0,403	0,273	0,403	0,273	0,144	2,132	0,320	0,175	0,320	0,175	0,158	2,482	0,307	0,153	0,307	0,153	0,162
30	45	0,3	0,5	2,605	0,586	0,344	0,585	0,344	0,164	7,230	0,531	0,256	0,530	0,256	0,167	2,767	0,584	0,268	0,584	0,268	0,174
30	45	0,3	0,3	1,226	0,322	0,193	0,321	0,193	0,150	4,309	0,299	0,149	0,299	0,149	0,167	8,185	0,320	0,157	0,320	0,157	0,177
30	90	1,5	0,5	5,332	1,483	1,103	1,483	1,103	0,145	3,300	1,067	0,751	1,067	0,751	0,144	3,165	1,041	0,643	1,041	0,643	0,162
30	90	1,5	0,3	4,158	0,963	0,697	0,963	0,697	0,145	2,868	0,733	0,534	0,733	0,534	0,144	1,820	0,662	0,451	0,662	0,450	0,151
30	90	1	0,5	3,948	0,985	0,719	0,985	0,719	0,136	2,557	0,897	0,593	0,897	0,593	0,150	1,650	0,697	0,380	0,697	0,379	0,160
30	90	1	0,3	2,366	0,675	0,491	0,675	0,491	0,136	1,473	0,485	0,336	0,485	0,336	0,128	1,082	0,384	0,223	0,384	0,223	0,148
30	90	0,5	0,5	2,179	0,640	0,428	0,640	0,428	0,141	1,341	0,536	0,289	0,535	0,289	0,154	1,299	0,569	0,298	0,565	0,295	0,157
30	90	0,5	0,3	1,159	0,357	0,248	0,357	0,248	0,123	0,740	0,274	0,153	0,273	0,153	0,138	0,714	0,279	0,143	0,277	0,142	0,152
30	90	0,3	0,5	1,509	0,462	0,261	0,462	0,261	0,150	1,009	0,443	0,215	0,441	0,214	0,158	0,994	0,485	0,232	0,474	0,229	0,161
30	90	0,3	0,3	0,860	0,257	0,160	0,257	0,159	0,127	0,514	0,219	0,104	0,219	0,103	0,140	0,503	0,231	0,105	0,226	0,103	0,151

Tabelle 3.5: *Ergebnisse der Berechnung des tatsächlichen Fehlers für den Minolta VIVID 9i bei einem Spiegel der dem wellenförmigen Spiegelmodell entspricht und eine maximale Abweichung von $\pm 3\lambda$/Inch von der Planarität hat. Die Gleichung der Spiegeloberfläche lautet: $f(x,y) = \frac{3\lambda}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{25.4}x\right) + \frac{3\lambda}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{4}y\right)$. F_{max} ist der maximale Fehlerwert, RMS ist das quadratische Mittel der Fehlerwerte und σ ist die Standardabweichung der Fehlerwerte. RMS_{Trafo} und σ_{Trafo} sind die statistischen Kennwerte der Punktabstände (von $\mathbf{P}$ und $\mathbf{P}''$) nach einer ausgleichenden Kongruenztransformation. σ_ϵ ist die Standardabweichung der ausgleichenden Ebene durch alle Punkte $\mathbf{P}'$. α, φ, s und g sind die Parameter der Aufnahmekonfiguration (α ist der Aufnahmewinkel, φ ist Verdrehung der Basis, s ist die Aufnahmeentfernung, g ist die Objektentfernung), c ist die Brennweite des Objektivs. Pro Aufnahmekonfiguration wurden die Fehlerwerte für 100 Punkte berechnet. Die Abweichung von $\pm 3\lambda$/Inch bedeutet: bei einer Prüfwellenlänge von λ=632,8 nm entspricht das einer Genauigkeit von $\pm$1,90 μm pro 25,4 mm.*

Diskussion der Ergebnisse

Vergleicht man die Ergebnisse der Tabelle 3.5 mit jenen der Tabelle 3.4 so erkennt man, dass die Fehlerwerte bei ersterer kleiner sind. Allerdings sind die Fehlerwerte in Tabelle 3.5 zum Teil noch immer deutlich über der Messgenauigkeit des Minolta VIVID 9i (vgl. Abschnitt 2.2.2). Ursache für die großen Fehlerwerte ist vor allem das schlechte Verhältnis zwischen Basislänge und Gesamtaufnahmeentfernung (vgl. Abschnitt 3.2.3.3). Da die Basislänge beim Minolta VIVID 9i nicht geändert werden kann, sollte auf eine möglichst kurze

Gesamtaufnahmeentfernung (z.B.: bei $s + g = 0{,}6$ m) bei der Aufnahme geachtet werden.

Der Einfluss der verschiedenen Aufnahmekonfigurationsparameter auf die Größe der Fehlerwerte ist analog zur Fehlerabschätzung des größtmöglichen Fehlers (vgl. Abschnitt 3.2.3.3). Den stärksten Einfluss auf die Fehlerwerte haben weiterhin die Aufnahmeentfernung s und die Objektentfernung g bzw. die daraus resultierende Gesamtaufnahmeentfernung $(s + g)$, während die Größen α, φ und c keine bzw. geringe Bedeutung haben.

An den durchwegs gleichen Werten von RMS und RMS_{Trafo} bzw. von σ und σ_{Trafo} einer jeden Aufnahmekonfiguration zeigt sich, dass die Fehlerwerte keinen systematischen, also in Richtung und Größe gleichbleibenden, Anteil haben. Ein solcher systematischer Fehlerwert könnte nämlich bei der Verknüpfung der Punktwolken (z.B. mit dem ICP-Algorithmus) korrigiert werden.

Der nahezu gleiche Wert von σ_ϵ für alle Aufnahmekonfigurationen lässt darauf schließen, dass die Streuung der Fehlerwerte unabhängig von der Aufnahmekonfiguration ist und daher nur von der Spiegeloberfläche beeinflusst wird.

Zusammenfassend lässt sich daher sagen, dass der Minolta VIVID 9i sich nur bedingt für die Erfassung von Objektteilen mit der in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Methode eignet. Kann die Aufnahme mit einer möglichst kurzen Gesamtaufnahmeentfernung durchgeführt werden, so werden die Messergebnisse am wenigsten vom Spiegel beeinflusst. Bei größerer Gesamtaufnahmeentfernung werden die über den Spiegel erfassten Objektteile qualitativ schlechter sein, als die konventionell erfassten Objektteile.

Kapitel 4

Experimentelle Untersuchungen

Zur Kontrolle der Plausibilität des in den vorigen Kapiteln theoretisch betrachteten Einflusses des Spiegels auf das Messergebnis, werden diese Ergebnisse mit experimentell gewonnenen Daten verglichen. Die praktischen Tests wurden mit einem Minolta VIVID 9i (vgl. Abschnitt 2.2.2) und einem Vorderflächenspiegel (vgl. Abschnitt 2.3.2) durchgeführt. Die Genauigkeitsuntersuchung der Messergebnisse erfolgte mit den Softwarepaketen Matlab[16], Geomagic[17] und ORPHEUS/Orient[18]. Als Referenzwerte der Genauigkeitsuntersuchungen wurden die Messergebnisse der Oberflächenerfassung des Objekts ohne Spiegel bzw. geometrische Primitive herangezogen. Im Folgenden sind die Ergebnisse der verschiedenen Testszenarien präsentiert.

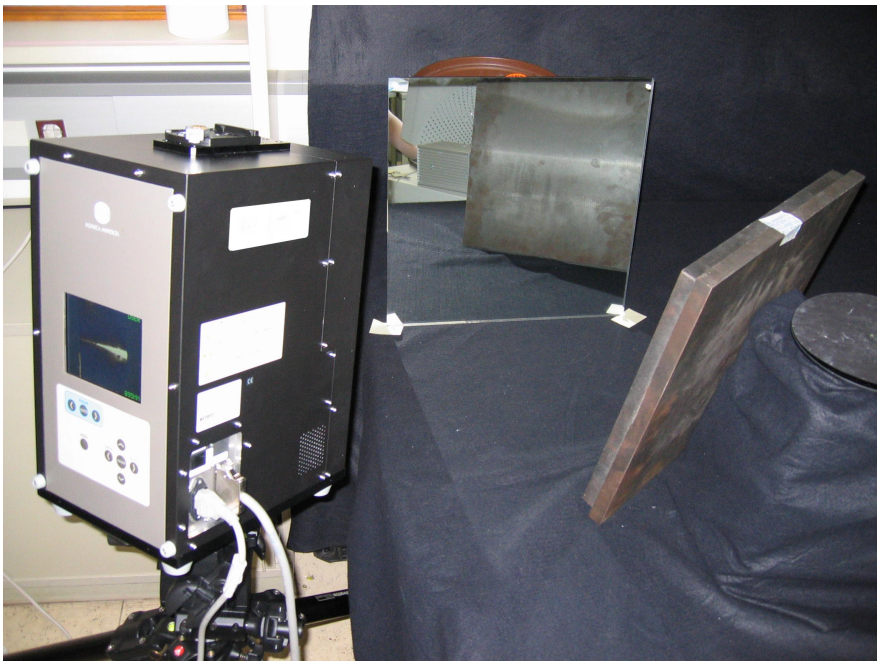


Abbildung 4.1: *Foto des Versuchsaufbaus. (v.l.n.r.: Scanner, Spiegel, Metallplatte)*

Abbildung 4.1 dient der Veranschaulichung des Versuchsaufbaus. Als Versuchsobjekt wurde eine ca. 38,5 x 38,5 cm große Referenz-Metallplatte von hoher Planarität heran gezogen. Die Messungen wurden mit den drei verfügbaren Objektiven (Tele, Middle, Wide) des Scanners durchgeführt. Die Versuchsanordnung wurde so gewählt, dass sie annähernd der in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Aufnahmekonfiguration entspricht. Um den Einfluss des Spiegels auf die Messergebnisse untersuchen zu können, wurden Messungen

[16] The MathWorks GmbH (2008)
[17] Geomagic GmbH (2008)
[18] IPF TU Wien (2009)

mit annähernd gleicher Aufnahmekonfiguration mit (mS = Messung mit Spiegel) und ohne Spiegel (oS = Messung ohne Spiegel) durchgeführt. Zur Überprüfung der Scannerkalibrierung und um die Verlässlichkeit der Messungen ohne Spiegel, die als Referenzwerte dienen, zu überprüfen, wurden diese Messungen mehrfach durchgeführt. Außerdem wurde die Metallplatte in zwei verschiedenen Drehpositionen (0° u. 90°) gescannt. Um den möglichen Einfluss der Spiegeldrehung auf das Messergebnis zu ermitteln, wurde der Spiegel in vier Verkantungen (0°, 90°, 180° u. 270°) zur Messung verwendet. Zu Testzwecken wurden auch Messungen über einen Rückflächenspiegel (mB = Messung mit Brechung) durchgeführt.

Als Ergebnis der einzelnen Scans liefert der Minolta VIVID 9i eine 3D-Punktwolke im Konica-Minolta 3D-Datenformat (vvd) (siehe Abbilgung 4.2). Um weitere Genauigkeitsuntersuchungen durchführen zu können, wurden mit Hilfe der Software Geomagic alle nicht relevanten Punkte (die nicht zum Objekt gehören) in den einzelnen Datensätzen gelöscht und anschließend als xyz-File exportiert. Die Anzahl der Punkte pro Datensatz variiert auf Grund des unterschiedlichen Bildausschnitts (durch die Verwendung von Objektiven mit unterschiedlichen Brennweiten bei gleicher Aufnahmeentfernung) ungefähr zwischen 165.000 und 307.000.

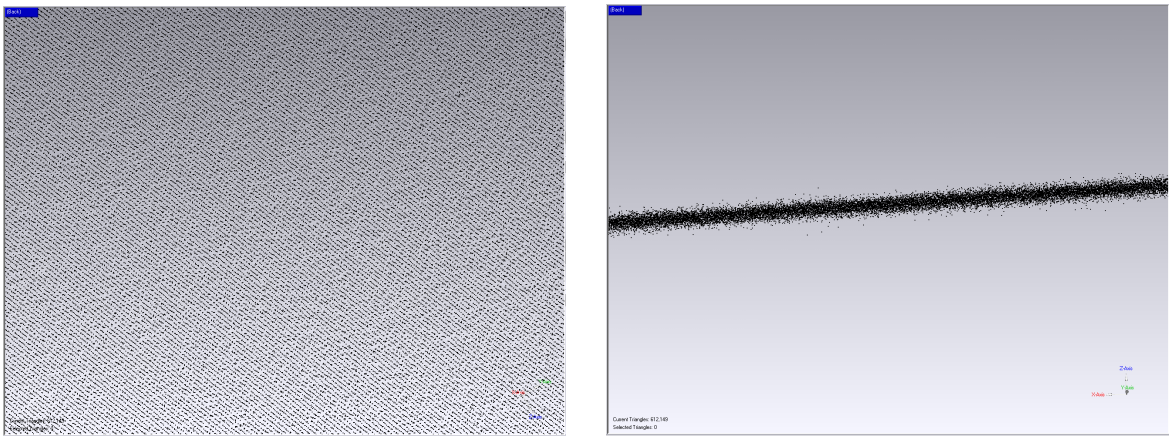


Abbildung 4.2: *Die Abbildungen zeigen jeweils einen Ausschnitt des Scanergebnisses der Referenz-Platte. Links ist eine Schrägrissansicht, rechts eine Seitenansicht dargestellt. Die Messung wurde mit dem Minolta VIVID 9i mit dem Tele-Objektiv über einen Vorderflächenspiegel durchgeführt. Die Aufnahmedistanz beträgt ungefähr 1 m.*

Die Genauigkeitsanalyse der Daten wurde mit dem Softwarepaket Matlab durchgeführt. Dazu wurden die einzelnen Datensätze in Matlab eingelesen. Im Anschluss wurden die Parameter $\mathbf{n}$ und d sowie die Standardabweichung σ_0 der ausgleichenden Ebene

$$\mathbf{n^T} \cdot \mathbf{x} + d = 0$$

bestimmt. Die Berechnung erfolgte mit Hilfe eines sog. robusten Ausgleichsverfahrens, bei dem Messwerte deren Verbesserung den dreifachen Wert einer a-priori festgelegten Standardabweichung übersteigen nicht berücksichtigt werden. Als a-priori Standardabweichung wurde die vom Hersteller angegebene Messgenauigkeit bei einer Aufnahmedistanz von 1 m angenommen (vgl. Abschnitt 2.2.2). Die Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse sind in Tabelle 4.1 zu finden.

Objektiv	Aufnahmeentfernung [mm]	oS / mS / mB	Spiegeldrehung	Ebenendrehung	Parameter der Ausgleichsebene ($\mathbf{n^T} \cdot \mathbf{x} + d = 0$)				
					Normalvektor ($\mathbf{n^T}$)			Verschiebung aus dem Ursprung (d) [mm]	σ_0 [mm]
T	954	oS	0°	0°	-0,027	-0,033	0,999	936,503	0,081
T	954	oS	0°	0°	-0,027	-0,033	0,999	936,438	0,081
T	954	oS	0°	0°	-0,027	-0,033	0,999	936,422	0,080
T	954	oS	0°	90°	-0,029	-0,006	1,000	937,376	0,088
T	954	oS	0°	90°	-0,029	-0,006	1,000	937,403	0,088
T	954	oS	0°	90°	-0,029	-0,006	1,000	937,421	0,088
T	954	mS	0°	0°	0,057	0,152	0,987	925,214	0,081
T	952	mS	90°	0°	0,040	0,156	0,987	923,925	0,104
T	954	mS	180°	0°	0,046	0,168	0,985	923,030	0,090
T	953	mS	270°	0°	0,063	0,174	0,983	920,857	0,098
T	960	mB	0°	0°	0,051	0,170	0,984	927,835	0,126
T	960	mB	90°	0°	0,053	0,172	0,984	927,266	0,144
T	960	mB	180°	0°	0,058	0,173	0,983	926,761	0,115
T	960	mB	270°	0°	0,058	0,164	0,985	928,656	0,138
M	868	oS	0°	0°	-0,060	0,028	0,998	844,774	0,099
M	868	oS	0°	0°	-0,060	0,028	0,998	844,752	0,099
M	868	oS	0°	0°	-0,060	0,028	0,998	844,739	0,099
M	873	oS	0°	90°	-0,084	-0,004	0,997	848,100	0,104
M	874	oS	0°	90°	-0,084	-0,004	0,997	848,183	0,105
M	874	oS	0°	90°	-0,084	-0,004	0,997	848,201	0,106
M	865	mS	0°	0°	0,028	0,029	0,999	841,123	0,105
M	867	mS	90°	0°	0,019	0,025	1,000	841,995	0,135
M	866	mS	180°	0°	0,030	0,034	0,999	840,606	0,156
M	865	mS	270°	0°	0,025	0,031	0,999	840,898	0,120
M	873	mB	0°	0°	0,014	0,027	1,000	847,402	0,196
M	874	mB	90°	0°	0,009	0,031	1,000	847,925	0,178
M	873	mB	180°	0°	0,000	0,028	1,000	848,213	0,157
M	873	mB	270°	0°	0,014	0,032	0,999	847,378	0,198
W	878	oS	0°	0°	-0,060	-0,005	0,998	836,005	0,185
W	878	oS	0°	0°	-0,060	-0,005	0,998	836,064	0,184
W	878	oS	0°	0°	-0,060	-0,005	0,998	836,038	0,184
W	875	oS	0°	90°	-0,094	-0,004	0,996	833,165	0,184
W	875	oS	0°	90°	-0,094	-0,004	0,996	833,198	0,184
W	875	oS	0°	90°	-0,094	-0,004	0,996	833,197	0,184
W	890	mS	0°	0°	0,059	0,062	0,996	845,065	0,185
W	890	mS	90°	0°	0,055	0,057	0,997	845,328	0,263
W	890	mS	180°	0°	0,062	0,069	0,996	843,711	0,282
W	890	mS	270°	0°	0,060	0,064	0,996	844,076	0,192
W	895	mB	0°	0°	0,055	0,062	0,997	850,284	0,262
W	895	mB	90°	0°	0,048	0,065	0,997	850,965	0,266
W	895	mB	180°	0°	0,047	0,069	0,997	850,500	0,249
W	899	mB	270°	0°	0,049	0,059	0,997	851,591	0,377

Tabelle 4.1: *Ergebnisse der Messkampagne von 42 Scans. Die Aufnahmeentfernung entspricht der vom Scanner angegebenen (mittleren) Aufnahmeentfernung der jeweiligen Messung. Die Spiegel- bzw. Ebenendrehung entspricht der jeweiligen Drehposition des Spiegels bzw. der Ebene bei der jeweiligen Messung.* $\mathbf{n}$ *und* d *sind die Parameter,* σ_0 *ist die Standardabweichung der ausgleichenden Ebene* $\mathbf{n^T} \cdot \mathbf{x} + d = 0$*. Die Anzahl der Messpunkte auf der Ebene pro Aufnahme variieren zwischen ca. 165.000 und 307.000 Punkten (je nach verwendetem Objektiv). Bedeutung der Abkürzungen: T = Tele, M = Middle, W = Wide, oS = ohne Spiegel, mS = mit Spiegel, mB = mit Brechung;*

Zum besseren Vergleich der theoretischen und der praktischen Ergebnisse, wurden mit den gleichen Aufnahmekonfigurationsparametern wie bei den praktischen Tests die theoretischen Fehlerwerte bestimmt (vgl. Abschnitt 3.2.4). Die Bestimmung der Aufnahmekonfigurationsparameter erfolgte photogrammetrisch, indem die jeweilige Anordnung mit einigen Fotos einer kalibrierten Kamera dokumentiert wurde. Die Auswertung der Bilder wurde mit Hilfe der Software ORPHEUS/Orient durchgeführt. Bei der Drehung des Spiegels bzw. der Ebene auf eine annähernd gleiche Positionierung des Spiegels bzw. der Ebene geachtet. Daher kann immer von der gleichen Aufnahmekonfiguration für alle mit einem Objektiv gemachten Messungen ausgegangen werden. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Tabelle 4.2 zu finden.

Objektiv	α	φ	g [m]	s [m]	$n\lambda$	F_{max} [mm]	RMS [mm]	σ [mm]	RMS_{Trafo} [mm]	σ_{Trafo} [mm]	σ_ϵ [mm]
Tele (c = 25 mm)	37°	90°	0,40	0,52	$\pm3\lambda$	0,994	0,474	0,232	0,472	0,231	0,161
					$\pm2\lambda$	0,663	0,316	0,154	0,315	0,154	0,160
					$\pm1\lambda$	0,331	0,158	0,077	0,158	0,077	0,143
Middle (c = 14 mm)	39°	90°	0,40	0,45	$\pm3\lambda$	1,297	0,477	0,251	0,477	0,251	0,157
					$\pm2\lambda$	0,865	0,318	0,168	0,318	0,167	0,157
					$\pm1\lambda$	0,433	0,159	0,084	0,159	0,084	0,132
Wide (c = 8 mm)	40°	90°	0,40	0,47	$\pm3\lambda$	1,510	0,539	0,320	0,539	0,320	0,153
					$\pm2\lambda$	1,007	0,359	0,213	0,359	0,213	0,147
					$\pm1\lambda$	0,504	0,180	0,107	0,180	0,107	0,130

Tabelle 4.2: *Die theoretisch ermittelten Fehlerwerte für den Minolta VIVID 9i. Die Aufnahmekonfigurationsparameter entsprechen annähernd jenen der praktischen Tests. Die Gleichung der Spiegeloberfläche lautet:* $f(x,y) = \frac{n\lambda}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{25.4}x\right) + \frac{3\lambda}{2}\sin\left(\frac{n\pi}{4}y\right)$*; der Spiegel hat daher eine maximale Abweichung von* $\pm\frac{n\lambda}{2}$*/Inch von der Planarität.* F_{max} *ist der maximale Fehlerwert,* RMS *ist das quadratische Mittel der Fehlerwerte und* σ *ist die Standardabweichung der Fehlerwerte.* RMS_{Trafo} *und* σ_{Trafo} *sind die statistischen Kennwerte der Punktabstände (von* $\mathbf{P}$ *und* $\mathbf{P}''$*) nach einer ausgleichenden Kongruenztransformation.* σ_ϵ *ist die Standardabweichung der ausgleichenden Ebene durch alle Punkte* $\mathbf{P}'$*.* α*,* φ*,* s *und* g *sind die Parameter der Aufnahmekonfiguration (*α *ist der Aufnahmewinkel,* φ *ist die Verdrehung der Basis,* s *ist die Aufnahmeentfernung,* g *ist die Objektentfernung),* c *ist die Brennweite des Objektivs. Pro Aufnahmekonfiguration wurden die Fehlerwerte für 100 Punkte berechnet.*

Diskussion der Ergebnisse

Die Werte in den Tabellen 4.2 und 4.1 lassen folgende Schlussfolgerungen zu:

- Vom Hersteller wird für eine Aufnahmeentfernung von 1 m im Datenblatt des Laserscanners[19] eine Präzision von ±0,024 mm für das Tele-Objektiv, ±0 048 mm für das Middle-Objektiv und ±0,096 mm für das Wide-Objektiv angegeben. Vergleicht man diese Genauigkeitswerte mit denen der Referenzmessungen (ohne Spiegel) in Tabelle 4.1, so erkennt man, dass diese um den Faktor 4 bzw. 2 schlechter sind. Ein möglicher Grund dafür könnte sein, dass bei den Messungen nicht die vom Hersteller angegeben idealen Testbedingungen eingehalten wurden.

- Die Genauigkeit der Messergebnisse verschlechtert sich durch die Verwendung des Spiegels nur geringfügig.

  Theoretisch müsste die Genauigkeitsdifferenz in Tabelle 4.1 zwischen den mit und den ohne Spiegel durchgeführten Messungen (in Form von σ_o) gleich der durch den Spiegel verursachten Genauigkeitsverschlechterung, und daher gleich der errechneten Genauigkeiten in Tabelle 4.2 (in Form von σ_ϵ) sein. Die Genauigkeiten der Messungen mit und ohne Spiegel sind jedoch annähernd gleich. Es stellt sich die Frage, wieso ist die errechnete theoretische Genauigkeit schlechter als die in den praktischen Test ermittelte Genauigkeit?

  Eine Ursache für diese Abweichung könnte sein, dass die Spiegeloberfläche genauer ist, als vom Hersteller angegeben wurde. Ebenso denkbar ist, dass die vom Hersteller angegebene Spiegelgenauigkeit sehr wohl richtig ist, jedoch die Interpretation dieser Spiegelgenauigkeit „zu pessimistisch“ gewählt wurde. Denn laut Hersteller hat der Spiegel eine wellenförmige Oberfläche mit einer Genauigkeit von 4-6λ/ Inch PV (vgl. Abschnitt 2.3.1 bzw. 2.3.2). Für die theoretische Fehlerabschätzung wurde die Spiegeloberfläche als eine sinusförmig gewellte Oberfläche mit einer maximalen Amplitude von $\pm3\lambda$ bzw. $\pm2\lambda$ und einer Periode von 1 Inch gewählt. Diese Interpretation entspricht dem schlechtest möglichen Fall einer PV-Oberflächengenauigkeitsangabe. Möglich wäre auch, dass der Zentralbereich des Spiegels (über den die realen Messungen hauptsächlich erhalten wurden) eine bessere und homogenere Genauigkeit hat als der Randbereich.

[19] http://www.konicaminolta.com/content/download/4738/35019/vivid9i.pdf

- Weiters zeigt der Vergleich der Werte für σ_0 in Tabelle 4.1 mit den Werten für σ_ϵ in Tabelle 4.2, dass bei den theoretisch ermittelten Ergebnissen die Werte von σ_ϵ mit kleiner werdender Brennweite (c) abnehmen (also kleinere Werte für σ_ϵ beim Wide-Objektiv als beim Tele-Objektiv), während bei den praktisch ermittelten Ergebnissen ein umgekehrtes Verhalten auftritt (also kleinere Werte für σ_0 beim Tele-Objektiv als beim Wide-Objektiv). Eine mögliche Erklärung könnte die im Messgerät nicht kompensierte Restverzeichnung der (realen) Objektive sein, die bei Weitwinkelobjektiven größer ist als bei Teleobjektiven.

- Bei allen theoretischen Fehlerabschätzungen wurde die Annahme getroffen, dass die Spiegeloberfläche radialsymmetrisch ist (vgl. Abschnitt 3.2.1) und sich daher die Genauigkeit durch Drehung des Spiegels nicht (merklich) ändert. Die vorliegenden Ergebnisse bestätigen diese Annahme, das heißt, die Spiegeloberfläche des verwendeten Spiegels weist keine wesentlichen, asymmetrischen Unregelmäßigkeiten auf, daraus lässt sich jedoch keine allgemein gültige Regel ableiten. Weiters lässt sich aus den ähnlichen Genauigkeitswerten der Messungen mit den vier unterschiedlichen Spiegeldrehungen ableiten, dass bei annähernd gleichen Bedingungen (die Aufnahmeparameter waren bis auf die Spiegeldrehung nahezu ident) reproduzierbare Messergebnisse erzielt werden können.

- Die zu Testzwecken durchgeführten Messungen über den Rückflächenspiegel (z.B. für Projekte mit sehr geringen Genauigkeitsanforderungen) konnten ohne Probleme durchgeführt werden. Die Ergebnisse waren widererwarten nur geringfügig schlechter als die über den Vorderflächenspiegel erfassten Messungen. Eingehende Untersuchungen zur Verwendung von Rückflächenspiegeln erscheinen aus wirtschaftlicher Sicht unrentabel, da die geringeren Anschaffungskosten des Rückflächenspiegels die zusätzliche Fehlerquelle (die Brechung der Abbildungsstrahlen an der Glasschicht) nicht aufwiegen, zumal der Preis eines Vorderflächenspiegel akzeptabler Größe und Genauigkeit nicht sehr hoch ist.

Abschließend lässt sich sagen, dass alle Messungen über den Spiegel ohne Probleme durchgeführt werden konnten. Der Arbeitsaufwand der Messungen mit Spiegel war im Vergleich zu jenen ohne Spiegel nicht merklich höher. Keiner der Datensätze wies grobe Fehler auf, die Bereinigung erfolgte nur zur Trennung von relevanten und nicht relevanten Daten.

Betrachtet man nur die Tätigkeit des Messens so spricht nichts gegen die Verwendung von Spiegeln zur Oberflächenerfassung. Die bisher durchgeführten Messungen haben allerdings unter Laborbedingungen stattgefunden, wie gut sich der Einsatz von Spiegeln im Vermessungsalltag bewährt, wäre noch zu untersuchen. Vom derzeitigen Standpunkt aus betrachtet, sollte es jedoch keine wesentlichen Probleme geben.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Bei herkömmlicher Vermessung mit einem Laserscanner kann es vorkommen, dass auf Grund der rund um das zu vermessende Objekt vorherrschenden räumlichen Bedingungen, nicht das gesamte Objekt erfasst werden kann. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Thema wie jene nicht erfassbaren Objektteile dennoch vermessen werden können.

Um die herrschenden Umstände zu „verbessern“, werden Spiegel zur Oberflächenerfassung eingesetzt. Ziel war es eine Methode zur Einführung eines Spiegels in die Aufnahmekonfiguration zu entwickeln, mit der weder eine merkbare Verschlechterung der Qualität der Messdaten, noch eine Verkomplizierung der Datenerfassung und Datennachbearbeitung auftritt.

Da die über den Spiegel erfassten Daten spiegelverkehrt sind, ist es notwendig diese zu „entspiegeln“. Die in der vorliegenden Arbeit untersuchte Methode zur „Entspiegelung“ bedient sich der einfachsten Lösung dieses Problems, der Spiegelung der Punkte an einer beliebigen Ebene im Raum. Vorteilhaft an dieser Vorgehensweise ist, dass man keine Information über die Beschaffenheit der Spiegeloberfläche sowie die Lage des Spiegels bezüglich des Laserscanners benötigt.

Die Größe des Fehlers, der durch die Nichtbeachtung der tatsächlichen Spiegeloberfläche entsteht, wurde durch den Vergleich der Punktlage bei Spiegelung eines ebenen Objekts an einem planaren Spiegel bzw. an einer tatsächlichen Spiegeloberfläche ermittelt. Für diese Untersuchung wurden eine Standardaufnahmekonfiguration und ein Modell der tatsächlichen Spiegeloberfläche definiert.

Die theoretische Untersuchung brachte folgende Ergebnisse:

- Bei Verwendung eines Vorderflächenspiegels mittlerer Qualität und eines Laserscanners der nach dem Prinzip der Polaraufnahme arbeitet (mit einer Messgenauigkeit von rund 1 cm), ist der durch die untersuchte Methode der „Entspiegelung“ verursachte Fehler kleiner als die Messgenauigkeit des Geräts. Auf Grund der Tatsache, dass die Messgenauigkeit von Laserscannern die nach dem Prinzip der Polaraufnahme arbeiten meist im mm- bzw. im cm-Bereich liegt, eignet sich die Methode ohne Einschränkungen.Die Genauigkeit der Daten ist hauptsächlich von der Distanz zwischen dem Spiegel und dem Objekt abhängig, (falls möglich) kann der Fehler so klein gehalten werden.

- Da die Messgenauigkeit von Triangulationslaserscannern im Allgemeinen höher ist, ist die Anwendung des vorgestellten Verfahrens für diese Art von Laserscanner nur unter Beachtung gewisser Vorgaben sinnvoll. Ein schlechtes Basis-Aufnahmeentfernungsverhältnis wirkt sich bei Vermessung via Spiegel negativ auf die Qualität der Ergebnisse aus, daher sollte die Gesamtaufnahmeentfernung so kurz wie möglich sein.

- Bei der Wahl des Spiegels sind folgende Punkte von Bedeutung:

  - Um die Verlässlichkeit der Messdaten zu erhöhen, ist es notwendig einen Vorderflächenspiegel zu verwenden.
  - Je höher die Präzision des Spiegels, desto kleiner ist dieser in der Regel. Zu kleine Spiegel sind aber für die Verwendung mit einem Triangulationslaserscanner ungeeignet bzw. zur Erfassung größerer Objektteile nicht praktisch. Es ist daher erforderlich zwischen der Größe und der Planarität des Spiegels einen Kompromiss zu finden.

Die experimentelle Untersuchung brachte folgende Ergebnisse:

- Die Messung via Spiegel funktionierte problemlos. Die Datensätze wiesen keine groben Fehler auf.
- Die Genauigkeit der Messergebnisse übertraf die, auf den zuvor angestellten theoretischen Berechnungen beruhenden, Erwartungen. Es zeigte sich, dass sich die Genauigkeit durch die Verwendung des Spiegels nur geringfügig verschlechtert.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit war es nicht möglich die Ursachen für die Genauigkeitsdifferenz zwischen den theoretisch und praktisch ermittelten Ergebnissen ausreichend zu klären. Mögliche Ursachen für diese Abweichung könnten sein, dass die Spiegeloberfläche genauer ist, als vom Hersteller angegeben oder, dass die Interpretation der Herstellerangabe „zu pessimistisch“ gewählt wurde, etwa wenn der Spiegel nicht auf der gesamten Oberfläche dieselbe Unebenheit aufweisen würde.

Um diesem Phänomen genauer auf den Grund zu gehen, wäre in einem nächsten Schritt die Vermessung der Spiegeloberfläche sicherlich von Vorteil. Anhand der daraus gewonnenen Erkenntnisse könnte das Spiegelmodell für weitere Berechnungen adaptiert werden.

Da das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit weniger auf den praktischen Tests lag, liegt hier weiteres Forschungspotential. So wären beispielsweise weitere Tests, vor allem in Hinblick auf variierende Aufnahmeentfernungen, für weiterführende Forschung bestimmt von Nutzen. Sicherlich wären auch Erfahrungen aus dem Vermessungsalltag, in Bezug auf Handhabung des Spiegels beim Messen, Platzierung und Montage vor Ort, Zeitaufwand, Nachbereitung sowie der Genauigkeit der Daten, interessant.

Auch wenn die bisherigen Messergebnisse vermuten lassen, dass derartige Erkenntnisse für die Praxis nur geringen Stellenwert haben werden, so wäre die Untersuchung, ob der Spiegel Einfluss auf den Gerätefehler hat (z.B. ob der Spiegel das Ergebnis der Distanzmessung beeinflusst) ein durchaus interessantes Forschungsfeld.

Die bei dieser Arbeit weitgehend außer Acht gelassene photogrammetrische Oberflächenerfassung stellt natürlich ein weiteres großes Forschungsgebiet dar. Der photogrammetrische Normalfall wurde implizit bei der Untersuchung des Triangulationsscanners behandelt. Ausständig ist allerdings die Analyse des allgemeinen Falls der photogrammetrischen Oberflächenerfassung.

Dabei wäre speziell zu untersuchen, ob ein Spiegel hinsichtlich Geometrie oder Radiometrie auf die Bestimmung der Orientierungsparameter Einuss hat. Anders ausgedrückt, es sollte untersucht werden, wie erfolgreich Bilder die über einen Spiegel erfasst werden, in der Praxis eingesetzt werden können. Spezielles Augenmerk ist hier auf die Strahlengeometrie (hinsichtlich Schnittwinkel) der einzelnen Bilder und die Sicht- bzw. Beleuchtungsverhältnisse (speziell Schattenwurf) zu legen. Denn diese können beim Fotografieren über den Spiegel nur indirekt und schwierig abgeschätzt werden, haben aber großen Einfluss auf die (automatische) Messung von Verknüpfungspunkten (und somit auf die Orientierung) und das Ableiten von Oberflächenmodellen per automatischen Bildmatching.

Literaturverzeichnis

[Bernardini und Rushmeier 2002] Bernardini, Fausto ; Rushmeier, Holly: The 3D Model Acquisition Pipeline. In: *Computer Graphics Forum* 21 (2002), S. 149ff. – URL http://www1.cs.columbia.edu/~allen/PHOTOPAPERS/pipeline.fausto.pdf

[Besl und McKay 1992] Besl, Paul J. ; McKay, Neil D.: A Method for Registration of 3-D Shapes. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 No. 2 (1992), S. 239–256. – URL http://www.stanford.edu/class/cs273/refs/icp.pdf

[Böhler u. a. 2003] Böhler, Wolfgang ; Bordas-Vicent, Monica ; Marbs, Andreas: Investigating Laser Scanner Accuracy. In: *Proceedings of XIXth CIPA Symposium, Antalya, Türkei*, URL http://www-group.slac.stanford.edu/met/Align/Laser_Scanner/laserscanner_accuracy.pdf, 2003

[Böhler und Marbs 2004] Böhler, Wolfgang ; Marbs, Andreas ; Boochs, Frank (Hrsg.) ; Müller, Hartmut (Hrsg.): *Schriftenreihe Informations- und Messtechnik*. Bd. 5: *Vergleich von 3D-Scanning und Photogrammetrie zur geometrischen Dokumentation im Denkmalbereich*. Shaker Verlag, 2004

[DIN ISO 10110-14 2004] Optik und optische Instrumente: Erstellung von Zeichnungen für optische Elemente und Systeme - Teil 14: Toleranzen für Wellenfrontdeformationen. 2004 (DIN ISO 10110-14). – Norm

[DIN ISO 10110-5 2000] Optik und optische Instrumente: Erstellung von Zeichnungen für optische Elemente und Systeme - Teil 5: Paßfehler. 2000 (DIN ISO 10110-5). – Norm

[Fasano u. a. 2003] Fasano, Andrea ; Callier, Marco ; Cignoni, Paolo ; Scopigno, Roberto: Exploiting Mirrors for Laser Stripe 3D Scanning. In: *Fourth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*, URL http://vcg.isti.cnr.it/publications/papers/3dimmirror.pdf, 2003, S. 243ff.

[Geomagic GmbH 2008] Geomagic GmbH: *Homepage*. Juli 2008. – URL http://www.geomagic.com/en

[Horn 1987] Horn, Berthold K. P.: Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. In: *Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science, and Vision* 4 (1987), S. 629–642. – URL http://people.csail.mit.edu/bkph/papers/Absolute_Orientation.pdf

[IPF TU Wien 2009] IPF TU Wien: *Homepage*. April 2009. – URL http://www.ipf.tuwien.ac.at/products/produktinfo/orient/html_hjk/orient.html

[Kern 2003] Kern, Fredie: *Automatisierte Modellierung von Bauwerksgeometrien aus 3D-Laserscanner-Daten*, Technische Universität Carolo-Wilhemina zu Braunschweig, Dissertation, 2003. – URL http://www.xdesy.de/paper/fkern_dissertation.pdf

[Konica Minolta Sensing Europe GMBH 2007] Konica Minolta Sensing Europe GMBH: *Homepage*. Januar 2007. – URL http://www.konicaminolta-3d.com

[Kraus 2004] Kraus, Karl: *Photogrammetrie Band 1: Geometrische Informationen aus Photographien und Laserscanneraufnahmen*. Walter de Gruyter Verlag Berlin, 2004

[Lin u. a. 2002] Lin, I-Chen ; Yeh, Jeng-Sheng ; Ouhyoung, Ming: Extracting Realistic 3D Facial Animation Parameters from Multiview Video Clips. In: *IEEE Computer Graphics and Applications* 22 (2002), S. 72–80. – URL http://www.cs.nctu.edu.tw/~ichenlin/public/CGA02_draft.pdf

[Luhmann 2005] Luhmann, Thomas: Zum photogrammetrischen Einsatz von Einzelkameras mit optischer Stereostrahlteilung. In: *Photogrammetrie Fernerkundung Geoinformation* 2 (2005), S. 101–110

[Niemeier und Wild 1995] Niemeier, Wolfgang ; Wild, Peter: Use of Laser Scanners for the Determination of Building Geometries. In: Grün, Armin (Hrsg.) ; Kahmen, Heribert (Hrsg.): *Optical 3D-Measurement Techniques III*, 1995, S. 275–284

[Nikon Corporation 2007] Nikon Corporation: *Homepage*. April 2007. – URL http://nikonimaging.com

[Pfeifer 2008] Pfeifer, Norbert: Laserscanning in der Vermessung: Vorteile, Nachteile und Perspektiven. In: *Geonews, Software-Magazin für Vermessung und Geoinformation* 3 (2008), S. 4–5. – URL http://www.ipf.tuwien.ac.at/np/Publications/GeoNews08.pdf

[Pörschke GmbH 2007] Pörschke GmbH: *Homepage*. Februar 2007. – URL http://www.poerschke.de

[Pottmann u. a. 2002] Pottmann, Helmut ; Leopoldseder, Stefan ; Hofer, Michael: Simultaneous Registration of Multiple Views of a 3D Object. In: *ISPRS Archives* 34/3A (2002), S. 265–270. – URL http://www.geometrie.tuwien.ac.at/geom/ig/papers/pcv02.pdf

[RIEGL Laser Measurement Systems GmbH 2007] RIEGL Laser Measurement Systems GmbH: *Homepage*. Januar 2007. – URL http://www.riegl.com

[Rietdorf 2005] Rietdorf, Andreas: *Automatisierte Auswertung und Kalibrierung von scannenden Messsystemen mit tachymetrischem Messprinzip*, Technische Universitat Berlin, Dissertation, 2005. – URL http://opus.kobv.de/tuberlin/volltexte/2005/913/pdf/rietdorf_andreas.pdf

[Schloß Schönbrunn Kultur- und Betriebsges.m.b.H. 2009] Schloss Schönbrunn Kultur- und Betriebsges.m.b.H.: *Homepage*. August 2009. – URL http://www.schoenbrunn.at/

[Schulz und Ingensand 2004] Schulz, Thorsten ; Ingensand, Hilmar: Terrestrial Laser Scanning - Investigations and Applications for High Precision Scanning. In: *Proceedings of the FIG Working Week - The Olympic Spirit in Surveying*, URL http://www.fig.net/pub/athens/papers/ts26/TS26_1_Schulz_Ingensand.pdf, 2004

[Schulz u. a. 2004] Schulz, Thorsten ; Zogg, Hans-Martin ; Ingensand, Hilmar: Terrestrisches Laserscanning und seine Anwendungen in der Ingenieurvermessung. In: Ingensand, Hilmar (Hrsg.): *Ingenieurvermessung 2004*, URL http://www.geometh-data.ethz.ch/downloads/SchulzT_IV2004.pdf, 2004

[Schuster und Förstner 2003] Schuster, Hanns-Florian ; Förstner, Wolfgang: *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2003*. Kap. Segmentierung, Rekonstruktion und Datenfusion bei der Objekterfassung mit Entfernungsdaten - ein Überblick, S. 3–10, Thomas Luhmann, 2003. – URL http://www.ipb.uni-bonn.de/papers/2003/schuster03.oldenburg.ps.gz

[The MathWorks GmbH 2008] The MathWorks GmbH: *Homepage*. Juli 2008. – URL http://www.mathworks.com

[Wiora 2001] WIORA, Georg: *Optische 3D-Messtechnik: Präzise Gestaltvermessung mit einem erweiterten Streifenprojektionsverfahren*, Ruprechts-Karl-Universität Heidelberg, Dissertation, 2001. – URL http://archiv.ub.uni-heidelberg.de/volltextserver/volltexte/2001/1808/pdf/01_Diss_Wiora_Print_Version_bw.pdf