



AXIALE GEGENLÄUFIGE STRÖMUNGSARBEITSMASCHINEN UND IHRE EINORDNUNG IM CORDIER-DIAGRAMM

Diplomarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-
Ingenieurs

unter der Anleitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Reinhard Willinger

Institut für Energietechnik und Thermodynamik

eingereicht an der

Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Mustafa Erbil Haskinaci, BSc

Matrikelnummer 0427186

Wien, Februar 2012

Hiermit versichere ich an Eides statt, die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und nur die genannten Hilfsmittel verwendet zu haben.

Wien, Februar 2012

Mustafa Erbil Haskinaci

DANKSAGUNG

An erster Stelle bedanke ich mich ganz herzlich dem Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Reinhard Willinger für die Vergabe der Diplomarbeit und für die nützlichen Anregungen und Verbesserungsvorschläge zu dieser Arbeit. Er gab mir die Möglichkeit, im Rahmen meiner Diplomarbeit einen tieferen Einblick in die Thematik der Strömungsmaschinen zu bekommen, einem für mich nicht ganz bekannten Teilgebiet der Technik.

Besonderer Dank gilt meinen Eltern und meiner Großmutter, die mich bei meiner Ausbildung und Aufenthalt in einem fremden Land finanziell und auch geistig unterstützt haben. Ferner möchte ich mich bei jenen bedanken, die mir während meinem Studium durch ihre hervorragenden Ratschläge geholfen haben.

Zu guter Letzt bedanke ich mich bei meiner Freundin Anita für die begierige Suche nach Fehlern.

KURZFASSUNG

In dieser Arbeit wird die Position von gegenläufigen Axialverdichterstufen und Propellern auf dem Corier-Diagramm behandelt. Das Cordier-Diagramm gibt einen optimalen Zusammenhang zwischen den zwei dimensionslosen Kennzahlen $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$ an, der bei der Erstausslegung der Strömungsmaschine hilft. Die dabei erhaltenen Auswertungen werden danach mit den traditionellen Axialverdichterstufen und einfachen Propellern verglichen.

Die Cordier-Kurve für Axialverdichterstufen wird über die Stufenkennlinie hergeleitet, wobei bei der Bestimmung der Cordier-Kurve für Propeller die Blattelement-Impuls-Theorie angewendet wird. Weiters werden die Ergebnisse der Blattelement-Impuls-Theorie und der einfachen Strahltheorie (Impulstheorie) miteinander verglichen. Daraus lassen sich folgende Ergebnisse durch verschiedene Begründungen verstärken.

Schlagwörter: Cordier-Diagramm, gegenläufige Axialverdichterstufen, gegenläufige Propeller, Geschwindigkeitsdreiecke, Blattelement-Impuls-Theorie (BEM)

ABSTRACT

In this thesis the position of the counter-rotating axial compressor stages and propellers in the Cordier-diagram are calculated. The Cordier-diagram is a graph which presents the specific speed in respect of the specific diameter $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$ for different types of turbomachines working under the best degree of efficiency. The result of the evaluations are compared with the traditional axial compressor stages and propellers.

The Cordier-line for counter-rotating axial compressor stages is evaluated by the velocity triangles. On the other hand momentum theory and blade element momentum theory are used to evaluate the Cordier-line for counter-rotating propellers. Subsequent results can be strengthened through various substantiations.

Keywords: Cordier-diagram, counter-rotating axial compressor stages, counter-rotating propellers, velocity triangle, blade element momentum theory (BEM)

INHALTSVERZEICHNIS

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis.....	IX
Symbolverzeichnis	XI
1. Einleitung	1
2. Zielsetzung	5
3. Arbeitsweise von Strömungsarbeitsmaschinen.....	6
3.1. Allgemeine Strömungsgesetze	7
3.1.1. Kontinuitätsgleichung des Massenstroms	7
3.1.2. Drallsatz	8
3.1.3. Impulssatz.....	8
3.1.4. Eulersche Hauptgleichung.....	9
3.2. Geschwindigkeitsdreiecke	9
3.3. Dimensionslose Kennzahlen.....	12
3.4. Energieumsetzung in Axialverdichterstufen	14
3.5. Energieumsetzung in gegenläufigen Axialverdichterstufen	15
4. Energieumsetzung im Propeller	17
4.1. Strahltheorie des Propellers	17
4.2. Blattelementtheorie (BE-Theorie)	19
4.3. Blattelement-Impuls-theorie (BEM-Theorie).....	22
4.4. Prandtlverluste	23
4.5. Wirbeltheorie	25
4.6. Bauformen von Propeller.....	27
4.6.1. Flugzeugpropeller.....	27
4.6.2. Schiffspropeller	28
4.6.3. Voith-Schneider-Propeller	28

4.6.4. Gegenläufige Propeller	Error! Bookmark not defined.
5. Cordier Diagramm	31
6. Betriebsverhalten	34
6.1. Stufenkennlinie einer gegenläufigen Axialverdichterstufe	34
6.1.1. Anwendung der Kennlinie der gegenläufigen Axialverdichterstufe	37
6.2. Kennzahlberechnung für Propeller	39
6.2.1. Kennzahlberechnung mit Hilfe der einfachen Strahltheorie	39
6.2.2. Kennzahlberechnung mit Hilfe der BEM-Theorie	42
7. Auswertungen	45
7.1. gegenläufige Axialverdichterstufen	45
7.2. Propeller und gegenläufige Propeller	50
8. Interpretation der Ergebnisse	57
8.1. gegenläufige Axialverdichterstufen	57
8.2. Propeller	60
9. Zusammenfassung und Ausblick	65
10. Literaturverzeichnis	66
11. Anhang	68

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1-1 Triebwerk eines F-35s	2
Abbildung 1-2 links: gegenläufige Propeller von P-51 Mustang, rechts: Kamov Ka-50	2
Abbildung 1-3 gegenläufige Propeller, die bei ShinNihonkai Fähren benutzt werden.....	3
Abbildung 1-4 Skizze einer traditionellen Axialverdichterstufe.....	3
Abbildung 1-5 Skizze einer gegenläufigen Axialverdichterstufe	4
Abbildung 3-1 Einteilung der Strömungsmaschinen	6
Abbildung 3-2 Geschwindigkeitsdreieck des ersten Gitters eines Verdichters	10
Abbildung 3-3 h-s-Diagramm einer Axialverdichterstufe	14
Abbildung 3-4 h-s-Diagramm einer gegenläufigen Axialverdichterstufe.....	15
Abbildung 3-5 Geschwindigkeitsdreieck des zweiten Gitters einer axialen gegenläufigen Verdichterstufe	16
Abbildung 4-1 Druck und Geschwindigkeitsverlauf in einem Propellerstrahl	18
Abbildung 4-2 Auftriebs- und Widerstandskraft auf dem Blattelement	20
Abbildung 4-3 Auftriebs- und Widerstandsbeiwertkurven für RAF-6	22
Abbildung 4-4 Korrektur des axialen Induktionsfaktors a für Windturbinen.....	24
Abbildung 4-5 Nachläufe	26
Abbildung 4-6 Die Druck und Geschwindigkeitsverläufe eines gegenläufigen Propellers.....	29
Abbildung 5-1 das originale Cordier Diagramm.....	32
Abbildung 5-2 Cordier Diagramm von Balje.....	33
Abbildung 6-1 Profilreihe - Gitter I und Gitter II	34
Abbildung 6-2 Vergleich zwischen den Arbeitszahlen λ einer Axialverdichterstufe und einer gegenläufigen Axialverdichterstufe	36
Abbildung 6-3 der Leistungsunterschied zwischen einem einfachen und gegenläufigen Propeller	40
Abbildung 7-1 Auswertung I.....	46
Abbildung 7-2 Auswertung II	47

Abbildung 7-3 Auswertung III	48
Abbildung 7-4 Auswertung IV	49
Abbildung 7-5 Schubbeiwert vs Fortschrittsgrad.....	50
Abbildung 7-6 Leistungsbeiwert vs Fortschrittsgrad	51
Abbildung 7-7 Auswertung mit einfacher Strahltheorie	51
Abbildung 7-8 Auswertung I – Schubbeiwert vs Fortschrittsgrad.....	53
Abbildung 7-9 Auswertung I – Leistungsbeiwert vs Fortschrittsgrad	53
Abbildung 7-10 Auswertung I mit Hilfe der BEM-Theorie	54
Abbildung 7-11 Auswertung II – Schubbeiwert vs Fortschrittsgrad	55
Abbildung 7-12 Auswertung II – Leistungsbeiwert vs Fortschrittsgrad.....	55
Abbildung 7-13 Auswertung II mit Hilfe der BEM-Theorie	56
Abbildung 8-1 Sonderfälle A und B	59
Abbildung 8-2 Vergleich der einfachen Strahltheorie mit der BEM-Theorie für den einfachen Propeller	61
Abbildung 8-3 Cordier Diagramm	62
Abbildung 8-4 Leistungsunterschied zwischen einem einfachen und einem gegenläufigen Propeller	63

TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 6-1 Bildung der Gleichung $\sigma = f(\delta)$	38
Tabelle 6-2 Iterationsschritte der Bestimmung des Faktors a	43
Tabelle 7-1 Auswertung I.....	45
Tabelle 7-2 Auswertung II	47
Tabelle 7-3 Auswertung III	48
Tabelle 7-4 Auswertung IV	49
Tabelle 7-5 Auswertung I mit der BEM-Theorie	52
Tabelle 7-6 Auswertung II mit der BEM-Theorie	55
Tabelle 11-1 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,25$	68
Tabelle 11-2 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,25$	69
Tabelle 11-3 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,4$	69
Tabelle 11-4 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,4$	70
Tabelle 11-5 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,6$	71
Tabelle 11-6 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,6$	71
Tabelle 11-7 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 1$	72
Tabelle 11-8 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 1$	73
Tabelle 11-9 Auswertung I des einfachen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,2$	75

Tabelle 11-10 Auswertung I des gegenläufigen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,2$	76
Tabelle 11-11 Auswertung I des einfachen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 7^\circ$ und $\sigma' = 0,2$	77
Tabelle 11-12 Auswertung I des gegenläufigen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 7^\circ$ und $\sigma' = 0,2$	78
Tabelle 11-13 Auswertung I des einfachen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 10^\circ$ und $\sigma' = 0,2$	79
Tabelle 11-14 Auswertung I des gegenläufigen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 10^\circ$ und $\sigma' = 0,2$	80
Tabelle 11-15 Auswertung II des einfachen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,4$	81
Tabelle 11-16 Auswertung II des gegenläufigen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,4$	82
Tabelle 11-17 Auswertung II des einfachen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,72$	83
Tabelle 11-18 Auswertung II des gegenläufigen Propellers mit BEM-theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,72$	84

SYMBOLVERZEICHNIS

Lateinische Buchstaben

A	Fläche
a	axialer Induktionsfaktor
a'	radialer Induktionsfaktor
a_u	spezifische Umfangsarbeit
b	Sehnenlänge
C_D	Widerstandsbeiwert
C_L	Auftriebsbeiwert
c	Geschwindigkeit, Absolutgeschwindigkeit
c_m	Meridiankomponente
c_u	Umfangskomponente
d	Durchmesser
D	Widerstandskraft
D_q	spezifischer Durchmesser
F	Korrekturfaktor
h	spezifische Enthalpie
J	Fortschrittsgrad
L	Auftriebskraft
\dot{m}	Massenstrom
M	Machzahl
n	Drehzahl
n_q	spezifische Drehzahl
p	Druck

P	Leistung
P_{SV}	Strahlverlustleistung
P_{th}	theoretische Leistung
Q	Drehmoment
r	Radius, lokaler Radius
R	Außenradius
Re	Reynoldszahl
s	spezifische Entropie
T	Schubkraft
u	Umfangsgeschwindigkeit
U	resultierende Geschwindigkeit auf dem Blattelement
\dot{V}	Volumenstrom
w	relative Geschwindigkeit
$Y_{th\infty}$	theoretische spezifische Förderarbeit
z	Anzahl der Blätter

Griechische Buchstaben

α	Absolutströmungswinkel, Angriffswinkel
β	Relativströmungswinkel
γ	Geschwindigkeitssprung
δ	Durchmesserzahl
ε	Gleitzahl
η	Wirkungsgrad
λ	Arbeitszahl
λ_{Prop}	Schnelllaufzahl

ν	Nabenverhältnis
ρ	Dichte
σ	Laufzahl
φ	Durchflusszahl
Φ	Anströmungswinkel
ψ	Druckzahl
Ω	Winkelgeschwindigkeit

1. EINLEITUNG

Die Technologie der Turbomaschinen hat in den vergangenen Jahrzehnten enorm an Bedeutung und Komplexität gewonnen. Heute spielen die Turbomaschinen, insbesondere bei der Umwandlung von Primärenergie in mechanische und elektrische Energie, eine zentrale Rolle. Neben den ökonomischen Gesichtspunkten werden die ökologischen Gesichtspunkte in Zukunft eine immer mehr bedeutende Rolle spielen. Ein Einflussparameter, der beide Aspekte gleichermaßen berücksichtigt, ist dabei die Steigerung des Wirkungsgrades der Maschinen. Dies betrifft auch die Turbine, die als kompaktes Aggregat hoher Leistungsdichte mit Anwendungen in der Luftfahrt und in stationären Kraftwerksanlagen bereits einen sehr hohen Entwicklungsstand erreicht hat.

Die wachsenden Anforderungen für den Flugtriebwerkwirkungsgrad und Treibstoffverbrauch, als auch die starken Einschränkungen an dem Triebwerkgewicht und Triebwerkdimensionen stellen eine große Herausforderung für die Ingenieure dar, die unter der neuen Generation der Triebwerkentwicklung arbeiten. Die Verwendung einer gegenläufigen Turbomaschine ist eine der Möglichkeiten, um all diese Anforderungen erfolgreich zu erfüllen.

Die Geschichte der gegenläufigen Turbomaschinen beginnt am Anfang des 20. Jahrhunderts. Diese Form der mehrstufigen Turbomaschine wurde von Fredrik Ljungström (1875-1964) und seinem Bruder Birger Ljungström (1872-1948) in Schweden im Jahre 1910 erfunden. Statt einer parallelen Strömung zur Drehachse durch Schaufelreihen, so wie in einer axialen Strömungskraftmaschine, ist die Strömung in dieser Art von Turbine radial. Aber dieses Beispiel könnte als Prototyp der Erfindung der gegenläufigen Maschine betrachtet werden. Heutzutage werden die gegenläufigen Dampfturbinen nach dem Namen ihres Erfinders als Ljungströmturbine benannt. Obwohl diese Bauweise einen größeren Wirkungsgrad und eine kompaktere axiale Länge als Reaktionsturbinen hatte, war die Verwendung dieser Turbine nur sinnvoll, wenn die Turbine mit einer axialen Turbine zusammen kombiniert wurde. Erst in den 1980er Jahren wurden die modernen theoretischen Arbeiten auf dem Gebiet der axial gegenläufigen Turbomaschinenentwicklung angefangen.

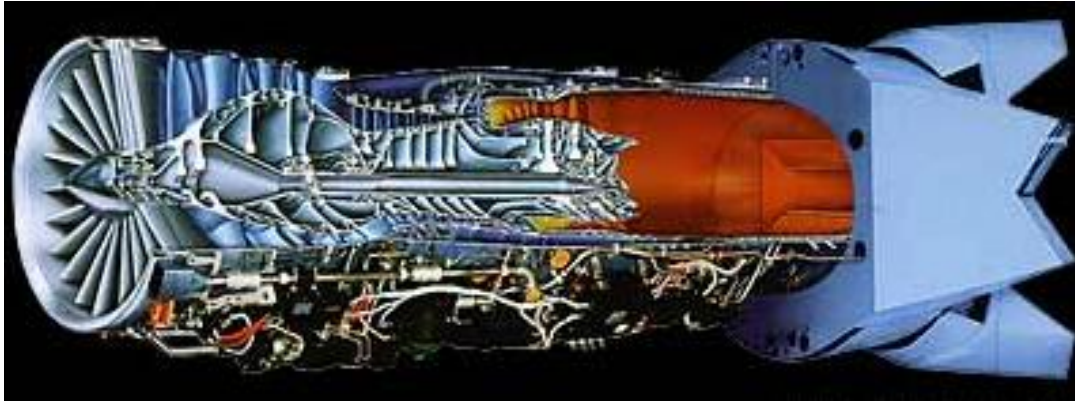


ABBILDUNG 1-1 Triebwerk eines F-35s ^[18]

Damit der Einfluss des Dralls auf die Strömung minimalisiert wird, wird die Technik der gegenläufigen Bauweise, bzw. des Koaxialrotors, auch in Luftschrauben und Schiffsschrauben bevorzugt. In dieser Bauweise rotieren zwei hintereinandergeschaltete Propeller auf der gemeinsamen Achse in die gegenläufige Richtung. Einige Beispiele sind Flugzeugpropeller, wo die maximale Leistung eines einmotorigen Turboproptriebwerk bzw. eines Kolbenmotors mit zwei Propellern erreicht wird, indem die Rotoren in gegenläufigen Richtungen laufen (Abbildung 1.2.). Gegenläufige Propeller werden auch häufig in Schiffübertragungssystemen, insbesondere in großen Schnellboote, eingesetzt.



ABBILDUNG 1-2 links: gegenläufige Propeller von P-51 Mustang, rechts: Kamov Ka-50 ^[19]

Diese Bauweise ermöglicht bei kleineren Rotorradien eine größere Leistungsübertragung und einen größeren Propellerwirkungsgrad, weil die kinetische Energie der tangentialen Geschwindigkeitskomponenten im nachgeschalteten Gitter zurückgewonnen wird. Die tangentiale Strömung hat keinen Einfluss auf den Schub. Die Umwandlung der tangentialen Strömungskomponente in die axiale Richtung erhöht den Schub und auch den Wirkungsgrad des gesamten Systems.

Mit ihren hervorragenden Vorteilen ist leider die mechanische Komplexität damit verbunden, so dass diese Bauweise häufig in militärischen Anwendungen benutzt wird, zB. Torpedos, wo die zusätzlichen Wartungskosten nicht ein vorrangiges Anliegen sind.



ABBILDUNG 1-3 gegenläufige Propeller, die bei ShinNihonkai Fähren benutzt werden^[19]

Mehrere Länder experimentierten mit den gegenläufigen Luftschrauben, aber nur das Vereinigte Königreich und die Sowjetunion produzierten diese in großen Stückzahlen. Die Vereinigten Staaten bauten einige Prototypen. Da sich die Triebwerkstechnologie sehr schnell entwickelte, wurden die Entwürfe dieser Bauweise nicht genügend beachtet. Heutzutage ist die gegenläufige Bauweise in der Luftfahrt in dem Triebwerk des Kampffjets F35-B, einer der neuesten Kampffjets, als ein gegenläufiges Gebläse, ein sechsstufiger gegenläufiger Verdichter, der das Druckverhältnis auf 30:1 erhöht, und eine zweistufige gegenläufige Niederdruckturbine zu sehen^[18] (Abbildung 1.1.).

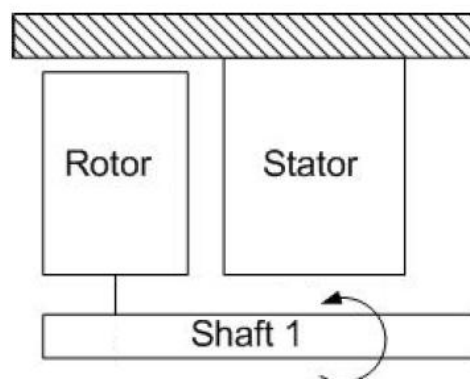


ABBILDUNG 1-4 Skizze einer traditionellen Axialverdichterstufe (modifiziert übernommen aus:[10])

Eine traditionelle Axialverdichterstufe besteht aus einem Rotor und einem Stator (Abbildung 1.4.). Arbeit kann am Fluid nur geleistet werden, wenn der Drall der Strömung vergrößert wird. Üblicherweise wird der Rotor drallfrei oder nur mit einem kleinen Drall behaftet angeströmt. Die mechanische Energie wird am Rotor in kinetische Energie umgewandelt, und es ergibt sich am Rotoraustritt ein großer Drall. Der Drall wird in einer im Gehäuse befestigten Leiteinrichtung (Stator) gemindert und dabei die kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt.

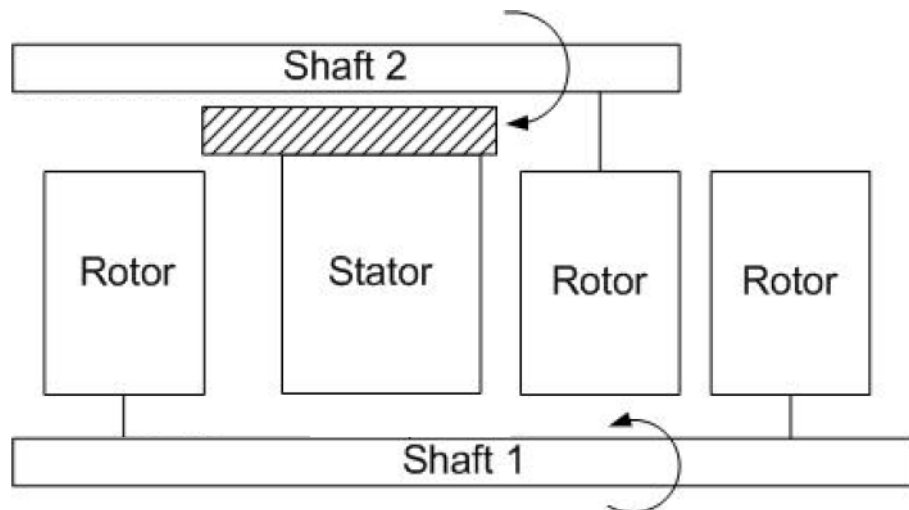


ABBILDUNG 1-5 Skizze einer gegenläufigen Axialverdichterstufe (modifiziert übernommen aus:[10])

Im Gegensatz zu den traditionellen Axialverdichterstufen werden bei den gegenläufigen Axialverdichterstufen die Statoren in einzelnen Stufen abgebaut, und stattdessen Rotoren, die in die gegenläufige Richtung mit einer gleichen oder unterschiedlichen Drehzahl rotieren, in die Stufen eingebaut (Abbildung 1.5.). Damit existieren keine Statoren zwischen den Rotoren. Am nachgeschalteten Rotor wird nicht nur die kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt, sondern auch die zusätzliche kinetische Energie wird dem Fluid durch die Rotation des Rotors überführt. Damit wird es ermöglicht, durch die Elimination der Statoren in den einzelnen Stufen die axiale Baulänge des Triebwerks zu kürzen. Zusätzlich zu diesen Vorteilen werden das Gewicht und auch die Anschaffungskosten des Triebwerks geringer. Diese Verbesserungen sind leider ohne eine Änderung der grundlegenden Konstruktion nicht möglich, und die Bauweise ist, wie bei den gegenläufigen Propellern, sehr komplex.

2. ZIELSETZUNG

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Untersuchung des Cordier-Diagramms, welches für Auslegungszwecke verschiedenster Strömungsmaschinen dient.

Der damals schon bekannte Zusammenhang zwischen der Durchflusszahl φ und der Druckzahl ψ wurde von Otto Cordier 1953 genutzt, um zwei voneinander unabhängige dimensionslose Kennzahlen, die Laufzahl σ und die Durchmesserzahl δ , auszudrücken. Cordier stellte die optimalen Werte σ_{opt} und δ_{opt} , bei denen die Stufen der Maschinen unter bestem Wirkungsgrad arbeiten, in einem doppellogarithmischen Diagramm dar und zeigte somit ihren Zusammenhang $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$, der heutzutage als Cordier-Kurve bezeichnet wird.

Insbesondere weisen Propeller gegenüber traditionellen Strömungsmaschinen kein Gehäuse und kein Leitrad auf, wodurch sich gewisse Eigenheiten in der Energieumsetzung ergeben.

Ziel dieser Masterarbeit ist es, mit Hilfe einfacher Überlegungen eine theoretische Begründung für den Verlauf des Zusammenhanges $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$ für gegenläufige Axialverdichter, Propeller und gegenläufige Propeller im Cordier-Diagramm zu finden. Daraus kann ein besseres Verständnis des Cordier-Diagramms erfolgen.

3. ARBEITSWEISE VON STRÖMUNGSARBEITSMASCHINEN

In Strömungsmaschinen erfolgt die Energieumsetzung zwischen einem mehr oder minder kontinuierlich strömenden Arbeitsmedium und einem mit Schaufeln besetzten, gleichförmig umlaufenden Rotor.

Bei Strömungskraftmaschinen (Turbinen) entsteht durch die Wirkung von Druck und Geschwindigkeit des Arbeitsmittels auf die Schaufeln des Rotors ein Drehmoment an der Welle, das beispielsweise zum Antrieb eines Verdichters oder eines elektrischen Generators genutzt werden kann.

Bei Strömungsarbeitsmaschinen wird durch das an der Welle aufgebrachte Drehmoment dem Arbeitsmedium über die Laufschaufeln Energie zugeführt.

Strömungsmaschinen können nach verschiedenen Gesichtspunkten eingeteilt bzw. einander zugeordnet werden: nach dem Arbeitsmedium, nach dem Arbeitsprinzip oder nach der geometrischen Form des Laufrades (Abbildung 3.1.).

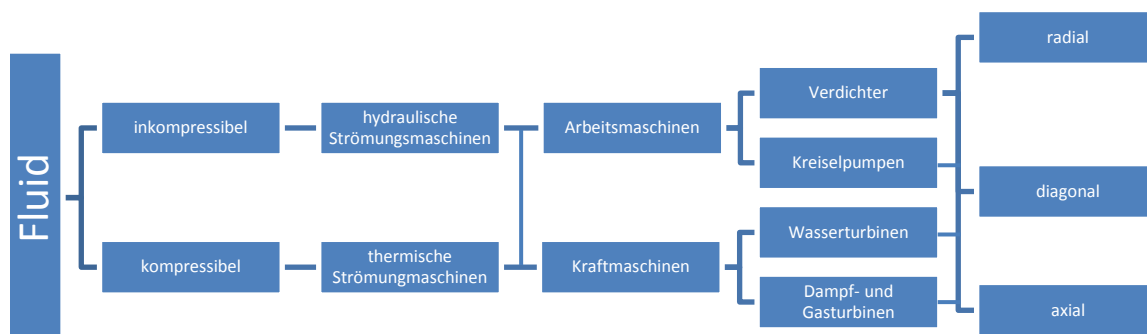


ABBILDUNG 3-1 Einteilung der Strömungsmaschinen [9]

3.1. ALLGEMEINE STRÖMUNGSGESETZE

Zur Beschreibung des Verhaltens eines strömenden Fluids stehen bei Annahme kontinuumsmechanischer Gesetzmäßigkeiten die Kontinuitätsgleichung des Massenstroms, der Drallsatz, der Impulssatz und die Eulersche Hauptgleichung.

3.1.1. KONTINUITÄTSGLEICHUNG DES MASSENSTROMS

Sei die Strömung stationär, und liegen die Ein- und Austrittsquerschnitte so weit von den Schaufeln entfernt, dass die instationären Geschwindigkeitsanteile abgeklungen sind, kann sich die befindende Masse zu jedem Zeitpunkt nicht ändern. Deshalb müssen der ein- und austretende Massenstrom \dot{m}_1 und \dot{m}_2 gleich sein^[5]

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \int_{A_1} \rho_1 c_{m1} dA_1 = \int_{A_2} \rho_2 c_{m2} dA_2 . \quad (3.1)$$

mit

\dot{m}_1 und \dot{m}_2 ...Massenstrom am Ein- und Austritt

ρ ...Dichte

c_{m1} und c_{m2} ...die Geschwindigkeitskomponente in der Meridianebene am Ein- und Austritt

Die Integrale lassen sich durch einfache Produkte ersetzen, wenn die Strömungsquerschnitte am Ein- und Austritt des betrachteten Raumes klein sind und die örtlichen Änderungen der Geschwindigkeit und der Dichte vernachlässigbar klein sind oder diese Größen als örtliche Mittelwerte eingesetzt werden können.

$$\rho_2 c_{m2} A_2 = \rho_1 c_{m1} A_1 = \textit{konstant} \quad (3.2)$$

In differentieller Form für instationäre Strömungen gilt die folgende Gleichung:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.3)$$

3.1.2. DRALLSATZ

Schaufeln üben zur Drehachse ein Drehmoment aus. Außerdem werden zusätzlich durch Reibungskräfte auf die rotationssymmetrischen Begrenzungswände Drehmomente übertragen. Nach dem Drallsatz muss die Summe aller im betrachteten Raum mit der Strömung in Wechselwirkung stehenden Momente gleich der Änderung des Dralls sein^[5].

$$M_S + M_i + M_a = \int_{A_2} r_2 c_{u2} \rho_2 c_{m2} dA_2 = \int_{A_1} r_1 c_{u1} \rho_1 c_{m1} dA_1 \quad (3.3)$$

mit

M_S ... Drehmoment der Schaufelkräfte

M_i ... Reibungsmoment an der inneren Begrenzungswand

M_a ... Reibungsmoment an der betrachteten Stelle von Ein- und Austritt

r ... Radius

c_u ... Umfangskomponente der absoluten Geschwindigkeit

3.1.3. IMPULSSATZ

Der Impulssatz der Hydrodynamik sagt aus, dass die zeitliche Änderung des mit einem Fluid in ein offenes System ein- und austretenden Impulses mit den äußeren Kräften im Gleichgewicht steht.

$$\frac{\partial(\rho c_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_i c_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (3.4)$$

mit

T_{ij} ... der Cauchy'sche Spannungstensor

f_i ... Volumenkräfte pro Masseneinheit

3.1.4. EULERSCHE HAUPTGLEICHUNG

Der Rotor überträgt die Schaufelmomente und das Reibungsmoment an der inneren mitdrehenden Nabenfläche. Ist die Winkelgeschwindigkeit des Rotors ω und ist das Reibungsmoment am Gehäuse M_a zu betrachten, so ergibt sich für die Leistung^[5]

$$P = M_R \omega = \int_{A_2} u_2 c_{u2} \rho_2 c_{m2} dA_2 - \int_{A_1} u_1 c_{u1} \rho_1 c_{m1} dA_1 - M_a \omega \quad (3.5.)$$

mit: $M_R = M_S + M_i$

Ist die Dicke des Gehäuses gegenüber dem Radius von Rotoren vernachlässigbar dünn, so kann das Reibungsmoment M_a auch vernachlässigt werden. Mit Hilfe von Kontinuitätsgleichung (3.2.) folgt:

$$P = \dot{m}(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \quad (3.6.)$$

Soweit die Verluste in der Beschaukelung entstehen, werden sie auch in der Gleichung 3.6. bzw 3.7. berücksichtigt. Die spezifische Förderarbeit wird durch Division der Leistung durch den Massenstrom definiert, für die dann gilt ^[9]

$$Y_{th\infty} = \frac{P}{\dot{m}} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} = \frac{c_2^2 - c_1^2 + w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2}{2}. \quad (3.7.)$$

3.2. GESCHWINDIGKEITSDREIECKE

Bei der Fluidbewegung im Laufrad muss zwischen der absoluten und der relativen Strömung unterschieden werden. Relativ zum rotierenden Laufrad bewegen sich die Fluidteilchen auf Bahnkurven, die im Wesentlichen durch die Form der Schaufeln vorgegeben sind. Die Absolutbewegung kommt durch die Überlagerung der Relativbewegung mit der Umfangsgeschwindigkeit zustande.

Wird die Relativgeschwindigkeit des Fluids mit \vec{w} , die Umfangsgeschwindigkeit mit \vec{u} und die Absolutgeschwindigkeit mit \vec{c} bezeichnet, so gilt die Gleichung

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}, \quad (3.8.)$$

die sich als Geschwindigkeitsdreieck darstellen lässt. Die Relativgeschwindigkeit stimmt mehr oder weniger genau mit der Schaufelrichtung überein. Zur Beschreibung der Strömungskinetik im Laufrad benutzt man üblicherweise Geschwindigkeitsdreiecke, insbesondere für den Strömungsverlauf am Laufradein- und austritt.

Die Umfangsgeschwindigkeit wird aus der Drehzahl des Laufrades n und dem Laufraddurchmesser d definiert.

$$u = \pi * n * d \quad (3.9.)$$

Diese Geschwindigkeitsdreiecke werden insbesondere für den Laufradeintritt mit dem Index 1 und für den Laufradaustritt mit dem Index 2 berechnet und gezeichnet.

Die Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt lassen sich so übereinanderzeichnen, dass sie sich an einer Ecke überdecken. Dazu wird üblicherweise die Spitze der Geschwindigkeitsvektoren genommen. In der Abbildung 3.2. ist ein Geschwindigkeitsdreieck eines Rotors zu sehen. Die Winkel zwischen Absolut- und Umfangsgeschwindigkeit werden mit α , die zwischen Relativ- und Umfangsgeschwindigkeit mit β bezeichnet, wobei beide Winkel grundsätzlich gegenüber der positiven Umfangsrichtung zu messen sind.

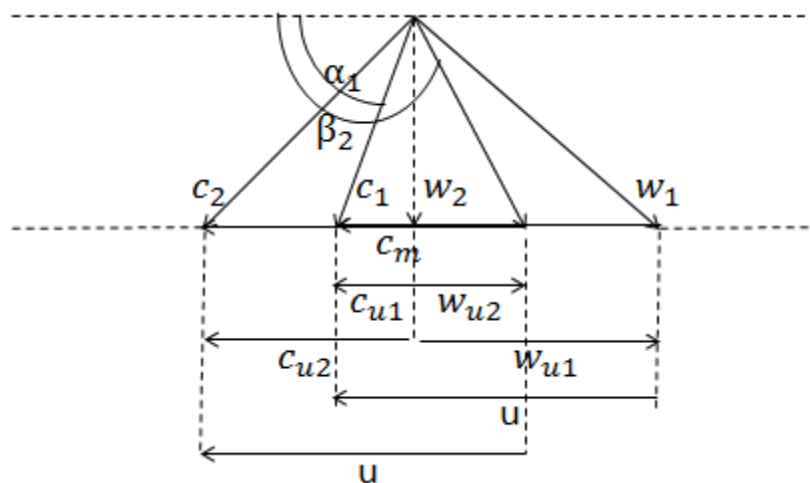


ABBILDUNG 3-2 Geschwindigkeitsdreieck des ersten Gitters eines Verdichters

In einem Axial-Umfangs-Radial-Koordinatensystem unterscheiden sich nur die Umfangskomponenten

$$c_u = u + w_u. \quad (3.10.)$$

mit

$$c_u = c * \cos \alpha \quad (3.11.)$$

$$w_u = w * \cos \beta \quad (3.12.)$$

Die in der Meridianebene liegenden Komponenten sind für Absolut- und Relativgeschwindigkeit gleich. Diese Komponenten können aus dem Volumenstrom \dot{V} mittels des Kontinuitätssatzes berechnet werden^[9].

$$c_m = w_m \quad (3.13.)$$

$$c_{m1} = w_{m1} = \frac{\dot{V}_1}{A_1 \tau_1} \quad c_{m2} = w_{m2} = \frac{\dot{V}_2}{A_2 \tau_2} \quad (3.14.)$$

mit

τ_1 und τ_2 ... Verengungsfaktoren am Ein- und Austritt

A_1 und A_2 ... Querschnittsflächen am Ein- und Austritt

Wie im Kapitel 1 schon erwähnt wird, führen die Arbeitsmaschinen dem Fluid Energie zu, so dass die Absolutgeschwindigkeit beschleunigt wird, wobei sich dieser Effekt bei Kraftmaschinen gegensätzlich darstellt. Die Größen des Laufgitters erhalten zwei, und die der Leiteinrichtung einen hochgestellten Strich. Ungestrichene Größen gelten für die gesamte Stufe^[5].

$$a_u = a'_u + a''_u, \text{ mit } a'_u = 0 \text{ und } a''_u = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1 \quad (3.15.)$$

Gibt es keine Wärmeübertragung im System, so liefert der Energieerhaltungssatz unter Vernachlässigung der Änderung der potentiellen Energie^[5]

$$\Delta h = \Delta h' + \Delta h''$$

$$\Delta h'_t = h'_{t2} - h'_{t1} = 0 \text{ und } \Delta h''_t = h''_{t2} - h''_{t1} = a''_u = a_u$$

$$\Delta h' = h'_2 - h'_1 = -\frac{1}{2}(c'^2_2 - c'^2_1) \quad \text{und} \quad (3.16.)$$

$$\Delta h'' = a''_u - \frac{1}{2}(c''^2_2 - c''^2_1) = \frac{1}{2} \left[- (w''^2_2 - w''^2_1) + (u''^2_2 - u''^2_1) \right] \quad (3.17.)$$

Bei einer axialen Strömungsmaschine ist die Umfangsgeschwindigkeit konstant. Dann hängt die Enthalpieänderung nur von der Relativströmung zum Lauf- und Leitgitter ab.

3.3. DIMENSIONSLOSE KENNZAHLEN

Die dimensionslosen Kennzahlen repräsentieren, unabhängig von der Drehzahl und der Maschinengröße, die für die Darstellung der Versuchswerte und die Auslegung relevante Werte. Mit deren Hilfe werden das Entwurfsziel, die Abschätzungen der Bauart, und der Hauptabmessungen möglich.

Druckzahl ψ ^[2]. Die Druckzahl ist das Verhältnis der spezifischen Stutzenarbeit Y und dem Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit u

$$\psi = \frac{2Y}{u^2} = \frac{2Y}{(\pi n D)^2}. \quad (3.18.)$$

Die Druckzahl wird meistens für einstufige Maschinen definiert. Für die Festlegung der Bezugsumfangsgeschwindigkeit wurde bis heute keine einheitliche Begründung definiert. Sie ist bei Axialmaschinen entweder der Außendurchmesser (Pumpen) oder ein mittlerer Durchmesser (Dampf- und Gasturbinen).

Durchflussszahl φ_c ^[2]. Die Durchflussszahl (manchmal auch Lieferzahl φ_c) wird als das Verhältnis vom Volumenstrom \dot{V} und dem Produkt der Umfangsgeschwindigkeit u und der Fläche des Kreises mit dem Durchmesser D definiert

$$\varphi_c = \frac{4\dot{V}}{\pi u D^2} = \frac{4\dot{V}}{\pi^2 n D^3}. \quad (3.19.)$$

Laufzahl σ ^[9]. Die Laufzahl (Schnelllaufzahl) σ wird durch Auflösen der Gleichungen 3.18. und 3.19. erhalten:

aus 3.18. :

$$D = \frac{\sqrt{2Y}}{\pi n \sqrt{\psi}}$$

aus 3.19.:

$$D = \frac{\sqrt[3]{4\dot{V}}}{\sqrt[3]{\pi^2 \varphi_c n}}$$

Somit erhält man die Gleichung:

$$\frac{\frac{1}{\varphi_c^3}}{\psi^{\frac{1}{2}}} = \frac{n^{\frac{2}{3}} \pi^{\frac{1}{3}} (4\dot{V})^{\frac{1}{3}}}{(2Y)^{\frac{1}{2}}}$$

Die obige Gleichung wird nun so potenziert, dass die Drehzahl n auf der rechten Seite ohne einen Exponenten erscheint. Damit wird

$$\sigma = \frac{2n(\pi\dot{V})^{\frac{1}{2}}}{(2Y)^{\frac{3}{4}}} = \frac{\varphi_c^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}}. \quad (3.20.)$$

Spezifische Drehzahl n_q ^[9]. Die spezifische Drehzahl n_q wird als die Drehzahl einer geometrisch ähnlichen Strömungsmaschine definiert, die bei der Fallhöhe 1 m den Volumenstrom $1 \frac{m^3}{s}$ verarbeitet:

$$n_q = n \frac{\sqrt[3]{\dot{V}}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad \text{mit} \quad [n_q] = [min^{-1}]. \quad (3.21.)$$

Mit $Y = gH$ wird der Zusammenhang für die Laufzahl σ erhalten

$$\sigma = \frac{2\sqrt{\pi} \sqrt[3]{\frac{m^3}{s}}}{(2g)^{\frac{3}{4}} m^{\frac{3}{4}}} \frac{n_q}{60 \frac{s}{min}} = \frac{n_q}{157,8 \frac{1}{min}}. \quad (3.22.)$$

Durchmesserzahl δ ^[9]. Analog zur Laufzahl σ wird die Durchmesserzahl δ durch denselben Rechenweg aus den Gleichungen 3.18. und 3.19. erhalten. Dieses Mal zielt man darauf ab, dass der Durchmesser ohne einen Exponenten auf der rechten Seite der Gleichung erscheint.

$$\frac{(2Y)^{\frac{1}{2}}}{D\pi\sqrt{\psi}} = \frac{4\dot{V}}{D^3\varphi_c\pi^2}$$

$$\delta = D \frac{\sqrt{\pi}^{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{2Y}}{2 \sqrt[4]{\dot{V}^2}} = \frac{\psi^{\frac{1}{4}}}{\varphi_c^{\frac{1}{2}}} \quad (3.23.)$$

Spezifischer Durchmesser D_q ^[9]. Ähnlich zur spezifischen Drehzahl wird auch ein spezifischer Durchmesser definiert:

$$D_q = D \frac{H^{\frac{1}{4}}}{\dot{V}^{\frac{1}{2}}} \quad \text{mit} \quad [D_q] = [m] \quad (3.24.)$$

$$\delta = 1,865 D_q \frac{1}{m} \quad (3.25.)$$

3.4. ENERGIEUMSETZUNG IN AXIALVERDICHTERSTUFEN

Die Anordnung der Leit- und Laufgitter in einer axialen Verdichterstufe ist so, dass die Enthalpie und der Druck in beiden Gittern erhöht werden. Wegen der Hintereinanderschaltung addieren sich die Änderungen aller Zustandsgrößen in beiden Gittern

$$\Delta h = \Delta h' + \Delta h'', \quad \Delta s = \Delta s' + \Delta s'', \quad \Delta p = \Delta p' + \Delta p'', \quad \Delta T = \Delta T' + \Delta T''. \quad (3.26)$$

Die Arbeit wird dem Fluid nur im Laufgitter zugeführt; d.h. die Totalenthalpie wird nur im Laufgitter geändert, auf der anderen Seite bleibt sie im Leitgitter konstant, $a = a''$, $a' = 0$.

Die Geschwindigkeiten vor und nach dem Laufgitter besitzen unterschiedliche Größen und Richtungen, da die Arbeitsübertragung durch die Umlenkung der Strömung im Laufgitter zustande kommt.

$$a_u = a''_u = u_2 \Delta c''_u + c_{u1} \Delta u'' = u_2 \Delta w''_u + (c_{u1} + u_2) \Delta u'' = c_{u2} u_2 - c_{u1} u_1 \quad (3.27.)$$

Die Arbeit, die dem Fluid zugeführt wird, hängt nur von den Änderungen der absoluten und relativen Geschwindigkeiten und deren Komponenten in Umfangsrichtung ab. Der nach dem Laufgitter verbliebene Drall wird in potentielle Energie im Leitgitter umgewandelt.

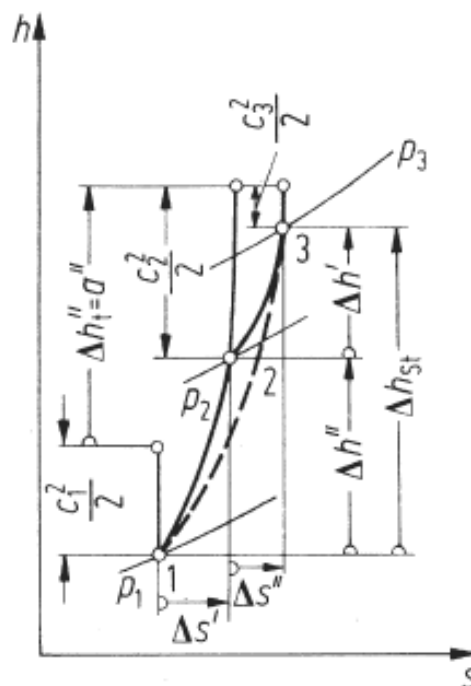


ABBILDUNG 3-3 h-s-Diagramm einer Axialverdichterstufe (modifiziert übernommen aus: [5])

Für die Enthalpieänderung der ganzen Stufe gilt

$$\Delta h = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1 - \frac{1}{2}(c_3^2 - c_1^2).$$

Wenn die obige Gleichung durch $\frac{u_2^2}{2}$ dividiert wird, erhält man^[5]

$$\psi_h = \frac{\Delta h}{\frac{u_2^2}{2}} = 2 \left(\frac{c_{u2}}{u_2} - \frac{u_1}{u_2} \frac{c_{u1}}{u_2} \right) - \left[\varphi_3^2 + \left(\frac{c_{u3}}{u_2} \right)^2 - \varphi_1^2 - \left(\frac{c_{u1}}{u_2} \right)^2 \right]. \quad (3.28.)$$

3.5. ENERGIEUMSETZUNG IN GEGENLÄUFIGEN AXIALVERDICHTERSTUFEN

Wie bereits im Kapitel 1 erwähnt wurde, werden bei einer gegenläufigen Axialverdichterstufe zwei Laufgitter hintereinandergeschaltet, wobei das zweite Laufgitter in die gegenläufige Richtung läuft. Im Vergleich zu einer traditionellen Verdichterstufe wird Energie dem Fluid auch im zweiten Gitter zugeführt.

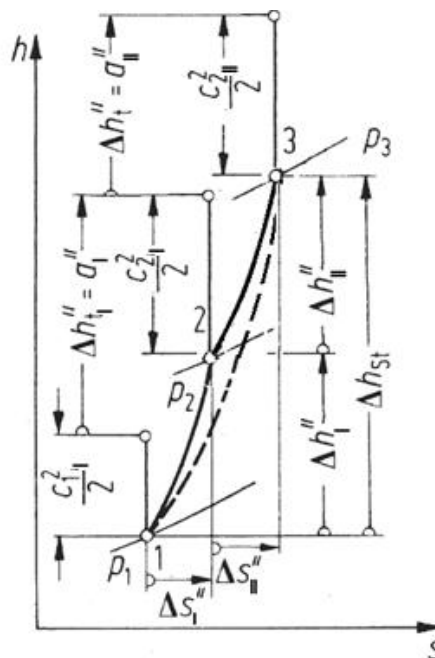


ABBILDUNG 3-4 h-s-Diagramm einer gegenläufigen Axialverdichterstufe (modifiziert übernommen aus: [5])

Somit gilt für die Umfangsarbeit a_u

$$a_u = a''_{uI} + a''_{uII} = c_{u2I}u_{2I} - c_{u1I}u_{1I} + c_{u2II}u_{2II} - c_{u1II}u_{1II} . \quad (3.29.)$$

Das Geschwindigkeitsdreieck des ersten Gitters einer gegenläufigen Axialverdichterstufe ist ähnlich wie bei einer traditionellen Axialverdichterstufe (Abbildung 3.2.). In der Abbildung 3.5. wird das Geschwindigkeitsdreieck des zweiten Gitters einer gegenläufigen Axialverdichterstufe dargestellt.

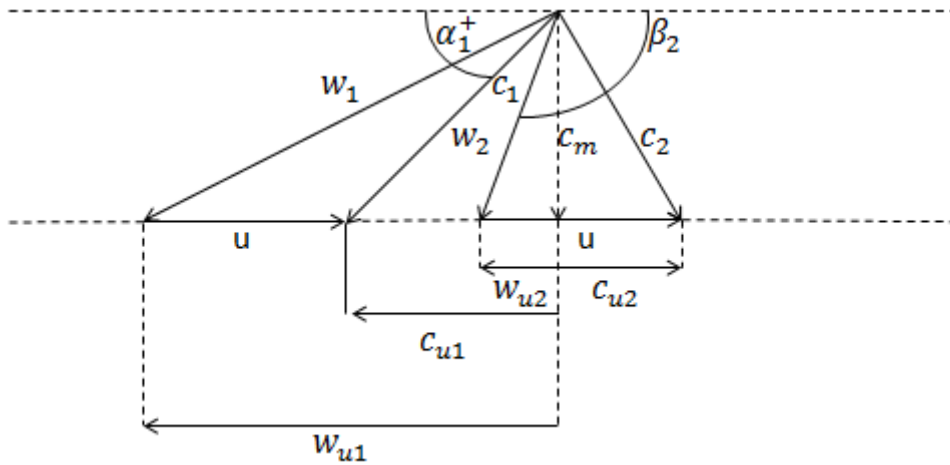


ABBILDUNG 3-5 Geschwindigkeitsdreieck des zweiten Gitters einer axialen gegenläufigen Verdichterstufe

Die absolute Zuströmung des zweiten Gitters c_{1II} hat die gleiche Richtung und Größe wie die absolute Abströmung des ersten Gitters c_{2I} .

$$c_{2I} = c_{1II}$$

Damit kann die Gleichung der Umfangsarbeit vereinfacht werden

$$a_u = c_{u2I}(u_{2I} - u_{1II}) + c_{u2II}u_{2II} - c_{u1I}u_{1I} . \quad (3.30.)$$

Und für die Enthalpieänderung der ganzen Stufe gilt

$$\Delta h = c_{u2I}(u_{2I} - u_{1II}) + c_{u2II}u_{2II} - c_{u1I}u_{1I} - \frac{1}{2}(c_{2II}^2 - c_{1I}^2). \quad (3.31.)$$

4. ENERGIEUMSETZUNG IM PROPELLER

Die Propeller sind in ihrer häufigsten Form einstufige Axialmaschinen und stellen eine besonders einfache Form der Strömungsmaschinen dar, da sie weder ein Gehäuse noch einen Leitapparat haben. Sie bestehen nur aus einem Laufrad und seiner Lagerung.

4.1. STRAHLTHEORIE DES PROPELLERS

Bei der von Froude dargestellten klassischen Strahltheorie werden die Annahmen getroffen, dass die Geschwindigkeit und der statische Druck der Strömung auf jeder Fläche gleichmäßig verteilt sind. Da die Druckänderungen sehr gering sind, werden weitere Annahmen getroffen, so dass die Kompressibilität und die Reibungen in der Strömung vernachlässigt werden können. Mit Hilfe dieser Annahmen wird die Schubkraft nach dem Impulssatz berechnet als^[14]

$$T = \dot{m}(c_2 - c_0) \quad (4.1.)$$

mit $\dot{m} = \rho c_1 A_1 = \rho c_0 A_0 = \rho c_2 A_2 \quad (4.2.)$

Wegen der mechanischen Energiezufuhr wird die Zuströmungsgeschwindigkeit c_0 bis zur Ebene A_2 auf die Geschwindigkeit c_2 beschleunigt, wobei die Strömungsfläche A_0 auf die Fläche A_2 verkleinert wird. Die Beschleunigung vor dem Propeller ist mit einem statischen Druckabfall verbunden. In der Ebene nach dem Propeller erfolgt dann eine Druckabsenkung, die mit einer weiteren Beschleunigung verbunden ist (Abbildung 4.1.).

Für die Strömung vor und hinter dem Propeller gilt die Bernoulli Gleichung^[14],

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{c_0^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1'^2}{2} \quad \text{und} \quad \frac{p_1''}{\rho} + \frac{c_1''^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} \quad (4.3.)$$

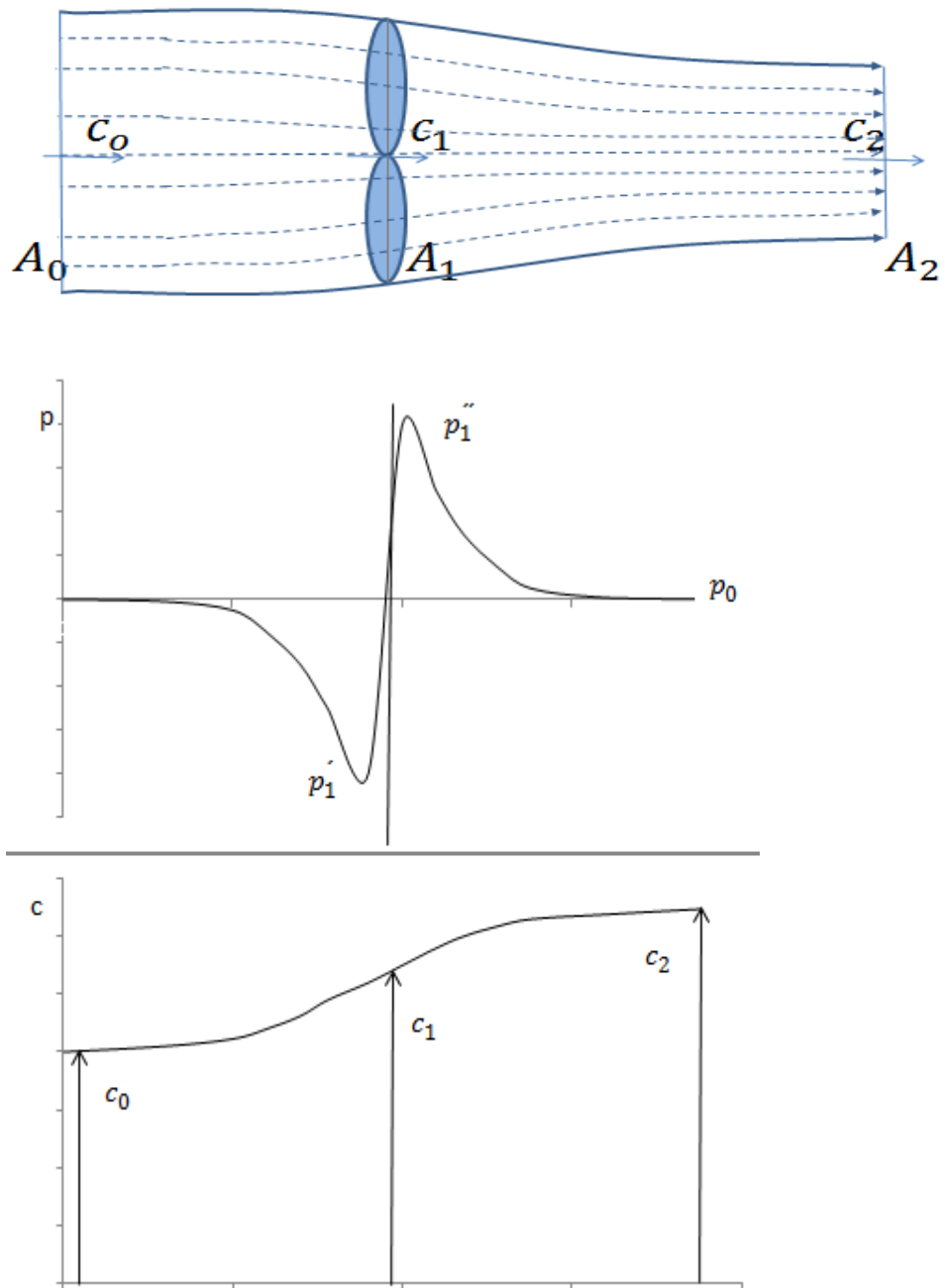


ABBILDUNG 4-1 Druck und Geschwindigkeitsverlauf in einem Propellerstrahl (modifiziert übernommen aus:
[14])

Da die Drücke p_0 und p_2 dem Umgebungsdruck entsprechen, gilt

$$p_0 = p_2 \quad \text{und} \quad c_1 = c_1' = c_1''$$

$$p_1'' - p_1' = \frac{\rho}{2}(c_2^2 - c_0^2) \quad (4.4.)$$

$$T = A_1(p_1'' - p_1') = \frac{\rho A_1}{2}(c_2^2 - c_0^2). \quad (4.5.)$$

Aus den Gleichungen 4.1. und 4.5. kann die mittlere Strömungsgeschwindigkeit c_1 berechnet werden

$$\begin{aligned} \frac{\rho A_1}{2}(c_2^2 - c_0^2) &= \rho c_1 A_1 (c_2 - c_0) \\ c_1 &= \frac{c_2 + c_0}{2}. \end{aligned} \quad (4.6.)$$

Dadurch lässt sich sagen, dass die Geschwindigkeit in der Propellerebene um die Hälfte der Zusatzgeschwindigkeit $\Delta c = c_2 - c_0$ erhöht wird. Die theoretische Vortriebsleistung ist das Produkt aus der Schubkraft T und die Fluggeschwindigkeit c_0 ^[14]

$$P_{th} = T c_0 = \dot{m}(c_2 - c_0)c_0. \quad (4.7.)$$

Mit der Vortriebsleistung P_{th} und der Strahlverlustleistung^[14]

$$P_{SV} = \dot{m} \frac{(c_2 - c_0)^2}{2} = \dot{m} \frac{\Delta c^2}{2} \quad \text{mit} \quad \Delta c = (c_2 - c_0)$$

wird der Vortriebswirkungsgrad η_V berechnet^[14]

$$\eta_V = \frac{P_{th}}{P_{th} + P_{SV}} = \frac{T c_0}{T c_0 + \dot{m} \frac{\Delta c^2}{2}} = \frac{2}{1 + \frac{c_2}{c_0}}. \quad (4.8.)$$

In Wahrheit ist der Wirkungsgrad des Propellers geringer als der Vortriebswirkungsgrad η_V , da Reibungsverluste und Drallverluste noch mit zu rechnen sind.

4.2. BLATTELEMENTTHEORIE (BE-THEORIE)

In den meisten Fällen reicht die Strahltheorie für die Berechnung der Schubkraft und des Drehmoments nicht aus. Mit Hilfe der Blattelementtheorie ist es aber möglich, die Schubkraft und das Drehmoment auf einer bestimmten Stelle des Blattes durch eine Integration unter Berücksichtigung der aerodynamischen Einflüsse zu berechnen.

Bei der Blattelementtheorie teilen die Grenzen der Kontrollvolumina das Blatt in eine unendliche Anzahl von Elementen auf, die eine Breite von dr haben. Hier wird angenommen,

dass die Luftkräfte an einem einzelnen Blattelement keinen Einfluss auf die Kräfte der benachbarten Blattelemente haben.

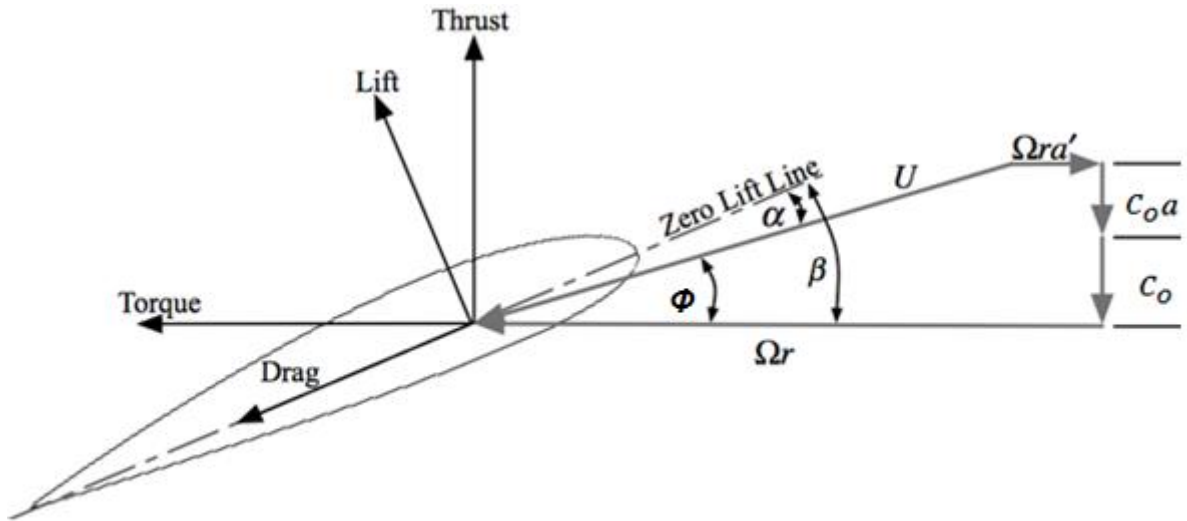


ABBILDUNG 4-2 Auftriebs- und Widerstandskraft auf dem Blattelement [11]

Zuerst wird der axiale Induktionsfaktor a definiert

$$c_1 = c_0(1 + a). \quad (4.9.)$$

Mit Hilfe der Gleichung 4.6. wird die Abströmungsgeschwindigkeit c_2 berechnet

$$c_2 = c_0(1 + 2a). \quad (4.10.)$$

Wenn die Gleichung 4.12. mit dem Term $\frac{R}{R}$ multipliziert wird, wird eine neue Größe in die Gleichung eingeführt. Der Fortschrittsgrad J beschreibt das Verhältnis der Geschwindigkeit des Flugzeugs bzw. des Schiffes c_0 zur Umfangsgeschwindigkeit an der Rotorspitze $u = R\omega$. Sein Kehrwert wird als Schnelllaufzahl λ_{prop} bezeichnet^[14].

$$J = \frac{c_0}{R\Omega} = \frac{1}{\lambda_{prop}} \quad (4.11.)$$

Der Fortschrittsgrad J für Propeller variiert im Allgemeinen zwischen den Werten 0,1 und 2, womit sich die Propeller auf einer extremen Lage im Cordier-Diagramm befinden.

Die Abbildung 4.2. zeigt die aerodynamischen Kräfte, die auf einem Blattelement wirken. Mit Hilfe der Gleichungen 4.9. und 4.10. wird die Gleichung 4.1. in differentieller Form ausgedrückt^[11]

$$dT = 4\pi\rho r c_0^2(1+a)adr \quad (4.12.)$$

Für den lokalen Zuströmungswinkel Φ gilt^[11]

$$\Phi = \arctan\left(\frac{c_o(1+a)}{\Omega r(1-a')}\right) = \arctan\left(J \frac{1}{\frac{r}{R}} \frac{(1+a)}{(1-a')}\right) \quad (4.13.)$$

Aus den Annahmen, dass die Strömung in die axiale Richtung läuft und im Kontrollvolumen gleichmäßig verteilt ist, lässt sich das Drehmoment Q berechnen^[13]

$$Q = \frac{dm}{dt} \Omega r^2. \quad (4.14.)$$

Bei der Blattelementtheorie wird die Schubkraft und das Drehmoment durch^[11]

$$dT = \frac{1}{2}z\rho U^2(C_L \cos\Phi - C_D \sin\Phi)bdr \quad (4.15.)$$

$$dQ = \frac{1}{2}z\rho UI(C_L \sin\Phi + C_D \cos\Phi)brdr \quad (4.16.)$$

beschrieben, wobei für U und I gelten

$$U = \frac{c_o(1+a)}{\sin\Phi}, \quad I = \frac{\Omega r(1-a')}{\cos\Phi}.$$

Die Gleichungen 4.13. und 4.14. zeigen, dass die differentielle Form der Schubkraft und des Drehmoments durch den lokalen Zuströmungswinkel Φ und die resultierenden Geschwindigkeiten auf das Blattelement U bzw. I ausgedrückt werden können.

Die Auftriebs- und Widerstandskräfte eines Blattelementes hängen von der Größe des lokalen Anstellwinkels α ab und werden durch die folgenden Gleichungen beschrieben^[13];

$$dL = \frac{1}{2}\rho U^2 C_L bdr \quad (4.17.)$$

$$dD = \frac{1}{2}\rho U^2 C_D bdr \quad (4.18.)$$

C_L und C_D sind die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte und eine Funktion der Reynoldszahl und des Anstellwinkels α ^[1]

$$C_L = C_L(Re, \alpha) \quad \text{und} \quad C_D = C_D(Re, \alpha). \quad (4.19.)$$

Diese beiden Werte werden experimentell im Windkanal ermittelt. Bei guten aerodynamischen Profilen ist der Widerstandsbeiwert und die Widerstandskraft sehr klein. Aber diese Werte steigen mit steigendem Anstellwinkel α an. Auf der anderen Seite sinkt der Auftriebsbeiwert mit steigendem Anstellwinkel α , nachdem er einen maximalen Wert erreicht hat. Die Abbildung 4.3. zeigt die experimentell ermittelten Auftriebs- bzw. Widerstandsbeiwertkurven für das Blattprofil RAF-6.

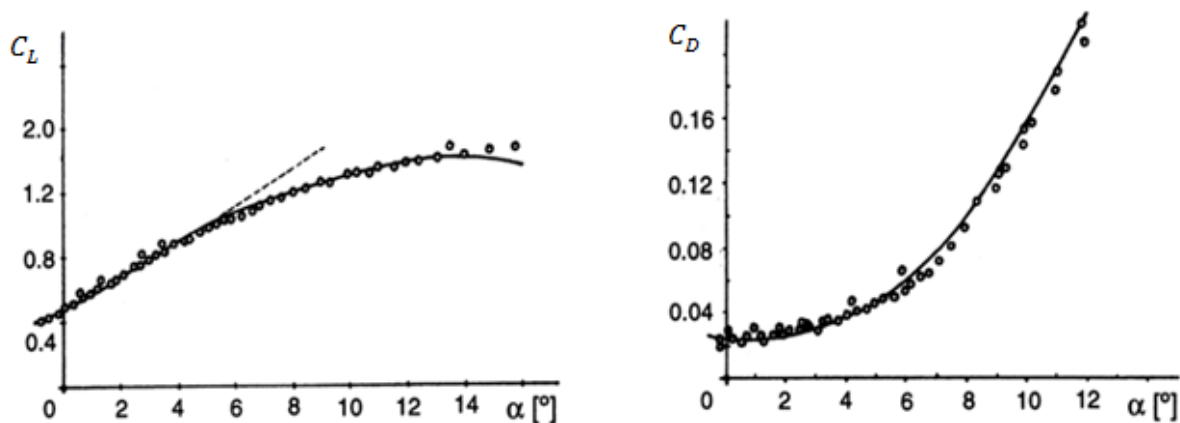


ABBILDUNG 4-3 Auftriebs- und Widerstandsbeiwertkurven für RAF-6 [13]

Das Verhältnis von Widerstandsbeiwert zu Auftriebsbeiwert wird als Gleitzahl ε definiert^[1]

$$\varepsilon = \frac{C_D(\alpha)}{C_L(\alpha)}. \quad (4.20.)$$

Bei hochwertigen Profilen wird eine Gleitzahl unter 0,01 erreicht.

Wenn die Blattelementtheorie für die Darstellung des aerodynamischen Verhaltens des Blattes gewählt wird, wird die Schubkraft und das Drehmoment aus der Integration von Auftriebs- und Widerstandsbeiwerten auf einem unendlich kleinen Blattelement erhalten.

4.3. BLATTELEMENT-IMPULS-THEORIE (BEM-THEORIE)

Die induzierte Geschwindigkeit ist eine Zusammenführung der lokalen Ergebnisse aus der Blattelementtheorie und der Strahltheorie. Aus der Kombination von beiden Modellen

entsteht die Blattelement-Impuls-Theorie (englisch: blade element momentum theory - BEM), die auf der differentiellen Form der Propellerschubkraft und dem Drehmoment basiert.

Die neue differentielle Form für die Schubkraft und das Drehmoment wird erhalten, indem die resultierenden Geschwindigkeiten U und I aus den Gleichungen 4.15. und 4.16. substituiert werden.

$$dT = \sigma' \pi \rho \frac{c_0^2(1+a)^2}{\sin^2 \Phi} (C_L \cos \Phi - C_D \sin \Phi) r dr \quad (4.21.)$$

$$dQ = \sigma' \pi \rho \frac{c_0(1+a)}{\sin \Phi} \frac{\Omega r(1-a')}{\cos \Phi} (C_L \sin \Phi + C_D \cos \Phi) r^2 dr \quad (4.22.)$$

Das lokale Solidity σ' wird durch die folgende Gleichung definiert

$$\sigma' = \frac{z b}{2 \pi r}, \quad (4.23.)$$

wobei r der Abstand vom Mittelpunkt bis zum betrachteten Blattelement ist.

4.4. PRANDTLVERLUSTE

Hinter der Blattspitze entstehen Nachläufe, die einen großen Einfluss auf die induzierte Geschwindigkeitsverteilung über den Propeller haben. Diese werden aber von der originalen BEM-Theorie nicht berücksichtigt. Damit dieser Verlust in den Gleichungen kompensiert wird, wird ein Verlustkorrekturfaktor in die Gleichungen eingeführt, der ursprünglich von Prandtl entwickelt wurde.

Die Luft strömt von der Druckseite auf die Saugseite, und dabei werden die auf das Blattelement resultierenden Kräfte stark beeinflusst. Aus dieser Idee wird der Korrekturfaktor F beschrieben^[8]

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(e^{-f}), \quad \text{mit} \quad f = f_{\text{Spitze}} f_{\text{Nabe}}. \quad (4.24.)$$

$$f_{\text{Spitze}} = \frac{z}{2} \frac{R-r}{r \sin \Phi} \quad \text{und} \quad f_{\text{Nabe}} = \frac{z}{2} \frac{r-R}{r \sin \Phi}$$

Unter der Berücksichtigung des Korrekturfaktors F und der Gleichungen 4.2., 4.9. und 4.10. werden die Gleichungen 4.1. und 4.14. in differentieller Form geschrieben

$$dT = 4\pi r \rho c_0^2 (1 + a) a F dr , \quad (4.25.)$$

$$dQ = 4\pi r^3 \rho c_0 \Omega (1 + a) a' F dr . \quad (4.26.)$$

Nun ist es möglich aus den Gleichungen 4.21., 4.22., 4.25. und 4.26. die axialen und radialen Induktionsfaktoren a und a' zu berechnen^[13]

$$a = \left[\frac{4F \sin^2 \Phi}{\sigma' (C_L \cos \Phi - C_D \sin \Phi)} - 1 \right]^{-1} , \quad (4.27.)$$

$$a' = \left[\frac{4F \sin \Phi \cos \Phi}{\sigma' (C_L \sin \Phi + C_D \cos \Phi)} + 1 \right]^{-1} . \quad (4.28.)$$

Unter bekannten Auftriebs- und Widerstandsbeiwerten ist es möglich, die Induktionsfaktoren iterativ zu lösen. Obwohl der axiale Induktionsfaktor a zwischen den Werten 0 und 1 liegen kann, gibt die Gleichung 4.27. zuverlässige Ergebnisse für den axialen Induktionsfaktor a nur zwischen den Werten 0 und 0,4. Glauert gab einen Ansatz für die Werte $a > 0,4$, der eine numerische Instabilität besaß. Dieser Ansatz wurde später von Buhl korrigiert, und die numerische Instabilität wurde behoben^[7] (Abbildung 4.4.).

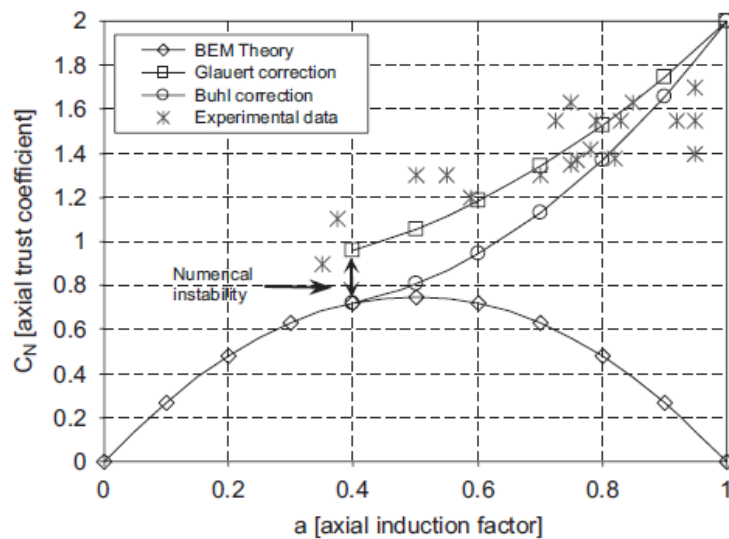


ABBILDUNG 4-4 Korrektur des axialen Induktionsfaktors a für Windturbinen [7]

4.5. WIRBELTHEORIE

Die Propellertheorie geht im Allgemeinen davon aus, dass nach einer Verzerrung an der Hinterkante der Propellerblätter Nachläufe gebildet werden, die sich gleichmäßig parallel zu der Strömungsachse ohne weitere Verformung ausbreiten, als ob sie starre Körper wären. Aber in Realität bilden die Nachläufe eine Reihe von spiralförmigen Wirbelfäden und einen zentralen Wirbelfaden, der sich in die entgegengesetzte Richtung auf der Achse dreht.

Die spiralförmigen Wirbelblätter sind frei schwebend in einem rotationsfreien Feld mit der gleichen Geschwindigkeit und dem gleichen Druck. Es gibt auch keine Diskontinuität der axialen Geschwindigkeit. Da der Druck gleichmäßig über das Blatt verteilt ist, kann man davon ausgehen, dass sich die Nachläufe axial rückwärts ohne Verformung bewegen. Als eine Annäherung kann man sagen, dass die Strömung hinter dem Blatt in ein Wirbelrohr umgewandelt wird. Die Strömung besteht dann aus zwei Komponenten; aus den Wirbelröhren, die den Schub erzeugen, und aus einer elementaren Axialgeschwindigkeit, die entlang der Wirbelröhre den Wirbel bilden.

Nur die Wirbelröhren, die für den Schub verantwortlich sind und eine Größe von γ aufweisen, werden weiters berücksichtigt. Diese müssen die Kompatibilitätsbedingungen erfüllen^[11]:

- Der Totaldruck innerhalb des Nachlaufes ist größer als der in der freien Strömung. Aber der statische Druck innerhalb und außerhalb der Strömung muss gleich sein

$$\frac{1}{2}\rho c_S^2 = \frac{1}{2}\rho c_0^2 + \frac{T}{\pi R^2}. \quad (4.29.)$$

- Die Kontinuitätsgleichung des Massenstroms muss gültig sein. Somit entsteht ein Zusammenhang zwischen dem Radius der entwickelten Strömung nach dem Propeller R_S und des Propellers R

$$c_0 R^2 = c_S R_S^2. \quad (4.30.)$$

- Für den Geschwindigkeitssprung gilt

$$\gamma = c_S - c_0. \quad (4.31.)$$

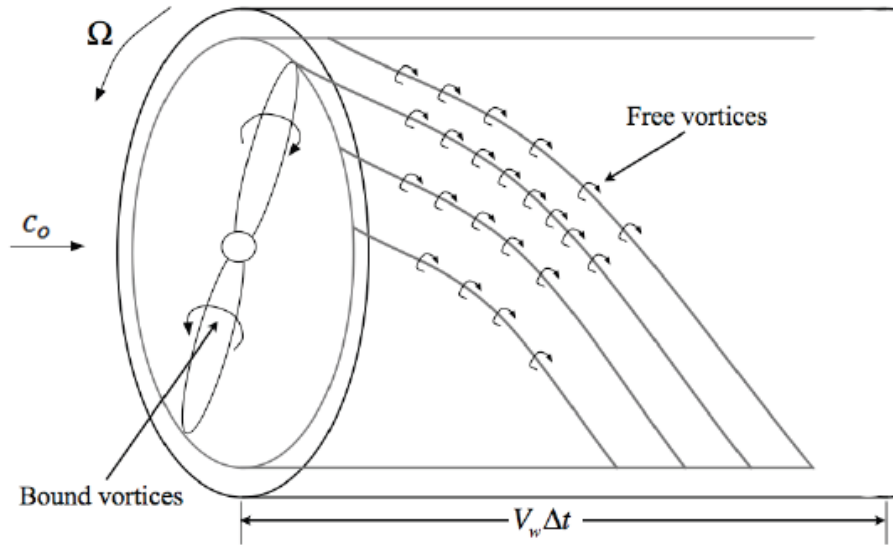


ABBILDUNG 4-5 Nachläufe [11]

Damit unsere Betrachtung einfacher wird, wird angenommen, dass die Propellerschaufeln schmal und gleichmäßig in die radiale Richtung verteilt sind. Die Betrachtung der Symmetrie ermöglicht die Annahme, dass die Wirbellinien keinen Einfluss auf die gesamte Geschwindigkeit in der radialen Richtung mit gleicher Größe haben. Durch diese Annahmen kann man sagen, dass die Einflüsse von einer Propellerschaufel auf die andere Schaufel nicht berücksichtigt werden.

Die grundlegenden Ausdrücke für die Kräfte, die von dem Propeller erzeugt werden, werden durch das Theorem von Kutta-Joukowski beschrieben^[11],

$$dL = \rho U \times \Gamma dr . \quad (4.32.)$$

Aus der Beziehung vom Kreuzprodukt können die zwei wichtigen Komponenten, die Schubkraft und das Drehmoment, herausgezogen werden^[11]

$$dT = \rho \Gamma \omega r (1 - a') dr, \quad (4.33.)$$

$$dQ = \rho \Gamma c_0 (1 + a) r dr. \quad (4.34.)$$

Die axiale Komponente der gebundenen Wirbel von der Spitze der Propellerblätter pro Zeiteinheit ist im Zusammenhang mit dem elementaren axialen Wirbelrohr entlang des Stromrohrs^[11],

$$z \Gamma c \Delta t = \gamma_s 2 \pi R_s c \Delta t,$$

$$z\Gamma = \gamma_S 2\pi R_S . \quad (4.35.)$$

Hinter dem Propeller gilt eine ähnliche Beziehung. Die Komponente des Wirbelrohrs pro Zeiteinheit ist im Zusammenhang mit dem elementaren ringförmigen Wirbel über die Oberfläche des Rohres^[11],

$$\gamma 2\pi V_w = z\Gamma\omega. \quad (4.36.)$$

Aus der Gleichung 4.31. wird dann eine neue Beziehung für die Zirkulation Γ erhalten;

$$z\Gamma\omega = \frac{2T}{\rho R^2}, \quad (4.37.)$$

und

$$\rho\gamma V_w = \frac{T}{\pi R^2}. \quad (4.38.)$$

Dieses Wirbelmodell sorgt dafür, dass die Wirbel in dem Strömungsrohr enthalten sind, und das keine Strömung außerhalb des Nachlaufes induziert wird.

4.6. BAUFORMEN VON PROPELLER

4.6.1. FLUGZEUGPROPELLER

Im Vergleich zu den anderen Propellerarten haben die Flugzeugpropeller einen geringeren Fortschrittsgrad J . Da die Fliehkräfte bei einem Flugzeugpropeller hoch sind, ist eine möglichst leichte Bauweise anzustreben. Daher haben sie meistens 2 bis 6 schmale Blätter aus Holz, faserverstärktem Kunststoff oder aus Leichtmetall.

Verstellpropeller werden bevorzugt, damit bei Start und Landung günstige Verhältnisse erreicht werden können. In diesem Fall wird ein Verstellgetriebe in der Nabe unterbracht.

Die relative Anströmgeschwindigkeit liegt unterhalb der Schallgrenze, und die erreichbare Flugmachzahl ist etwa auf $M = 0,65$ begrenzt. Bei größeren Fluggeschwindigkeiten ist es möglich, dass die Schallgeschwindigkeit am Blattprofil überschritten wird. Somit treten Verdichtungsstöße auf, die einen negativen Einfluss auf die Schub- und Wirkungsgradwerte

haben. Heutzutage ist es durch Verwendung von neuen Materialien und neuer aerodynamisch günstigeren Blattprofile möglich, dass Propeller für höhere Machzahlen ($M_{max} = 0,8$) zur Verfügung stehen. In diesem Fall ist die relative Anströmgeschwindigkeit am Blattprofil knapp unterhalb der Schallgeschwindigkeit. Auf der anderen Seite wurden auch Propeller, bei denen die Schallgeschwindigkeit überschritten wird, schon ausgeführt.

4.6.2. SCHIFFSPROPELLER

Bei den Schiffspropellern sollen die Kavitation und das Eindringen von Luft vermieden werden. Auf der anderen Seite darf die Flächenbelastung eines einzelnen Propellerblattes nicht zu groß sein. Daher wird ein breiteres Profilblatt mit einem flachen Profil und ein kleinerer Anstellwinkel als bei den Flugzeugpropellern bevorzugt, damit ein gewünschter Schub erreicht werden kann.

Jedoch kann bei Schnellbooten die Kavitation nicht vermieden werden. Hier wird die Profilebene so ausgelegt, dass eine große dauernd bestehende Kavitationsblase auf der Saugseite entsteht, deren Länge von der Eintritts- bis zur Austrittskante reicht.

Damit bei kleineren Abmessungen ein größerer Schub und günstigerer Wirkungsgrad erreicht werden kann, kann der Propeller von einer Düse ummantelt sein. Dies ermöglicht in engen Binnengewässern eine sichere Fahrt.

4.6.3. VOITH-SCHNEIDER-PROPELLER

Die Funktionsweise von einem Voith-Schneider-Propeller ist vergleichbar mit einem Darrieus-Windrad. Mit zwei solchen Propellern wird eine hervorragende Manövrierfähigkeit ermöglicht. Achsparallele Flügel werden an einem Rotor mit angenähert senkrechter Drehachse angebracht. Sie erzeugen während der Rotordrehung eine Schwingbewegung, deren Amplitude und Phasenlage stufenlos verstellbar ist. Dadurch wird der Schub des Propellers bei konstanter Drehzahl nach Betrag und Richtung verändert.

4.6.4. GEGENLÄUFIGE PROPELLER

Ähnlich wie bei den gegenläufigen Axialarbeitsmaschinen werden zwei in gegenläufige Richtung rotierende Propeller auf der selben Achse durchgeströmt (Abbildung 4.6.). Hier wird angenommen, dass der axiale Abstand zwischen den beiden Propeller so weit auseinander ist, dass die absolute Abströmungsgeschwindigkeit nach dem ersten Propeller ganz entwickelt wird. Mit Hilfe dieser Annahme ist es möglich die absoluten Strömungsgeschwindigkeiten c_3 und c_4 zu berechnen^[12],

$$c_3 = c_2(1 + a_{II}) = c_0(1 + 2a_I)(1 + a_{II}), \quad (4.39.)$$

$$c_4 = c_2(1 + 2a_{II}) = c_0(1 + 2a_I)(1 + 2a_{II}). \quad (4.40.)$$

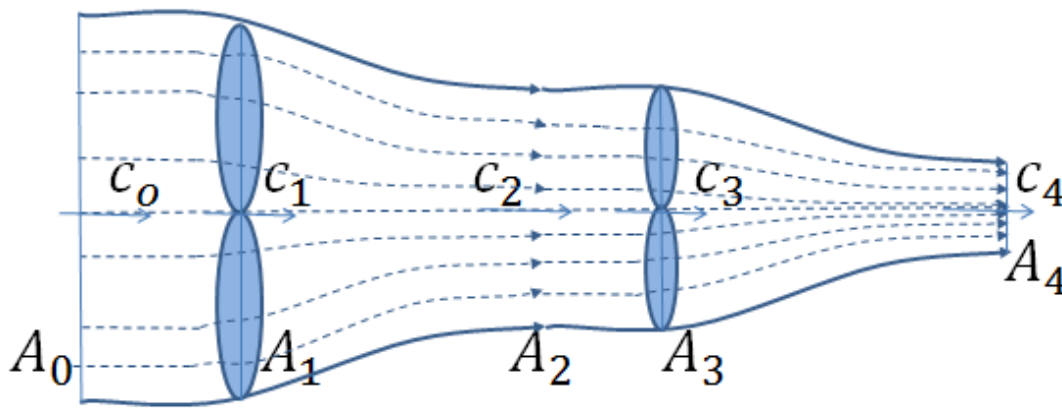


ABBILDUNG 4-6 Die Druck und Geschwindigkeitsverläufe eines gegenläufigen Propellers

Der Index I steht für den ersten Propeller und II steht für den zweiten. Es ist zu beachten, dass die axialen und radialen Induktionsfaktoren bei dem ersten und zweiten Propeller unterschiedlich sind. Die Induktionsfaktoren von beiden Propellern sind nur dann gleich, wenn die beiden Propeller identisch sind.

Da der Schub von dem hinteren Propeller erzeugt wird, wird die Schubkraft an der Stelle des gegenläufigen Propellers berechnet. Aus den Gleichungen 4.21. und 4.22. ist es möglich den Schub und das Drehmoment für den gegenläufigen Propeller zu berechnen;

$$dT_{\text{gegenläufig}} = \sigma'_{II} \pi \rho \frac{c_0^2 (1+a_{II})^2 (1+2a_I)^2}{\sin^2 \Phi_{II}} (C_{LII} \cos \Phi_{II} - C_{DII} \sin \Phi_{II}) r dr \quad (4.41.)$$

$$dQ_{\text{gegenläufig}} = \sigma_{II}' \pi \rho \frac{c_0^2 (1+a_{II})^2 (1+2a_I)^2}{\sin^2 \Phi_{II}} (C_{LII} \sin \Phi_{II} + C_{DII} \cos \Phi_{II}) r^2 dr \quad (4.42.)$$

Da der Schub nur von dem zweiten Propeller erzeugt wird, gilt die Gleichung 4.41. auch für die ganze Stufe.

5. CORDIER DIAGRAMM

Es ist für Strömungsmaschinen üblich, dass die Betriebswerte in dimensionsloser Form angegeben werden. Damit ist es möglich, die rechnerisch bzw. experimentell ermittelten Werte nicht nur für eine Strömungsmaschine, sondern auch für Strömungsmaschinen mit einer geometrischen Ähnlichkeit anzugeben. Umgekehrt ist es auch möglich, aus den dimensionslosen Werten die verlangten Betriebswerte bei verschiedenen Durchmessern und Drehzahlen zu bestimmen.

Dr.Ing. Otto Cordier stellte im Jahr 1953 mit dem Titel “Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen“ das Cordier-Diagramm zum ersten Mal vor. Dabei wurden die Kennzahlen σ und δ genutzt, die für Strömungsmaschinen ausschlaggebenden Größen, Volumstrom \dot{V} , spezifische Förderarbeit Y , Laufraddurchmesser d und Drehzahl n in einer dimensionslosen Form dargestellt werden. Cordier berechnete eine große Auswahl von Strömungsmaschinen und trug die Ergebnisse auf einem doppellogarithmischen Diagramm auf, dass sich alle Ergebnisse mit einer geringen Streuung auf einer Kurve $\sigma = f(\delta)$ befinden, die als Cordier-Kurve benannt wird (Abbildung 5.1. rechts).

Die Cordier-Kurven für Arbeits- und Kraftmaschinen sind unterschiedlich, da die verzögerte Strömung der Arbeitsmaschine lange, mäßig erweiterte Schaufelkanäle und damit größere Abmessungen als die beschleunigte Strömung der Kraftmaschine erfordert. Daher ergibt sich bei gleicher Schnellaufzahl σ eine größere Durchmesserzahl δ .

In der Praxis hat das Cordier-Diagramm zwei wichtige Funktionen^[2]:

- Bei bekanntem Volumstrom \dot{V} , spezifischer Stutzenarbeit Y und Drehzahl n lässt sich aus dem Cordier-Diagramm der zugehörige Raddurchmesser d berechnen, indem die Laufzahl σ berechnet wird, und aus dem Cordier-Diagramm die passende Durchmesserzahl δ gewählt wird.
- Bei bekanntem Volumstrom \dot{V} , spezifischer Stutzenarbeit Y , Drehzahl n und Raddurchmesser d ist es möglich, die Laufzahl σ und die Durchmesserzahl δ zu berechnen, und durch Eintragen dieses Wertepaares σ und δ ins Cordier-Diagramm die Auslegung nachzuprüfen.

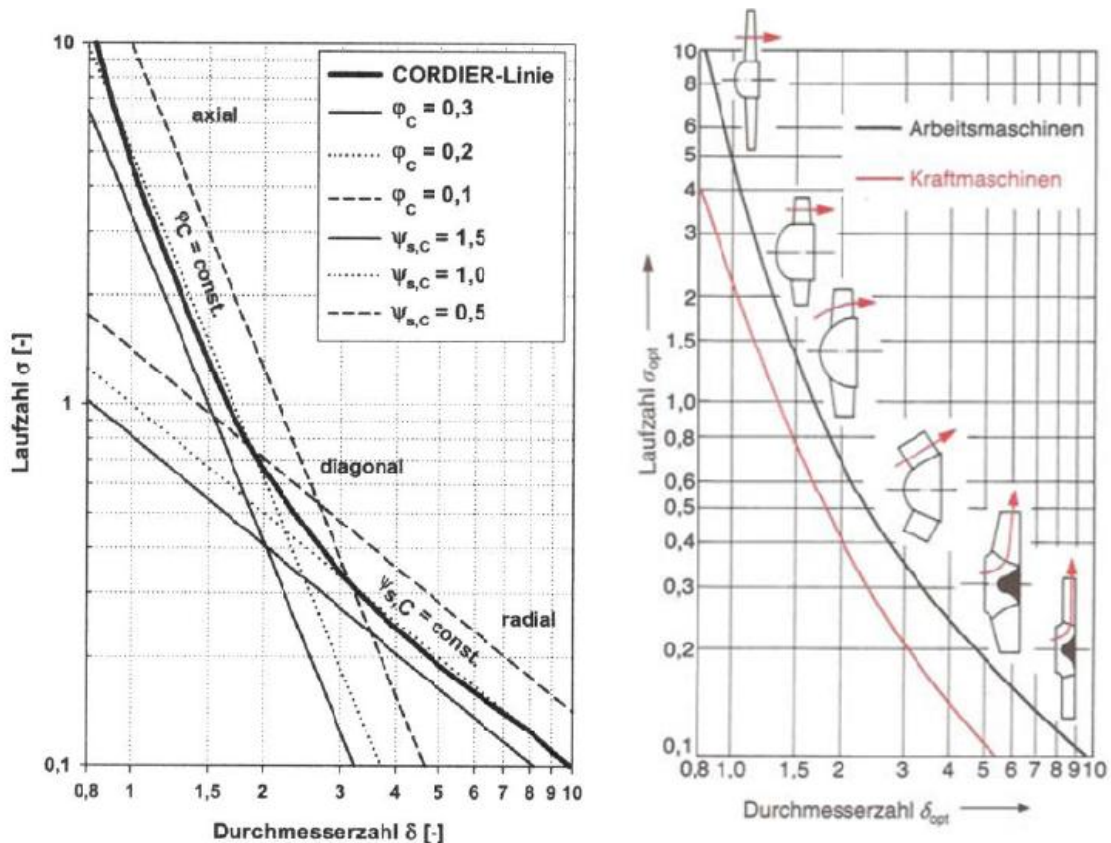


ABBILDUNG 5-1 das originale Cordier Diagramm (links [17], rechts [2])

Das originale Cordier-Diagramm deckt nicht das gesamte Spektrum der möglichen spezifischen Drehzahlen ab. Später wurde das Cordier-Diagramm von Balje modifiziert, welches mit den Durchmesserzahlen von 0,2 bis 20 erweitert wurde. Somit entstand ein Diagramm mit einer S-förmigen Kurve^[3].

Bei einer geringen Druckänderung ist der Wirkungsgrad der Strömungsmaschine gering, weil eine geringe Arbeit am Fluid zugeführt bzw. abgeführt wird. Die Reibungsverluste auf der Oberfläche sind gegenüber der geleisteten Arbeit sehr hoch. Wenn die Druckzahl bei konstanter Durchflusszahl erhöht wird, bleiben die Reibungsverluste fast unverändert, und der Wirkungsgrad steigt. Ab einem Punkt wachsen die Verluste mit steigender Druckzahl immer mehr an, und der Wirkungsgrad der Strömungsmaschine nimmt ab, da die erhöhte aerodynamische Belastung zusätzliche Verluste verursacht.

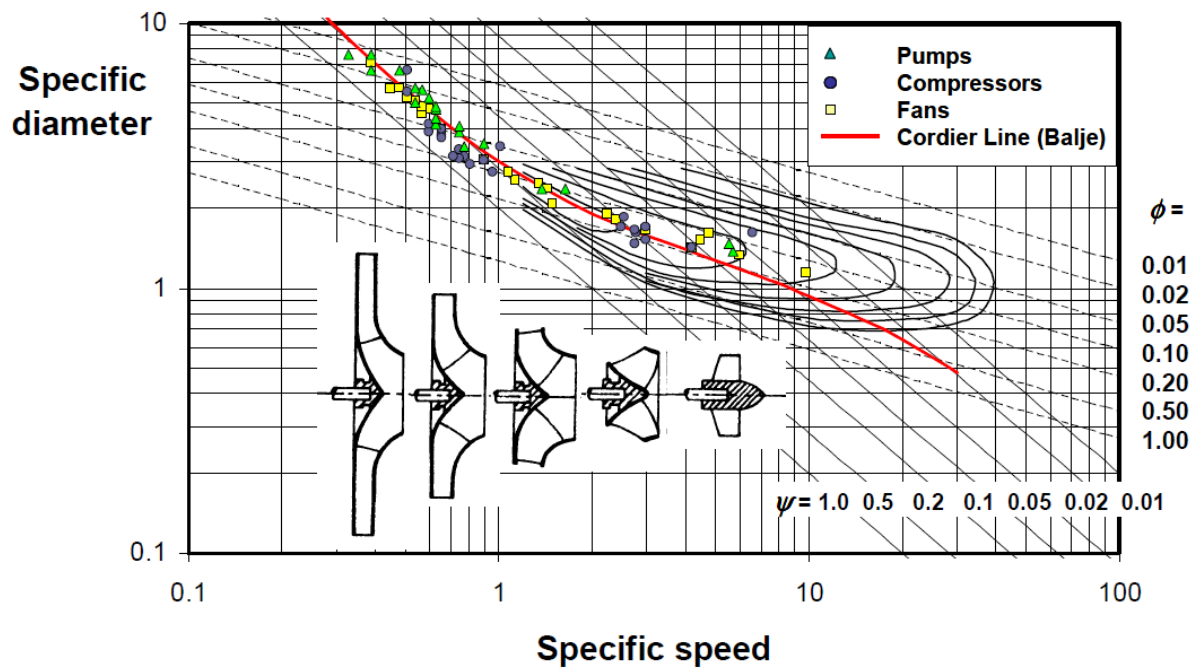


ABBILDUNG 5-2 Cordier Diagramm von Balje [3]

Für jede Durchmesserzahl δ gibt es eine Laufzahl σ mit einem optimalen Wirkungsgrad in dem Cordier-Diagramm. Die Lage des optimalen Wirkungsgrades hängt von der Schaufelauslegung und der Anzahl der Schaufeln ab, die die aerodynamische Belastbarkeit der Laufreihe bestimmen. Sie kann erhöht werden, indem die Anzahl der Schaufeln erhöht wird, oder die Solidity des Gitters vergrößert wird. Die Auswahl einer verschiedenen Anzahl von Schaufeln kann die Lage des optimalen Wirkungsgrades im Cordier-Diagramm, vor allem bei Axialarbeitsmaschinen, verschieben.

Die S-Kurve des Cordier-Diagrammes ist eine Ursache der Effekte der Zentrifugalkräfte. Diese Kräfte haben fast keinen Einfluss auf die Axialströmungsmaschine, die auf dem Cordier-Diagramm bei kleinen Durchmesserzahlen fast auf einer geraden Linie liegen. In den Propeller- und in den Ventilatorstufen gibt es fast keine Druckänderung. Bei solchen Maschinen wird die Arbeit anstatt der potentiellen Energie in die kinetische Energie umgewandelt. Auf der anderen Seite spielen die Zentrifugalkräfte eine große Rolle bei den radialen Strömungsmaschinen, die auf dem anderen Ende des Cordier Diagramm liegen^[3].

6. BETRIEBSVERHALTEN

Aufbauend auf den Grundlagen der Arbeit wird nach einem Zusammenhang der Durchflusszahl φ und der Druckzahl ψ gesucht. Zuerst wird die Kennlinie der gegenläufigen Axialverdichterstufen dargestellt. Daraus wird die Kennlinie genutzt, um einen Zusammenhang $\sigma = f(\delta)$ aufzustellen. Als nächster Schritt wird die einfache Propellerstrahltheorie mit der BEM-Theorie verglichen.

6.1. STUFENKENNLINIE EINER GEGENLÄUFIGEN AXIALVERDICHTERSTUFE

Die Euler'sche Hauptgleichung gibt einen Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten des Arbeitsmediums und der vom Laufgitter aufgenommenen spezifischen Energie. Mit Hilfe eines Geschwindigkeitsplans kann die Euler'sche Hauptgleichung genutzt werden. Hier werden die Absolutzuströmungswinkel α_{1I} bzw. α_{1II} und Relativabströmungswinkel β_{2I} bzw. β_{2II} in Verbindung gesetzt, und dadurch wird die Kennlinie der gegenläufigen Axialverdichterstufe abgeleitet. Mit Hilfe des Geschwindigkeitplans (Abb 3.2. und Abb. 3.5.) können die Umfangskomponenten der Absolut- und Relativgeschwindigkeiten ausgedrückt werden. Die Vorzeichen der Komponenten müssen genauer beachtet werden, um einen möglichen Fehler zu vermeiden.

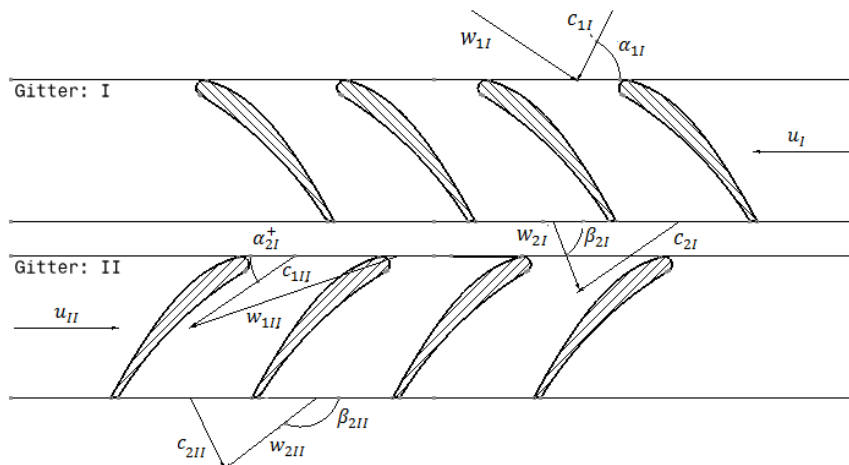


ABBILDUNG 6-1 Profilreihe - Gitter I und Gitter II

Da die absolute Abströmungsgeschwindigkeit des Gitters I c_{2I} und die absolute Zuströmungsgeschwindigkeit des Gitters II c_{1II} gleich sind, und die Meridiankomponenten der absoluten und relativen Geschwindigkeiten gleich groß sind (Abbildung 6.1.), folgt daraus

$$c_m = c_{mI} = w_{mI} = c_{mII} = w_{mII}. \quad (6.1.)$$

Somit ist es möglich, die Umfangskomponente über den Kotangens durch die Meridiankomponente c_m auszudrücken.

$$c_{u1I} = c_m * \cot\alpha_{1I} \quad w_{u2I} = c_m * \cot\beta_{2I} \quad (6.2.)$$

$$c_{u2I} = c_m * \cot\beta_{2I} + u_I \quad (6.3.)$$

$$c_{u1II} = c_m * \cot\alpha_{1II} \quad w_{u2II} = c_m * \cot\beta_{2II} \quad (6.4.)$$

$$c_{u2II} = c_m * \cot\beta_{2II} + u_{II} \quad (6.5.)$$

Da die Winkel α_{1II} und α_{2I}^+ gleich groß sind (Abbildung 6.1.), ist es möglich, die absolute Zuströmungsgeschwindigkeit c_{u1II} in Abhängigkeit der Größen des ersten Gitters auszudrücken

$$c_{u1II} = c_m * \cot\alpha_{1II} = -u_I - c_m * \cot\beta_{2I}. \quad (6.6.)$$

Somit gilt für die spezifische Umfangs bzw. Stutzenarbeit

$$a_{uI} = u_I(c_{u2I} - c_{u1I}) = u_I(u_I + c_m * \cot\beta_{2I} - c_m * \cot\alpha_{1I}), \quad (6.7.)$$

$$a_{uII} = u_{II}(c_{u2II} - c_{u1II}) = u_{II}(c_m * \cot\alpha_{2II} + u_I + c_m * \cot\beta_{2I}), \quad (6.8.)$$

$$Y = a_{uges} = a_{uI} + a_{uII}. \quad (6.9.)$$

Damit die Stufenkennlinie der gegenläufigen Axialverdichterstufe dargestellt werden kann, wird die Gleichung 6.9. so umgeformt, dass sie durch die dimensionslose Kennzahl φ ausgedrückt wird, indem die Gleichung auf u_I^2 bezogen wird. Dadurch stehen zwei dimensionslosen Kennzahlen φ und λ in Verbindung.

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{Y}{u_I^2} = \\ &= [1 + \varphi_I * (\cot\beta_{2I} - \cot\alpha_{1I})] + \frac{u_{II}}{u_I} * [1 + \varphi_I * (\cot\alpha_{2II} + \cot\beta_{2I})]. \end{aligned} \quad (6.10.)$$

Sonderfall. Im Falle eines gegenläufigen Gebläses werden die absolute Zu- und Abströmungswinkel des Gebläses als 90° , $\alpha_{1I} = \alpha_{2II} = 90^\circ$, angenommen. Des weiteren wird angenommen, dass die Umfangsgeschwindigkeiten, $u_I = u_{II} = u$, gleich groß sind. Da die Umfangskomponenten der Absolutgeschwindigkeiten c_{u1I} und c_{u2II} nicht mehr existieren, gilt für die Umfangskomponenten der Relativgeschwindigkeiten w_{u1I} und w_{u2II}

$$w_{u1I} = u_I = -c_m * \cot\beta_{1I} = w_{u2II} = u_{II} = -c_m * \cot\beta_{2II} . \quad (6.11.)$$

Mit Hilfe dieser Annahmen ist es möglich, die Gleichung 6.10 zu vereinfachen

$$\lambda = 2 * (1 + \varphi * \cot\beta_{2I}) . \quad (6.12.)$$

Die Abbildung 6.2. zeigt die Stufenkennlinien traditioneller und gegenläufiger Axialverdichterstufen mit den Austrittswinkeln des ersten Gitters $\beta_{2I} = 140^\circ$ bzw. 150° .

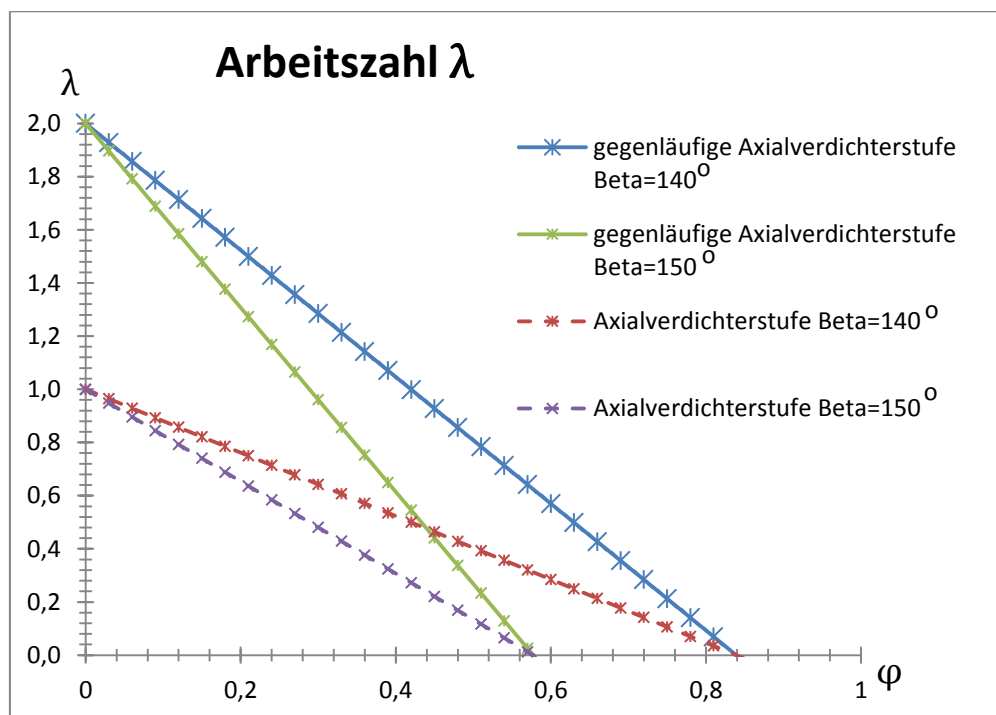


ABBILDUNG 6-2 Vergleich zwischen den Arbeitszahlen λ einer Axialverdichterstufe und einer gegenläufigen Axialverdichterstufe

6.1.1. ANWENDUNG DER KENNLINIE DER GEGENLÄUFIGEN AXIALVERDICHTERSTUFE

Zur Darstellung des Cordier-Diagramms sind die dimensionslosen Kennzahlen, die Cordier-Durchflusszahl φ_C und die Cordier-Druckzahl $\psi_{s,C}$ notwendig, die von dem Volumenstrom \dot{V} , der spezifischen Förderarbeit Y , der Drehzahl des Laufrades n und dem Außendurchmesser des Laufrades d abhängig sind^[17].

$$\psi_{s,C} = \frac{1}{\sigma^2 \delta^2} = \psi * \eta_U \frac{1+v^2}{2} = \lambda * \eta_U * (1+v^2) \quad (6.13.)$$

$$\varphi_C = \frac{1}{\sigma \delta^3}$$

$$\varphi = \frac{c_m}{u_M} = \frac{4\dot{V}u_G}{(d_G^2 - d_N^2)\pi u_G u_M} = \frac{\varphi_C}{(1-v^2)} \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} = \frac{1}{\sigma \delta^3} \frac{1}{(1-v^2)} \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} \quad (6.14.)$$

Der Umfangswirkungsgrad η_U berücksichtigt die auftretenden Verluste am Umfang, und die tatsächliche Förderarbeit unterscheidet sich um den Faktor η_U von der theoretischen spezifischen Förderarbeit $Y_{th\infty}$. Das Verhältnis zwischen dem Naben- und dem Außendurchmesser des Rotors wird durch die Kennzahl v ausgedrückt.

Die Arbeitszahl λ (Gleichung 6.10.) und die Gleichung 6.14. werden in die Gleichung 6.13. eingesetzt

Gleichungen	Rechenschritte
$\frac{1}{\sigma^2 \delta^2 \eta_U (1+v^2)} = 1 + \frac{1}{\sigma \delta^3} \frac{1}{(1-v^2)} \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} (\cot \beta_{2I} - \cot \alpha_{1I}) +$ $\frac{u_{II}^2}{u_I^2} \left\{ \frac{u_I}{u_{II}} \left[1 + \frac{1}{\sigma \delta^3} \frac{1}{(1-v^2)} \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} (\cot \alpha_{2II} + \cot \beta_{2I}) \right] \right\}$	$- \frac{1}{\sigma^2 \delta^2 \eta_U (1+v^2)}$
$1 + \frac{1}{\sigma \delta^3} \frac{1}{(1-v^2)} \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} (\cot \beta_{2I} - \cot \alpha_{1I}) +$	

$\frac{u_{II}}{u_I} \left\{ \left[1 + \frac{1}{\sigma \delta^3} \frac{1}{(1 - v^2)} \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} (\cot \alpha_{2II} + \cot \beta_{2I}) \right] \right\} - \frac{1}{\sigma^2 \delta^2 \eta_U (1 + v^2)} = 0$	$*\sigma^2$
$\sigma^2 \left(1 + \frac{u_{II}}{u_I} \right) + \sigma \left\{ \frac{1}{\delta^3} \frac{1}{(1 - v^2)} \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} (\cot \beta_{2I} - \cot \alpha_{1I}) + \frac{u_{II}}{u_I} \left\{ \left[\frac{1}{\delta^3} \frac{1}{(1 - v^2)} \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} (\cot \alpha_{2II} + \cot \beta_{2I}) \right] \right\} \right\} - \frac{1}{\delta^2 \eta_U (1 + v^2)} = 0$	$* \frac{1}{\left(1 + \frac{u_{II}}{u_I} \right)}$
$\sigma^2 + \sigma \frac{1}{\left(1 + \frac{u_{II}}{u_I} \right)} \left\{ \frac{1}{\delta^3} \frac{1}{(1 - v^2)} \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} (\cot \beta_{2I} - \cot \alpha_{1I}) + \frac{u_{II}}{u_I} \left\{ \left[\frac{1}{\delta^3} \frac{1}{(1 - v^2)} \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} (\cot \alpha_{2II} + \cot \beta_{2I}) \right] \right\} \right\} - \frac{1}{\left(1 + \frac{u_{II}}{u_I} \right) \delta^2 \eta_U (1 + v^2)} = 0$	quadratische Gleichung
$\sigma = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	Lösungsformel
$p = \frac{1}{\delta^3} \frac{1}{\left(1 + \frac{u_{II}}{u_I} \right)} \frac{1}{(1 - v^2)} \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} (\cot \beta_{2I} - \cot \alpha_{1I}) + \frac{1}{\left(1 + \frac{u_{II}}{u_I} \right)} \frac{u_{II}}{u_I} \left\{ \left[\frac{1}{\delta^3} \frac{1}{(1 - v^2)} \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} (\cot \alpha_{2II} + \cot \beta_{2I}) \right] \right\}$ $q = -\frac{1}{\left(1 + \frac{u_{II}}{u_I} \right) \delta^2 \eta_U (1 + v^2)}$	Lösungen für p und q

TABELLE 6-1 Bildung der Gleichung $\sigma = f(\delta)$

Da die Laufzahl σ keinen negativen Wert annehmen kann, wird in der folgenden Gleichung nur die positive Wurzel berücksichtigt

$$\sigma = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Sonderfall. Für den im Kapitel 6.1. erwähnten Sonderfall gilt

$$\sigma^2 + \sigma * \frac{1}{\delta^3(1-v^2)} * \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} * \cot\beta_{2I} - \frac{1}{2*\delta^2\eta_u*(1+v^2)} = 0 \quad (6.15.)$$

$$\text{mit } p = \frac{1}{\delta^3(1-v^2)} * \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} * \cot\beta_{2I} \text{ und } q = -\frac{1}{2\delta^2\eta_u(1+v^2)}$$

Es ist hier zu beachten, dass sich die Funktion $\sigma = f(\delta)$ einer traditionellen Axialverdichterstufe, die in der Gleichung 6.16 ausgedrückt wird, im Vergleich zu einer gegenläufigen Axialverdichterstufe nur von dem q -Term unterscheidet, der zwei mal größer ist.

$$\sigma^2 + \sigma * \frac{1}{\delta^3(1-v^2)} * \sqrt{\frac{2}{1+v^2}} * \cot\beta_{2I} - \frac{1}{\delta^2\eta_u*(1+v^2)} = 0. \quad (6.16.)$$

6.2. KENNZAHLBERECHNUNG FÜR PROPELLER

6.2.1. KENNZAHLBERECHNUNG MIT HILFE DER EINFACHEN STRAHLTHEORIE

In diesem Kapitel wird die einfache Strahltheorie zur Berechnung der Durchfluss- und Druckzahl verwendet. Zur Berechnung der Lage der Werte auf dem Cordier-Diagramm wird der Wirkungsgrad η bei der einfachen Strahltheorie und auch der BEM- Theorie nicht mehr berücksichtigt.

Die Stutzenarbeit für einen einfachen Propeller wird definiert als

$$Y_{einfach} = \frac{P_{th}}{\dot{m}} = \frac{2a \dot{m} c_0^2}{\dot{m}} = 2a c_0^2. \quad (6.17.)$$

Mit Hilfe der Stutzenarbeit wird die Druckzahl in Abhängigkeit des Fortschrittsgrades $J = \frac{c_0}{u}$ ausgedrückt, wobei hier u die Umfangsgeschwindigkeit am Außenradius ist

$$\psi_{einfach} = \frac{2Y}{u^2} = 4a J^2. \quad (6.18.)$$

Analog zum einfachen Propeller wird die Stutzenarbeit und die optimale Druckzahl eines gegenläufigen Propellers durch denselben Rechenweg erhalten

$$Y_{\text{gegenläufig}} = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{2a \dot{m} c_0^2 (1+2a)}{\dot{m}} = 2c_0^2 a (1+2a), \quad (6.19.)$$

$$\psi_{\text{gegenläufig}} = \frac{2 Y_{\text{gegenläufig}}}{u^2} = 4a (1+2a) J^2. \quad (6.20.)$$

Mit diesen Erkenntnissen ist es möglich, den Leistungsunterschied zwischen einem Propeller und einem gegenläufigen Propeller in Abhängigkeit des Faktors a darzustellen (Abbildung 6.3.).

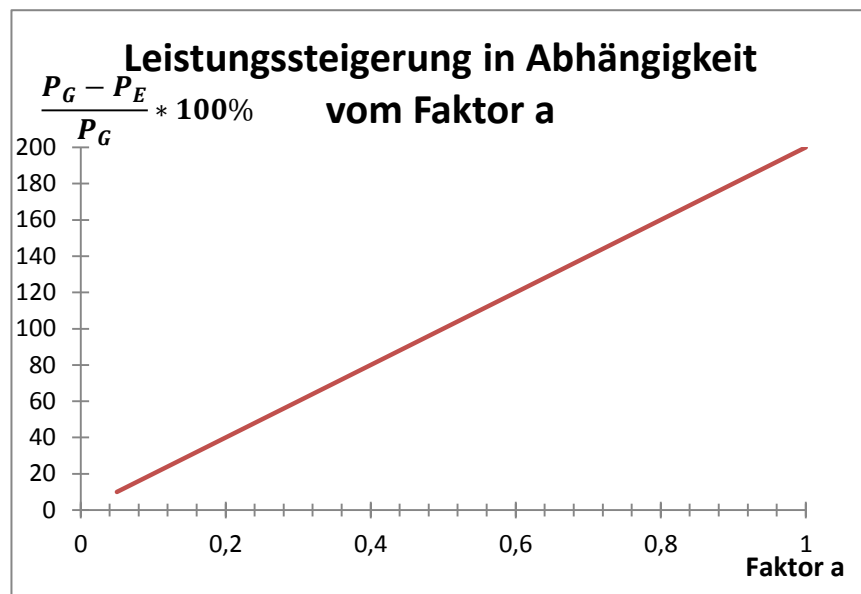


ABBILDUNG 6-3 der Leistungsunterschied zwischen einem einfachen und gegenläufigen Propeller

Die Propeller werden meistens durch die zwei wichtigen dimensionslosen Kennzahlen, Schubbeiwert c_T und Leistungsbeiwert c_P , definiert^[8].

$$c_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (6.21.)$$

$$c_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5} \quad (6.22.)$$

Nun wird die Gleichung 4.12. nach dem Außenradius R integriert und in die Gleichungen 6.21. und 6.22. eingesetzt. Somit wird eine Beziehung zwischen den Schub- bzw. Leistungsbeiwerten und dem Fortschrittsgrad J erhalten.

$$c_{T.einfach} = \frac{1}{2} \pi^3 a (1 + a) J^2 \quad (6.23.)$$

$$c_{T.gegenläufig} = \frac{1}{2} \pi^3 a (1 + a) (1 + 2a) J^2 \quad (6.24.)$$

$$c_{P.einfach} = \frac{1}{2} \pi^4 a (1 + a) J^3 \quad (6.25.)$$

$$c_{P.gegenläufig} = \frac{1}{2} \pi^4 a (1 + a) (1 + 2a) J^3 \quad (6.26.)$$

Die Durchflussszahlen von einfachem bzw. gegenläufigem Propeller gilt

$$\varphi_{gegenläufig} = \varphi_{einfach} = \frac{c_1}{u} = (1 + a) J. \quad (6.27.)$$

Die Gleichungen 6.18., 6.20. und 6.27. liefern mit den Gleichungen 3.20. und 3.23. die Kenngrößen, die für eine Einordnung im Cordier-Diagramm notwendig sind

$$\sigma_{einfach} = \frac{\varphi_{einfach}^{\frac{1}{2}}}{\psi_{einfach}^{\frac{3}{4}}}, \quad \sigma_{gegenläufig} = \frac{\varphi_{gegenläufig}^{\frac{1}{2}}}{\psi_{gegenläufig}^{\frac{3}{4}}}, \quad (6.28.)$$

$$\delta_{einfach} = \frac{\psi_{einfach}^{\frac{1}{4}}}{\varphi_{einfach}^{\frac{1}{2}}}, \quad \delta_{gegenläufig} = \frac{\psi_{gegenläufig}^{\frac{1}{4}}}{\varphi_{gegenläufig}^{\frac{1}{2}}}. \quad (6.29.)$$

6.2.2. KENNZAHLBERECHNUNG MIT HILFE DER BEM-THEORIE

Die BEM-Theorie ermöglicht, für jeden Fortschrittsgrad J einen axialen Induktionsfaktor a genauer zu berechnen. Die Tabelle 6.2. zeigt die Rechenschritte für die Bestimmung des axialen Induktionsfaktors a . Hier liegt der einzige Unterschied, im Vergleich zu der einfachen Strahltheorie, bei der Berechnung der spezifischen Stutzenarbeit bzw. der Druckzahl.

Die Breite des Blattes ist nicht an jeder Stelle gleich. Um die Berechnung der lokalen Solidity zu vereinfachen, wird die Gleichung zur Bestimmung der Solidity mit dem äußeren Radius R dividiert^[13]

$$\sigma' = \frac{z b}{2 \pi r} = \frac{z \frac{b}{R}}{2 \pi \frac{r}{R}}. \quad (6.30.)$$

Der Term $\frac{b}{R}$ beschreibt das Verhältnis zwischen der Breite und dem äußeren Radius an der betrachteten Stelle r . $\frac{r}{R}$ ist das Verhältnis zwischen dem äußeren Radius R und der betrachteten Stelle r . Nach dem Modell von Lock entsprechen die aerodynamischen Kräfte an der Stelle $\frac{r}{R} = 0,7$ den gesamten aerodynamischen Kräften auf dem ganzen Blatt^[13]. Somit ist es nicht mehr nötig, die Gleichungen der aerodynamischen Kräfte über den Radius des Blattes zu integrieren. Dadurch werden die Iterationsschritte vereinfacht. Die Abbildung 6.4. zeigt den Verlauf der Iterationsergebnisse mit fortschreitender Anzahl der Iterationen.

<i>Bestimmung von a durch Iteration:</i>	
1. Schritt:	<i>eine grobe Berechnung von Φ:</i> $\tan \Phi = \frac{R}{r} * J$

2. Schritt:	<p><i>Bestimmung von a und a':</i></p> $a = \left(\frac{4 * \sin^2 \Phi}{\sigma' * (C_L * \cos \Phi - C_D \sin \Phi)} - 1 \right)^{-1}$ $a' = \left(\frac{4 * \cos \Phi * \sin \Phi}{\sigma' * (C_L * \sin \Phi + C_D \cos \Phi)} + 1 \right)^{-1}$
3. Schritt:	<p><i>eine genauere Berechnung von Φ:</i></p> $\Phi = \arctan \left[\frac{R}{r} * J * \left(\frac{1 + a}{1 - a'} \right) \right]$
4. Schritt:	<p><i>2. Schritt: die Faktoren a und a' werden wieder berechnet. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis ein genauerer Wert für den Winkel Φ und den Faktor a berechnet wird.</i></p>

TABELLE 6-2 Iterationsschritte der Bestimmung des Faktors a

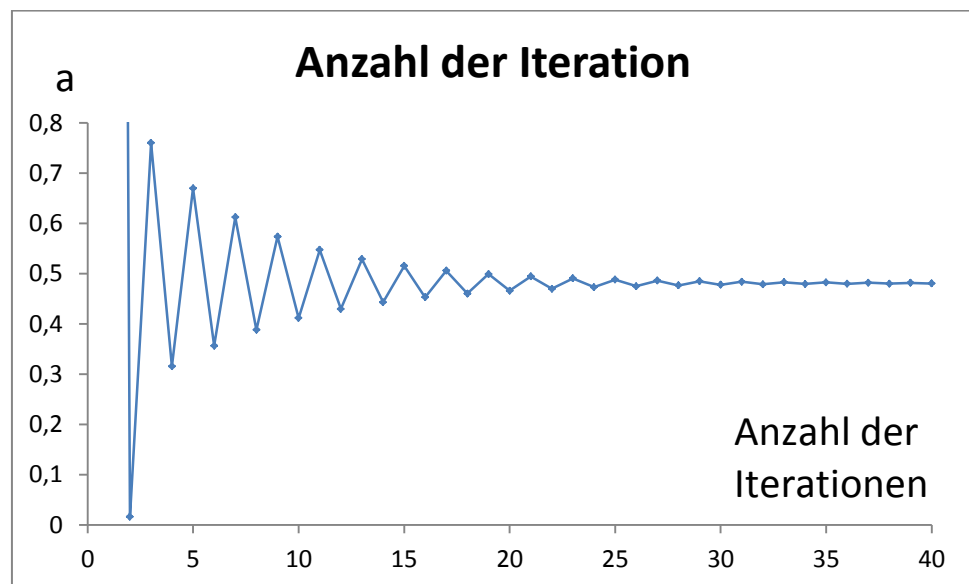


ABBILDUNG 6-4 ANZAHL DER ITERATIONEN FÜR $J = 0,225$, $\alpha = 3^\circ$, $\sigma' = 0,4$

Hier ist zu beachten, dass sowohl der axiale Induktionsfaktor a als auch der Fortschrittsgrad J im ersten und zweiten Gitter nicht gleich groß sind, da die

Strömungsgeschwindigkeiten an beiden Propellerebenen unterschiedlich sind. Der Fortschrittsgrad im zweiten Gitter J_{II} wird durch die folgende Gleichung ausgedrückt.

$$J_{II} = J_I(1 + 2a_I) \quad (6.31.)$$

Um die Stutzenarbeit Y zu bestimmen, werden die Gleichungen 4.21. und 4.41. über den Radius integriert und in die Gleichung 3.7. eingesetzt

$$Y_{einfach} = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{1}{2} \sigma' \pi \frac{c_0^2(1+a_I)}{\sin^2\Phi_I} (C_L \cos\Phi_I - C_D \sin\Phi_I), \quad (6.32.)$$

$$Y_{gegenläufig} = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{1}{2} \sigma' \pi \frac{c_0^2(1+2a_I)(1+a_{II})}{\sin^2\Phi_{II}} (C_L \cos\Phi_{II} - C_D \sin\Phi_{II}). \quad (6.33.)$$

Nun ist es möglich, die Druckzahlen ψ zu bestimmen

$$\psi_{einfach} = \frac{2 Y_{einfach}}{u^2} = \sigma' \pi \frac{c_0^2(1+a_I)}{\sin^2\Phi_I} (C_L \cos\Phi_I - C_D \sin\Phi_I) J_I^2, \quad (6.34.)$$

$$\psi_{gegenläufig} = \frac{2 Y_{gegenläufig}}{u^2} = \sigma' \pi \frac{c_0^2(1+2a_I)(1+a_{II})}{\sin^2\Phi_{II}} (C_L \cos\Phi_{II} - C_D \sin\Phi_{II}) J_{II}^2. \quad (6.35.)$$

Die Schub- bzw. Leistungsbeiwerte werden durch die folgenden Gleichungen ausgedrückt

$$c_{T.einfach} = \sigma' \pi^3 \frac{c_0^2(1+a_I)}{8 \sin^2\Phi_I} (C_L \cos\Phi_I - C_D \sin\Phi_I) J_I^2, \quad (6.36.)$$

$$c_{T.gegenläufig} = \sigma' \pi^3 \frac{c_0^2(1+2a_I)(1+a_{II})}{8 \sin^2\Phi_{II}} (C_L \cos\Phi_{II} - C_D \sin\Phi_{II}) J_{II}^2, \quad (6.37.)$$

$$c_{p.einfach} = \sigma' \pi^4 \frac{c_0^2(1+a_I)}{8 \sin^2\Phi_I} (C_L \cos\Phi_I - C_D \sin\Phi_I) J_I^3, \quad (6.38.)$$

$$c_{p.gegenläufig} = \sigma' \pi^4 \frac{c_0^2(1+2a_I)(1+a_{II})}{8 \sin^2\Phi_{II}} (C_L \cos\Phi_{II} - C_D \sin\Phi_{II}) J_{II}^3. \quad (6.39.)$$

Damit die Ergebnisse auf dem Cordier-Diagramm miteinander vergleichbar sind, werden die gleichen Durchflussszahlen für beide Propellertypen angewendet,

$$\varphi_{gegenläufig} = \varphi_{einfach} = \frac{c_1}{u_I} = (1 + a_I) J_I \quad (6.40.)$$

Um eine Einordnung im Cordier-Diagramm für notwendige Kenngrößen zu erhalten, werden die Gleichungen 6.34., 6.35. und 6.40. in die Gleichungen 6.28. und 6.29. eingesetzt.

7. AUSWERTUNGEN

In diesem Kapitel wird der Zusammenhang $\sigma = f(\delta)$ für die gegenläufige Axialverdichterstufe, den einfachen Propeller und den gegenläufigen Propeller graphisch betrachtet.

Bevor die Cordier-Diagramme für den Propeller dargestellt werden, werden die Diagramme für Schubbeiwert und Leistungsbeiwert in Abhängigkeit des Fortschrittsgrades J dargestellt.

7.1. GEGENLÄUFIGE AXIALVERDICHTERSTUFEN

Auswertung I:

Zuerst wird der relative Abströmwinkel des ersten Gitters β_{2I} variiert. Tabelle 7.1. fasst die Parameter der Auswertung zusammen:

	Wert 1	Wert 2	Wert 3
Absoluter Zuströmwinkel des ersten Gitters α_{1I}	90°	90°	90°
Relativer Abströmwinkel des ersten Gitters β_{2I}	130°	140°	150°
Umfangswirkungsgrad η_u	0,8	0,8	0,8
Nabenverhältnis v	0,55	0,55	0,55
Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeiten $\frac{u_{II}}{u_I}$	1	1	1
Absoluter Abströmwinkel des zweiten Gitters α_{2II}	90°	90°	90°

TABELLE 7-1 Auswertung I

Die Abbildung 7.1. zeigt die graphische Darstellung der Auswertungen in dem Cordier-Diagramm. Für ein besseres Verständnis werden die Cordier-Kurve und die Kurve einer traditionellen Axialverdichterstufe mit $\beta_{2I} = 140^\circ$ in dem Cordier-Diagramm dargestellt.

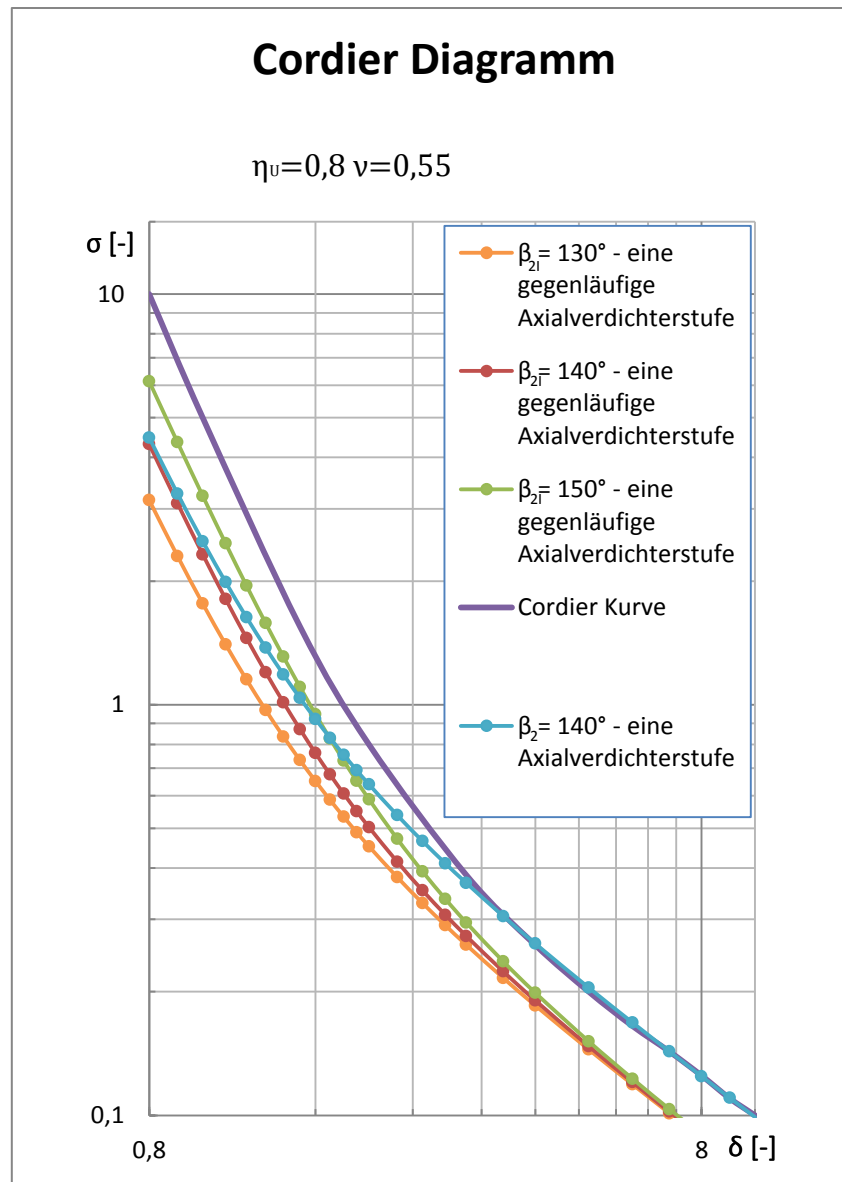


ABBILDUNG 7-1 Auswertung I

Auswertung II:

In diesem Schritt wird das Nebenverhältnis v geändert, und dessen Einfluss auf die Auswertung beobachtet. Tabelle 7.2. fasst die Parameter der Auswertung zusammen:

	Wert 1	Wert 2	Wert 3
Absoluter Zuströmwinkel des ersten Gitters α_{1I}	90°	90°	90°
Relativer Abströmwinkel des ersten Gitters β_{2I}	140°	140°	140°
Umfangswirkungsgrad η_u	0,8	0,8	0,8
Nebenverhältnis v	0,25	0,55	0,8

Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeiten $\frac{u_{II}}{u_I}$	1	1	1
Absoluter Abströmwinkel des zweiten Gitters α_{2II}	90°	90°	90°

TABELLE 7-2 Auswertung II

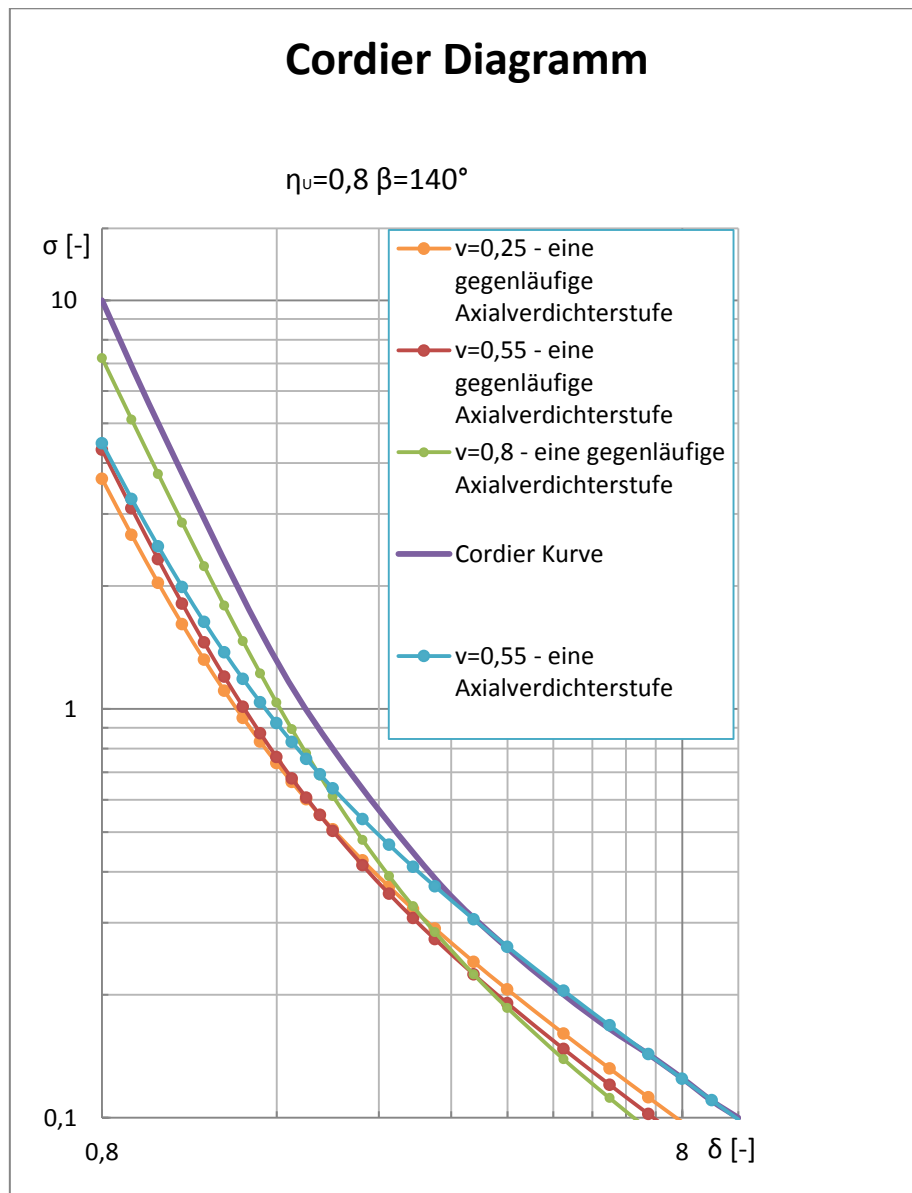


ABBILDUNG 7-2 Auswertung II

Die Abbildung 7.2. zeigt die graphische Darstellung der Auswertungen in dem Cordier-Diagramm. Um einen besseren Vergleich zu ermöglichen, werden die Cordier-Kurve und die Kurve einer traditionellen Axialverdichterstufe mit $v = 0,55$ auf dem Diagramm dargestellt.

Auswertung III:

In diesem Schritt wird der Umfangswirkungsgrad η_u geändert, und dessen Einfluss auf die Auswertung beobachtet. Tabelle 7.3. fasst die Parameter der Auswertung zusammen:

	Wert 1	Wert 2	Wert 3
Absoluter Zuströmwinkel des ersten Gitters α_{1I}	90°	90°	90°
Relativer Abströmwinkel des ersten Gitters β_{2I}	140°	140°	140°
Umfangswirkungsgrad η_u	0,5	0,8	1,0
Nabenverhältnis v	0,55	0,55	0,55
Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeiten $\frac{u_{II}}{u_I}$	1	1	1
Absoluter Abströmwinkel des zweiten Gitters α_{2II}	90°	90°	90°

TABELLE 7-3 Auswertung III

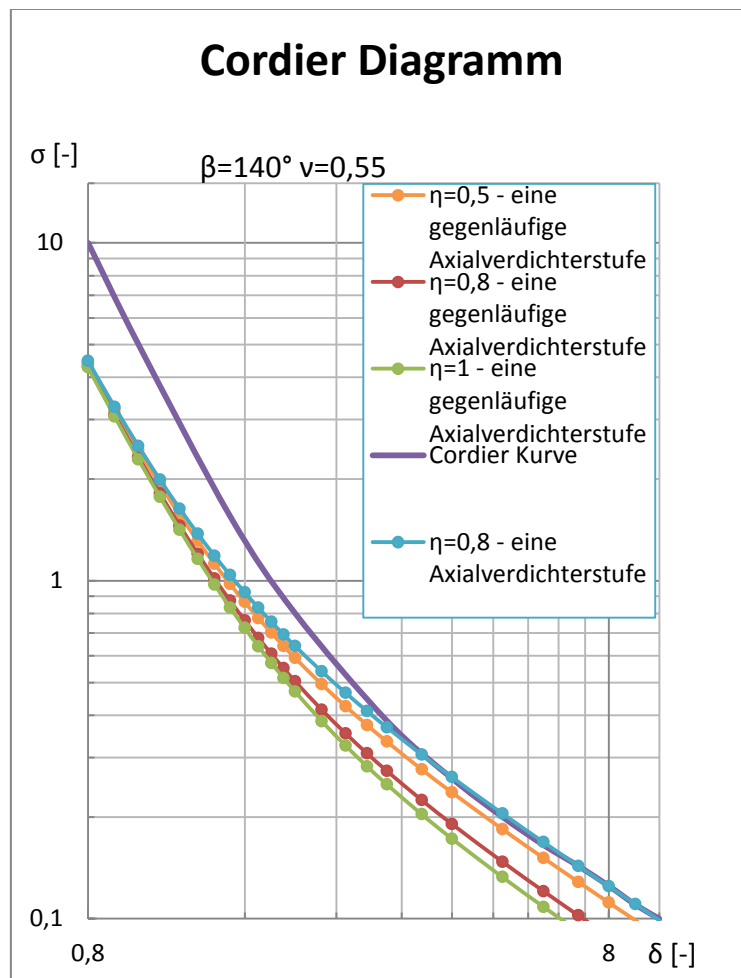


ABBILDUNG 7-3 Auswertung III

Die Abbildung 7.3. zeigt die graphische Darstellung der Auswertungen in dem Cordier-Diagramm. Als Vergleich werden die Cordier-Kurve und die Kurve einer traditionellen Axialverdichterstufe mit $\eta_u = 0,8$ in dem Diagramm dargestellt.

Auswertung IV:

In diesem Schritt wird das Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeiten $\frac{u_{II}}{u_I}$ geändert, und dessen Einfluss auf die Auswertung beobachtet. Tabelle 7.4. fasst die Parameter der Auswertung zusammen:

	Wert 1	Wert 2	Wert 3
Absoluter Zuströmwinkel des ersten Gitters α_{1I}	90°	90°	90°
Relativer Abströmwinkel des ersten Gitters β_{2I}	140°	140°	140°
Umfangswirkungsgrad η_u	0,8	0,8	0,8
Nabenverhältnis v	0,55	0,55	0,55
Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeiten $\frac{u_{II}}{u_I}$	0,5	1	1,5
Absoluter Abströmwinkel des zweiten Gitters α_{2II}	90°	90°	90°

TABELLE 7-4 Auswertung IV

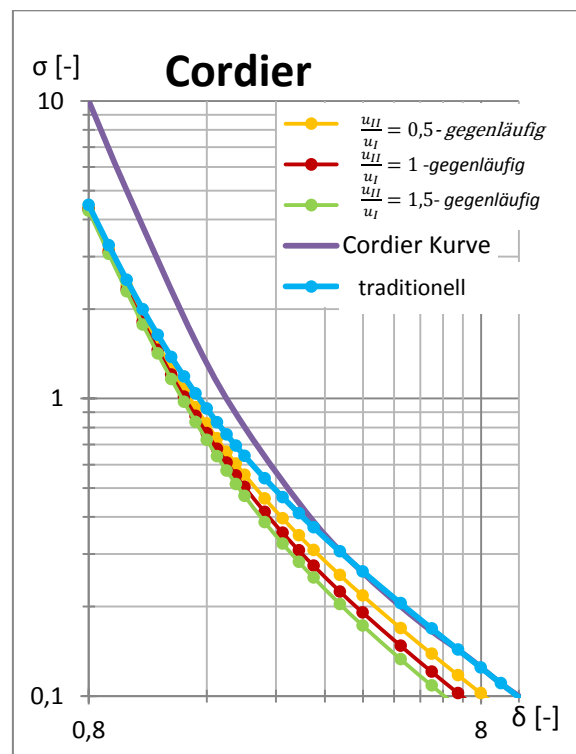


ABBILDUNG 7-4 Auswertung IV

Die Abbildung 7.4. zeigt die graphische Darstellungen der Auswertungen auf dem Cordier-Diagramm.

7.2. PROPELLER UND GEGENLÄUFIGE PROPELLER

Auswertungen mit der einfachen Strahltheorie:

Hier werden vier unterschiedliche axiale Induktionsfaktoren a ($a_1 = 0,25$, $a_2 = 0,4$, $a_3 = 0,6$, $a_4 = 1$) ausgewählt, und deren Einflüsse auf den Kurvenverlauf betrachtet.

Die Abbildungen 7.5. und 7.6. zeigen die graphische Darstellung des Schubbeiwertes c_T bzw. Leistungsbeiwertes c_P , und die Abbildung 7.7. zeigt die graphische Darstellung der Auswertungen mit Hilfe der einfachen Strahltheorie mit variiertem axialen Induktionsfaktor a für einen einfachen bzw. gegenläufigen Propeller. Die durchgezogenen Kurven sind die Ergebnisse des einfachen Propellers und die strichlierten Kurven sind die Ergebnisse des gegenläufigen Propellers.

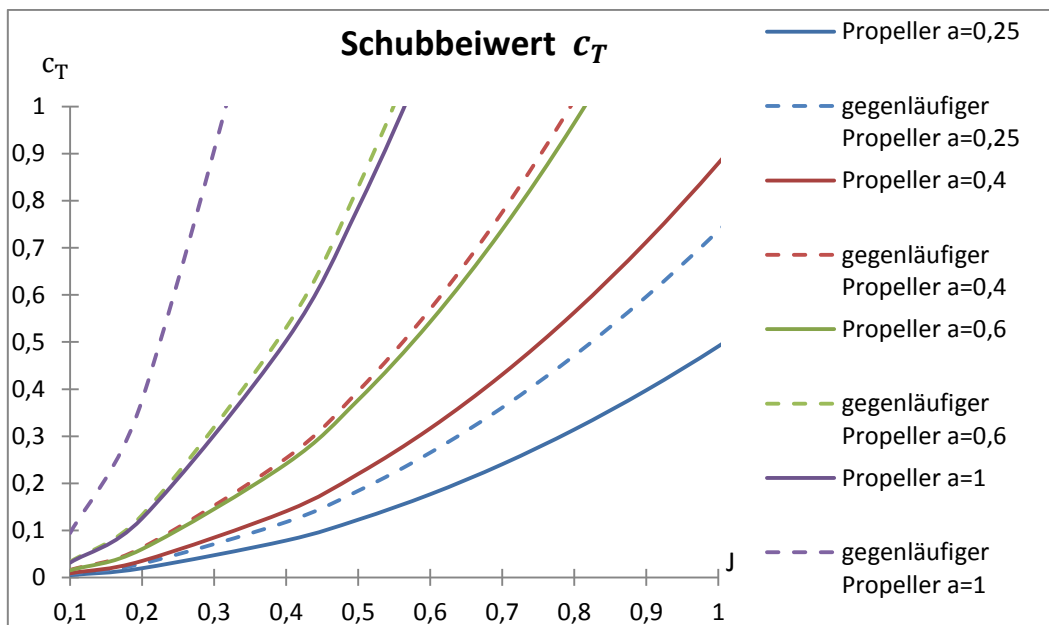


ABBILDUNG 7-5 Schubbeiwert vs Fortschrittsgrad

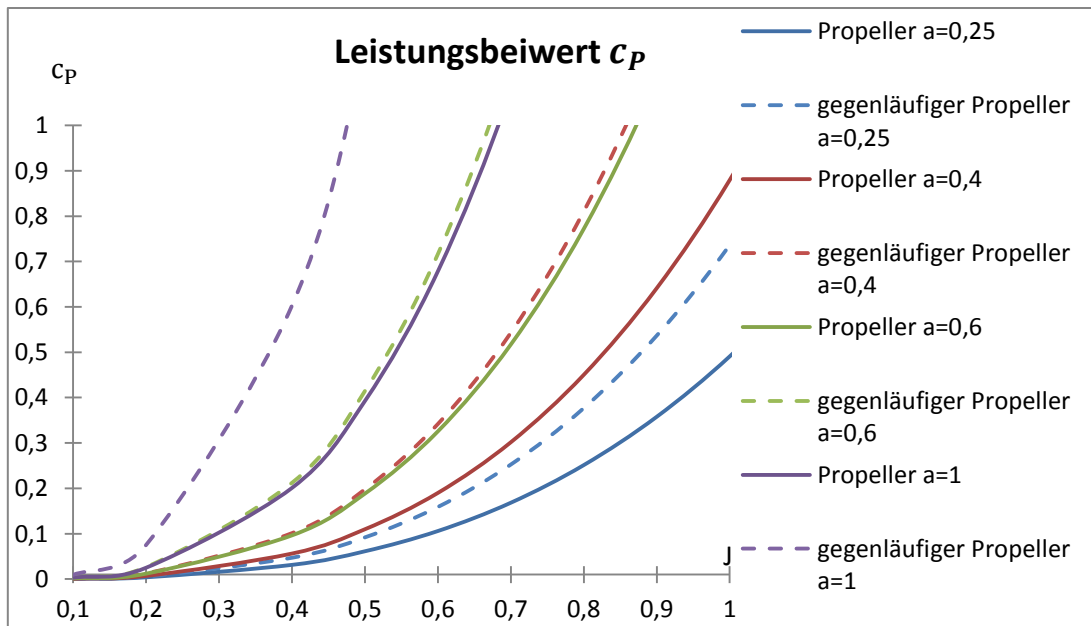


ABBILDUNG 7-6 Leistungsbeiwert vs Fortschrittsgrad

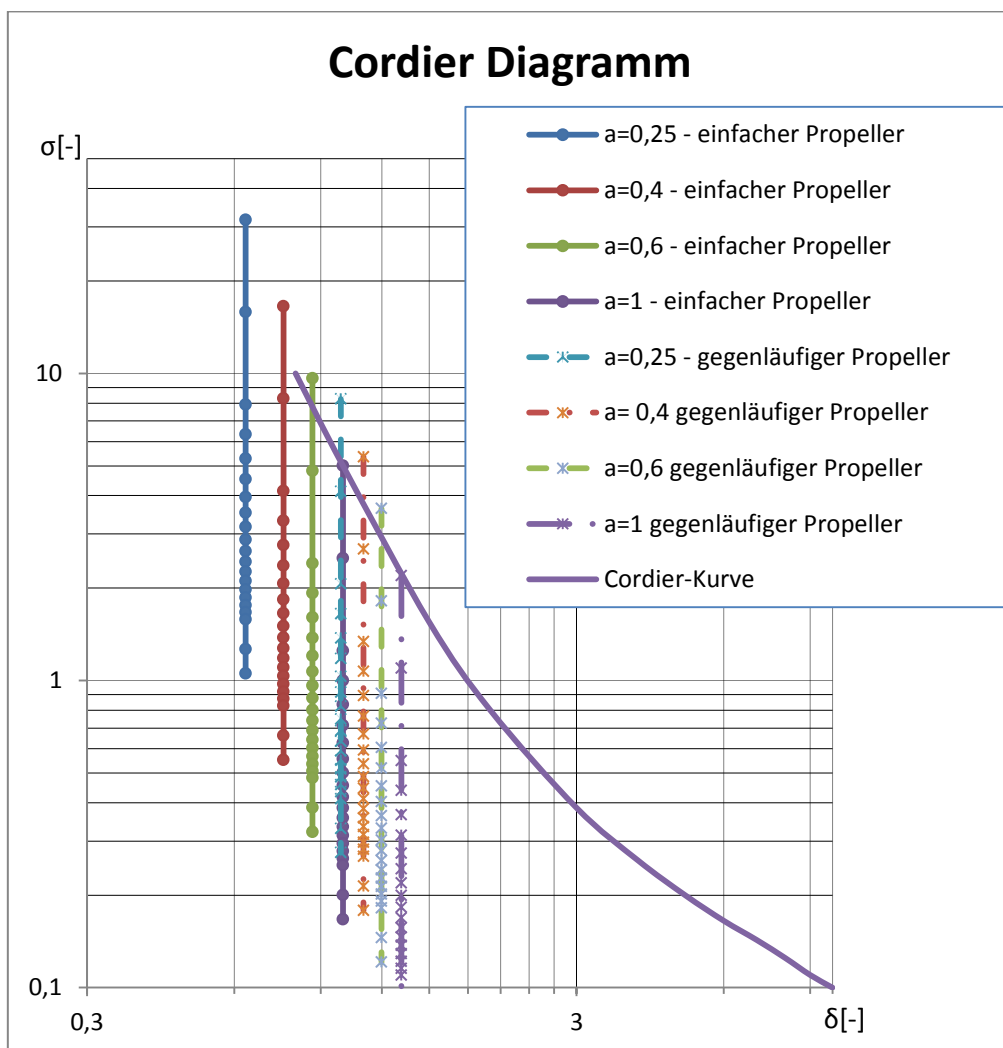


ABBILDUNG 7-7 Auswertung mit einfacher Strahltheorie

Weitere Ergebnisse der einfachen Strahltheorie sind in den Tabellen 11.1.-11.8. dargestellt.

Auswertungen mit BEM-Theorie:

Zur Berechnung von Auftriebs- und Widerstandsbeiwerten werden die Daten des RAF-6 Propellers verwendet, die in der Abbildung 4.3. dargestellt sind. Die Auswertungen wurden zwischen den Fortschrittsgraden 0,2 – 3 durchgeführt. Da die BEM-Theorie für den axialen Induktionsfaktor a größer als 0,4 keinen zuverlässigen Wert^[7] bestimmen kann, werden die axialen Induktionsfaktoren a größer 0,4 in den graphischen Darstellungen vernachlässigt.

Auswertung I:

Hier wird der Angriffswinkel α variiert. Die Parameter der Auswertung werden in der Tabelle 7.5. zusammengefasst. Die Abbildungen 7.8. und 7.9. zeigen die graphische Darstellung des Schubbeiwertes c_T bzw. Leistungsbeiwertes c_P für einen einfachen bzw. gegenläufigen Propeller. Für jeden Fortschrittsgrad J wird ein dazugehöriger axialer Induktionsfaktor a berechnet. Hier zeigen die rote Kurven die Ergebnisse des einfachen Propellers und die blauen Kurven die Ergebnisse des gegenläufigen Propellers.

	Wert I	Wert II	Wert II
$\frac{r}{R}$	0,7	0,7	0,7
$\frac{b}{R}$	0,22	0,22	0,22
Anzahl der Blätter z	4	4	4
Solidity σ'	0,2	0,2	0,2
Angriffswinkel α	3°	7°	10°
C_L	0,8	1,1036	1,2257
C_D	0,03	0,08831	0,167

TABELLE 7-5 Auswertung I mit der BEM-Theorie

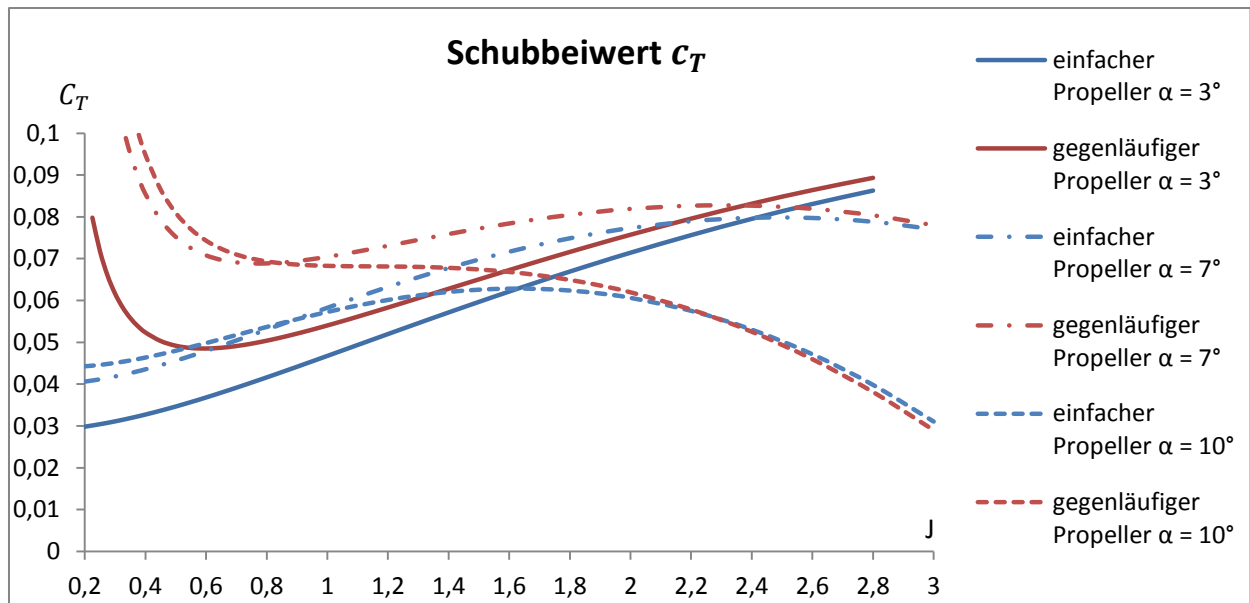


ABBILDUNG 7-8 Auswertung I – Schubbeiwert vs Fortschrittsgrad

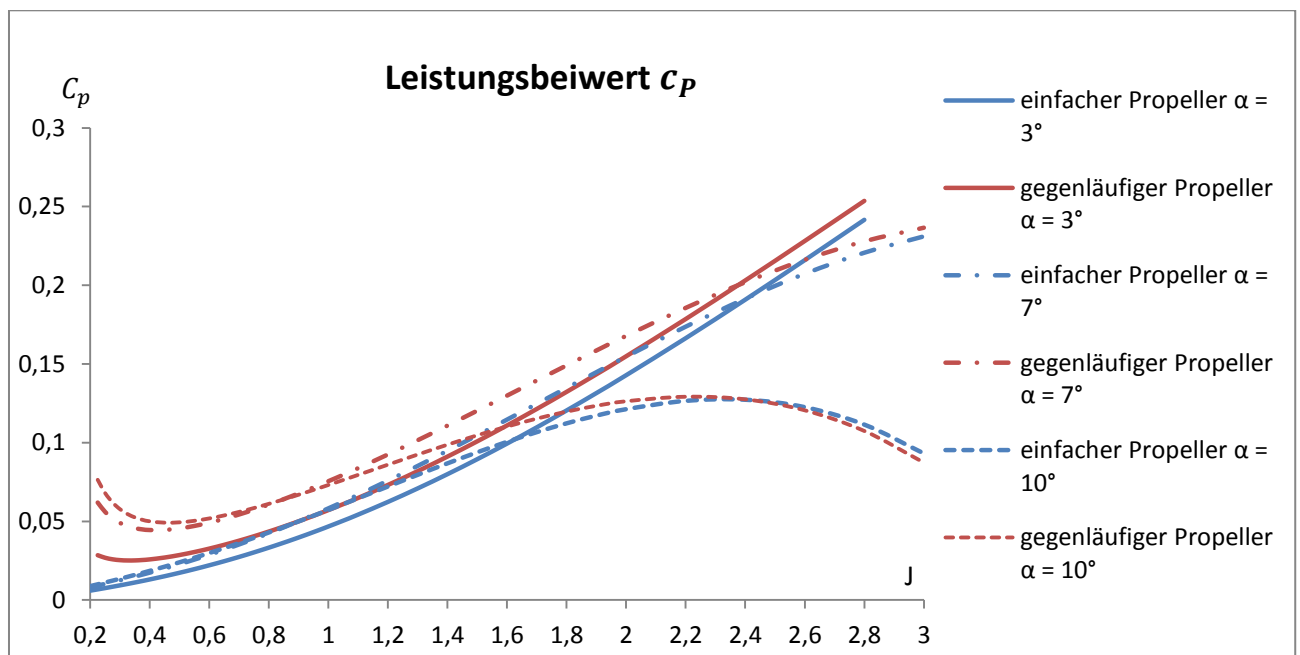


ABBILDUNG 7-9 Auswertung I – Leistungsbeiwert vs Fortschrittsgrad

Die Abbildung 7.10. zeigt die graphische Darstellung der Auswertung I mit Hilfe der BEM-Theorie. Weitere Ergebnisse der Auswertung I sind in den Tabellen 11.9.-11.14. dargestellt.

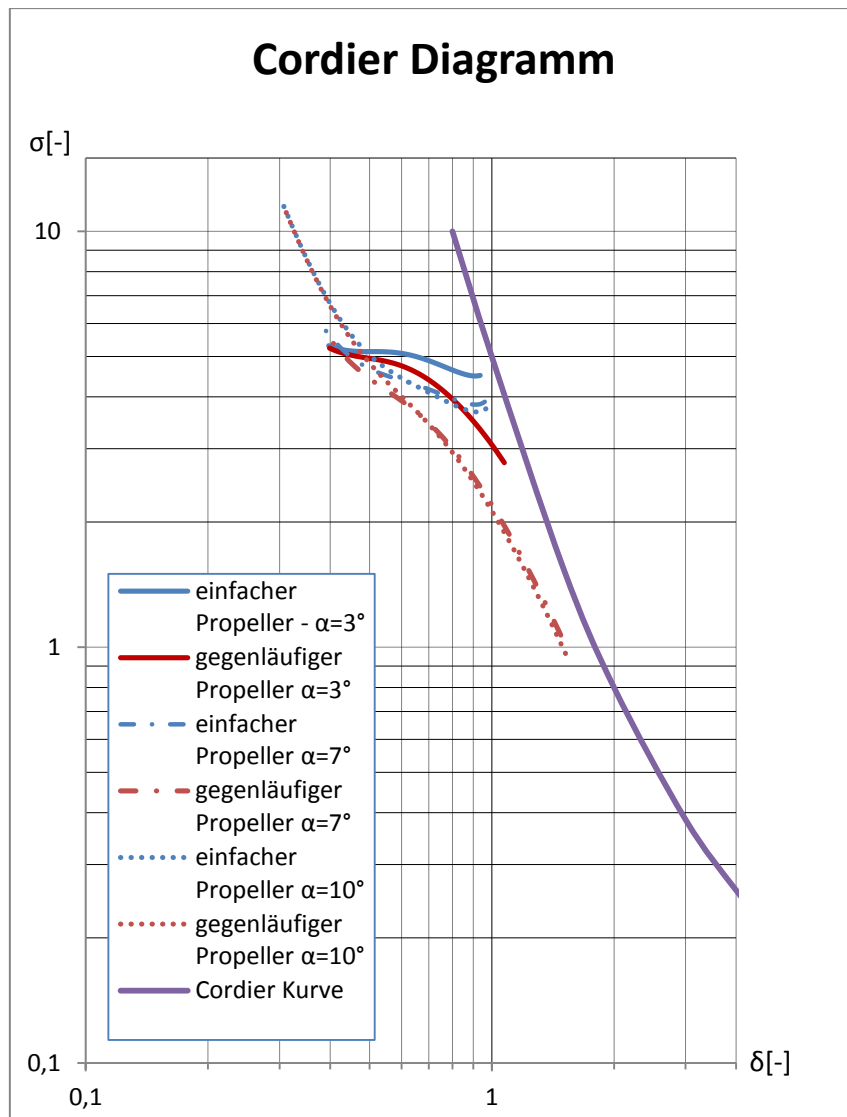


ABBILDUNG 7-10 Auswertung I mit Hilfe der BEM-Theorie

Auswertung II:

Als Nächstes wird die lokale Solidity σ' an der Stelle $\frac{r}{R} = 0,7$ variiert. Da die Solidity von der Sehnenlänge und der Anzahl der Blätter abhängig ist, werden tatsächlich diese Größen variiert.

Ähnlich wie bei der Auswertung I zeigen die roten Kurven die Ergebnisse des einfachen Propellers und die blauen Kurven die Ergebnisse des gegenläufigen Propellers. Die Abbildungen 7.11. und 7.12. zeigen die graphischen Darstellungen des Schubbeiwertes c_T bzw. Leistungsbeiwertes c_P für einen einfachen bzw. gegenläufigen Propeller, und die

Abbildung 7.13. zeigt die graphische Darstellung der Auswertung II mit Hilfe der BEM-Theorie.

	Wert I	Wert II	Wert II
$\frac{r}{R}$	0,7	0,7	0,7
$\frac{b}{R}$	0,22	0,3	0,4
Anzahl der Blätter z	4	6	8
Solidity σ'	0,2	0,4	0,72
Angriffswinkel α	3°	3°	3°
C_L	0,8	0,8	0,8
C_D	0,03	0,03	0,03

TABELLE 7-6 Auswertung II mit der BEM-Theorie

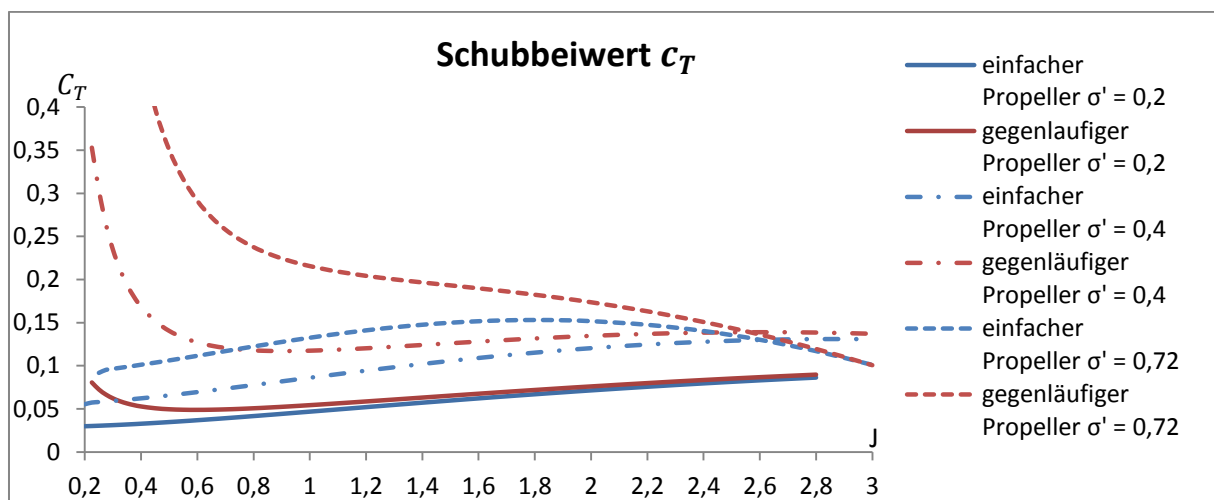


ABBILDUNG 7-11 Auswertung II – Schubbeiwert vs Fortschrittsgrad

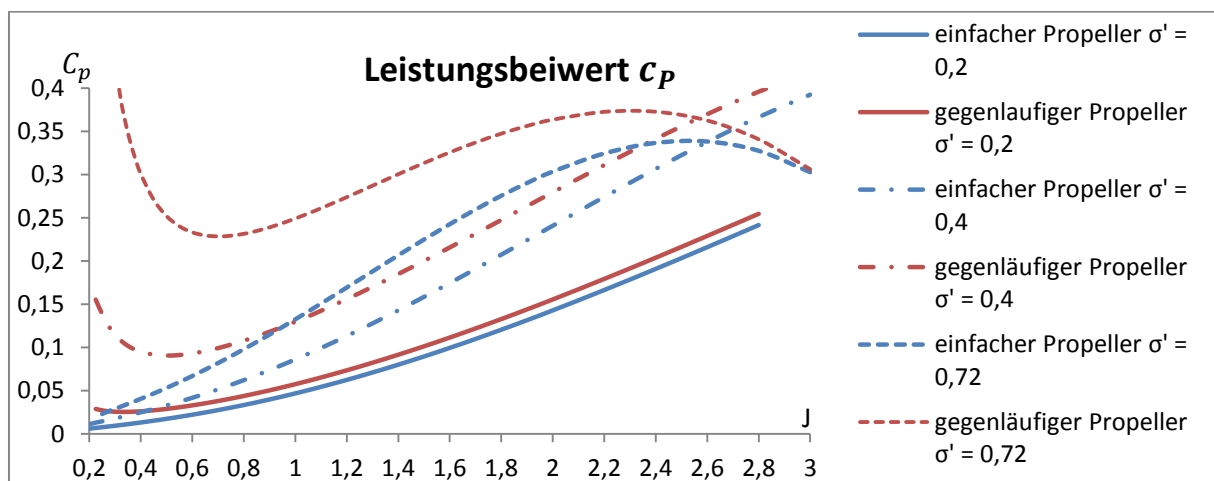


ABBILDUNG 7-12 Auswertung II – Leistungsbeiwert vs Fortschrittsgrad

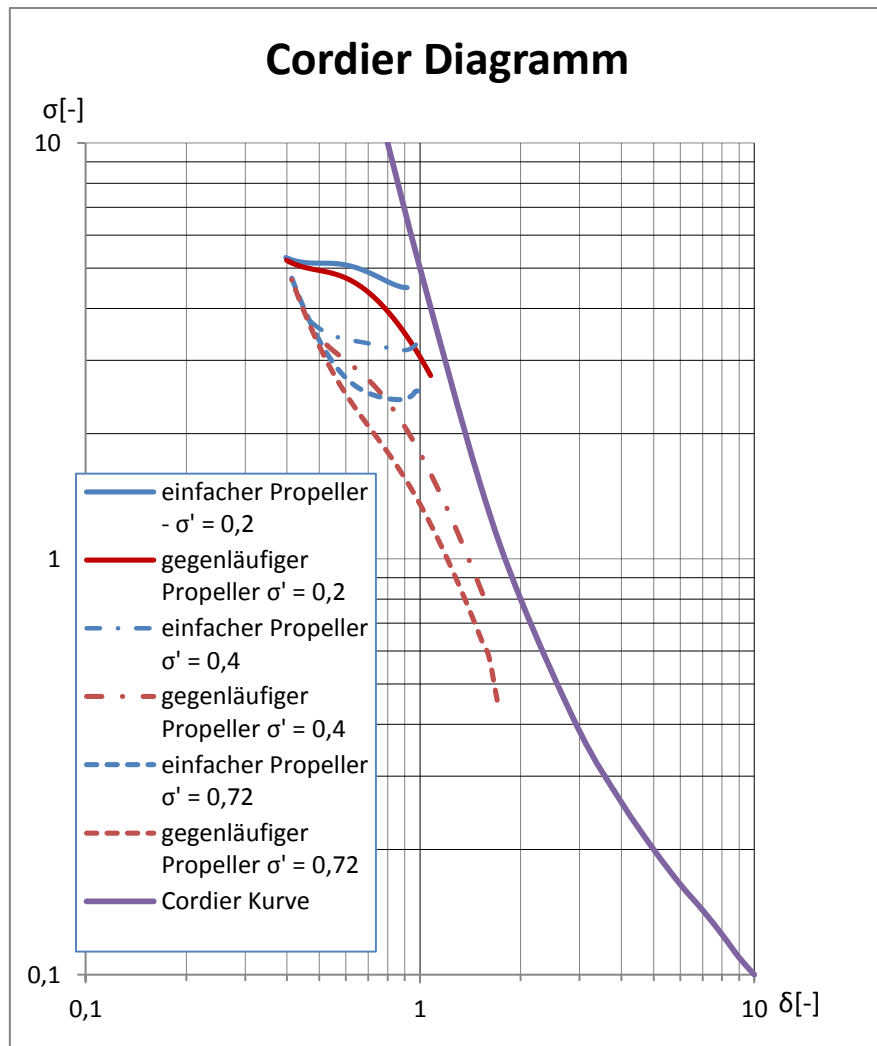


ABBILDUNG 7-13 Auswertung II mit Hilfe der BEM-Theorie

Weitere Ergebnisse der Auswertung I sind in den Tabellen 11.15.-11.18. dargestellt.

8. INTERPRETATION DER ERGEBNISSE

8.1. GEGENLÄUFIGE AXIALVERDICHTERSTUFEN

Im Fall eines im Kapitel 6.1. beschriebenen Sonderfalls wird die Arbeitszahl λ einer traditionellen Axialverdichterstufe durch die folgende Gleichung ausgedrückt

$$\lambda_{traditionell} = 1 + \varphi * \cot \beta_{2I} = \frac{\lambda_{gegenläufig}}{2} \quad (8.1.)$$

Es ist zu erkennen, dass die Arbeitszahl λ einer gegenläufigen Axialverdichterstufe $\lambda_{gegenläufig}$ zwei mal größer als die Arbeitszahl einer traditionellen Axialverdichterstufe $\lambda_{traditionell}$ ist, da am nachgeschalteten Rotor die selbe Arbeit wie im ersten Gitter geleistet wird.

In der Auswertung I wurde der relative Abströmwinkel β_{2I} variiert. Bei größeren Durchflussszahlen δ liegen die Kurven der gegenläufigen Bauweise nah beieinander. Der relative Abströmwinkel β_{2I} keinen Einfluss. Bei kleinen Durchflussszahlen δ steigt die Laufzahl σ mit steigenden relativen Abströmwinkel β_{2I} .

In der Auswertung II wurde das Nebenverhältnis ν variiert. Für die Axialverdichterstufe ist der Bereich kleiner Durchflussszahlen δ relevant. In diesem Bereich nimmt die Laufzahl σ mit steigendem Nebenverhältnis ν zu.

In der Auswertung III wurde Umfangswirkungsgrad η_u variiert. Mit steigendem Umfangswirkungsgrad sinkt die Laufzahl σ . Im Bereich der Axialverdichterstufe ($\sigma > 0,8$) ist der Einfluss des Umfangswirkungsgrades aber gering.

In der Auswertung IV wurde das Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeiten $\frac{u_{II}}{u_I}$ variiert. Mit steigendem Verhältnis $\frac{u_{II}}{u_I}$ sinkt die Laufzahl σ . Im Bereich der Axialverdichterstufen ist der Einfluss des Umfangsgeschwindigkeitsverhältnisses aber gering.

Die Kurven der gegenläufigen Axialverdichterstufe laufen in allen vier Auswertungen mit kleiner werdender Durchmesserzahl δ gegen die Kurven der traditionellen Axialverdichterstufe, so dass ab einer Stelle kaum ein Unterschied zu sehen ist. Aus den Cordier-Kurven kann man daher interpretieren, dass sich bei gleichen Laufzahlen σ kleinere

Durchmesserzahlen δ ergeben. Dies kann auch umgekehrt interpretiert werden. Bei gleichen Durchmesserzahlen δ ergeben sich kleinere Laufzahlen σ .

Für ein besseres Verständnis werden im Folgenden zwei Sonderfälle A und B betrachtet.

Sonderfall A: Die Gleichung zur Bestimmung der Laufzahl σ für gegenläufige Axialverdichterstufen (Gleichung 6.15.) liefert für den Fall $p = 0$

$$\sigma^2 - \frac{1}{2 \cdot \delta^2 \eta_u \cdot (1 + v^2)} = 0. \quad (8.2.)$$

$$\sigma = \sqrt{-q} = \frac{1}{\delta \sqrt{2} \sqrt{\eta_u \cdot (1 + v^2)}} \quad (8.3.)$$

Auf der anderen Seite liefert die Gleichung für traditionelle Axialverdichterstufen (6.16.) für $p = 0$

$$\sigma^2 - \frac{1}{\delta^2 \eta_u \cdot (1 + v^2)} = 0. \quad (8.4.)$$

$$\sigma = \sqrt{-q} = \frac{1}{\delta \sqrt{\eta_u \cdot (1 + v^2)}} \quad (8.5.)$$

Sonderfall B: Für den Fall $q = 0$ liefern die Gleichungen zur Bestimmung der Laufzahl σ für gegenläufige und traditionelle Axialverdichterstufen (Gleichung 6.15. und 6.16.) die selbe Gleichung

$$\sigma^2 + \sigma \cdot \frac{1}{\delta^3 (1 - v^2)} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} \cdot \cot \beta_{2I} = 0. \quad (8.6.)$$

$$\sigma = -p = -\frac{1}{\delta^3 (1 - v^2)} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} \cdot \cot \beta_{2I} \quad (8.7.)$$

Die Auswertungen der Gleichungen 8.3. bzw. 8.5. und 8.7. werden in der Abbildung 8.1. dargestellt. Für einen besseren Vergleich wird zusätzlich die Cordier-Kurve in violetter Farbe aufgezeichnet.

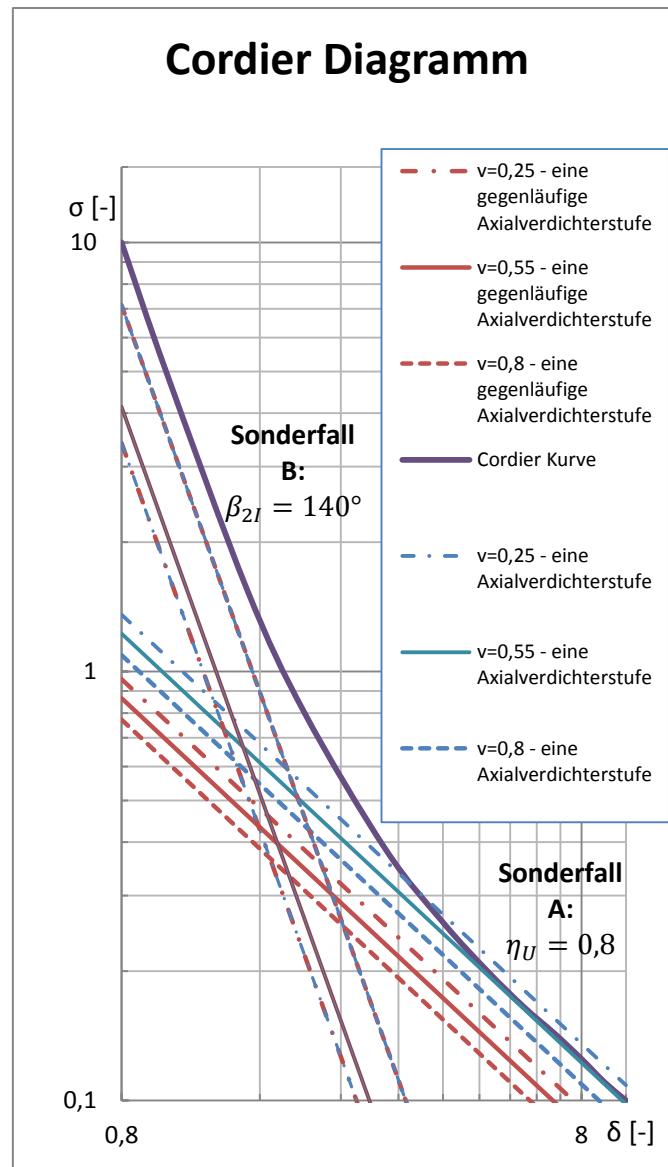


ABBILDUNG 8-1 Sonderfälle A und B

Es ist zu erkennen, dass sich die Cordier-Kurve aus einer Kombination der beiden Sonderfälle ergibt. Bei dem Sonderfall A liegen die Geraden der gegenläufigen Axialverdichterstufe unterhalb der traditionellen Axialverdichterstufe. Auf der anderen Seite haben beide Bauarten die selbe Gerade im Sonderfall B. Daraus lässt sich sagen, dass die Verwendung von gegenläufigen Axialverdichterstufen nur bei kleineren Laufzahlen σ bzw. größeren Durchmesserzahlen δ sinnvoll ist.

8.2. PROPELLER UND GEGENLÄUFIGE PROPELLER

Die einfache Strahltheorie erlaubt die Berechnung der Schubkraft nur bei einem bekannten axialen Induktionsfaktor a . Daher sollte er vor der Auswertung des Cordier-Diagramms abgeschätzt werden. Als Endergebnis werden vertikalen Geraden erhalten, die sich mit wachsendem Fortschrittsgrad J zu kleineren Laufzahlen σ bewegen. Diese Geraden zeigen eine ungefähre Position der Propeller im Cordier-Diagramm, jedoch weisen die mit dieser Methode erhaltenen Ergebnisse eine große Abweichung auf. Hier verschieben sich die Geraden des gegenläufigen Propellers in Richtung zu größeren Durchmesserzahlen δ und kleineren Laufzahlen σ .

Dies ist auch in den Diagrammen für den Schubbeiwert c_T und Leistungsbeiwert c_P zu sehen, die von dem Fortschrittsgrad J abhängen. Da bei der einfachen Strahltheorie die Schubkraft mit steigendem axialen Induktionsfaktor a größer wird, wird die Steigung der Kurven stärker ausgeprägt (Abbildungen 7.5. und 7.6.). Wie zu erwarten ist, haben die Kurven des gegenläufigen Propellers eine viel stärkere Steigung als die Kurven des einfachen Propellers.

Zum Vergleich der Ergebnisse des einfachen Propellers von beiden Theorien werden die Ergebnisse der BEM-Theorie von jeder Auswertung so interpoliert, dass entsprechende Laufzahlen σ und Durchmesserzahlen δ für den axialen Induktionsfaktor $a = 0,25$ erhalten werden. Somit entsteht, ähnlich wie bei der einfachen Strahltheorie, eine neue vertikale Gerade, die als ein guter Vergleich von beider Theorien dient (Abbildung 8.2.). Hier ist es zu sehen, dass die vertikale Gerade der BEM-Theorie zu größeren Durchmesserzahlen δ und kleineren Laufzahlen σ für den berechneten Propellerprofil verschoben wird.

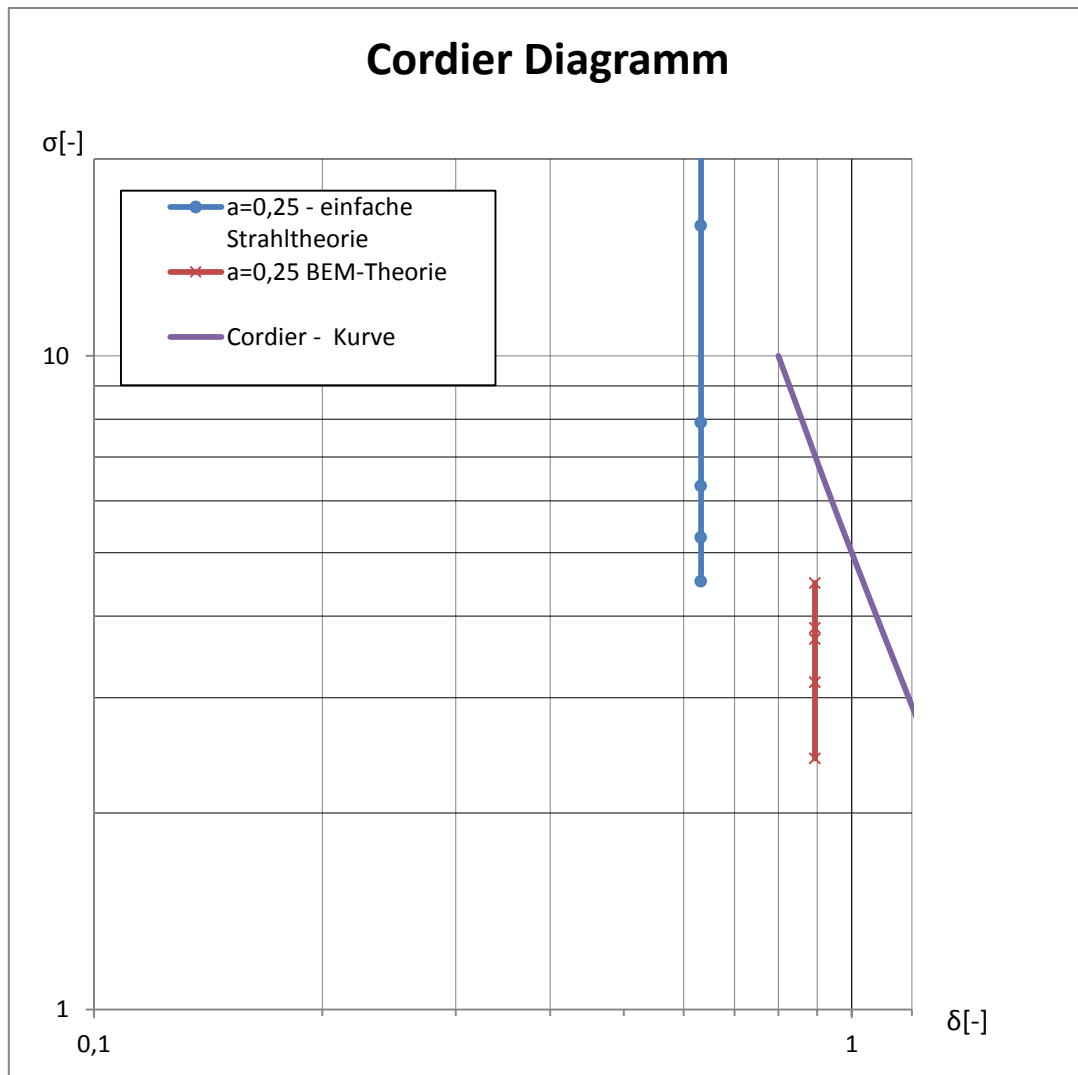


ABBILDUNG 8-2 VERGLEICH DER EINFACHEN STRAHLTHEORIE MIT DER BEM-THEORIE FÜR DEN EINFACHEN PROPELLER

Entsprechend den Gleichungen der Blattelementtheorie bedeutet eine erhöhte induzierte Geschwindigkeit c_1 eine Verringerung der erzeugten Auftriebskraft. Die einfache Strahltheorie hingegen sagt aus, dass eine verringerte Auftriebskraft eine kleinere Änderung der induzierten Geschwindigkeit c_1 zur Folge hat. Diese Aussagen werden bei der Blattelement-Impuls-Theorie miteinander kombiniert, die die Kräfteverteilung der BEM-Theorie mit der Bestimmung und Nutzung der induzierten Geschwindigkeit der einfachen Strahltheorie vereint.

Auf der anderen Seite haben die Kurven bei der BEM-Theorie einen anderen Verlauf (Abbildungen 7.8. und 7.9. – 7.11 und 7.12.). Bei einem kleineren Fortschrittsgrad J sind Ergebnisse des Schubbeiwertes c_T und Leistungsbeiwertes c_p des gegenläufigen Propellers deutlich höher als des einfachen Propellers. Aber mit wachsendem Fortschrittsgrad J kommt

es zu einem starken Abfall der Kurven. Ab einer bestimmten Stelle fangen die Kurven des Schubbeiwertes c_T und Leistungsbeiwertes c_P an, wieder zu steigen, oder der Abfall der Kurven wird schwächer, so dass die Kurven des einfachen und gegenläufigen Propellers mit wachsendem Fortschrittsgrad J zueinander laufen und sich an einer Stelle schneiden.

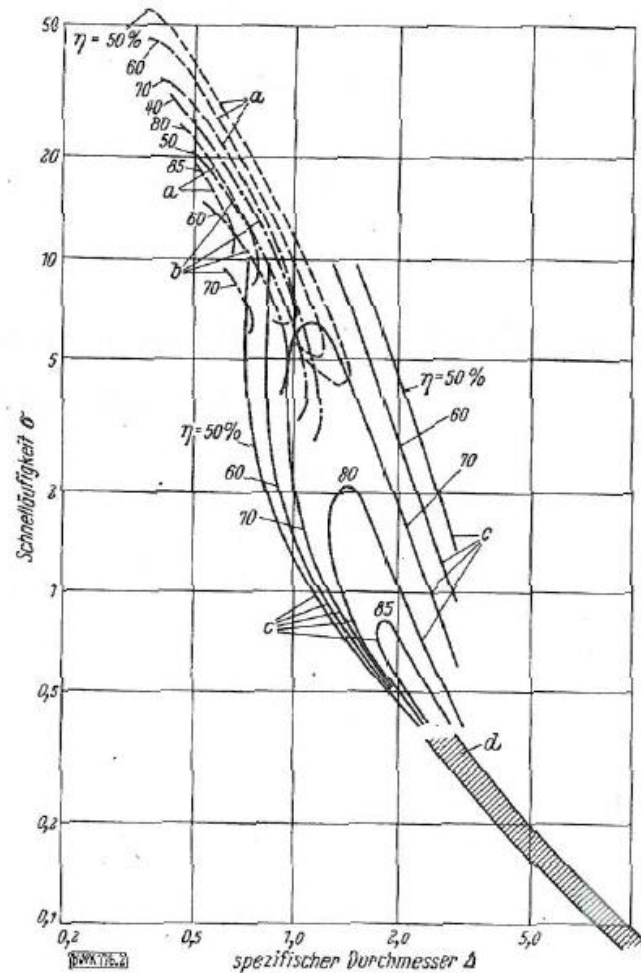


ABBILDUNG 8-3 Cordier Diagramm [4]

- a- Wirkungsgradlinien einer zweiflügeligen Verstellluftschraube
- b- Wirkungsgradlinien einer dreiflügeligen Schiffspropellerfamilie der Serie B-1, nach Versuchen von Schaffran
- c- Erreichbarer Wirkungsgrad von Axial-Rädern bei einer Tragflügelgleitzahl $\varepsilon = 0,04$ und einem Diffusorwirkungsgrad $\eta_s = 0,8$
- d- Betriebswerte ausgeführter Radialräder

Die Aufzeichnung des Cordier Diagramms von Otto Cordier (Abbildung 8.3.) dient als eine wichtige Grundlage für eine Interpretation der Auswertungen der Propeller. Links oben bezeichnen die Kurven die Auswertungen einer Verstellluftschraube mit unterschiedlichen Wirkungsgradlinien und einer dreiflügeligen Schiffspropellerfamilie, die nach Versuchen von Schaffran unter Annahme eines mittleren Druckunterschiedes an der Propellerebene und einer

mittleren Strömungsgeschwindigkeit eingetragen wurden^[4]. Hier folgen die Kurven dem Trend, dass sich die freilaufenden Räder in die Richtung nach kleineren Durchmesserzahlen δ und größeren Schnellaufzahlen σ zwangslos fortsetzen.

Das Cordier-Diagramm, das mit Hilfe der BEM-Theorie erhalten wird, hat einen ähnlichen Verlauf wie das Cordier-Diagramm in der Abbildung 8.3. Da die Auftriebs- und Widerstandskräfte auf dem Blattelement für jedes Profil unterschiedlich sind, werden unterschiedliche Cordier-Kurven für unterschiedliche Profile erhalten. Dies ist der Grund, warum die ausgerechneten Laufzahlen σ des einfachen Propellers geringer als die von Cordier sind.

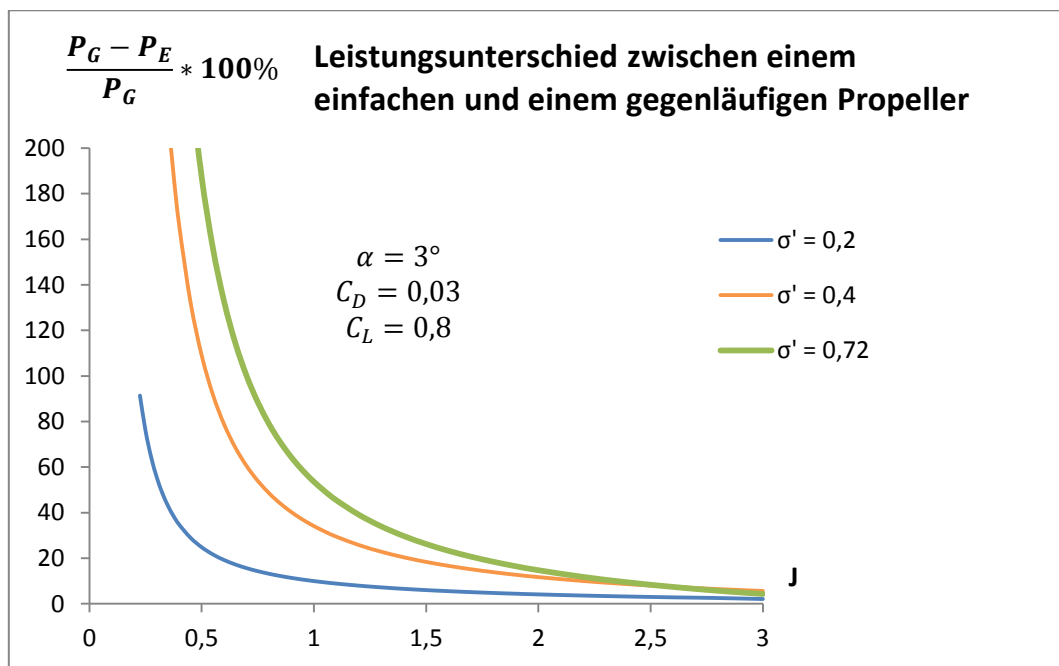


ABBILDUNG 8-4 LEISTUNGSUNTERSCHIED ZWISCHEN EINEM EINFACHEN UND EINEM GEGENLÄUFIGEN PROPELLER

Ähnlich wie bei den gegenläufigen Axialverdichterstufen läuft die Kurve des gegenläufigen Propellers mit kleiner werdender Durchmesserzahl δ zu einer höheren Laufzahl σ und nähert sich gegen die Kurve des einfachen Propellers, so dass die beiden Kurven ab einem Punkt sehr nah zueinander liegen. Hier wird im gegenläufigen Propeller mit wachsendem Fortschrittsgrad J der Induktionsfaktor a so gering, dass der gegenläufige Propeller fast keinen Einfluss auf die Schubkraft und somit auch auf die Leistung besitzt. Für ein besseres Verständnis zeigt die Abbildung 8.4. den Leistungsunterschied zwischen einem einfachen und einem gegenläufigen Propeller in Abhängigkeit des Fortschrittsgrades J . Die

Leistungssteigerung wird mit steigendem Fortschrittsgrad J immer geringer, so dass die Verwendung eines nachgeschalteten gegenläufigen Propellers bei hohen Fortschrittsgraden J sinnlos wird.

Je höher der Angriffswinkel α des Propellers ist, desto mehr Schubkraft bzw. Leistung wird bei geringem Fortschrittsgrad J erzeugt. Jedoch verschwindet dieser Vorteil mit steigendem Fortschrittsgrad. Mit anderen Worten; der Angriffswinkel α der Propeller, die unter einem hohen Fortschrittsgrad betrieben werden, sollte klein gewählt sein. Eine ähnliche Aussage kann man auch für die Solidity σ' feststellen. Bei höherer Solidity wird mehr Schubkraft als bei niedrigerer erzeugt.

9. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In dieser Arbeit wurde die Position der axialen gegenläufigen Strömungsarbeitsmaschinen in dem Cordier-Diagramm gesucht und mit traditionellen Arbeitsmaschinen verglichen. Bei der Auslegung der einstufigen axialen Strömungsarbeitsmaschinen spielt das Cordier-Diagramm eine wichtige Rolle und ermöglicht eine gute Annäherung.

Die Bestimmung des Verlaufes der Laufzahl σ in Abhängigkeit der Durchmesserzahl δ für gegenläufige Axialverdichter wird aus der Energieumsetzung in der Stufe, mit anderen Worten, aus der Kinematik der Geschwindigkeitsdreiecke dargestellt. Die erhaltenen Verläufe haben ähnliche Verläufe wie die traditionellen Axialverdichter. Der Einfluss des gegenläufigen Gitters spielt eine untergeordnete Rolle, und verschwindet für hohe Laufzahlen. Auf der anderen Seite ist es möglich, mit Hilfe der gegenläufigen Bauweise kompaktere und leichtere Verdichter zu bauen, die in der Luftfahrt eine wichtige Rolle spielen.

Bei der Bestimmung der Verläufe im Cordier-Diagramm für Propeller und gegenläufige Propeller wurden zwei Theorien, die einfache Strahltheorie von Froude (Impulstheorie) und die BEM-Theorie, angewendet und die daraus erhaltenen Ergebnisse miteinander verglichen. Die BEM-Theorie ist eine Kombination aus der einfachen Strahltheorie und der Blattelement-Theorie und erlaubt, die Verteilung der induzierten Geschwindigkeit ebenso wie der Kräfte zu berechnen. Damit lassen sich auch die Momente bestimmen. Einflüsse von Wind können ebenfalls korrekt berücksichtigt werden. Dies ist eine iterative aber einfache Methode, die von Ingenieuren bei der Erstausslegung des leicht belasteten Propellers verwendet werden kann. Auch hier verschwindet der Einfluss des gegenläufigen Propellers bei hohen Laufzahlen σ , wobei der gegenläufige Propeller die Leistung und auch die Schubkraft bei niedrigen Fortschrittsgraden J bzw. bei niedrigeren Laufzahlen σ deutlich erhöht.

In dieser Arbeit wurde das Cordier-Diagramm nur für ein bestimmtes Propellerprofil (RAF-6) aufgezeichnet. Damit man mehr Informationen über die Cordier-Kurve des Propellers erhalten kann, sollten Cordier-Kurven für andere Profile ausgeführt werden.

10. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] D'Angelo, S., Berardi, F., Minisci, E. (2011). *Aerodynamic performances of propellers with parametric considerations in the optimal design*. Politecnio di Torino: Department of Aeronautical and Space Engineering.
- [2] Bohl, W. (1982). *Strömungsmaschinen, Aufbau und Wirkungsweise*. Vogel Buchverlag – Würzburg.
- [3] Casey, M., Zwyssig, C., Robinson, C. (2010). *The Cordier line for mixed flow compressors*. ASME GT2010-22549.
- [4] Cordier, O. (1953). *Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen*. BWK Bd. 5 Nr. 10, pp. 337 – 440.
- [5] Dibelius, G., Stoff, B. (2007). *Strömungsmaschinen*, Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Springer Verlag – Berlin – Heidelberg.
- [6] Hausenblas, H. (1954). *Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen*. BWK Bd. 6 Nr.2.
- [7] Lanzafame, R. Messina, M. (2006). *Fluid dynamics wind turbine design: Critical analysis, optimization and application of BEM theory*. University of Catania: Dipartimento di Ingegneria Industriale e Meccanica – DIIM.
- [8] Lieser, J. A., Lohmann D., Rohart, C. H. (1997). *Aeroacoustic Design of a 6 – Bladed Propeller*. DLR Institut für Entwurfsaerodynamik, Braunschweig.
- [9] Menny, K. (2003). *Strömungsmaschinen, Hydraulische und thermische Kraft – und Arbeitsmaschinen*. B.G. Teubner – Stuttgart – Leipzig – Wiesbaden.
- [10] Moroz, L., Pagur, P., Govurushchenko, Y. Grebennik, K. (2009). *Comparison of counter-rotating and traditional axial aircraft low-pressure turbines integral and detailed performances*. Int. Symp. On Heat Transfer in Gas Turbines Systems 9-14 August 2009, Antalya, Türkei
- [11] Rwigema, M. K. (2010). *Propeller blade element momentum theory with vortex wake deflection*. 27th International Congress of the Aeronautical Sciences.

- [12] Seungmin, L., Hogeon, K., Eunkuk, S., Soogab, L., (2011). *Effects of design parameters on aerodynamic performance of a counter-rotating wind turbine*. Seoul National University: Department of Mechanical Engineering and Aerospace Engineering and Institute of Advanced Aerospace Technology.
- [13] Slavik, S. (2004). *Preliminary determination of propeller aerodynamic characteristics for small aeroplanes*. Acta Polytechnica Vol. 44 No. 2/2004.
- [14] Urlaub, A. (1981). *Flugtriebwerke , Grundlagen, Systeme, Komponenten*. Springer Verlag – Berlin – Heidelberg.
- [15] Wald, Q. R. (2006). *The aerodynamics of propellers*. Progress in Aerospace Sciences 42 (2006) 85 – 128.
- [16] Willinger, R. (2010). *Das CORDIER-Diagramm für Strömungsmaschinen: eine theoretische Begründung mittels Stufenkennlinien*. VDI – Berichte Nr. 2112, 2010.

Onlinequellen

- [18] http://www.turbokart.com/about_f135.htm [14.12.2012]
- [19] http://xahlee.org/Whirlwheel_dir/airplane.html [22.12.2012]

11. ANHANG

Ergebnisse der einfachen Strahltheorie:

einfacher Propeller; $a = 0,25$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	0,25	0,0025	0,125	31,62278	0,632456
0,2	0,25	0,01	0,25	15,81139	0,632456
0,4	0,25	0,04	0,5	7,905694	0,632456
0,5	0,25	0,0625	0,625	6,324555	0,632456
0,59988	0,25	0,089964	0,74985	5,271517	0,632456
0,700001	0,25	0,1225	0,875001	4,517535	0,632456
0,8	0,25	0,16	1	3,952847	0,632456
0,900901	0,25	0,202906	1,126126	3,510128	0,632456
1	0,25	0,25	1,25	3,162278	0,632456
1,100001	0,25	0,302501	1,375001	2,874795	0,632456
1,19999	0,25	0,359994	1,499988	2,635252	0,632456
1,300001	0,25	0,422501	1,625002	2,432519	0,632456
1,399999	0,25	0,49	1,749999	2,258771	0,632456
1,499925	0,25	0,562444	1,874906	2,108291	0,632456
1,6	0,25	0,64	2	1,976424	0,632456
1,7	0,25	0,7225	2,125	1,860163	0,632456
1,799986	0,25	0,809987	2,249982	1,756835	0,632456
1,899994	0,25	0,902494	2,374992	1,664362	0,632456
2	0,25	1	2,5	1,581139	0,632456
2,5	0,25	1,5625	3,125	1,264911	0,632456
2,9994	0,25	2,2491	3,74925	1,054303	0,632456

TABELLE 11-1 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,25$

gegenläufiger Propeller; $a = 0,25$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	0,25	0,015	0,125	8,24872	0,989846
0,2	0,25	0,06	0,25	4,12436	0,989846
0,4	0,25	0,24	0,5	2,06218	0,989846
0,5	0,25	0,375	0,625	1,649744	0,989846
0,59988	0,25	0,539784	0,74985	1,375062	0,989846
0,700001	0,25	0,735001	0,875001	1,178387	0,989846
0,8	0,25	0,96	1	1,03109	0,989846

0,900901	0,25	1,217434	1,126126	0,915608	0,989846
1	0,25	1,5	1,25	0,824872	0,989846
1,100001	0,25	1,815004	1,375001	0,749883	0,989846
1,19999	0,25	2,159965	1,499988	0,687399	0,989846
1,300001	0,25	2,535005	1,625002	0,634516	0,989846
1,399999	0,25	2,939998	1,749999	0,589195	0,989846
1,499925	0,25	3,374663	1,874906	0,549942	0,989846
1,6	0,25	3,84	2	0,515545	0,989846
1,7	0,25	4,335001	2,125	0,485219	0,989846
1,799986	0,25	4,859922	2,249982	0,458266	0,989846
1,899994	0,25	5,414963	2,374992	0,434145	0,989846
2	0,25	6	2,5	0,412436	0,989846
2,5	0,25	9,375	3,125	0,329949	0,989846
2,9994	0,25	13,4946	3,74925	0,275012	0,989846

TABELLE 11-2 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,25$

einfacher Propeller; $a = 0,4$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	0,4	0,0064	0,14	16,53595	0,755929
0,2	0,4	0,0256	0,28	8,267973	0,755929
0,4	0,4	0,1024	0,56	4,133986	0,755929
0,5	0,4	0,16	0,7	3,307189	0,755929
0,59988	0,4	0,230308	0,839832	2,756542	0,755929
0,700001	0,4	0,313601	0,980001	2,362276	0,755929
0,8	0,4	0,4096	1,12	2,066993	0,755929
0,900901	0,4	0,519438	1,261261	1,83549	0,755929
1	0,4	0,64	1,4	1,653595	0,755929
1,100001	0,4	0,774402	1,540002	1,503266	0,755929
1,19999	0,4	0,921585	1,679987	1,378006	0,755929
1,300001	0,4	1,081602	1,820002	1,271995	0,755929
1,399999	0,4	1,254399	1,959999	1,181139	0,755929
1,499925	0,4	1,439856	2,099895	1,102451	0,755929
1,6	0,4	1,6384	2,24	1,033497	0,755929
1,7	0,4	1,849601	2,38	0,972703	0,755929
1,799986	0,4	2,073567	2,51998	0,918671	0,755929
1,899994	0,4	2,310384	2,659991	0,870316	0,755929
2	0,4	2,56	2,8	0,826797	0,755929
2,5	0,4	4	3,5	0,661438	0,755929
2,9994	0,4	5,757697	4,19916	0,551308	0,755929

TABELLE 11-3 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,4$

gegenläufiger Propeller; $a = 0,4$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	0,4	0,0288	0,14	5,352044	1,100992
0,2	0,4	0,1152	0,28	2,676022	1,100992
0,4	0,4	0,4608	0,56	1,338011	1,100992
0,5	0,4	0,72	0,7	1,070409	1,100992
0,59988	0,4	1,036385	0,839832	0,892186	1,100992
0,700001	0,4	1,411203	0,980001	0,764577	1,100992
0,8	0,4	1,8432	1,12	0,669005	1,100992
0,900901	0,4	2,337473	1,261261	0,594077	1,100992
1	0,4	2,88	1,4	0,535204	1,100992
1,100001	0,4	3,484807	1,540002	0,486549	1,100992
1,19999	0,4	4,147134	1,679987	0,446007	1,100992
1,300001	0,4	4,86721	1,820002	0,411695	1,100992
1,399999	0,4	5,644795	1,959999	0,382289	1,100992
1,499925	0,4	6,479352	2,099895	0,356821	1,100992
1,6	0,4	7,3728	2,24	0,334503	1,100992
1,7	0,4	8,323203	2,38	0,314826	1,100992
1,799986	0,4	9,331051	2,51998	0,297338	1,100992
1,899994	0,4	10,39673	2,659991	0,281687	1,100992
2	0,4	11,52	2,8	0,267602	1,100992
2,5	0,4	18	3,5	0,214082	1,100992
2,9994	0,4	25,90964	4,19916	0,178437	1,100992

TABELLE 11-4 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,4$

einfacher Propeller; $a = 0,6$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	0,6	0,0144	0,16	9,622504	0,866025
0,2	0,6	0,0576	0,32	4,811252	0,866025
0,4	0,6	0,2304	0,64	2,405626	0,866025
0,5	0,6	0,36	0,8	1,924501	0,866025
0,59988	0,6	0,518193	0,959808	1,604071	0,866025
0,700001	0,6	0,705601	1,120001	1,374642	0,866025
0,8	0,6	0,9216	1,28	1,202813	0,866025
0,900901	0,6	1,168736	1,441441	1,068098	0,866025
1	0,6	1,44	1,6	0,96225	0,866025
1,100001	0,6	1,742403	1,760002	0,874772	0,866025
1,19999	0,6	2,073567	1,919985	0,801882	0,866025
1,300001	0,6	2,433605	2,080002	0,740192	0,866025

1,399999	0,6	2,822398	2,239999	0,687322	0,866025
1,499925	0,6	3,239676	2,39988	0,641532	0,866025
1,6	0,6	3,6864	2,56	0,601407	0,866025
1,7	0,6	4,161601	2,72	0,56603	0,866025
1,799986	0,6	4,665525	2,879977	0,534588	0,866025
1,899994	0,6	5,198365	3,03999	0,506449	0,866025
2	0,6	5,76	3,2	0,481125	0,866025
2,5	0,6	9	4	0,3849	0,866025
2,9994	0,6	12,95482	4,79904	0,320814	0,866025

TABELLE 11-5 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,6$

gegenläufiger Propeller; $a = 0,6$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	0,6	0,0528	0,16	3,631487	1,198391
0,2	0,6	0,2112	0,32	1,815744	1,198391
0,4	0,6	0,8448	0,64	0,907872	1,198391
0,5	0,6	1,32	0,8	0,726297	1,198391
0,59988	0,6	1,90004	0,959808	0,605369	1,198391
0,700001	0,6	2,587205	1,120001	0,518783	1,198391
0,8	0,6	3,3792	1,28	0,453936	1,198391
0,900901	0,6	4,285366	1,441441	0,403095	1,198391
1	0,6	5,28	1,6	0,363149	1,198391
1,100001	0,6	6,388813	1,760002	0,330135	1,198391
1,19999	0,6	7,603078	1,919985	0,302626	1,198391
1,300001	0,6	8,923218	2,080002	0,279345	1,198391
1,399999	0,6	10,34879	2,239999	0,259392	1,198391
1,499925	0,6	11,87881	2,39988	0,242111	1,198391
1,6	0,6	13,5168	2,56	0,226968	1,198391
1,7	0,6	15,2592	2,72	0,213617	1,198391
1,799986	0,6	17,10693	2,879977	0,201751	1,198391
1,899994	0,6	19,06067	3,03999	0,191132	1,198391
2	0,6	21,12	3,2	0,181574	1,198391
2,5	0,6	33	4	0,145259	1,198391
2,9994	0,6	47,501	4,79904	0,121074	1,198391

TABELLE 11-6 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 0,6$

einfacher Propeller; $a = 0,1$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	1	0,04	0,2	5	1
0,2	1	0,16	0,4	2,5	1
0,4	1	0,64	0,8	1,25	1
0,5	1	1	1	1	1
0,59988	1	1,439424	1,19976	0,8335	1
0,700001	1	1,960004	1,400001	0,714285	1
0,8	1	2,56	1,6	0,625	1
0,900901	1	3,24649	1,801802	0,555	1
1	1	4	2	0,5	1
1,100001	1	4,84001	2,200002	0,454545	1
1,19999	1	5,759908	2,399981	0,41667	1
1,300001	1	6,760014	2,600003	0,384615	1
1,399999	1	7,839994	2,799999	0,357143	1
1,499925	1	8,9991	2,99985	0,33335	1
1,6	1	10,24	3,2	0,3125	1
1,7	1	11,56	3,400001	0,294118	1
1,799986	1	12,95979	3,599971	0,27778	1
1,899994	1	14,4399	3,799987	0,263159	1
2	1	16	4	0,25	1
2,5	1	25	5	0,2	1
2,9994	1	35,9856	5,9988	0,1667	1

TABELLE 11-7 Auswertung eines einfachen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 1$

gegenläufiger Propeller; $a = 1$:

Fortschritts- grad J	axialer Induktions- faktor a	Druckzahl ψ	Durchfluss- zahl φ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,1	1	0,12	0,2	2,193457	1,316074
0,2	1	0,48	0,4	1,096728	1,316074
0,4	1	1,92	0,8	0,548364	1,316074
0,5	1	3	1	0,438691	1,316074
0,59988	1	4,318273	1,19976	0,365649	1,316074
0,700001	1	5,880012	1,400001	0,313351	1,316074
0,8	1	7,68	1,6	0,274182	1,316074
0,900901	1	9,739469	1,801802	0,243474	1,316074
1	1	12	2	0,219346	1,316074
1,100001	1	14,52003	2,200002	0,199405	1,316074
1,19999	1	17,27972	2,399981	0,18279	1,316074
1,300001	1	20,28004	2,600003	0,168727	1,316074

1,399999	1	23,51998	2,799999	0,156676	1,316074
1,499925	1	26,9973	2,99985	0,146238	1,316074
1,6	1	30,72	3,2	0,137091	1,316074
1,7	1	34,68001	3,400001	0,129027	1,316074
1,799986	1	38,87938	3,599971	0,12186	1,316074
1,899994	1	43,31971	3,799987	0,115445	1,316074
2	1	48	4	0,109673	1,316074
2,5	1	75	5	0,087738	1,316074
2,9994	1	107,9568	5,9988	0,07313	1,316074

TABELLE 11-8 Auswertung eines gegenläufigen Propellers mit der einfachen Strahltheorie mit dem ausgewählten Parameter $a = 1$

Ergebnisse der BEM-Theorie:

einfacher Propeller; $\alpha = 3^\circ$, $\sigma' = 0,2$:

Fortschritts- grad J_I	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	22,01289	0,351297	0,270259	0,056207	4,503492	0,936605
0,225	23,52129	0,292863	0,290894	0,059303	4,488073	0,914959
0,25	25,03494	0,248208	0,312052	0,062049	4,493277	0,893449
0,275	26,54567	0,213322	0,333663	0,064524	4,511916	0,872523
0,3	28,04641	0,185559	0,355668	0,066793	4,539163	0,852432
0,325	29,53118	0,163114	0,378012	0,068902	4,571695	0,833308
0,35	30,99495	0,144716	0,400651	0,070892	4,607191	0,815203
0,375	32,43363	0,129453	0,423545	0,07279	4,64402	0,798121
0,4	33,8439	0,116652	0,446661	0,074621	4,681033	0,782036
0,45	36,56946	0,096553	0,493449	0,078147	4,752647	0,752675
0,5	39,15776	0,081661	0,540831	0,081569	4,818226	0,726692
0,55	41,60236	0,070311	0,588671	0,084945	4,876224	0,703636
0,6	43,90213	0,061448	0,636869	0,088309	4,926318	0,683087
0,65	46,05966	0,054382	0,685348	0,091679	4,968828	0,664678
0,7	48,07999	0,048645	0,734052	0,095064	5,004392	0,648098
0,75	49,96971	0,043914	0,782935	0,098467	5,033782	0,633082
0,8	51,73627	0,039956	0,831965	0,101888	5,057791	0,61941
0,825	52,57581	0,038213	0,856525	0,103604	5,06802	0,613019
0,85	53,3875	0,036604	0,881113	0,105323	5,077185	0,606897
0,875	54,17233	0,035115	0,905725	0,107045	5,085374	0,601026
0,9	54,93127	0,033733	0,93036	0,108769	5,092667	0,59539
0,925	55,66528	0,032448	0,955014	0,110495	5,099141	0,589972
0,95	56,3753	0,03125	0,979687	0,112222	5,104867	0,584758
0,975	57,06223	0,03013	1,004377	0,11395	5,109912	0,579736
1	57,72697	0,029083	1,029083	0,115677	5,11434	0,574893
1,05	58,99326	0,027176	1,078535	0,119129	5,121571	0,565702
1,1	60,18071	0,025487	1,128035	0,122574	5,126977	0,557107
1,2	62,34295	0,022627	1,227153	0,129427	5,133697	0,541448
1,3	64,25685	0,020301	1,326391	0,136205	5,136778	0,527488
1,4	65,95883	0,018371	1,42572	0,142882	5,137869	0,514906
1,5	67,47943	0,016744	1,525117	0,149437	5,138152	0,503458
1,6	68,84418	0,015354	1,624566	0,155852	5,138474	0,492957
1,7	70,07441	0,014151	1,724057	0,162111	5,139438	0,483256
1,8	71,18802	0,0131	1,823581	0,168203	5,141478	0,474237
1,9	72,20007	0,012174	1,92313	0,174115	5,144899	0,465806
2	73,12324	0,011351	2,022701	0,17984	5,149922	0,457884
2,2	74,74444	0,00995	2,221891	0,190699	5,165354	0,443329
2,4	76,12013	0,008803	2,421128	0,200731	5,188574	0,430175
2,6	77,30082	0,007845	2,620398	0,209901	5,220019	0,418139

2,8	78,32437	0,007033	2,819692	0,218184	5,259972	0,40701
3	79,21962	0,006334	3,019003	0,225559	5,308677	0,396628

TABELLE 11-9 Auswertung I des einfachen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern

$$\alpha = 3^\circ \text{ und } \sigma' = 0,2$$

gegenläufiger Propeller; $\alpha = 3^\circ$, $\sigma' = 0,2$:

Fortschritts- grad J_I	Fortschritts- grad J_{II}	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	0,340519	55,52595	0,150094	0,270259	0,028605	7,474138	0,791078
0,225	0,356788	31,47448	0,13935	0,290894	0,112483	2,776857	1,073752
0,25	0,374104	32,45915	0,129203	0,312052	0,108196	2,961118	1,026689
0,275	0,392327	33,48243	0,119754	0,333663	0,105139	3,128465	0,985795
0,3	0,411335	34,53407	0,111041	0,355668	0,102984	3,280527	0,949884
0,325	0,431024	35,60502	0,103064	0,378012	0,101508	3,418824	0,918063
0,35	0,451301	36,68734	0,095797	0,400651	0,100554	3,544733	0,889645
0,375	0,472089	37,77421	0,089195	0,423545	0,100009	3,659494	0,864092
0,4	0,493322	38,85983	0,083208	0,446661	0,09979	3,764214	0,840974
0,45	0,536897	41,00813	0,072867	0,493449	0,100099	3,947294	0,80073
0,5	0,581661	43,10213	0,064359	0,540831	0,101138	4,100585	0,766827
0,55	0,627342	45,1217	0,057322	0,588671	0,102696	4,229312	0,737824
0,6	0,673737	47,05447	0,051461	0,636869	0,104638	4,337683	0,712685
0,65	0,720696	48,89378	0,046539	0,685348	0,106869	4,429118	0,690649
0,7	0,768103	50,63704	0,04237	0,734052	0,109322	4,506423	0,671141
0,75	0,815871	52,28456	0,038808	0,782935	0,111949	4,571915	0,65372
0,8	0,863929	53,83857	0,03574	0,831965	0,114711	4,627518	0,638042
0,825	0,888051	54,58157	0,034363	0,856525	0,116134	4,652123	0,630768
0,85	0,912226	55,30257	0,033077	0,881113	0,11758	4,674836	0,623832
0,875	0,93645	56,00212	0,031874	0,905725	0,119046	4,695815	0,617207
0,9	0,960719	56,68082	0,030747	0,93036	0,120531	4,715208	0,610871
0,925	0,985028	57,33924	0,02969	0,955014	0,122032	4,733148	0,604802
0,95	1,009374	57,97799	0,028696	0,979687	0,123546	4,749757	0,598982
0,975	1,033754	58,59769	0,02776	1,004377	0,125073	4,765148	0,593393
1	1,058165	59,19895	0,026877	1,029083	0,126609	4,779423	0,588019
1,05	1,10707	60,34851	0,025255	1,078535	0,129707	4,804999	0,577862
1,1	1,156071	61,43141	0,023801	1,128035	0,132829	4,827151	0,568411
1,2	1,254306	63,41507	0,021303	1,227153	0,139108	4,863342	0,551301
1,3	1,352783	65,18326	0,019236	1,326391	0,145385	4,891534	0,53616
1,4	1,45144	66,76513	0,017498	1,42572	0,151616	4,91427	0,522599
1,5	1,550233	68,18578	0,016017	1,525117	0,157764	4,933395	0,510329
1,6	1,649133	69,46663	0,01474	1,624566	0,163803	4,950257	0,499128
1,7	1,748115	70,62588	0,013627	1,724057	0,169711	4,965847	0,488823
1,8	1,847162	71,67899	0,012648	1,823581	0,175471	4,980904	0,47928
1,9	1,946261	72,63913	0,01178	1,92313	0,181069	4,995981	0,470389
2	2,045402	73,51748	0,011005	2,022701	0,186494	5,011494	0,462062

2,2	2,243782	75,06579	0,009679	2,221891	0,196787	5,045037	0,446825
2,4	2,442256	76,38539	0,008586	2,421128	0,206291	5,083326	0,433123
2,6	2,640796	77,52214	0,007668	2,620398	0,214966	5,127503	0,420638
2,8	2,839383	78,51072	0,006886	2,819692	0,222781	5,178359	0,409137
3	3,038006	79,37778	0,006212	3,019003	0,229713	5,236513	0,398442

TABELLE 11-10 Auswertung I des gegenläufigen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,2$

einfacher Propeller: $\alpha = 7^\circ$, $\sigma' = 0,2$

Fortschritts- grad J_I	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	23,44257	0,446717	0,289343	0,071473	3,891359	0,961232
0,225	24,88541	0,374003	0,309151	0,075733	3,851422	0,943488
0,25	26,33718	0,318066	0,329516	0,07951	3,833728	0,925054
0,275	27,79005	0,274089	0,350374	0,082902	3,831262	0,906515
0,3	29,23731	0,238896	0,371669	0,085987	3,839303	0,88824
0,325	30,67299	0,210299	0,393347	0,088829	3,854537	0,870464
0,35	32,09201	0,186753	0,415364	0,091478	3,874608	0,853325
0,375	33,49008	0,16714	0,437678	0,093974	3,897818	0,836902
0,4	34,86368	0,150636	0,460254	0,09635	3,922936	0,821228
0,45	37,52638	0,1246	0,50607	0,100836	3,975517	0,792134
0,5	40,06411	0,105215	0,552608	0,105081	4,027766	0,765902
0,55	42,46825	0,090381	0,599709	0,109175	4,077364	0,742267
0,6	44,7358	0,07876	0,647256	0,113169	4,123285	0,720931
0,65	46,86779	0,069471	0,695156	0,117094	4,165235	0,701605
0,7	48,86796	0,061913	0,743339	0,120967	4,203322	0,684027
0,75	50,74186	0,055667	0,79175	0,124795	4,237867	0,667967
0,8	52,4961	0,050433	0,840346	0,128578	4,269286	0,653224
0,825	53,33056	0,048125	0,864703	0,130452	4,283964	0,646292
0,85	54,13782	0,045994	0,889095	0,132314	4,298029	0,639628
0,875	54,91877	0,04402	0,913517	0,134164	4,311535	0,633214
0,9	55,67435	0,042187	0,937968	0,136	4,324537	0,627034
0,925	56,40546	0,040481	0,962445	0,137823	4,337084	0,621072
0,95	57,11297	0,03889	0,986946	0,13963	4,349226	0,615316
0,975	57,79778	0,037403	1,011468	0,141423	4,361009	0,609753
1	58,46072	0,03601	1,03601	0,143199	4,372476	0,60437
1,05	59,72428	0,033473	1,085146	0,1467	4,394627	0,594105
1,1	60,90998	0,031222	1,134345	0,150128	4,41598	0,584444
1,2	63,07091	0,027409	1,23289	0,156741	4,457327	0,566675
1,3	64,98557	0,0243	1,33159	0,162999	4,49827	0,550632
1,4	66,68967	0,021717	1,430403	0,168867	4,540159	0,53599
1,5	68,21324	0,019536	1,529303	0,174314	4,584039	0,5225
1,6	69,58148	0,017669	1,62827	0,179315	4,630744	0,509966
1,7	70,81552	0,016052	1,727288	0,18385	4,680958	0,498234

1,8	71,93309	0,014637	1,826347	0,187901	4,735271	0,487181
1,9	72,94914	0,013388	1,925438	0,191453	4,794215	0,476706
2	73,8763	0,012277	2,024555	0,194495	4,858298	0,466726
2,2	75,50525	0,010385	2,222848	0,199003	5,003914	0,447982
2,4	76,88825	0,008832	2,421197	0,20136	5,17649	0,430505
2,6	78,07573	0,007533	2,619586	0,201516	5,381272	0,413962
2,8	79,10553	0,006429	2,818002	0,199433	5,624999	0,398088
3	80,00654	0,005479	3,016437	0,195085	5,916695	0,382656

TABELLE 11-11 Auswertung I des einfachen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern

$$\alpha = 7^\circ \text{ und } \sigma' = 0,2$$

gegenläufiger Propeller; $\alpha = 7^\circ$, $\sigma' = 0,2$:

Fortschritts- grad J_I	Fortschritts- grad J_{II}	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	0,378687	55,10697	0,193646	0,289343	0,400298	1,068856	1,478731
0,225	0,393301	32,55764	0,179866	0,309151	0,347344	1,228898	1,380717
0,25	0,409033	33,51491	0,16682	0,329516	0,308279	1,387492	1,298068
0,275	0,425749	34,5113	0,154639	0,350374	0,278788	1,542802	1,227588
0,3	0,443337	35,53692	0,143381	0,371669	0,256112	1,693385	1,166889
0,325	0,461694	36,58299	0,13305	0,393347	0,23841	1,83821	1,114148
0,35	0,480727	37,64177	0,123618	0,415364	0,224422	1,976584	1,067953
0,375	0,500355	38,70655	0,115033	0,437678	0,213262	2,108102	1,027191
0,4	0,520509	39,77157	0,107233	0,460254	0,204294	2,23258	0,99098
0,45	0,56214	41,88324	0,093726	0,50607	0,191171	2,460583	0,929502
0,5	0,605215	43,9464	0,08258	0,552608	0,18254	2,661886	0,879288
0,55	0,649419	45,94039	0,073339	0,599709	0,176916	2,83887	0,837474
0,6	0,694512	47,85223	0,065625	0,647256	0,173377	2,994295	0,802065
0,65	0,740312	49,67459	0,059134	0,695156	0,171325	3,130942	0,771639
0,7	0,786678	51,40427	0,053626	0,743339	0,170358	3,251414	0,745156
0,75	0,8335	53,04103	0,048914	0,79175	0,170193	3,358057	0,721841
0,8	0,880693	54,58662	0,044849	0,840346	0,170629	3,452938	0,701107
0,825	0,904407	55,32615	0,043022	0,864703	0,171025	3,496538	0,691563
0,85	0,92819	56,04414	0,041316	0,889095	0,171519	3,537849	0,682502
0,875	0,952035	56,74107	0,039719	0,913517	0,172098	3,577057	0,673885
0,9	0,975937	57,41751	0,038222	0,937968	0,172751	3,614333	0,665673
0,925	0,99989	58,074	0,036817	0,962445	0,173468	3,649835	0,657835
0,95	1,023891	58,71113	0,035495	0,986946	0,17424	3,683709	0,65034
0,975	1,047935	59,32947	0,034249	1,011468	0,17506	3,716091	0,643162
1	1,072019	59,92961	0,033074	1,03601	0,17592	3,747104	0,636278
1,05	1,120293	61,07759	0,030914	1,085146	0,177738	3,80548	0,623305
1,1	1,168689	62,15963	0,028974	1,134345	0,179652	3,859655	0,611273
1,2	1,26578	64,14325	0,025639	1,23289	0,18364	3,958107	0,589562
1,3	1,363179	65,91298	0,022874	1,33159	0,187677	4,046949	0,570384
1,4	1,460806	67,49742	0,020546	1,430403	0,19162	4,129514	0,553198

1,5	1,558607	68,9213	0,018559	1,529303	0,195367	4,208316	0,537608
1,6	1,65654	70,20578	0,016843	1,62827	0,198843	4,285294	0,523316
1,7	1,754577	71,36888	0,015346	1,727288	0,201991	4,361978	0,510094
1,8	1,852694	72,42596	0,014027	1,826347	0,204768	4,439617	0,497764
1,9	1,950876	73,39006	0,012857	1,925438	0,20714	4,519259	0,486184
2	2,04911	74,27235	0,011811	2,024555	0,20908	4,601825	0,47524
2,2	2,245695	75,82825	0,010018	2,222848	0,211586	4,779031	0,454901
2,4	2,442394	77,155	0,008538	2,421197	0,212158	4,977604	0,436164
2,6	2,639171	78,29837	0,007293	2,619586	0,210711	5,204161	0,418606
2,8	2,836003	79,29307	0,00623	2,818002	0,207185	5,466412	0,401901
3	3,032874	80,16574	0,005313	3,016437	0,201535	5,774089	0,385781

TABELLE 11-12 Auswertung I des gegenläufigen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 7^\circ$ und $\sigma' = 0,2$

einfacher Propeller; $\alpha = 10^\circ$, $\sigma' = 0,2$:

Fortschritts- grad J_I	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	23,82409	0,477023	0,295405	0,076317	3,743178	0,967047
0,225	25,23936	0,399184	0,314816	0,080838	3,700998	0,95033
0,25	26,66644	0,339265	0,334816	0,084809	3,681906	0,932625
0,275	28,09624	0,292069	0,355319	0,08834	3,678678	0,914597
0,3	29,52257	0,254254	0,376276	0,091514	3,686696	0,896641
0,325	30,93937	0,223493	0,397635	0,094401	3,702635	0,879025
0,35	32,34151	0,198143	0,41935	0,097055	3,724128	0,861919
0,375	33,7246	0,177011	0,441379	0,099522	3,749449	0,845422
0,4	35,08503	0,159218	0,463687	0,101836	3,777341	0,829589
0,45	37,72611	0,131128	0,509008	0,106116	3,837307	0,799987
0,5	40,24772	0,1102	0,5551	0,110056	3,899187	0,773069
0,55	42,6402	0,094178	0,601798	0,113757	3,960414	0,748634
0,6	44,89965	0,081623	0,648974	0,117279	4,019752	0,726426
0,65	47,02636	0,071586	0,696531	0,120654	4,076737	0,70618
0,7	49,02347	0,063417	0,744392	0,123902	4,131341	0,687653
0,75	50,89604	0,056666	0,7925	0,12703	4,183782	0,670621
0,8	52,65027	0,051009	0,840807	0,130039	4,234406	0,654893
0,825	53,48513	0,048513	0,865024	0,131498	4,259162	0,647464
0,85	54,293	0,046209	0,889277	0,132926	4,283616	0,640301
0,875	55,07477	0,044074	0,913565	0,134323	4,307822	0,633385
0,9	55,83133	0,042092	0,937882	0,135687	4,331831	0,6267
0,925	56,56356	0,040247	0,962228	0,137017	4,355694	0,620233
0,95	57,27233	0,038525	0,986599	0,138314	4,379462	0,613969
0,975	57,95849	0,036916	1,010993	0,139576	4,403182	0,607895
1	58,62288	0,035409	1,035409	0,140802	4,426903	0,601999
1,05	59,88957	0,032663	1,084296	0,143143	4,474525	0,590702
1,1	61,07861	0,030226	1,133249	0,14533	4,522675	0,579998

1,2	63,2466	0,026095	1,231314	0,14922	4,621831	0,560109
1,3	65,16851	0,022724	1,329541	0,152423	4,726749	0,541891
1,4	66,8798	0,019921	1,42789	0,154899	4,839605	0,525007
1,5	68,41036	0,017553	1,526329	0,156614	4,9625	0,509195
1,6	69,7853	0,015524	1,624838	0,157539	5,097582	0,494245
1,7	71,02572	0,013765	1,723401	0,157649	5,247164	0,479987
1,8	72,14933	0,012225	1,822005	0,156925	5,413855	0,466281
1,9	73,17108	0,010864	1,920642	0,155348	5,600711	0,453006
2	74,10362	0,009653	2,019305	0,152906	5,811418	0,440053
2,2	75,74238	0,007587	2,216692	0,145378	6,323818	0,414736
2,4	77,13409	0,005889	2,414134	0,134262	7,005134	0,38959
2,6	78,32929	0,004467	2,611615	0,119502	7,951024	0,363822
2,8	79,36599	0,003258	2,809122	0,101056	9,351104	0,3364
3	80,27318	0,002216	3,006647	0,078892	11,64839	0,305645

TABELLE 11-13 Auswertung I des einfachen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern

$$\alpha = 10^\circ \text{ und } \sigma' = 0,2$$

gegenläufiger Propeller; $\alpha = 10^\circ$, $\sigma' = 0,2$:

Fortschritts-grad J_I	Fortschritts-grad J_{II}	Anströmungs-winkel Φ	axialer Induktions-faktor a	Durchfluss-zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch-messerzahl δ
0,2	0,390809	55,12271	0,205567	0,295405	0,464764	0,965572	1,519146
0,225	0,404633	32,80198	0,190724	0,314816	0,400116	1,115294	1,417482
0,25	0,419632	33,74919	0,176665	0,334816	0,352382	1,265152	1,331528
0,275	0,435638	34,73587	0,163534	0,355319	0,316249	1,413473	1,25805
0,3	0,452553	35,75231	0,151392	0,376276	0,288383	1,55875	1,194645
0,325	0,470271	36,7898	0,140247	0,397635	0,266542	1,699878	1,13946
0,35	0,4887	37,84068	0,130068	0,41935	0,249194	1,836053	1,091053
0,375	0,507758	38,89827	0,120801	0,441379	0,235258	1,966746	1,048286
0,4	0,527375	39,95684	0,112379	0,463687	0,223958	2,091642	1,010251
0,45	0,568015	42,05772	0,097792	0,509008	0,207125	2,323744	0,945575
0,5	0,6102	44,11276	0,085751	0,5551	0,195637	2,532779	0,892642
0,55	0,653596	46,101	0,075766	0,601798	0,187693	2,720436	0,848471
0,6	0,697948	48,00908	0,06743	0,648974	0,182179	2,888953	0,810981
0,65	0,743061	49,82935	0,060414	0,696531	0,178372	3,040716	0,778684
0,7	0,788784	51,5583	0,05446	0,744392	0,175787	3,178049	0,750492
0,75	0,834999	53,19543	0,049366	0,7925	0,174089	3,303097	0,725593
0,8	0,881614	54,74224	0,044971	0,840807	0,173036	3,41779	0,703374
0,825	0,905047	55,48266	0,042995	0,865024	0,172695	3,471794	0,693116
0,85	0,928555	56,20166	0,04115	0,889277	0,172453	3,523831	0,683359
0,875	0,952129	56,89975	0,039422	0,913565	0,172295	3,574081	0,67406
0,9	0,975765	57,57745	0,037803	0,937882	0,172208	3,622711	0,66518
0,925	0,999456	58,23531	0,036282	0,962228	0,17218	3,669878	0,656685
0,95	1,023198	58,87388	0,034851	0,986599	0,172201	3,715727	0,648543
0,975	1,046986	59,49374	0,033503	1,010993	0,172261	3,760396	0,640727

1	1,070817	60,09545	0,032231	1,035409	0,172353	3,80401	0,633212
1,05	1,118592	61,24672	0,029892	1,084296	0,172603	3,888543	0,618997
1,1	1,166498	62,33219	0,027791	1,133249	0,172903	3,970185	0,605742
1,2	1,262627	64,32289	0,024176	1,231314	0,173499	4,127742	0,58162
1,3	1,359083	66,09975	0,021177	1,329541	0,173901	4,281784	0,560047
1,4	1,45578	67,6912	0,018651	1,42789	0,173945	4,436482	0,54045
1,5	1,552659	69,12184	0,016492	1,526329	0,173513	4,595413	0,522407
1,6	1,649676	70,41279	0,014626	1,624838	0,17252	4,761843	0,505598
1,7	1,746801	71,58204	0,012996	1,723401	0,170901	4,938943	0,489771
1,8	1,844009	72,64494	0,01156	1,822005	0,168608	5,129992	0,474728
1,9	1,941284	73,61454	0,010285	1,920642	0,165601	5,338575	0,460302
2	2,038611	74,502	0,009143	2,019305	0,161852	5,568803	0,446353
2,2	2,233383	76,06738	0,007186	2,216692	0,152036	6,114947	0,419405
2,4	2,428269	77,40255	0,005567	2,414134	0,139018	6,824621	0,392995
2,6	2,62323	78,55341	0,004204	2,611615	0,122702	7,795009	0,366234
2,8	2,818244	79,5548	0,00304	2,809122	0,103022	9,216955	0,338024
3	3,013295	80,43348	0,002033	3,006647	0,079931	11,53466	0,306646

TABELLE 11-14 Auswertung I des gegenläufigen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 10^\circ$ und $\sigma' = 0,2$

einfacher Propeller; $\alpha = 3^\circ$, $\sigma' = 0,4$:

Fortschritts- grad J_f	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	36,67014	1,419453	0,448833	0,062797	5,34059	0,747209
0,225	27,35467	0,485229	0,332474	0,098745	3,273342	0,972188
0,25	28,81667	0,419577	0,353155	0,104347	3,236856	0,956395
0,275	30,21633	0,364262	0,373562	0,109708	3,206281	0,941626
0,3	31,61363	0,319778	0,394439	0,114649	3,187584	0,926515
0,325	32,99978	0,283319	0,41569	0,119255	3,177079	0,911453
0,35	34,3711	0,253091	0,437287	0,123583	3,172598	0,896615
0,375	35,72353	0,227746	0,459194	0,127684	3,172453	0,882137
0,4	37,05319	0,206258	0,481379	0,131605	3,17533	0,86811
0,45	39,63669	0,172153	0,526465	0,139011	3,187118	0,841545
0,5	42,10389	0,146484	0,572345	0,146016	3,20279	0,817092
0,55	44,4461	0,126671	0,61886	0,15275	3,21966	0,794693
0,6	46,65945	0,111036	0,665884	0,159299	3,236232	0,774201
0,65	48,74405	0,098457	0,71332	0,165716	3,251757	0,755439
0,7	50,70275	0,088165	0,761088	0,172035	3,26592	0,738221
0,75	52,54028	0,079618	0,809129	0,178272	3,278661	0,722374
0,8	54,26256	0,072426	0,857392	0,184437	3,290059	0,707738
0,825	55,0825	0,069245	0,881595	0,187493	3,2953	0,700829
0,85	55,8761	0,066302	0,905839	0,190532	3,300266	0,694171
0,875	56,64422	0,063572	0,930122	0,193554	3,304979	0,68775
0,9	57,38772	0,061034	0,954439	0,196557	3,309465	0,68155

0,925	58,10745	0,058667	0,978788	0,199542	3,313747	0,67556
0,95	58,80424	0,056457	1,003166	0,202507	3,317848	0,669767
0,975	59,47892	0,054388	1,027571	0,205452	3,321792	0,664159
1	60,13231	0,052448	1,052	0,208377	3,325601	0,658726
1,05	61,3783	0,048909	1,100924	0,214162	3,332895	0,648346
1,1	62,54826	0,045762	1,149924	0,219855	3,339888	0,638557
1,2	64,6823	0,040415	1,24811	0,230942	3,353506	0,620511
1,3	66,57501	0,036041	1,346488	0,24159	3,367377	0,604183
1,4	68,26098	0,032398	1,445008	0,251757	3,382199	0,589264
1,5	69,76943	0,029314	1,543638	0,261405	3,3985	0,575514
1,6	71,12494	0,026669	1,64235	0,270503	3,416679	0,562743
1,7	72,34817	0,024374	1,741127	0,279023	3,437049	0,550801
1,8	73,45651	0,022364	1,839955	0,286942	3,459858	0,539566
1,9	74,4646	0,020586	1,938823	0,294241	3,485315	0,52894
2	75,38488	0,019003	2,037723	0,300902	3,513609	0,51884
2,2	77,00253	0,016302	2,235596	0,312261	3,579382	0,499957
2,4	78,37678	0,014081	2,433539	0,320926	3,658602	0,482483
2,6	79,55735	0,012221	2,63153	0,326831	3,752858	0,466097
2,8	80,58162	0,010639	2,829553	0,329923	3,864112	0,450551
3	81,47815	0,009275	3,027599	0,330163	3,994869	0,435645

TABELLE 11-15 Auswertung II des einfachen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern

$$\alpha = 3^\circ \text{ und } \sigma' = 0,4$$

gegenläufiger Propeller; $\alpha = 3^\circ$, $\sigma' = 0,4$:

Fortschritts- grad J_I	Fortschritts- grad J_{II}	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	0,697666	54,1748	0,261963	0,448833	1,498933	0,494545	1,651593
0,225	0,439948	34,82137	0,24421	0,332474	0,621572	0,823683	1,539906
0,25	0,456309	35,74756	0,22733	0,353155	0,551281	0,928865	1,449976
0,275	0,472124	36,71235	0,211502	0,373562	0,495114	1,035506	1,372444
0,3	0,488879	37,70627	0,19681	0,394439	0,451625	1,140006	1,305282
0,325	0,506379	38,72089	0,183271	0,41569	0,417303	1,241785	1,246603
0,35	0,524574	39,74876	0,170858	0,437287	0,389923	1,340137	1,194982
0,375	0,543389	40,78339	0,159514	0,459194	0,367863	1,43461	1,149273
0,4	0,562758	41,81921	0,149167	0,481379	0,349957	1,524869	1,108562
0,45	0,602931	43,87573	0,131153	0,526465	0,32328	1,692393	1,039225
0,5	0,644691	45,88846	0,116188	0,572345	0,305207	1,842398	0,98247
0,55	0,68772	47,83686	0,103704	0,61886	0,292922	1,975753	0,935172
0,6	0,731768	49,70773	0,093226	0,665884	0,284671	2,093834	0,89513
0,65	0,776639	51,49343	0,084367	0,71332	0,279311	2,198244	0,860756
0,7	0,822176	53,19039	0,076817	0,761088	0,276071	2,290611	0,830879
0,75	0,868257	54,79795	0,070332	0,809129	0,274414	2,372486	0,804624
0,8	0,914784	56,31748	0,06472	0,857392	0,273955	2,445288	0,781322
0,825	0,938189	57,04505	0,062191	0,881595	0,274084	2,478688	0,770613

0,85	0,961678	57,75171	0,059826	0,905839	0,274413	2,510282	0,760458
0,875	0,985244	58,43794	0,057609	0,930122	0,274917	2,540204	0,750811
0,9	1,008878	59,10424	0,055529	0,954439	0,275576	2,56858	0,741628
0,925	1,032576	59,75114	0,053572	0,978788	0,276371	2,595526	0,732873
0,95	1,056332	60,37917	0,05173	1,003166	0,277285	2,62115	0,724511
0,975	1,080142	60,98889	0,049993	1,027571	0,278304	2,645554	0,716513
1	1,104	61,58086	0,048352	1,052	0,279415	2,66883	0,70885
1,05	1,151848	62,71371	0,04533	1,100924	0,281868	2,712341	0,694437
1,1	1,199848	63,78208	0,042613	1,149924	0,284567	2,752303	0,681101
1,2	1,29622	65,74214	0,037926	1,24811	0,290463	2,823636	0,657122
1,3	1,392975	67,49239	0,034031	1,346488	0,296725	2,886261	0,636044
1,4	1,490017	69,06058	0,030744	1,445008	0,303095	2,942733	0,617248
1,5	1,587275	70,4708	0,027931	1,543638	0,309391	2,99497	0,60028
1,6	1,6847	71,74369	0,025498	1,64235	0,315478	3,044434	0,584803
1,7	1,782254	72,8969	0,023371	1,741127	0,321257	3,092256	0,570556
1,8	1,87991	73,94546	0,021496	1,839955	0,326655	3,139329	0,557338
1,9	1,977646	74,9022	0,019829	1,938823	0,331612	3,186372	0,54499
2	2,075445	75,77809	0,018337	2,037723	0,336082	3,233986	0,533383
2,2	2,271192	77,32341	0,015778	2,235596	0,343431	3,332857	0,511992
2,4	2,467078	78,64193	0,01366	2,433539	0,348486	3,439378	0,492524
2,6	2,663059	79,77876	0,011877	2,63153	0,351106	3,556525	0,474521
2,8	2,859106	80,7682	0,010353	2,829553	0,35119	3,687247	0,457643
3	3,055198	81,6366	0,009036	3,027599	0,348669	3,834772	0,441625

TABELLE 11-16 Auswertung II des gegenläufigen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,4$

einfacher Propeller; $\alpha = 3^\circ$, $\sigma' = 0,72$:

Fortschritts- grad J_I	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	36,28333	7,774868	1,754974	0,452554	2,400948	0,61913
0,225	24,35416	0,127719	0,253737	0,173178	1,876389	1,280652
0,25	37,72743	0,778526	0,444632	0,131325	3,056615	0,902789
0,275	34,80611	0,505851	0,414109	0,160997	2,531883	0,984345
0,3	36,42896	0,461389	0,438417	0,168074	2,522426	0,967011
0,325	37,72315	0,410981	0,458569	0,176118	2,490858	0,956641
0,35	39,02416	0,369423	0,479298	0,183591	2,468397	0,945496
0,375	40,30897	0,334267	0,50035	0,190668	2,451478	0,934185
0,4	41,55863	0,304241	0,521696	0,197581	2,437245	0,923055
0,45	44,03687	0,255927	0,565167	0,210046	2,422993	0,900514
0,5	46,3967	0,219046	0,609523	0,221787	2,415696	0,879001
0,55	48,64439	0,190193	0,654606	0,23283	2,413856	0,858558
0,6	50,77524	0,167145	0,700287	0,243309	2,415569	0,83927
0,65	52,78822	0,148398	0,746459	0,253317	2,419665	0,821132
0,7	54,68498	0,132908	0,793035	0,262912	2,425432	0,804093

0,75	56,46904	0,119928	0,839946	0,27213	2,432444	0,788077
0,8	58,14518	0,108915	0,887132	0,280994	2,440458	0,773001
0,825	58,9445	0,104017	0,910814	0,285296	2,444798	0,765789
0,85	59,71896	0,099469	0,934548	0,289513	2,449347	0,75878
0,875	60,46929	0,095235	0,95833	0,293644	2,4541	0,751965
0,9	61,19628	0,091284	0,982156	0,297689	2,459056	0,745333
0,925	61,90066	0,087591	1,006022	0,301648	2,464213	0,738876
0,95	62,5832	0,08413	1,029924	0,305521	2,469573	0,732584
0,975	63,24464	0,080882	1,05386	0,309306	2,475141	0,72645
1	63,88571	0,077826	1,077826	0,313003	2,480919	0,720465
1,05	65,10964	0,07223	1,125842	0,32013	2,493127	0,708913
1,1	66,26052	0,067231	1,173954	0,326891	2,506243	0,697871
1,2	68,36378	0,058675	1,27041	0,339285	2,53541	0,677126
1,3	70,23346	0,051619	1,367105	0,350116	2,568867	0,657888
1,4	71,90222	0,045697	1,463976	0,359318	2,607099	0,639886
1,5	73,39788	0,040652	1,560978	0,366832	2,650624	0,6229
1,6	74,74396	0,0363	1,65808	0,372605	2,700017	0,606749
1,7	75,96035	0,032503	1,755256	0,376592	2,755923	0,591286
1,8	77,06382	0,029161	1,852489	0,378755	2,819093	0,576384
1,9	78,06859	0,026193	1,949767	0,37906	2,890414	0,561935
2	78,98674	0,02354	2,04708	0,377479	2,970966	0,547843
2,2	80,60212	0,018994	2,241786	0,368599	3,165053	0,520405
2,4	81,97687	0,01523	2,436552	0,351903	3,416417	0,493421
2,6	83,15771	0,012069	2,631379	0,327411	3,747764	0,466317
2,8	84,18083	0,009378	2,826258	0,295134	4,198478	0,438429
3	85,07275	0,007066	3,021199	0,255237	4,840406	0,408927

TABELLE 11-17 Auswertung II des einfachen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern
 $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,72$

gegenläufiger Propeller; $\alpha = 3^\circ$, $\sigma' = 0,72$:

Fortschritts- grad J_I	Fortschritts- grad J_{II}	Anströmungs- winkel Φ	axialer Induktions- faktor a	Durchfluss- zahl φ	Druckzahl ψ	Laufzahl σ	Durch- messerzahl δ
0,2	3,309947	52,70218	0,389773	1,754974	324,8977	0,017311	3,204803
0,225	0,282474	39,45175	0,364626	0,253737	0,414659	0,974818	1,593056
0,25	0,639263	40,33182	0,340573	0,444632	1,654988	0,456987	1,700978
0,275	0,553218	41,2494	0,317887	0,414109	1,147111	0,580568	1,608215
0,3	0,576834	42,19571	0,296707	0,438417	1,060141	0,633754	1,532489
0,325	0,592138	43,16286	0,277073	0,458569	0,964089	0,696008	1,463279
0,35	0,608596	44,14389	0,258967	0,479298	0,887383	0,757216	1,401925
0,375	0,6257	45,13269	0,242326	0,50035	0,824663	0,81739	1,3472
0,4	0,643392	46,12401	0,227063	0,521696	0,773576	0,875652	1,298425
0,45	0,680334	48,09636	0,200274	0,565167	0,693682	0,98905	1,213952

0,5	0,719046	50,03223	0,177791	0,609523	0,6373	1,094553	1,144435
0,55	0,759212	51,91147	0,158856	0,654606	0,596282	1,192343	1,086108
0,6	0,800574	53,72078	0,142823	0,700287	0,56593	1,282525	1,03646
0,65	0,842918	55,4521	0,129157	0,746459	0,543177	1,365517	0,993647
0,7	0,886071	57,10128	0,117424	0,793035	0,52595	1,44191	0,95629
0,75	0,929891	58,66701	0,107277	0,839946	0,51281	1,512371	0,923344
0,8	0,974265	60,15003	0,098439	0,887132	0,502731	1,577584	0,894004
0,825	0,996628	60,86113	0,09444	0,910814	0,498597	1,608431	0,880486
0,85	1,019097	61,55243	0,090687	0,934548	0,494965	1,638212	0,867646
0,875	1,041661	62,22432	0,087162	0,95833	0,49177	1,667002	0,855427
0,9	1,064312	62,87724	0,083843	0,982156	0,488957	1,694874	0,843776
0,925	1,087043	63,51167	0,080715	1,006022	0,486476	1,721898	0,832649
0,95	1,109848	64,12806	0,077763	1,029924	0,484286	1,74814	0,822002
0,975	1,132719	64,72693	0,074972	1,05386	0,482348	1,773663	0,811799
1	1,155652	65,30877	0,072329	1,077826	0,480629	1,798526	0,802007
1,05	1,201684	66,42339	0,067447	1,125842	0,477735	1,846497	0,783534
1,1	1,247908	67,47592	0,063038	1,173954	0,475404	1,892467	0,766373
1,2	1,34082	69,41023	0,055393	1,27041	0,471828	1,979858	0,735316
1,3	1,43421	71,14109	0,048993	1,367105	0,468959	2,063242	0,707755
1,4	1,527952	72,69474	0,043557	1,463976	0,46616	2,144697	0,682915
1,5	1,621957	74,09413	0,038881	1,560978	0,46299	2,225973	0,660229
1,6	1,716159	75,35905	0,034815	1,65808	0,459133	2,308602	0,639266
1,7	1,810511	76,50651	0,031243	1,755256	0,454357	2,393988	0,619697
1,8	1,904978	77,55104	0,028081	1,852489	0,448492	2,483487	0,601258
1,9	1,999534	78,50507	0,02526	1,949767	0,441407	2,578471	0,583738
2	2,094159	79,37921	0,022727	2,04708	0,432999	2,680416	0,566963
2,2	2,283571	80,92285	0,018363	2,241786	0,411966	2,911728	0,53508
2,4	2,473103	82,24204	0,01473	2,436552	0,384859	3,194564	0,504589
2,6	2,662757	83,37896	0,011664	2,631379	0,351555	3,55301	0,474686
2,8	2,852515	84,36669	0,009046	2,826258	0,311951	4,027556	0,444545
3	3,042398	85,2295	0,006791	3,021199	0,266139	4,690916	0,413226

TABELLE 11-98 Auswertung II des gegenläufigen Propellers mit BEM-Theorie mit den ausgewählten Parametern $\alpha = 3^\circ$ und $\sigma' = 0,72$