

#### DIPLOMARBEIT

## Numerische Berechnung der Strömung in axialen Verzögerungsgittern aus unprofilierten Schaufeln

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. R. Willinger

E302

Institut für Energietechnik und Thermodynamik Forschungsbereich Strömungsmaschinen

eingereicht an der Technischen Universität Wien Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Michael Köhler 0726111

Doningasse 20/3/61220 Wien

| Wien, im April 2014 |                     |
|---------------------|---------------------|
|                     | ${ m Unterschrift}$ |

# Danksagung

Zunächst möchte ich Herrn Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Reinhard Willinger einen besonderen Dank aussprechen. Er hat mir durch seine Betreuung und Unterstützung nicht nur diese Diplomarbeit ermöglicht, er hat mir auch zahlreiche Chancen gegeben meine Fähigkeiten abseits vom Studienplan erfolgreich durch meine Tätigkeiten im Institut für Energietechnik und Thermodynamik einzusetzen.

Ich möchte diese Arbeit speziell meinen Eltern widmen. Es ist mir ein persönliches Anliegen mich hiermit vorallem bei ihnen zu bedanken. Sie haben mich während der gesamten Studienzeit in jeder Lage und ohne zu zögern hundertprozentig unterstützt. Nur durch Sie war es mir überhaupt möglich ein Studium an der Technischen Universität Wien anzutreten und abzuschließen.

Mein Dank gilt auch meiner Verlobten Johanna. Sie hat immer vollstes Verständnis für das zeitintensive Studium gezeigt und mich besonders in der Zeit der Diplomarbeit in jeder möglichen Art und Weise unterstützt.

## Kurzfassung

Der lineare Schaufelgitterwindkanal des Institutes für Energietechnik und Thermodynamik wird über einen meridianbeschleunigten Axialventilator mit Luft versorgt. Ziel der Diplomarbeit war es die Gittercharakteristiken der verbauten Beschaufelung mittels numerischer Strömungssimulation in ausgewählten Schaufelschnitten zu bestimmen. Das Hauptaugenmerk lag zusätzlich auf der Bestimmung des Einflusses der Meridianbeschleunigung auf die Gittercharakteristik der Laufradbeschaufelung.

Die Modellierung und Berechnung erfolgte mit der kommerziellen Software (Icem-CFD und Fluent 14.5). Die Ergebnisse haben gezeigt, dass die Zunahme der Meridiangeschwindigkeit starken Einfluss auf den Verlauf der Gittercharakteristik eines Schaufelgitters hat. Bei gleicher Geometrie verschiebt diese den Punkt des Verlustminimums in Richtung kleinerer Anströmwinkel. Die Umlenkung durch das Gitter nimmt im gesamten Anströmbereich zu. Die Profildruckverteilung wird zu geringeren Werten verschoben und die statische Druckumsetzung nimmt ab. Der Einflussbereich der Nachlaufdelle bildet sich schmaler aus, die Wandschubspannungen auf der Schaufel nehmen zu. Beides lässt auf die Bildung einer dünneren Profilgrenzschicht schließen. Der Bereich auftretender Verluste wird über der Teilung gesehen zwar schmaler, die maximal auftretenden Verlustbeiwerte nehmen jedoch zu. Im Vergleich mit bisherigen Annahmen erweisen sich die ermittelten Verlustbeiwerte sowohl für das Lauf- als auch für das Leitgitter als kleiner als bisher angenommen. Auch die Empfindlichkeit des Abströmwinkels in Bezug auf die Anströmung fällt weniger stark ausgeprägt aus.

In jüngster Vergangenheit wurde, basierend auf der Betrachtung von Geschwindigkeitsdreiecken, eine theoretische Begründung der Lage von Axialventilatoren im CORDIER-Diagramm veröffentlicht. Aufbauend auf diesen Betrachtungen wurde der meridianbeschleunigte Axialventilator im CORDIER-Diagramm eingeordnet. Es zeigt sich, dass die meridianbeschleunigten Axialventilatoren den Betriebsbereich von Standardventilatoren in Richtung zunehmender Durchmesserund absinkender Laufzahlen erweitern.

## Abstract

The Institute for Energy Systems and Thermodynamics possesses a linear cascade wind tunnel which is supplied with air by an axial fan. The aim of this thesis was to determine the unknown cascade characteristics of that fan. A cascade characteristic describes the change in total pressure loss coefficient and cascade turning angle with changing inlet angles. Due to the fan design the axial velocity density ratio (AVDR) rises between the impeller inlet and the outlet  $(\Omega > 1)$ . Therefore the second aim was to investigate the effect of this change on the cascade characteristic.

Commercial Software (Icem-CFD and Fluent 14.5) was used to perform the calculations. The calculations yield to the result that compared to a standard cascade with  $\Omega=1$  the changing axial velocity density ratio has a strongly impact on the cascade characteristic. The turning angle is increased while the point of minimal total pressure loss is shifted to smaller inlet angles. The pressure distribution of the profile is shifted to smaller values leading to a smaller static pressure rise at the trailing edge. The development of the profile boundary layer thickness is reduced accompanied by a rising wall shear stress. The calculated loss coefficients of the impeller wheel as well as of the guide wheel are smaller as expected in previous assumptions. Also the change of the outflow angle proves to be less depending on the inlet angle.

In addition the position of axial fans with  $\Omega > 1$  is classified in the CORDIER-Diagram due to the analysis of velocity triangles. It can be shown that an increasing AVDR shifts the operation range of axial fans to smaller speed and higher diameter numbers compared to standard axial fans.

# Formelzeichen

## Lateinische Zeichen

| a                            | [m/s]          | Schallgeschwindigkeit                  |
|------------------------------|----------------|--|
| $a_u$                        | [J/kg/s]       | Spezifische Schaufelarbeit             |
| A                            | $[m^2]$        | Fläche                                 |
| AR                           | [-]            | Flächenverhältnis (Diffusor)           |
| b                            | [m]            | Schaufelbreite                         |
| $c_p$                        | [-]            | Statischer Druckbeiwert                |
| $c_p$                        | [j/kgK]        | Isobare Wärmekapazität                 |
| $c_w$                        | [-]            | Widerstandskoeffizient                 |
| $C_p$                        | [-]            | Druckrückgewinnungsziffer (Diffusor)   |
| $C_{\mu}$                    | [-]            | Konstante des $k$ - $\epsilon$ Modells |
| $C_p \\ C_{\mu} \\ C_{\tau}$ | [-]            | Wandschubspannungskoeffizient          |
| d                            | [m]            | Durchmesser                            |
| $d_h$                        | [m]            | Hydraulischer Durchmesser              |
| D                            | [-]            | Diffusionszahl nach Lieblein           |
| e                            | [-]            | Diskretisierungsfehler                 |
| f                            | $[N/m^3]$      | Volumenskraft                          |
| h                            | [m]            | Knotenabstand                          |
| h                            | [m]            | Schaufelhöhe                           |
| h                            | [J/kg]         | Spezifische Enthalpie                  |
| $h_t$                        | [J/kg]         | Spezifische Totalenthalpie             |
| $h_V$                        | [j/kg]         | Verlustenthalpie                       |
| H                            | [-]            | Formfaktor                             |
| Ha                           | [-]            | De Haller-zahl                         |
| i                            | [J]            | Innere Energie                         |
| k                            | $[m^2/s^2]$    | Turbulente kinetische Energie          |
| L                            | [m]            | Diffusorlänge                          |
| $L_t$                        | [m]            | Turbulentes Längenmaß                  |
| $\dot{m}$                    | [kg/s]         | Massenstrom                            |
| M                            | [J]            | Drehmoment                             |
| Ma                           | [-]            | Machzahl                               |
| n                            | [U/min], [1/s] |  |
| $O_m$                        | $[m^2]$        | Teiloberfläche                         |

| P             | [W]         | Leistung  |
|---------------|-------------|---|
| p             | [-]         | Ordnung des Diskretisierungsverfahrens          |
| p             | [Pa]        | Statischer Druck                                |
| $p_d$         | [Pa]        | Dynamischer Druck                               |
| $p_t$         | [Pa]        | Totaldruck                                      |
| r             | [m]         | Radius  |
| R             | [J/kgK]     | spezifische Gaskonstante                        |
| Re            | [-]         | Reynoldszahl                                    |
| $R_k$         | [-]         | Reaktionsgrad                                   |
| $R_{\Phi}$    | [-]         | Globales Residuum der Transportgröße $\Phi$     |
| s             | [m]         | Sehnenlänge                                     |
| S             | $[m/s^{2}]$ | Verzerrungsmatrix                               |
| $u^+$         | [-]         | Dimensionslose Geschwindigkeit                  |
| $u_{	au}$     | [m/s]       | Schubspannungsgeschwindigkeit                   |
| t             | [m]         | Schaufelteilung                                 |
| t             | [s]         | Zeit  |
| T             | [K]         | Statische Temperatur                            |
| $T_t$         | [K]         | Totaltemperatur                                 |
| $T_u$         | [-]         | Turbulenzgrad                                   |
| $U \ \dot{V}$ | [m/s]       | Umfangsgeschwindigkeit an Laufradspitze         |
|               | $[m^{3}/s]$ | Volumenstrom                                    |
| $V_m$         | $[m^3]$     | Teilvolumen                                     |
| $y^+$         | [-]         | Dimensionsloser Wandabstand                     |
| Y             | [J/kg/s]    | Spezifische Stutzenarbeit                       |
| z             | [-]         | Schaufelzahl                                    |
| Z             | [%]         | Randverlustanteil am Gesamtverlust              |
| x, y, z       | [m]         | Kartesische Koordinaten                         |
| u, v, w       | [m/s]       | x-, $y-$ , $z$ -Geschwindigkeitskomponente      |
| c, u, w       | [m/s]       | $Ab solut-,\ Relativ-,\ Umfangsgeschwindigkeit$ |

## Griechische Zeichen

| $\alpha$      | [°]         | Absoluter Strömungswinkel          |
|---------------|-------------|------------------------------------|
| $\beta$       | [°]         | Relativer Strömungswinkel          |
| $\gamma$      | [°]         | $\operatorname{Staffelungswinkel}$ |
| $\delta$      | [-]         | Durchmesserzahl                    |
| $\delta_{99}$ | [m]         | 99% -Dicke                         |
| $\delta_1$    | [m]         | Verdrängungsdicke                  |
| $\delta_2$    | [m]         | Impulsverlustdicke                 |
| $\epsilon$    | $[m^2/s^3]$ | Turbulente Dissipationsrate        |
| $\eta_D$      | [-]         | Diffusorwirkungsgrad               |
| $\eta_i$      | [-]         | Innerer Wirkungsgrad               |
| $\eta_u$      | [—]         | Umfangswirkungsgrad                |
| $\kappa$      | [—]         | Karman Konstante                   |
|               |             |                                    |

| $\kappa$          | [-]        | Isentropen Koeffizient                    |
|-------------------|------------|---|
| $\lambda$         | [W/mK]     | Wärmeleitzahl                             |
| $\mu$             | [Pas]      | Dynamische Viskosität                     |
| $\mu_t$           | [Pas]      | Wirbelviskosität                          |
| $\nu$             | $m^2/s$    | Kinematische Viskosität                   |
| $\nu$             | [-]        | Nabenverhältnis                           |
| $\varrho$         | $[kg/m^3]$ | Dichte                                    |
| $\sigma$          | [-]        | Laufzahl                                  |
| $\sigma$          | [Pa]       | Normalspannung                            |
| $\sigma$          | [-]        | Überdeckung                               |
| au                | [Pa]       | Schubspannung                             |
| $	au_v$           | [Pa]       | Viskose Schubspannung                     |
| $	au_t$           | [Pa]       | Turbulente Schubspannung                  |
| $	au_w$           | [Pa]       | Wandschubspannung                         |
| $	au^{turbulent}$ | [Pa]       | Turbulenter Schubspannungstensor          |
| $	au^{viskos}$    | [Pa]       | Viskoser Schubspannungstensor             |
| arphi             | [-]        | Durchflusszahl                            |
| $arphi_C$         | [-]        | CORDIER Durchflusszahl                    |
| $\Phi$            | [-]        | Allgemeine Transportgröße                 |
| $\psi$            | [-]        | Druckzahl                                 |
| $\psi_{s,C}$      | [-]        | Cordier Druckzahl                         |
| $\omega$          | [1/s]      | Winkelgeschwindigkeit                     |
| $\omega$          | [-]        | ${\bf Total druck verlust be iwert}$      |
| $\omega_P$        | [-]        | Totaldruckverlustbeiwert (Profilverluste) |
| $\omega_R$        | [-]        | Totaldruckverlustbeiwert (Randverluste)   |
| $\Omega$          | [-]        | Axialstromdichteverhältnis                |
|                   |            |   |

#### Hochgestellte Zeichen und Indizes

| ()              | Vektoren                     |
|-----------------|------------------------------|
| $\overline{()}$ | Teilungsgemittelte Größe     |
| ()              | Reynoldsgemittelte Größe     |
| () <sup>'</sup> | Turbulente Schwankungsgröße  |
| () <sup>'</sup> | Leitgitter betreffende Größe |
| ()"             | Laufgitter betreffende Größe |
| $()_1$          | Laufradeintritt              |
| $()_2$          | Laufradaustritt              |
| $()_3$          | Leitradeintritt              |
| $()_4$          | Leitradaustritt              |
| $()_{5-8}$      | Diffusorebenen               |
| $(\ldots)_m$    | Meridiankomponente           |
| $()_u$          | ${\it Umfangskomponente}$    |
| $()_{\infty}$   | Zu- und Abströmgemittelt     |
| $()_{\infty}$   | Ungestörter Strömungsbereich |

# Inhaltsverzeichnis

| D        | anks  | agung  | i   |
|----------|-------|--|-----|
| K        | urzfa | $\operatorname{ssung}$   | ii  |
| A        | bstra | $\operatorname{\mathbf{ct}}$   | iii |
| Fo       | rme   | zeichen  | iv  |
| 1        | Ein   | leitung  | 1   |
| <b>2</b> | Gru   | ndlagen numerischer Strömungssimulation  | 3   |
|          | 2.1   | Grundgleichungen der Strömungsmechanik   | 3   |
|          | 2.2   | Turbulente Strömung  | 4   |
|          |       | 2.2.1 Reynoldsgemittelte Navier-Stokes Gleichungen   | 5   |
|          |       | 2.2.2 Wirbelviskositätsansatz von Boussinesq   | 7   |
|          |       | $2.2.3  k\text{-}\epsilon \text{ Modell} \dots $ | 8   |
|          | 2.3   | Körpernahe Strömungen  | 11  |
|          |       | 2.3.1 Charakteristische Größen der Grenzschicht  | 12  |
|          |       | 2.3.2 Wandfunktionen   | 13  |
|          |       | 2.3.3 Druckinduzierte Ablösung   | 16  |
|          | 2.4   | Diskretisierung  | 17  |
|          |       | 2.4.1 Netzgestaltung   | 17  |
|          |       | 2.4.2 Finite-Volumen-Verfahren   | 19  |
| 3        | Axi   | alventilatoren   | 22  |
|          | 3.1   | Grundlagen der Energieumsetzung  | 22  |
|          |       | 3.1.1 Laufgitter   | 23  |
|          |       | 3.1.2 Leitgitter   | 26  |
|          |       | 3.1.3 Diffusorprinzip  | 28  |
|          | 3.2   | Kennzahlen   | 29  |
|          | 3.3   | Verlustmechanismen   | 31  |
|          |       | 3.3.1 Profilverluste   | 31  |
|          |       | 3.3.2 Randverluste   | 32  |
| 4        | Line  | eare Schaufelgitter  | 34  |
|          | 4.1   | Größen im linearen Schaufelgitter  | 34  |
|          | 4.2   | Gittercharakteristik eines Verdichtergitters   | 35  |
|          | 4.3   | Axialstromdichteverhältnis   | 38  |

|    | 4.4    | Belastungskriterien   | 38  |
|----|--------|---|-----|
|    |        | 4.4.1 de Haller-Kriterium                                       | 39  |
|    |        | 4.4.2 Diffusionszahl nach Lieblein                              | 39  |
| 5  | Mer    | ${f ridian be schleunigter\ Axial ventilator}$                  | 42  |
|    | 5.1    | Grundlegende Eigenschaften                                      | 42  |
|    | 5.2    | Lage im CORDIER-Diagramm  | 47  |
| 6  | Axi    | alventilator des Gitterwindkanals                               | 53  |
|    | 6.1    | Berechnung im Auslegungspunkt                                   | 55  |
|    |        | 6.1.1 Mittelschnitt   | 55  |
|    |        | 6.1.2 Laufradspitze   | 57  |
| 7  | Mod    | dellierung der Problemstellung                                  | 59  |
|    | 7.1    | Netzgenerierung   | 59  |
|    |        | 7.1.1 Leitgitter  | 60  |
|    |        | 7.1.2 Laufgitter  | 61  |
|    | 7.2    | Festlegung der Simulationsparameter                             | 64  |
|    | •      | 7.2.1 Solver  | 65  |
|    |        | 7.2.2 Randbedingungen   | 65  |
|    |        | 7.2.3 Turbulenzmodell   | 66  |
|    |        | 7.2.4 Auswertung  | 67  |
|    |        | 7.2.5 Konvergenzbewertung                                       | 67  |
|    |        | 7.2.6 Durchzuführende Simulationen                              | 68  |
| 8  | Δna    | alyse der Berechnungsergebnisse                                 | 69  |
| O  | 8.1    | Laufradmittelschnitt  | 69  |
|    | 8.2    | Leitgittermittelschnitt   | 82  |
|    | 8.3    | Laufradspitze   | 86  |
|    | 8.4    | Abschätzung der Randverluste über die Kennlinie des Ventilators | 89  |
|    | 8.5    | Resultierende Hearsey Verlustparameter                          | 93  |
|    | 8.6    | Validierung der Simulationsergebnisse                           | 93  |
|    | 0.0    | 8.6.1 Einfluss des Axialstromdichteverhältnisses                | 94  |
|    |        | 8.6.2 Profilverlust unprofilierter Schaufelgitter               | 95  |
|    |        | 8.6.3 Abschätzung des Diskretisierungsfehlers                   | 95  |
| 9  | Zus    | ammenfassung und Ausblick                                       | 98  |
|    |        |   |     |
| A  | Dar    | stellung restlicher Simulationsergebnisse                       | 101 |
| В  |        | 8   | 104 |
|    | B.1    |   | 104 |
|    | B.2    |   | 105 |
|    | B.3    |   | 106 |
|    | B.4    | Diffusordiagramm  | 107 |
| Qι | ıelleı | nverzeichnis 1  | 108 |
|    | Lite   | $\operatorname{ratur}$  | 108 |

## Kapitel 1

# Einleitung

Das Institut für Energietechnik und Thermodynamik an der Technischen Universität Wien setzt zur Luftversorgung des hauseigenen linearen Schaufelgitterwindkanals den Axialventilator A110 ein. Es handelt sich dabei um einen meridianbeschleunigten Axialventilator mit Vorleitreihe. Eine vorangegangene Arbeit von Rosenbaum hat sich bereits an der Berechnung der Kennlinie mittels Stromlinienkrümmungsverfahren versucht [14]. Die zur Berechnung benötigten Gittercharakteristiken konnten jedoch aufgrund von mangelnder Information nur abgeschätzt werden, was während der Untersuchung zu Problemen geführt hat.

Eine Gittercharakteristik beschreibt die Strömungsumlenkung sowie die Strömungsverluste eines linearen Schaufelgitters in Abhängigkeit des Anströmwinkels und wird meist experimentell im Windkanal bestimmt. Im Bereich thermischer Turbomaschinen dienen diese Informationen auch heute noch dazu, schnell erste Auslegungsrechnungen bei der Gestaltung von Verdichterund Turbinenbeschaufelungen durchzuführen. Es wird daher angestrebt die Eigenschaften von Beschaufelungen möglichst genau zur Verfügung zu stellen. Stark und Starke [19] haben in ihren Arbeiten darauf hingewiesen, dass die Zunahme der Seitenwandgrenzschichten zu einer Meridianbeschleunigung der Strömung innerhalb der Schaufelpassagen führt. Sie haben gezeigt, dass diese einen direkten Einfluss auf die Gittercharakteristik eines linearen Schaufelgitters hat und deshalb berücksichtigt werden sollte.

Die vorliegende Arbeit verfolgt in erster Linie das Ziel die Gittercharakteristiken für den meridianbeschleunigten Axialventilators A110 zu bestimmen. Bei einem meridianbeschleunigten Laufrad verjüngt sich der Strömungsquerschnitt im Bereich der Laufradschaufeln und stellt so einen Extremfall der von Stark und Starke beschriebenen Meridianbeschleunigung dar. Daher sollte zusätzlich der Einfluss dieser geometrisch erzeugten Meridianbeschleunigung auf die Gittercharakteristik des Laufrades bestimmt werden.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit war eine experimentelle Bestimmung der Charakteristiken nicht möglich, weshalb eine numerische Berechnung der Lauf- und Leitrad Charakteristiken mittels kommerzieller Berechnungssoftware (Fluent) durchgeführt wurde. Die Betrachtungen beschränkten sich dabei auf den Lauf- und Leitradmittelschnitt sowie den Laufradspitzenschnitt. Nach Aufarbeitung der Geometrieinformationen aus technischen Zeichnungen, wurden die benötigten Berechnungsnetze mit der Software Icem-CFD erstellt. Eine analytische Nachrechnung für den Auslegungspunkt lieferte die Randbedingungen für die Simulationen. Basierend auf den Simulationsergebnissen wurde anschließend eine analytische Berechnung der Ventilatorkennlinie

durchgeführt. Ein Vergleich mit der vorhandenen SGP-Kennfeldmessung ermöglichte so eine Abschätzung der Randverluste. Im Zuge dieser analytischen Berechnung wurde eine Analyse des nachgeschalteten Diffusorkomplexes durchgeführt. Als Zwischenergebnis der Betrachtungen ergab sich auch die Einordnung von meridianbeschleunigten Axialventilatoren in das CORDIER-Diagramm.

Die Arbeit besitzt den folgenden Aufbau. Im ersten Teil werden die Grundlagen numerischer Strömungssimulation aufgearbeitet, wobei sich größtenteils auf Standardliteratur wie Ferziger [8] bezogen wird. Es kamen aufgrund ihrer guten Übersichtlichkeit auch die Skripten von Willinger [22] und Kuhlmann [11] zum Einsatz. Anschließend werden Grundzüge der Energieumsetzung in Axialventilatoren aufgeführt und Eigenschaften von linearen Schaufelgittern beschrieben. Als Basis wird abermals ein Skriptum von Willinger [24] und das Buch von Bräunling [4] verwendet. Letzterer stellt besonders die Belastungskriterien von Schaufelgittern in einer kompakten und übersichtlichen Form dar. Anhand des Buches von Eck [6] werden dann die grundlegenden Merkmale meridianbeschleunigter Axialventilatoren aufgeführt und auf ihre Besonderheiten hingewiesen. Dieser Abschnitt bildet die Ausgangslage zur analytischen Einordnung dieser Ventilatoren in das CORDIER-Diagramm, wobei als Grundlage hier die Arbeit von Willinger [21] dient. Es folgt letztlich die Beschreibung der durchgeführten Modellierung und der gewählten Simulationsparameter, bevor es zur Darstellung und Analyse der Berechnungsergebnisse kommt.

## Kapitel 2

# Grundlagen numerischer Strömungssimulation

#### 2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

In diesem Abschnitt werden zunächst die Grundgleichungen der Strömungsmechanik zusammengetragen. Auf die genaue Herleitung dieser Gleichungen wird verzichtet, ausführliche Beschreibungen finden sich z.B. in Ferziger [8], Kuhlmann [11] und Willinger [22].

Für ein festes, infinitesimal kleines Kontrollvolumen innerhalb einer Strömung gilt die Kontinuitätsgleichung nach Gleichung 2.1:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \vec{u}) = 0 \tag{2.1}$$

Im gleichen Kontrollvolumen gilt die Impulserhaltung nach Gleichung 2.2:

$$\begin{split} \frac{\partial \varrho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \vec{u} \vec{u}) &= -\nabla p + \nabla \cdot \tau^{viskos} + \vec{f} \\ \varrho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} &= -\nabla p + \nabla \cdot \tau^{viskos} + \vec{f} \end{split} \tag{2.2}$$

Für reibungsfreie Strömungen setzt sich die zeitliche Änderung des Impulses  $\frac{\partial \varrho \vec{u}}{\partial t}$  aus dem konvektiven Term  $\nabla \cdot (\vec{u} \vec{u} \varrho)$ , dem Druckterm  $\nabla p$  und den wirkenden Volumenkräften  $\vec{f}$  zusammen. Ersterer bildet den konvektiv über die Kontrollgrenzen ein- und austretenden Impuls ab, während zweiterer die Impulsänderung aufgrund von Druckvariationen wiedergibt. Bei Berücksichtigung der Reibung muss zusätzlich die Impulsänderung, aufgrund von den am Kontrollvolumen angreifenden Reibungskräften, berücksichtigt werden  $\nabla \cdot \tau^{viskos}$ . Die Variable  $\tau^{viskos}$  steht für den Schubspannungstensor, welcher für ein Newtonsches Fluid<sup>1</sup> mit der dynamischen Viskosität  $\mu$  die folgende Form annimmt:

$$\tau^{viskos} = \mu \begin{bmatrix} 2\frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2\frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} & 2\frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} - \mu \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(2.3)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Es gilt  $\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \mu \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$  sowie  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$ .

Kontinuitätsgleichung 2.1 und Impulserhaltung<sup>2</sup> nach Gleichung 2.2 werden als **Navier-Stokes** Gleichungen bezeichnet. Bei der Betrachtung inkompressibler Strömungen geben Sie das zu lösende Differentialgleichungssystem wieder. Für den Fall kompressibler Strömungen gilt zusätzlich  $\varrho = f(T, p)$ . Die Navier-Stokes Gleichungen müssen daher um die Gleichung der Energieerhaltung erweitert werden. Für die Annahme eines Newtonschen Fluids findet sich nach *Versteg* [20] die Erhaltungsgleichung der inneren Energie i zu:

$$\frac{\partial \varrho i}{\partial t} + \nabla(\varrho i \vec{u}) = -p \nabla \cdot \vec{u} + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \Phi + S_i$$
(2.4)

Die Änderung der inneren Energie  $\frac{\partial \varrho i}{\partial t}$  ergibt sich abermals aus konvektiven Transporttermen  $\nabla(\vec{u}\varrho i)$  sowie einem Diffusionsterm  $\nabla\cdot(\lambda\nabla T)$ . Zusätzlich bildet  $S_i$  einen Quellterm ab, welcher die Zunahme der inneren Energie beispielsweise aufgrund von zugeführter technischer Arbeit oder Strahlungswärme abdeckt. Der Term  $\Phi$  spiegelt die Dissipationsfunktion wieder. Sie beinhaltet alle Effekte basierend auf innerer Reibung und ist abhängig von den Geschwindigkeitsgradienten und der dynamischen Viskosität.

Zuletzt wird über eine Zustandsgleichung ein direkter Zusammenhang zwischen den skalaren Strömungsgrößen  $f(p,T,\varrho)=0$  festgelegt. Die einfachste Zustandsgleichung stellt die ideale Gasgleichung 2.5 dar, welche beispielsweise für trockene Luft eine gute Annäherung darstellt:

$$\frac{p}{\rho} = RT \tag{2.5}$$

Allgemeine Strömungen eines reinen, Newtonschen Fluids werden durch die Gleichungen 2.1 - 2.4 vollständig beschrieben. Die Gleichungen basieren alle auf der Form der allgemeinen Transportgleichung<sup>3</sup> für eine beliebige Transportgröße  $\phi$ :

$$\frac{\partial \varrho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \phi \vec{u}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_{\phi}$$
 (2.6)

Die zeitliche Änderung einer Transportgröße basiert auf ihrem konvektiven Abtransport  $\nabla \cdot (\varrho \phi \vec{u})$  der Zunahme aufgrund von Diffusion  $\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)$  in Abhängigkeit einer Diffusionskonstanten  $\Gamma$  und auftretenden Quelltermen  $S_{\phi}$ . Bei zusätzlich auftretenden Eigenschaften der Strömung, wie z.B. der Stoffkonzentration bei mehrphasigen Strömungen, können passende Erhaltungsgleichungen auf Basis von 2.6 angeschrieben werden.

#### 2.2 Turbulente Strömung

Die Reynoldszahl  $Re=\frac{uL}{\nu}$  gibt das Verhältnis von Trägheitskräften zu Reibungskräften innerhalb der Strömung an. Bei hinreichend großer Reynoldszahl kommt es zu einem Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung. Durch Strömungsvisualisierung kann gezeigt werden, dass der Hauptströmung in diesem Fall Wirbelbewegungen unterschiedlicher Größenordnung überlagert werden. Eine wichtige Modellvorstellung wurde von Richardson entwickelt, der die sogenannte Energie-Kaskade einführte [11]. Danach hängen die großen Wirbelstrukturen von den Randbedingungen und der Geometrie des betrachteten Strömungsgebietes ab und werden von diesen

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Ausgeschrieben entspricht sie drei Gleichungen, jeweils eine pro Raumrichtung

 $<sup>^3</sup>$ Wenn gleiche Terme berücksichtigt und die restlichen Terme im Quellterm  $S_\phi$  versteckt werden

mit kinetischer Energie genährt. Diese Wirbel sind instabil und zerfallen zu kleineren Wirbeln, wobei die kinetische Energie auf die kleineren Wirbelstrukturen transferiert wird. Dieser Prozess setzt sich fort bis die Wirbelstrukturen so klein werden, dass die kinetische Energie aufgrund von Viskositätseinflüssen in Wärme dissipiert wird. Turbulente Strömungen weisen daher ein stark instationäres Verhalten auf und ihre Berechnung erweist sich als äußerst schwierig.

Die angegebenen Erhaltungsgleichungen gelten sowohl für laminare als auch für turbulente Strömungen. Wird die Turbulenz direkt aus den Erhaltungsgleichungen berechnet, wird von **Direkter Numerischer Simulation (DNS)** gesprochen. Das bei der Diskretisierung zu erstellende Netz muss so fein ausgelegt werden, dass noch der kleinste entstehende Turbulenzwirbel aufgelöst wird. Diese Methode stellt die genaueste Handhabung der Turbulenz, gleichzeitig aber auch die numerisch deutlich aufwändigste Methode dar und ist aufgrund der hohen Berechnungszeiten inpraktikabel für industrielle Anwendungen. Es wurden daher unterschiedliche Ansätze erarbeitet um die DNS zu ersetzen, näheres findet sich in Ferziger [8], Kuhlmann [11] oder Willinger [22]. Im Folgenden soll jedoch nur die Methode der Reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen (RANS) vorgestellt werden.

#### 2.2.1 Reynoldsgemittelte Navier-Stokes Gleichungen

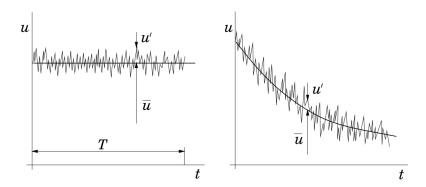


Abbildung 2.1: Unterschied von im Mittel stationärer und instationärer Strömung [8]

In Abbildung 2.1 ist der Geschwindigkeitsverlauf zweier turbulenter Strömungen an einem festen Punkt skizziert. Werden diese über ein Zeitintervall T gemittelt,

$$\overline{u}(x,y,z) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x,y,z,t,) dt$$

können sich zwei Verläufe des Mittelwertes einstellen. Man unterscheidet zwischen im Mittel instationären und im Mittel stationären turbulenten Strömungen. Für den instationären Fall muss eine andere Mittelungsmethode gefunden werden, Kuhlmann [11] gibt hier beispielsweise die räumliche Mittelung oder die Ensemble-Mittelung an. Für die im Mittel stationäre Strömung lässt sich die Geschwindigkeit in einem festen Raumpunkt als Summe aus dem Mittelwert und einer zeitlich abhängigen Schwankungsgröße ausdrücken:

$$u(x, y, z, t) = \overline{u}(x, y, z) + u'(x, y, z, t)$$
(2.7)

Identische Ansätze können auch für die übrigen Größen aus den Erhaltungsgleichungen durchgeführt werden. Beim RANS Ansatz ist es also das Ziel, die im Mittel stationären Strömungsgrößen  $(\overline{u}, \overline{v}, \overline{w}, \overline{p}, \overline{\varrho}, \overline{T})$  unter Einbeziehung ihrer Fluktuationen  $(u', v', w', p', \varrho', i')$  zu berechnen. Dies erweist sich insofern als praktisch, als dass in der Industrie das grundlegende Interesse größtenteils an dem Verlauf mittlerer Strömungsgrößen besteht und mikroskopische Strömungsvorgänge eine eher untergeordnete Rolle spielen.

Die folgende Darstellung erfolgt auf der Annahme eines inkompressiblen Fluids konstanter Viskosität, ohne den Einfluss äußerer Kräfte<sup>4</sup>. Die Ausdrücke der Form 2.7 werden in die Kontinuitätsgleichung und Impulserhaltungsgleichung eingesetzt und anschließend zeitlich gemittelt. Es ergeben sich die Reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen 2.8 und 2.9.

Die Kontinuitätsgleichung verändert sich in ihrer Form nicht und gilt in gleicher Weise für die gemittelten Strömungsgeschwindigkeiten, wie für die Ausgangsgeschwindigkeiten (Gleichung 2.8).

$$\nabla \cdot \overline{\vec{u}} = 0 \tag{2.8}$$

Die Impulserhaltung behält ebenfalls ihre grundsätzliche Form, wird jedoch um die Divergenz eines weiteren Schubspannungstensors  $\nabla \cdot \tau^{turbulent}$  erweitert.

$$\frac{\partial \overline{\vec{u}}}{\partial t} + \overline{\vec{u}} \cdot \nabla \overline{\vec{u}} = -\frac{1}{\rho} \nabla \overline{p} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \overline{\tau^{viskos}} - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \overline{\tau^{turbulent}}$$
 (2.9)

Dieser Tensor wird als Reynolds'scher Spannungstensor bezeichnet und hat seinen Ursprung in der Tatsache, dass zwar die zeitliche Mittelung über einer Fluktuationsgröße *Null* entspricht, dies aber für das Produkt zweier Fluktuationsgrößen nicht zutrifft. Er nimmt die folgende Form an:

$$\overline{\tau^{turbulent}} = -\varrho \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix}$$

Ein Matrixeintrag  $-\varrho \overline{u'u'}$  wird als Reynoldsspannung bezeichnet, und es gilt  $-\varrho \overline{u'v'} = -\varrho \overline{v'u'}$ . Die Divergenz des Reynolds'schen Spannungstensors wirkt wie eine zusätzliche Kraft und es "scheint" daher, dass es zu einer Erhöhung der Viskosität kommt. Daher werden Reynoldsspannungen auch als Scheinspannungen bezeichnet. Wird die Spur der Matrix aufsummiert und halbiert,

$$k = \frac{\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}}{2} \tag{2.10}$$

findet sich die spezifische turbulente kinetische Energie $^5$  k. Diese kann als Maß für die Intensität der Turbulenz in der Strömung herangezogen werden.

In der Reynolds'schen Schubspannungsmatrix liegen nun sechs unbestimmte Reynoldsspannungen vor, die zusammen mit dem gemittelten Druck und Geschwindigkeiten  $(\overline{p}, \overline{u}, \overline{v}, \overline{w})$  zehn Unbekannte bilden, für welche lediglich vier Gleichungen 2.8 und 2.9 zur Verfügung stehen. Man spricht vom Schließungsproblem der Turbulenz.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Die notwendige Algebra wird dabei minimiert, während Kernaussagen ersichtlich bleiben [20].

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Beschreibt die gemittelte kinetische Energie des Vektors der Geschwindigkeitsschwankung.

#### 2.2.2 Wirbelviskositätsansatz von Boussinesq

Die Lösung des Schließungsproblems erfolgt über das Einführen weiterer Erhaltungs- und Bestimmungsgleichungen zur Beschreibung der hergeleiteten Reynoldsspannungen. Die Tabelle 2.1 gibt eine Übersicht über bekannte RANS-Modelle und die Anzahl der jeweils zusätzlich eingeführten Gleichungen an:

| Anzahl einzuführender Gleichungen | Turbulenzmodell        |
|-----------------------------------|------------------------|
| Null                              | Mixin lenght model     |
| Eins                              | Spalart-Allmaras model |
| Zwei                              | $k$ - $\epsilon$       |
|                                   | $k	ext{-}\omega$       |
| Sieben                            | Reynolds stress model  |

Tabelle 2.1: Aufführung gängiger RANS-Turbulenzmodelle [20]

Das angegebene Reynolds stress model (RSM) führt für jede Reynoldspannung eine eigene Erhaltungsgleichung ein. Der Vorteil ist, dass durch die direkte Modellierung auch anisotrope Turbulenz wiedergegeben werden kann. Die Handhabung der Gleichungen, sowie der benötigte Berechnungszeitraum und Speicherplatz sind jedoch sehr hoch, weshalb das RS-Modell nur selten in industriellen Problemstellungen zur Anwendung kommt.

Die restlichen Modelle in Tabelle 2.1 basieren auf dem Wirbelviskositätsansatz von Boussinesq. Dieser hat laut *Kuhlmann* [11] bereits 1877 vorgeschlagen, die Reynoldsschubspannungen in Anlehnung an den Stokes'schen Reibungsansatz zu modellieren. Nach diesem verhalten sich Schubspannungen proportional zu den vorliegenden Verzerrungen. Der Reynolds'sche Spannungstensor nimmt dann eine zum Schubspannungstensor (Gleichung 2.3) ähnliche Form an:

$$-\varrho \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} = \mu_t \begin{bmatrix} 2\frac{\partial\overline{u}}{\partial x} & \frac{\partial\overline{v}}{\partial x} + \frac{\partial\overline{u}}{\partial y} & \frac{\partial\overline{w}}{\partial x} + \frac{\partial\overline{u}}{\partial z} \\ \frac{\partial\overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial\overline{v}}{\partial x} & 2\frac{\partial\overline{v}}{\partial y} & \frac{\partial\overline{w}}{\partial y} + \frac{\partial\overline{v}}{\partial z} \\ \frac{\partial\overline{u}}{\partial z} + \frac{\partial\overline{w}}{\partial x} & \frac{\partial\overline{v}}{\partial z} + \frac{\partial\overline{w}}{\partial y} & 2\frac{\partial\overline{w}}{\partial z} \end{bmatrix} - \frac{2}{3}\varrho k \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.11)

Der erste Term des Tensors 2.11 gleicht dem des Schubspannungstensors 2.3 mit dem Unterschied, dass nicht die dynamische Viskosität  $\mu$  sondern die Wirbelviskosität<sup>6</sup>  $\mu_t$  zur Beschreibung der Schubspannungen verwendet wird. Alleine reicht dieser Term jedoch nicht aus um die Reynoldsspannungen richtig abzubilden. Die Spur des Reynolds'schen Spannungstensors beinhaltet nach Gleichung 2.10 die doppelte spezifische turbulente kinetische Energie 2k. Die Spur des ersten Terms ergibt aufgrund der Kontinuitätsgleichung jedoch Null. Deshalb wird über den zweiten Teil von 2.11 sichergestellt, dass die Spur des Gesamttensors  $-2\varrho k$  ausmacht. Bei diesem Vorgehen wird gleichzeitig vorausgesetzt, dass die Turbulenz isotrop<sup>7</sup> ist. Diese Annahme trifft bei realen Strömungen nicht zu und offenbart so eine deutliche Schwäche der Wirbelviskositätsmodelle gegenüber den RS-Modellen. Für den inkompressiblen Fall können die Reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen mit Wirbelviskositätsansatz in kompakter Form angeschrieben wer-

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Daher rührt auch der Name des Modellierungsansatzes.

 $<sup>^{7}-\</sup>rho \overline{u'u'} = -\rho \overline{v'v'} = -\rho \overline{w'w'}$ 

den:

$$\frac{\partial \overline{\vec{u}}}{\partial t} + \overline{\vec{u}} \cdot \nabla \overline{\vec{u}} = -\frac{1}{\varrho} \nabla \left( \overline{p} + \frac{2}{3} \varrho k \right) + \frac{1}{\varrho} \nabla \cdot \overline{\tau^{Gesamt}}$$
 (2.12)

Der angegebene gesamte Schubspannungstensor lässt sich durch Einführen der gemittelten Verzerrungsmatrix  $\overline{S}$  verkürzt abbilden.

$$\overline{\tau^{Gesamt}} = (\mu + \mu_t) \begin{bmatrix}
2\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} & \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} & \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \\
\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} & 2\frac{\partial \overline{v}}{\partial y} & \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} \\
\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} & \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} & 2\frac{\partial \overline{w}}{\partial z}
\end{bmatrix} = (\mu + \mu_t) 2\overline{S}$$

Wird Gleichung 2.11 betrachtet, so sind die sechs unbekannten Reynoldsspannungen auf die unbekannte Wirbelviskosität  $\mu_t$  und die turbulente kinetische Energie k reduziert worden. Wie diese letztlich berechnet werden, hängt vom verwendeten Modell ab (Tabelle 2.1).

Die Notwendigkeit der Modellierung der Reynoldsspannungen, beruht auf der Reynoldsmittelung der Impulserhaltungsgleichung 2.2. Eine Reynoldsgemittelte allgemeine Transportgleichung laut Gleichung 2.6 wird genau wie die Impulserhaltung Fluktuationsterme der Form  $-\rho \overline{u'\phi'}, -\rho \overline{v'\phi'}, -\rho \overline{w'\phi'}$  erzeugen. Diese lassen sich, in Analogie zum Wirbelviskositätsansatz, über eine turbulente Diffusivität und den Gradienten des Mittelwertes der betrachteten Transportgröße modellieren, siehe dazu Versteeg [20].

$$-\rho \overline{u'\phi'} = \Gamma_t \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x} \tag{2.13}$$

Da der turbulente Transport von z.B. Wärme oder Masse dem gleichen Mechanismus unterliegt wie der Transport von Impuls, dem Ausmischen von Wirbeln, wird oft die Annahme getroffen, dass

$$\Gamma_t \approx \mu_t$$

gilt. Dieser Zusammenhang ist als Reynoldsanalogie bekannt [20].

Im Folgenden wird ein auch im industriellen Gebrauch gängiger Ansatz zur Modellierung von Wirbelviskosität und turbulenter kinetischer Energie vorgestellt, das sogenannte  $k - \epsilon$  Modell.

#### 2.2.3 k- $\epsilon$ Modell

Das k- $\epsilon$  Modell wurde erstmals 1974 von Launder und Spalding eingeführt [20]. Es stellt ein Zweigleichungsmodell dar und führt zwei Gleichungen zur Berechnung von  $\mu_t$  und k ein. Der grundlegende Gedanke ist, dass Turbulenz als eine Transportgröße angesehen wird. Sie wird durch das System transportiert und kann in diesem dissipiert werden. Im Laufe der Zeit wurde das k- $\epsilon$  Modell durch unterschiedliche Modifikationen ergänzt und angepasst.

#### Standard k- $\epsilon$ Modell

Ziel war es, die Dynamik der Turbulenz bei der Bestimmung der Wirbelviskosität einzubinden. Der Ansatz zur Beschreibung der Wirbelviskosität lautet:

$$\mu_t = \varrho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \tag{2.14}$$

wobei  $C_{\mu}$  eine dimensionslose Konstante darstellt. Desweiteren taucht die turbulente kinetische Energie k auf, für die eine Transportgleichung eingeführt wird:

$$\frac{\partial \varrho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho k \overline{\vec{u}}) = \nabla \cdot (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k) + 2\mu_t \overline{S} \cdot \overline{S} - \varrho \epsilon \tag{2.15}$$

Neben den bekannten Termen von konvektivem und diffusivem Transport stellt

$$2\mu_t \overline{S} \cdot \overline{S}$$

die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie dar<sup>8</sup>. Sie beschreibt die Umwandlung von mittlerer kinetischer Energie in turbulente kinetische Energie. Der Folgeterm

$$-\rho\epsilon$$

bildet die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie ab. Dabei steht  $\epsilon$  für die spezifische turbulente Dissipationsrate, welche über

$$\epsilon = 2\nu \overline{s' \cdot s'} \tag{2.16}$$

berechnet wird<sup>9</sup>. Sie gibt die aufgrund von Viskositätseinflüssen vorliegende Umwandlungsrate von turbulenter kinetischer Energie in Wärme an. Für die Dissipationsrate wird eine zweite Transportgleichung gleicher Struktur eingeführt.

$$\frac{\partial \varrho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \epsilon \overline{\vec{u}}) = \nabla \cdot (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t \overline{S} \cdot \overline{S} - C_{2\epsilon} \varrho \frac{\epsilon^2}{k}$$
(2.17)

Ein Vergleich der beiden Produktionsterme in 2.15 und 2.17 zeigt, dass die Produktion der Dissipationsrate proportional zur Produktion der turbulenten kinetischen Energie ist. Was wiederum bedeutet, dass die Dissipation turbulenter kinetischer Energie dort groß wird, wo ihre Produktion groß ist.

Die Gleichungen 2.14, 2.15 und 2.17 liefern drei Gleichungen zur Schließung der RANS-Gleichungen mit Wirbelviskositätsansatz. Die auftretenden Modellkonstanten wurden empirisch ermittelt und werden in Tabelle 2.2 aufgeführt:

**Tabelle 2.2:** Standard Parameter für das k- $\epsilon$  Modell [20]

| _ | $C_{\mu}$ | $\sigma_k$ | $\sigma_\epsilon$ | $C_{1\epsilon}$ | $C_{2\epsilon}$ |
|---|-----------|------------|-------------------|-----------------|-----------------|
| ( | 0,09      | 1,00       | 1,30              | 1,44            | 1,92            |

#### Realisable k- $\epsilon$ Modell

Für Strömungen, die sich weit weg von etwaigen Berandungen befinden und für die eine vollkommen ausgebildete Turbulenz vorliegt, kann diese als isotrop angesehen werden Kuhlmann [11]. Hier liefert das Standard k- $\epsilon$  Modell gute Übereinstimmungen mit experimentell gewonnen Daten. In anderen Fällen hat das Modell Schwierigkeiten die Strömung realitätsgetreu abzubilden.

 $<sup>^8\</sup>overline{S}\cdot\overline{S}=S_{11}S_{11}+S_{12}S_{12}+S_{13}S_{13}+...+S_{32}S_{32}+S_{33}S_{33}$  (Frobenius Skalar produkt der gemittelten Verzerrungsmatrizen)

 $<sup>^9</sup>s'$  beschreibt die Verzerrungstensor der Geschwindigkeitsfluktuationen mit z.B.  $s'_{11}=2\frac{\partial u'}{\partial x}$ 

Als Beispiel führt Willinger [22] die sogenannte **Staupunktsanomalie** an.

Für eine Normalkomponente des Reynolds'schen Spannungstensors gilt:

$$\overline{u'u'} > 0$$

Mit dem Ausdruck der turbulenten kinetischen Energie ergibt sich so die "Realisability-Bedingung" 10:

$$\overline{u'u'} = 2k - \underbrace{\overline{v'v'} + \overline{w'w'}}_{\geq 0} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{0 \leq \overline{u'u'} \leq 2k}_{Realisability}$$
(2.18)

Die betrachtete Normalkomponente berechnet sich laut Wirbelviskositätsansatz zu:

$$-\varrho \overline{u'u'} = 2\mu_t \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} - \varrho \frac{2}{3}k \tag{2.19}$$

Anhand dieser Gleichung ist ersichtlich, dass es für sehr starke Beschleunigung oder Verzögerung zu einer Verletzung der Realisability-Bedingung 2.18 kommen kann.

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} \gg 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{u'u'} < 0$$

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} \ll 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{u'u'} > 2k$$

Für eine stark verzögerte Strömung nimmt die turbulente Normalschubspannung daher einen irreal hohen Wert an. Wird die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie betrachtet 2.15 ergibt sich in diesem Fall eine Überproduktion selbiger. Dies wird als Staupunktsanomalie bezeichnet, da dieser Effekt besonders stark im Staupunkt von Profilumströmungen zu tragen kommt [22].

Um unter anderem dieser Problematik Herr zu werden, wurde das **Realisable** k- $\epsilon$  **Modell** entwickelt. Wird die Definition der Wirbelviskosität 2.14 in Gleichung 2.19 eingesetzt,

$$\overline{u'u'} = -2C_{\mu}\frac{k^2}{\epsilon}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{2}{3}k$$

wird ersichtlich, dass mit einem der Hauptströmungsgeschwindigkeit angepassten, variablen Term  $C_{\mu}$  der Staupunktsanomalie entgegengewirkt werden kann. Er wird folgendermaßen definiert:

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\epsilon}}$$

Hier sind  $A_0$  und  $A_s$  Modellkonstanten und  $U^*$  eine den mittleren Verzerrungstensor beinhaltender Term, welcher die Änderung der mittleren Hauptströmungsgeschwindigkeiten<sup>11</sup> einfließen lässt. Die genaue Beschreibung findet sich im *Fluent User's Guide* [7].

Desweiteren wird eine veränderte Erhaltungsgleichung für die Dissipationsrate angesetzt:

$$\frac{\partial \varrho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \epsilon \overline{\vec{u}}) = \nabla \cdot (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon) + \varrho C_1 S \epsilon - \varrho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}}$$
 (2.20)

 $<sup>\</sup>overline{^{10}}$ Lässt sich äquivalent auch für  $\overline{v'v'}$  und  $\overline{w'w'}$  angeben.

 $<sup>^{11}</sup>$   $U^{st}$  beinhaltet weitere Terme um ebenfalls den Einfluss einer Systemrotation zu erfassen

Mit den Zusammenhängen:

$$C_1 = \max \left[ 0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\epsilon}, \quad S = \sqrt{2\overline{S} \cdot \overline{S}}$$

Der Vorteil dieser Modellierung ist, dass der Dissipationsterm im Vergleich zum Standard k- $\epsilon$  Modell keine Singularität aufweist. Auch wenn k sehr klein oder gegen Null geht verschwindet der Nenner nicht. Der Produktionsterm beinhaltet im Vergleich diesmal nicht den Produktionsterm der kinetischen Energie  $2\mu_t \overline{S} \cdot \overline{S}$ , (vgl. Gleichung 2.15, 2.17 und 2.20), was in einer schwächeren Kopplung von  $\epsilon$  und k resultiert. Die Modellkonstanten werden in Tabelle 2.3 aufgeführt:

**Tabelle 2.3:** Standard Parameter für das Realisable k- $\epsilon$  Modell [7]

| $C_2$ | $\sigma_k$ | $\sigma_\epsilon$ |
|-------|------------|-------------------|
| 1,90  | 1,00       | 1,20              |

Das Realisable k- $\epsilon$  Modell wurde für eine breites Spektrum von Strömungsformen validiert, wo es deutlich bessere Ergebnisse liefert als das Standard k- $\epsilon$  Modell. Als Beispiel sind Kanal- und Grenzschichtströmungen, sowie rotierende Scherströmungen und Strömungen mit Ablösung zu nennen [7].

#### 2.3 Körpernahe Strömungen

Für reibungsbehaftete Umströmungen von Körpern kommt es zu einem Stillstand der Strömung an der Körperoberfläche (Haftbedingung). Der Anstieg der Strömungsgeschwindigkeit auf den Wert der ungestörten Außenströmung findet in der sogenannten Grenzschicht statt. Die Dicke der Grenzschicht nimmt dabei über den Körper hinweg zu. Bei geringen Strömungsgeschwindkeiten (kleine Reynoldszahlen) weist sie ein laminares Verhalten auf, die Strömung folgt dort also der Hauptströmungsrichtung und die Reibungskräfte in den einzelnen Strömungsschichten werden durch die Viskosität bestimmt. Bei hohen Reynoldszahlen kommt es zu einem Umschlag der laminaren in eine turbulente Grenzschicht. In Wandnähe sind die Strömungsgeschwindigkeiten noch gering, sodass die durch Fluktuationen entstehenden Reynoldsspannungen vernachlässigbar sind. Die wirkenden Reibungskräfte im Fluid werden dort durch die Viskosität bestimmt, weshalb dieser Bereich als viskose Unterschicht bezeichnet wird. Mit zunehmender Entfernung von der Wand nimmt die Geschwindigkeit sowie ihre turbulente Geschwindigkeitsfluktuation zu. Der Anteil viskoser Effekte an den wirkenden Reibungskräften kann dann vernachlässigt werden, da diese überwiegend auf die Reynoldsspannungen zurückzuführen sind. Dieser Teil der Grenzschicht wird als turbulente Reibungsschicht bezeichnet.

Unter gewissen Voraussetzungen ergeben sich aus den Grundgleichungen 2.1-2.2 die Grenzschichtgleichungen zur Beschreibung von zwei dimensionalen Grenzschichtströmungen 2.21 - 2.24 (siehe Kuhlmann [12] oder Siekmann [17]).

$$\frac{\partial \varrho u}{\partial x} + \frac{\partial \varrho v}{\partial y} = 0 \tag{2.21}$$

$$\varrho\left(u\frac{\partial\varrho u}{\partial x} + v\frac{\partial\varrho u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\tau_{xy}\right) \tag{2.22}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} \Longrightarrow p = p(x) \tag{2.23}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \varrho u_{\infty} \frac{\partial u_{\infty}}{\partial x} \tag{2.24}$$

Die Terme 2.23 und 2.24 geben an, dass die Druckentwicklung in der Grenzschichtströmung nur von der ungestörten Außenströmung  $u_{\infty}(x)$  abhängt und von dieser aufgeprägt wird. Karman hat (1921) die Bewegungsgleichung 2.22 umstrukturiert und eine alternative Form des Impulssatzes für Grenzschichten angegeben.

$$\frac{\partial \delta_2}{\partial x} + \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial u_\infty}{\partial x} \delta_2(2 + H) = \frac{\tau_w}{2\varrho u_\infty^2}$$
 (2.25)

Gleichung 2.25 gilt sowohl für laminare als auch für turbulente Grenzschichtströmungen<sup>12</sup>. Die Formulierung liefert den Vorteil, dass ohne Lösung der Grenzschichtgleichungen 2.21 - 2.24 wichtige Kenngrößen abgeschätzt werden können [12].

#### 2.3.1 Charakteristische Größen der Grenzschicht

In Schlichting werden grundlegende Eigenschaften von Grenzschichten anhand der ebenen Platte beschrieben. So gilt sowohl für laminare als auch für turbulente Grenzschichten, dass diese in Richtung der Strömung anwachsen. Die an der Wand verursachten Wandschubspannungen verhalten sich umgekehrt proportional zum Anstieg der Grenzschichtdicke und nehmen entlang des Körpers ab. Für hohe Reynoldszahlen fallen die Grenzschichten im Vergleich dünn aus, was von größeren Wandschubspannungen begleitet wird. Die Größe der sich ausbildenden Grenzschicht kann über verschiedene Ansätze beschrieben werden. Wird eine reibungsbehaftete Strömung mit ungestörter Außenströmungsgeschwindigkeit  $u_{\infty}$  mit einer Potentialströmung gleicher Geschwindigkeit  $u_{\infty}$  verglichen, lassen sich folgende für die Grenzschicht charakteristische Größen angeben [17].

#### 99%-Dicke $\delta_{99}$

Die 99%-Dicke gibt den Abstand zur Wand an, an dem die Geschwindigkeit der Grenzschichtströmung zu 99% den Wert der ungestörten Außenströmung erreicht hat. Für eine ebene Platte bei laminarer Strömung gilt:

$$\delta_{99}(x) = 5.0\sqrt{\frac{\nu x}{u_{\infty}}}\tag{2.26}$$

#### Verdrängungsdicke $\delta_1$

Das Geschwindigkeitsdefizit in der Grenzschicht  $u_{\infty} - u(y)$  resultiert in einem verminderten Massenstrom. Die Verdrängungsdicke gibt an, um welche Dicke die Potentialströmung verdrängt werden muss, damit sie die gleiche Masse transportiert, wie die reibungsbehaftete Strömung.

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left( 1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy \tag{2.27}$$

u ist dann durch  $\overline{u}$  zu ersetzen

#### Impulsverlustdicke $\delta_2$

Bei gleichem Massenstrom resultiert das Geschwindigkeitsdefizit in der Grenzschicht  $u_{\infty} - u(y)$  ebenfalls in einem verminderten Impulsstrom. Die Impulsverlustdicke gibt an, welche Dicke eine Potentialströmung annimmt, wenn sie das Impulsstromdefizit zwischen Potentialströmung und Grenzschichtströmung transportiert:

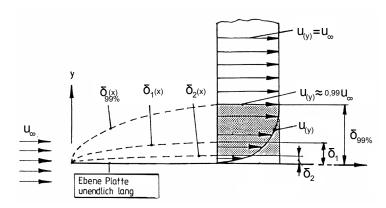
$$\delta_2 = \int_0^\infty \frac{u}{u_\infty} \left( 1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy \tag{2.28}$$

#### Formparamter H

Der Formparameter verknüpft Verdrängungs- und Impulsverlustdicke. Er dient zur Charakterisierung der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht:

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2} \tag{2.29}$$

In Abbildung 2.2 sind die drei definierten Grenzschichtdicken und ihre Größenverhältnisse skizziert.



**Abbildung 2.2:** Geschwindigkeitsprofil reibungsbehafteter Strömungen mit Kennzeichnung der Grenzschichtdicken [17]

#### 2.3.2 Wandfunktionen

Das in Abschnitt 2.2.3 vorgestellte k- $\epsilon$  Modell besitzt nur im Bereich der vollturbulenten Strömung Gültigkeit. Um die Strömung in den Grenzschichten zu berechnen, greift es auf die Methode der Wandfunktionen zurück. Dazu wird aus dem Kerngebiet der Strömung die Schubspannung in einem festgelegten Abstand zur Wand berechnet und dort als Wandschubspannung aufgeprägt. Aus dieser berechnet sich mit einem passenden Zusammenhang die Geschwindigkeitsverteilung der Strömung bis an die Wand. Im Folgenden werden die Wandfunktionen kurz erläutert.

Das Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschichtströmung lässt sich basierend auf der Analyse von Couette-Strömungen über eine universelle Geschwindigkeitsverteilung beschreiben [16]. Es wird vorausgesetzt, dass die Schubspannung innerhalb der Grenzschicht konstant ist. Sie berechnet sich aus einem viskosen sowie einem turbulenten Anteil:

$$\tau(y) = \tau_v + \tau_t = \tau_w = const.$$

Auf Basis dieser Annahme wird die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{\tau}$  definiert:

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{2.30}$$

Sie ist die charakteristische Größe für turbulente Strömungen mit vorgegebener Wandschubspannung  $\tau_w$ . Mit ihr werden der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  und die dimensionslose Geschwindigkeit  $u^+$  definiert:

$$y^{+} = \frac{yu_{\tau}}{\nu} \qquad u^{+} = \frac{u}{u_{\tau}}$$
 (2.31)

Der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  kann als Reynoldszahl interpretiert werden, die aus Schubspannungsgeschwindigkeit und dem Normalabstand zur Wand gebildet wird. Ziel ist es einen funktionellen Zusammenhang zwischen  $y^+$  und  $u^+$  herzustellen, sodass bei aufgeprägter Wandschubspannung auf die Geschwindigkeitsverteilung u(y) umgerechnet werden kann. Ein Zusammenhang dieser Art wird als **Wandfunktion** bezeichnet. Diese muss für die unterschiedlichen Bereiche der Grenzschicht gesondert angegeben werden.

#### Laminare (viskose) Unterschicht

Ausgehend von den Verhältnissen direkt an der Wand (y=0,u=v=0) haben die Reynoldsspannungen keinen Einfluss auf die Schubspannung, da  $\overline{u'v'}=\overline{v'u'}=0$  gilt. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Nähe der Wand wird dann allein von der aufgebrachten Wandschubspannung bestimmt. Nach Integration findet sich der lineare Zusammenhang:

$$\tau_w = \mu \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \stackrel{u(y=0)=0}{\longrightarrow} u(y) = \frac{\tau_w}{\mu} y$$

Mit den dimensionslosen Kennzahlen ergibt sich das Prandtl'sche Wandgesetz:

$$u^{+} = y^{+} \tag{2.32}$$

Diese Wandfunktion beschreibt den Geschwindigkeitsverlauf in der laminaren Unterschicht. Sie ist universell und gilt in allen turbulenten Grenzschichtströmungen [16].

#### Übergangsschicht

Der Übergang von laminarer Unterschicht zu voll turbulenter Reibungsschicht erfolgt schleichend. In diesem Bereich wirken sowohl turbulente als auch viskose Schubspannungen und der Zusammenhang  $u^+(y^+)$  erweist sich als äußerst komplex. In Schlichting [16] wird ein Zusammenhang angegeben, der diesen Bereich treffend beschreibt. Aufgrund seiner Länge und komplexen Form wird auf eine explizite Aufführung des selbigen verzichtet.

#### Überlappungsbereich

Mit genügend Abstand zur Wand wird der Bereich der vollturbulenten Reibungsschicht erreicht. In diesem Bereich gilt, dass die turbulenten Spannungen die viskosen Schubspannungen deutlich übersteigen, sodass

$$\mu \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \ll \varrho \overline{(u'v')}$$

gilt. Eine Dimensionsanalyse liefert das logarithmische Überlappungsgesetz nach Gleichung 2.33 [16]. Es beschreibt den Verlauf von  $u^+(y^+)$ , wenn  $y^+$  gegen  $\infty$  strebt, also den Bereich von

vollturbulenter Reibungsschicht bis an die Grenzen der Grenzschicht. Die enthaltenen Konstanten werden empirisch ermittelt, wobei  $\kappa = 0,41$  die Karman Konstante darstellt und  $C^+ = 5,0$  für eine hydraulisch glatte Wand gilt:

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^{+}) + C^{+} \tag{2.33}$$

In Abbildung 2.3 ist der universelle Geschwindigkeitsverlauf im Vergleich mit Messwerten dargestellt [16]. Die Wandfunktionen für die laminare Unterschicht und den Überlappungsbereich stimmen beide in einem gewissen Gültigkeitsbereich gut mit den Messergebnissen überein. Die erwähnte Beziehung für den Übergangsbereich verbindet diese Bereiche mit einer sehr gut passenden Approximation. Die Tabelle 2.4 gibt die jeweiligen Gültigkeitsbereiche an:

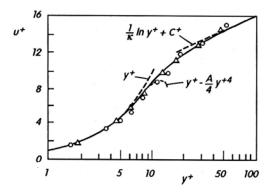


Abbildung 2.3: Universelle Geschwindigkeitsverteilung [16]

**Tabelle 2.4:** Unterscheidung der Grenzschichtbereiche und zugehörige Wandfunktionen nach Schlichting [16]

| Grenzschichtbereich  | Gültigkeit  | Wandfunktion   |
|--|---|--|
| viskose Unterschicht<br>Übergangbereich<br>Überlappungsbereich | $0 < y^{+} < 5$<br>$5 < y^{+} < 70$<br>$70 < y^{+}$ | $u^{+} = y^{+}$ siehe [16] $u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^{+}) + C^{+}$ |

Mit Bezug auf die gemachten Aussagen zur Wandbehandlung im k- $\epsilon$  Modell kann anhand Tabelle 2.4 auf die nötige Netzgestaltung für das k- $\epsilon$  Modell geschlossen werden. Im optimalen Fall muss die Zelle direkt an der Wand so groß gestaltet werden, dass das k- $\epsilon$  Modell gerade noch Gültigkeit besitzt, also  $y^+ > 70$  gilt. Die dort berechnete Schubspannung prägt dann dem restlichen Geschwindigkeitsverlauf die Wandfunktionen auf. Da die Strömung in der viskosen Unterschicht nicht direkt berechnet werden muss, wird die Berechnungszeit stark verkürzt. Der Nachteil dieser Art der Wandbehandlung ist, dass das Gitter möglicherweise so grob gestaltet werden muss, dass der Einfluss kleiner Geometrie oder etwaige Ablösungen (Abschnitt 2.3.3) nicht berücksichtigt werden können. Fluent bietet deshalb die Möglichkeit der erweiterten Wandbehandlung.

#### Erweiterte Wandbehandlung

Die erweiterte Wandbehandlung (Enhanced Wall Treatment) kombiniert den klassischen Zweischichtenansatz mit **erweiterten Wandfunktionen**. Wenn die Netzauflösung in Wandbereichen fein genug ist um die viskose Unterschicht aufzulösen ( $y^+ < 2$ ), entspricht die erweiterte Wandbehandlung dem Zweischichtenansatz und die Strömung wird direkt berechnet. Liegt der Wandabstand aber im Bereich des logarithmischen Gesetzes ( $y^+ > 15$ ), wird die Grenzschicht über passende Wandfunktionen wiedergegeben. Somit ist es möglich, das k- $\epsilon$  Modell auch bei Netzen mit voller Wandauflösung anzuwenden. Details zur Theorie und Implementierung dieses Modells sind im Fluent User's Guide [7].

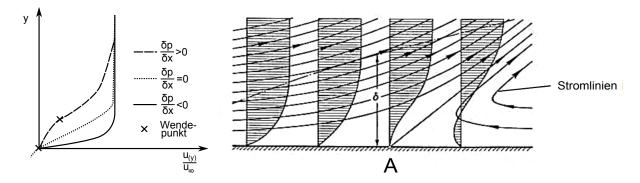
#### 2.3.3 Druckinduzierte Ablösung

An dieser Stelle soll ein immer wieder auftretendes Problem der Strömungsmechanik angesprochen werden, die Grenzschichtablösung [12].

Ausgehend von der zweidimensionalen Bewegungsgleichung für inkompressible, stationäre Fluide (Gleichung 2.22) folgt für die wandnahe Strömung

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{y=0} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=0}, \tag{2.34}$$

da  $|u| \ll 1$ ,  $|v| \ll 1$  gilt und die nichtlinearen Terme quadratisch klein werden. Die Schubspannung wird über die Beziehung für Newtonsche Fluide berechnet. Die Gleichung 2.34 gibt Auskunft über die Form der Geschwindigkeitsverteilung in der Nähe der betrachteten Wand.



**Abbildung 2.4:** Prinzip der Grenzschichtablösung [16]

Allgemein muss der Verlauf der Geschwindigkeitsverteilung, ausgehend von der ungestörten Strömung, eine Rechtskrümmung aufweisen (Abbildung 2.4-1). Der Druckgradient gibt dann über Gleichung 2.34 die Krümmung direkt an der Wand vor. Für eine Plattengrenzschicht  $\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{y=0}=0$  weist die Kontur an der Wand einen Wendepunkt auf. Im Allgemeinen wird der durch die Außenströmung aufgebrachte Druck jedoch mit der x-Koordinate variieren. Für einen negativen Druckgradienten  $\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{y=0}<0$  bleibt die Rechtskrümmung der Geschwindigkeitsverteilung bis zur Wand hin erhalten. Ein positiver Gradient hingegen  $\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{y=0}>0$ , erzeugt an der Wand einen linksgekrümmten Kurvenverlauf, welcher einen Wendepunkt im Übergang von ungestörter Geschwindigkeit bis zur Wandgeschwindigkeit erzeugt. In Abbildung 2.4-r ist die Änderung der

Geschwindigkeitsprofile in x-Richtung bei positivem Druckgradienten  $\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{y=0} > 0$  skizziert. Im Punkt A kann die Strömung in der Grenzschicht den durch die Druckerhöhung in der Außenströmung aufgeprägten Druck nicht mehr überwinden und kommt zum Stillstand. Dies resultiert stromabwärts in einem Rückstromgebiet. Die Stromlinien folgen nicht mehr der Wand, sondern lösen im Punkt A von dieser ab. Charakterisierend für den Ablösepunkt A ist die senkrechte Tangente an das Geschwindigkeitsprofil:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

Diese setzt als Basis für die Ablösung einen linksgekrümmten Verlauf der Geschwindigkeitsverteilung und somit einen positiven Druckgradienten voraus. Dieser geht bekanntlich mit der Verzögerung der Strömung einher, weshalb besonders im Verdichter- und Diffusordesign auf Strömungsablösung zu achten ist. Der Druckgradient muss dabei möglichst gering gehalten werden, was bei einem Diffusor z.B. zu langen Diffusoren mit geringem Öffnungswinkel führt. Als Indikator für auftretende Ablösung kann die verschwindende Wandschubspannung

$$\tau_w = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \tag{2.35}$$

herangezogen werden.

#### 2.4 Diskretisierung

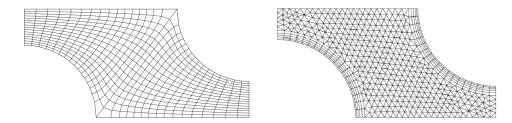
Die vorgestellten Differentialgleichungen (RANS-Gleichungen) zur Beschreibung turbulenter Strömungen bilden ein gekoppeltes, nichtlineares Differentialgleichungssystem, dessen analytische Lösung unmöglich ist. Dies legt die Verwendung numerischer Berechnungsmethoden nah. Die in den Diffusions- und Konvektionstermen enthaltenden Gradienten werden über passende Ausdrücke approximiert und punktweise diskret ausgewertet. Im Folgenden wird das grundsätzliche Vorgehen beschrieben.

#### 2.4.1 Netzgestaltung

Die Berechnung der gesuchten Variablen erfolgt in diskreten Punkten. Dazu wird das zu untersuchende Strömungsgebiet in eine große, aber endliche Anzahl von Teilgebieten unterteilt. Die Unterteilung dieses numerischen Gitters kann auf unterschiedliche Art und Weise erfolgen und muss problemspezifisch durchgeführt werden. In Ferziger [8] werden die folgenden Berechnungsgitter aufgeführt.

#### Strukturierte Gitter

Strukturierte Gitter besitzen die Eigenschaft, dass sich einzelne Gitterlinien nur einmal kreuzen. Jeder Gitterpunkt ist so durch einen Satz von zwei bzw. drei Indizes definiert und hat vier bzw. sechs Nachbarpunkte. Diese Nachbarschaftsbeziehungen vereinfachen das Programmieren und die Matrix des resultierenden algebraischen Gleichungssystems erhält eine reguläre Struktur. Der Einsatz eines einfachen, strukturierten Gitters beschränkt sich auf Lösungsgebiete einfacher Geometrie. Ein Problem besteht darin, das Netz lokal zu verfeinern ohne in verknüpften Gebieten Ressourcen zu verschwenden. Die Abbildung 2.5-1 zeigt ein strukturiertes Netz zur Berechnung der Strömung durch ein symmetrisches Rohrbündel.



**Abbildung 2.5:** Rohrbündeldurchströmung als Beispiel für strukturiertes (links) und unstrukturiertes Gitter (rechts) [8]

Das Gitter kann ausgehend von der Form der Gitterlinien in H-, O- oder C-Typ Gitter eingeteilt werden. Das in Abbildung 2.5-l dargestellte Gitter weist, abgebildet auf ein Rechteck, eindeutige West-, Ost, Süd- und Nordgrenzen auf (H-Typ). Beim O-Typ Gitter ist ein Satz von Gitterlinien endlos, wie in Abbildung 2.6 im Bereich des Zylinders zu sehen ist. Das C-Typ Gitter wird oft bei der Modellierung von Profilen mit scharfer Hinterkante ausgewählt. Dabei fallen die das Profil einhüllenden Gitterlinien an der Hinterkante zu einer einzelnen Gitterlinie zusammen.

#### Unstrukturierte Gitter

Unstrukturierte Gitter sind sehr flexibel und passen sich dem zu untersuchenden Lösungsraum an. Sie eignen sich daher zur Berechnung komplizierter Geometrien. Die Elemente der Teilgebiete bestehen aus Drei- oder Vierecken bzw. Tetra- oder Hexaedern. Die Erstellung der numerischen Gitter erfolgt automatisch über einen Algorithmus, wobei eine lokale Verfeinerung des Netzes einfach angeordnet werden kann. Die hohe Flexibilität resultiert in Gleichungssystemen ohne Diagonalstruktur, weshalb das Lösen des Gleichungssystems im Allgemeinen mehr Zeit in Anspruch nimmt. Die Abbildung 2.5-r zeigt ein unstrukturiertes Berechnungsnetz für die betrachtete Rohrbündelströmung.

#### Blockstrukturierte Gitter

In blockstrukturierten Gittern wird das Lösungsgebiet in mehrere Ebenen (Blöcke) unterteilt. Jeder Block kann dann als unstrukturiertes oder strukturiertes Netz ausgeführt werden. In jedem Block kann die Netzfeinheit separat vorgegeben werden. Es ist daher möglich in interessanten Bereichen eine feinere Gitterstrukturen zu erzeugen, während in unwichtigen Bereichen gröbere Gitterstrukturen festgelegt werden können.

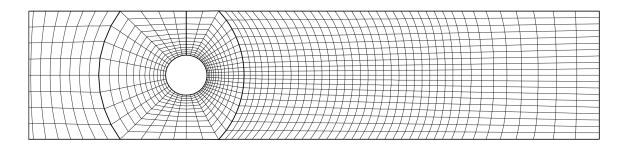


Abbildung 2.6: Zylinderumströmung als Beispiel eines blockstrukturierten Gitters [8]

In Abbildung 2.6 ist ein blockstrukturiertes Berechnungsgitter für eine Zylinderumströmung dargestellt. Deutlich zu sehen ist der Block um den Zylinder, welcher als O-Typ Gitter gestaltet

wurde. An diesen schließen zur Darstellung der Zu- und Abströmung jeweils Blöcke mit H-Typ Gitter an. Der Übergang erfolgt dabei so kontinuierlich, dass eine Unterscheidung der einzelnen Blöcke schwer fällt. Es ist möglich für jeden Block unterschiedliche Gitterfeinheiten zu definieren, sodass auf der gemeinsamen Blockkante unterschiedliche Gitterpunkte entstehen. Bei der Berechnung werden die Werte dann von einem Block auf den anderen interpoliert.

#### 2.4.2 Finite-Volumen-Verfahren

Zur Auswertung der Erhaltungsgleichungen in den diskreten Punkten des erstellten Netzes müssen diese approximiert werden. Es existieren unterschiedliche Ansätze [8], wobei sich bei der numerischen Berechnung von Strömungen das Finite-Volumen-Verfahren (FV-Verfahren) bewährt<sup>13</sup> hat.

Beim FV-Verfahren erfolgt die Berechnung der gesuchten Größen nicht in den durch die Gitterlinien definierten Punkten, sondern für Punkte innerhalb der durch das Gitter gebildeten Teilvolumina (Abbildung 2.7). Für die generelle Vorgehensweise wird die allgemeine Transportgleichung 2.6 in einer stationären Form betrachtet. Diese wird nun über ein betrachtetes Teilvolumen  $V_m$  integriert. Die Anwendung des Gaußschen Integralsatzes ermöglicht dabei die Umformung der Volumen- in Oberflächenintegrale:

$$\int_{V_m} \nabla \cdot (\vec{u} \Phi \varrho) \ dV_m = \int_{V_m} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) \ dV_m + \int_{V_m} S_\phi \ dV_m 
\int_{O_m} \vec{u} \Phi \varrho \cdot \vec{n} \ dO_m = \int_{O_m} \Gamma \nabla \phi \cdot \vec{n} \ dO_m + \int_{V_m} S_\phi \ dV_m$$
(2.36)

Die Summe der Integrale über die Teilvolumina entspricht der Integration über den gesamten Lösungsraum. Die Erhaltungsgleichungen werden daher im gesamten Lösungsraum erfüllt, was ein großer Vorteil des FV-Verfahrens ist. Um eine algebraische Gleichung zur Lösung von Gleichung 2.36 zu erhalten, müssen die auftretenden Volumen- und Oberflächenintegrale approximiert werden. Zur Veranschaulichung wird ein zweidimensionaler Fall betrachtet, wobei vorausgesetzt wird, dass  $\Phi$  in Gleichung 2.36 die einzige Unbekannte ist, das Geschwindigkeitsfeld also als bekannt vorausgesetzt wird.

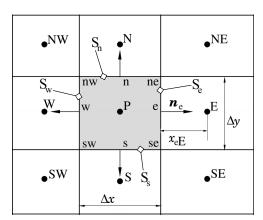


Abbildung 2.7: Zweidimensionales Finite-Volumen-Element mit gebräuchlicher Notation [8]

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Gängige CFD-Software wie ANSYS Fluent basiert auf finiten Volumen.

Nach Abbildung 2.7 lässt sich für das linke Oberflächenintegral<sup>14</sup> schreiben:

$$\int_{S_m} \vec{u} \Phi \varrho \cdot \vec{n} \ dS_m = \sum_k \int_{S_k} \vec{u} \Phi \varrho \cdot \vec{n} dS_k \quad k = n, s, w, e$$
 (2.37)

Wird nun das Integral über die östliche Begrenzungskurve betrachtet  $(S_e)$ , so muss zur Auswertung von Gleichung 2.37  $\Phi$  entlang der Begrenzungskurve bekannt sein. Dies ist jedoch nicht der Fall, weshalb dieser Wert über einen passenden Ansatz aus den Werten in Knotenpunkten interpoliert werden muss. Das gleiche Bild ergibt sich bei der Betrachtung des zweiten Oberflächenintegrals in Beziehung 2.36, wobei leicht zu sehen ist, dass hier die Ableitungen von  $\Phi$  an der Begrenzungskurve interpoliert werden müssen. Es finden sich unterschiedliche Ansätze, für die jedoch auf die Fachliteratur verwiesen wird, z.B. Ferziger [8]. Im Folgenden wird die auch in Fluent verwendete Aufwind-Interpolation aufgeführt.

#### Aufwind-Interpolation 1. Ordnung

Es soll abermals das in Abbildung 2.7 dargestellte Teilvolumen betrachtet werden. Ziel soll es sein, den Wert  $\Phi_e$  zu interpolieren um eine Auswertung von Gleichung 2.37 für das Kurvenintegral über  $S_e$  zu ermöglichen. Die Aufwind-Interpolation, oder "upwind differencing scheme" hat den folgenden Ansatz:

$$\Phi_e = \begin{cases}
\Phi_E & \text{für } (\vec{u} \cdot \vec{n})_e > 0 \\
\Phi_P & \text{für } (\vec{u} \cdot \vec{n})_e < 0
\end{cases}$$
(2.38)

Die Erhaltungsvariable  $\Phi$  zwischen zwei benachbarten Teilvolumina nimmt immer den Wert des Punktes im stromaufwärts gelegenen Teilvolumen an. Durch Taylorreihenentwicklung von  $\Phi_e$  in P ergibt sich sofort, dass es sich um ein Verfahren erster Ordnung handelt:

$$\Phi_e = \Phi_P + (x_e - x_P) \underbrace{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_P}_{\nabla \Phi} + \frac{(x_e - x_P)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 x}\right)_P + H$$
 (2.39)

Der größte Fehlerterm nimmt die Form eines Diffusionsterms an und wird als numerische Diffusion bezeichnet. Der Fehler nimmt bei Strömungen schräg zum Berechnungsnetz zu. Eine genaue Lösung wird nur auf sehr feinem Berechnungsnetz erreicht.

#### Aufwind-Interpolation 2. Ordnung

Das Aufwind-Verfahren zweiter Ordnung nimmt zur Interpolation noch den Gradienten im stromaufwärts liegenden Punkt hinzu. Für den betrachteten zweidimensionalen Fall, mit  $(\vec{u} \cdot \vec{n})_e > 0$  nimmt es folgende Gestalt an:

$$\Phi_e = \Phi_E + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_E x_{eE} \tag{2.40}$$

Der Term  $x_{eE}$  gibt den Abstand vom Mittelpunkt des stromaufwärts liegenden Teilvolumens zum Mittelpunkt jener Fläche an, auf der das betrachtete Oberflächenintegral  $(S_e)$  ausgewertet wird. Bei diesem Verfahren muss der Gradient  $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_E$  über einen weiteren, separaten Interpolationsansatz ausgewertet werden.

 $<sup>^{14}</sup>$ Im zweidimensionalen Fall wird das Oberflächen<br/>integral über  $O_m$  zu einem Kurvenintegral über  $S_m$ 

#### 2. Grundlagen numerischer Strömungssimulation

Über das Aufwind-Verfahren können also die Oberflächenintegrale in Gleichung 2.36 über Gittergrößen und die Funktionswerte im Mittelpunkt der Kontrollvolumina beschrieben werden. Die Gleichungen für alle Kontrollvolumina zusammen liefern anschließend das iterativ zu lösende Gleichungssystem zur Berechnung von  $\Phi$  im gesamten Lösungsraum<sup>15</sup>.

 $<sup>^{15}</sup>$ Zum Start der iterativen Berechnung müssen natürlich Randbedingungen vorhanden sein, die  $\Phi$  beispielsweise am Eintrittsrand des Lösungsraumes vorgeben.

## Kapitel 3

## Axialventilatoren

Ventilatoren gehören zu der Familie der thermischen Strömungsarbeitsmaschinen und werden zur Förderung gasförmiger Medien eingesetzt. Das an der Welle aufgebrachte Drehmoment führt dem Arbeitsmedium über die Laufschaufeln Geschwindigkeitsenergie und Druck zu. Kennzeichnend für einen Ventilator ist dabei das geringe Druckverhältnis zwischen Ansaug- und Druckseite, die einstufige Konstruktion der Anlage, sowie ein großer Fördervolumenstrom. Im Vergleich dazu sind Gebläse und Verdichter meist mehrstufig ausgeführt und erreichen bei gleicher Leistung deutlich größere Druckverhältnisse wobei der Fördervolumenstrom jedoch abnimmt. Zur Differenzierung werden in Bohl [2] die nachstehenden Grenzwerte angegeben:

**Tabelle 3.1:** Einteilung thermischer Strömungsarbeitsmaschinen [2]

|            | $\frac{p_2}{p_1}$ | $\dot{V}$ |
|------------|-------------------|-----------|
| Ventilator | < 1,3             | groß      |
| Gebläse    | 1, 3 - 3, 0       | mittel    |
| Verdichter | > 3, 0            | klein     |

Je nach Bauart wird zusätzlich zwischen Axial-, Radial oder Querstromventilator unterschieden. Maßgeblich für die Bezeichnung ist hier die Laufradform und die sich einstellende Hauptströmungsrichtung. Bei Axialventilatoren<sup>1</sup> wird das Laufrad axial, also parallel zur Drehachse, durchströmt. Axialventilatoren werden dort eingesetzt wo ein großer Volumenstrom bei kleinem Druckverhältnis benötigt wird. Als Verwendungszweck finden sich zahlreiche Gebiete der Technik [2]:

- Kühlung von Bauteilen
- Be- und Entlüftung von Gebäuden, Tunneln und Ähnlichem
- Klimatisierung von Innenräumen
- Luftversorgung in Laborvorrichtungen

### 3.1 Grundlagen der Energieumsetzung

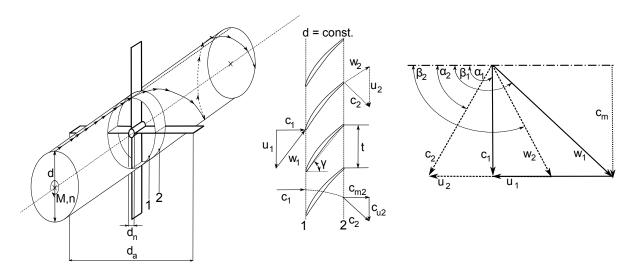
Ein Axialventilator erhöht den statischen Druck des ihn durchströmenden Fluids. Zur Beschreibung seiner Wirkungsweise müssen einerseits die strömungs- und thermodynamischen Grund-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Für Informationen zu Radial oder Querstromventilatoren, siehe [2] oder [6]

prozesse erläutert, andererseits ihre technische Umsetzung beschrieben werden.

#### 3.1.1 Laufgitter

Im Folgenden wird die einfachste Bauform eines Axialventilators betrachtet. Die nachstehende Abbildung<sup>2</sup> zeigt einen solchen, nur aus einem Laufrad bestehenden Ventilator (Abbildung 3.1-1).



**Abbildung 3.1:** Schema Axialventilator ohne Leitgitter (links). Lineares Schaufelgitter für d = const. (mittig). Geschwindigkeitsdreieck (rechts).

Die Strömung wird im Allgemeinen ein komplexes räumliches Geschwindigkeitsfeld aufweisen welches sich nicht analytisch erfassen lässt. Zur Durchführung erster Betrachtungen werden daher einige Vereinfachungen vorgenommen. Bei Verdichtern und Ventilatoren wird die Eintrittsebene in das Laufrad mit dem Index 1, die Austrittsebene mit dem Index 2 bezeichnet. In der Regel wird angenommen, dass sich eine rotationssymmetrisches Strömungsbild einstellt, bei dem die Stromlinien auf Mantelflächen mit konstantem Durchmesser d verlaufen. Wird ein beliebiger Durchmesser betrachtet, deutet Abbildung 3.1-l an, dass ein axial in den Ventilator eintretender Stromfaden einen Drall in der Abströmung aufweist. Um dessen Entstehung zu beschreiben, wird die jeweilige Mantelfläche abgewickelt und es ergibt sich eine zweidimensionale Ebene in der die Beschaufelung ein lineares Schaufelgitter bildet (Abbildung 3.1-m). Es wird oft der Ansatz verwendet das Schaufelgitter im mittleren Schnitt  $d_m$  zu betrachten, welcher für einen Ventilator mit Schaufelspitzenradius  $d_a$  und Nabenradius  $d_n$  wie folgt definiert ist:

$$d_m = \sqrt{\frac{d_a^2 + d_n^2}{2}} \tag{3.1}$$

Der mittlere Durchmesser hat die Eigenschaft die durchströmte Ringfläche genau zu halbieren. Die lokale Absolutgeschwindigkeit  $\vec{c}$  ist eine vektorielle Größe und setzt sich aus der lokalen Relativ- $\vec{w}$  und Umfangsgeschwindigkeit  $\vec{u}$  zusammen:

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u} \tag{3.2}$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Es handelt sich hier um eine schematische Darstellung, bei der die in der Regel profilierte Beschaufelung nur durch vier gerade Bleche angedeutet wird.

Die Umfangsgeschwindigkeit ergibt sich aus der Drehzahl n des Ventilators und dem Durchmesser des betrachteten Schaufelschnittes.

$$u = dn \frac{\pi}{60} \tag{3.3}$$

Die Relativgeschwindigkeit ist jene Geschwindigkeit des Fluids, die ein im Laufradmittelpunkt mitrotierender Beobachter wahrnehmen würde. Für diesen strömt das Fluid das Schaufelprofil mit dem Relativwinkel  $\beta_1$  an, folgt der Schaufelkontur und strömt unter  $\beta_2$  vom Profil ab (Abbildung 3.1-m). Im Absolutsystem strömt das Fluid unter dem absoluten Einströmwinkel  $\alpha_1$  in das Laufrad ein, und unter  $\alpha_2$  hinaus.

Aufgrund der Änderung der Relativgeschwindigkeit in Betrag und Richtung, erfährt die Absolutströmung eine Ablenkung in Umfangsrichtung und weist einen Drall  $c_{u2}$  auf. Die Zu- und Abströmbedinungen in einem Schaufelgitter können über Geschwindigkeitsdreiecke, wie es Abbildung 3.1-r zeigt, anschaulich gemacht werden. Die dabei verwendeten Formelzeichen sind die in der Literatur [2], [6], [24] gebräuchlichen Notationen.

Die Umlenkung der Strömung und das an der Welle wirkende Drehmoment M werden über die Drehimpulserhaltung miteinander verbunden. Die Drehimpulserhaltung bildet die Grundlage für die Übertragung von technischer Arbeit in Strömungsmaschinen. Eine genaue Herleitung der Beziehung findet sich z.B. in Bohl [3].

$$M = \dot{m} \left( r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1} \right) \tag{3.4}$$

Die benötigte Leistung für einen geförderten Massenstrom bei einer Drehzhal  $n \propto \omega$  ergibt sich zu:

$$P = M\omega \tag{3.5}$$

Wird diese nun auf die durchströmende Masse bezogen, ergibt sich die vom Ventilator zu verrichtende spezifische Schaufelarbeit<sup>3</sup>  $a_u$  im betrachteten Schnitt:

$$a_u = \frac{P}{\dot{m}} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \tag{3.6}$$

Über eine genaue Betrachtung der Geschwindigkeitsdreicke lässt sich diese umformen zu:

$$a_u = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$
(3.7)

Die Gleichung 3.7 wird als Eulersche Turbinenhauptgleichung bezeichnet.

Die Gleichungen 3.6 und 3.7 sagen aus, dass der Strömung zur Strömungsumlenkung eine gewisse technische Arbeit über den Ventilator zugeführt werden muss. Um diese Umlenkung auf die Drucksteigerung umzurechnen, müssen thermodynamische Aspekte betrachtet werden. Bei der Betrachtung thermischer Turbomaschinen findet nur selten ein Wärmeaustausch zwischen der Strömung und den Bauteilen statt und auch der Einfluss des Schwerefeldes ist im allgemeinen vernachlässigbar. Für den zwischen Laufradein- und austritt dargestellten Stromfaden (Abbildung 3.1-1) gilt die Energiegleichung:

$$a = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \tag{3.8}$$

 $<sup>^3\</sup>mathrm{Wird}$  auch als theoretische spezifische Stutzenarbeit  $Y_\infty$  bezeichnet

Sie sagt aus, dass in einer Strömung der keine technische Arbeit zugefügt wird a=0, die Summe aus Enthalpie und kinetischer Energie konstant bleibt. Dies wird auch als Konstanz der Totalenthalpie bezeichnet  $h_t = h + \frac{c^2}{2} = const.$  Für das bewegte System findet sich mit Gleichung 3.7 die Konstanz der Rothalpie:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}$$

Unter Zuhilfenahme der Definition der Enthalpie

$$dh = Tds + vdp$$

gilt im verlustfreien Fall ds = 0

$$h_{2s} - h_1 = \int_{p_1}^{p_2} v \ dp$$
.

Wie Tabelle 3.1 bereits aufgezeigt hat, sind für Ventilatoren nur geringe Drucksteigerungen typisch, weshalb eine konstante Dichte  $\rho_1 = \rho_2 = \rho = const.$  angesetzt wird. Für die der Strömung isentrop zugeführte Arbeit<sup>4</sup> Y gilt so:

$$Y = h_{2s} - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

$$= \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$
(3.9)

Die spezifische Stutzenarbeit kann über den Umfangswirkungsgrad  $\eta_u$  mit der spezifischen Umfangsarbeit, Gleichung 3.6, verknüpft werden. Der Zusammenhang wird in Abbildung 3.2-l dargestellt.

$$\eta_u = \frac{Y}{a_u} 
= \frac{h_{s2} - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}}{a_u}$$
(3.10)

Werden nun die Beziehungen 3.6, 3.7 und 3.9 betrachtet, ergeben sich für die Drucksteigerung im Laufrad mit der Einführung des Totaldruckes  $p_t = p + \varrho \frac{c^2}{2}$  die Beziehungen:

$$p_{t2} - p_{t1} = \eta_u \left( u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \right) \varrho \tag{3.11}$$

$$p_2 - p_1 = \eta_u \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \right) \varrho - (1 - \eta_u) \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \varrho$$
 (3.12)

Im verlustfreien Fall  $\eta_u = 1$  ist für konstante Umfangsgeschwindigkeiten die statische Drucksteigerung im Laufrad, einzig über die Änderung der Relativgeschwindigkeit bestimmt, Gleichung 3.12. Es sei weiterhin angemerkt, dass die spezifische Schaufelarbeit  $a_u$  nicht alle auftretenden Verluste beinhaltet. Die zur Totaldrucksteigerung  $p_{t2} - p_{t1}$  tatsächlich aufzubringende innere Arbeit berechnet sich mit  $a_i = \eta_i Y$ , wobei  $\eta_i$  der innere Wirkungsgrad ist und im Vergleich zum Umfangswirkungsgrad beispielsweise noch Verluste durch Spaltmassenströme berücksichtigt. Die Umlenkung lässt sich nicht beliebig wählen, wie später in Abschnitt 4.4 genauer erläutert wird.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Auch spezifische Stutzenarbeit.

Auch wird in dieser Anordnung die zur Umlenkung zugeführte Arbeit nicht optimal in Druck umgesetzt, da ein Teil in die erhöhte kinetische Energie der Abströmung  $c_2 > c_1$  einfließen muss, wie Abbildung 3.2-1 zeigt. Strömungsverluste in Verdichtergittern werden über einen Diffusorwirkungsgrad charakterisiert. Für die Laufradbetrachtung wird dazu auf die Entwicklung der Rothalpie zurückgegriffen, wie Abbildung 3.2-r veranschaulicht. Der Diffusorwirkungsgrad des Laufrades<sup>5</sup> ist definiert zu:

$$\eta_D'' = \frac{h_{2s} - h_1 + \frac{w_2^2}{2}}{h_2 - h_1 + \frac{w_2^2}{2}} = \frac{2(h_{2s} - h_1) + w_2^2}{w_1^2 - u_1^2 + u_2^2}$$
(3.13)

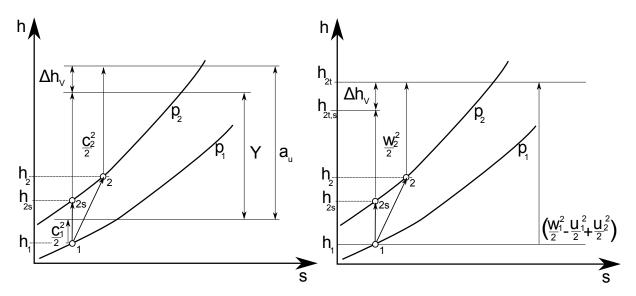


Abbildung 3.2: h-s-Diagramm Laufrad

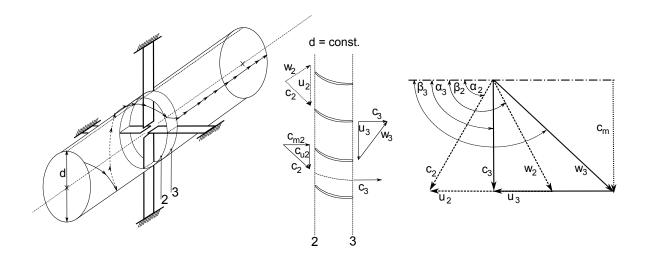
Um die Energieumsetzung zu verbessern, werden in einem Axialventilator in der Regel weitere Bauteile wie z.B. Leitgitter und Diffusor angeordnet. Deren Wirkung soll im Folgenden nochmals wiederholt werden.

#### 3.1.2 Leitgitter

Das Leitgitter wird direkt hinter dem Laufgitter angeordnet. Es bildet auf einer zylindrischen Mantelfläche ebenfalls ein lineares Schaufelgitter und die Ein- und Abströmebenen werden mit den Indizes  $2^6$  und 3 versehen (Abbildung 3.3-1).

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> " markiert immer dem Laufrad zugeordnete Größen.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die Einströmebene in das Leitgitter entspricht der Abströmebene aus dem Laufgitter.



**Abbildung 3.3:** Schema Leitgitterwirkung (links). Lineares Schaufelgitter für d = const. (mittig). Geschwindigkeitsdreieck (rechts).

Ziel der Leitgitterkonstruktion ist es, die drallbehaftete Abströmung aus dem Laufrad so umzulenken, sodass sich eine möglichst axiale Abströmung aus dem Leitgitter einstellt. Die Abbildung 3.4-l zeigt, dass dies unter Verzögerung der Strömung bei Anstieg des statischen Druckes passiert, wobei die Totalenthalpie konstant bleibt (Gleichung 3.8).

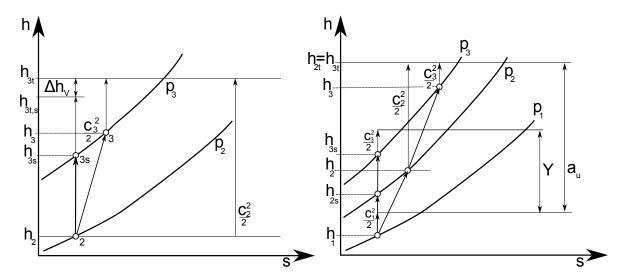


Abbildung 3.4: h-s-Diagramm Laufrad mit Leitgitterwirkung

Für das Leitgitter<sup>7</sup> lässt sich ebenfalls ein Diffusorwirkungsgrad angeben:

$$\eta_D' = \frac{2(h_{3s} - h_2) + c_3^2}{c_2^2} \tag{3.14}$$

<sup>7′</sup> markiert dem Leitgitter zugeordnete Größen.

Die Abbildung 3.4-r bildet das h-s-Diagramm eines Axialventilators mit nachgeschaltetem Leitgitter ab. Ein Vergleich mit Abbildung 3.2-l zeigt, dass bei gleicher spezifischer Schaufelarbeit eine erhöhte Drucksteigerung durch das Leitgitter zu verzeichnen ist. Zusammen mit den Geschwindigkeitsdreiecken in Abbildung 3.1-r und Abbildung 3.3-r wird deutlich, dass die Druckumsetzung im Leitgitter optimal wird, wenn das Abströmgeschwindigkeitsdreieck dem Zuströmgeschwindigkeitsdreieck ins Laufrad gleicht $^8$ . Auch hier unterliegt die dazu notwendige Umlenkung gewissen Grenzwerten und lässt sich nicht beliebig auswählen.

Die Anordnung aus Lauf- und nachgeschaltetem Leitgitter ist die am häufigsten vorkommende Bauart für einstufige<sup>9</sup> Axialventilatoren [6]. Der Umfangswirkungsgrad der Stufe bildet sich nach Gleichung 3.10, muss jedoch um die Leitgitterströmung erweitert werden. Mit dem Ansatz  $Y = \Delta h_s = \Delta h_s'' + \Delta h_s'$ , ergibt sich mit den Beziehungen 3.13 und 3.14 für die jeweiligen Diffusorwirkungsgrade:

$$\eta_u = \frac{\Delta h_s'' + \Delta h_s' + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{a_u} = \frac{2a_u - (1 - \eta_D'')(w_1^2 + u_2^2 - u_1^2) - c_2^2(1 - \eta_D')}{2a_u}$$
(3.15)

### 3.1.3 Diffusorprinzip

Besonders für Axialventilatoren die innerhalb von Rohrleitungen verbaut sind, können hohe Diffusorverluste hinter der Laufrad-Leitgitter-Anordnung auftreten. Nach dem, von Ventilatornabe und Gehäuse gebildeten, kreisringförmigen Strömungsquerschnitt kommt es zu einer sprunghaften Querschnittserweiterung im Bereich der anschließenden Rohrleitung (Abbildung 3.5-1).

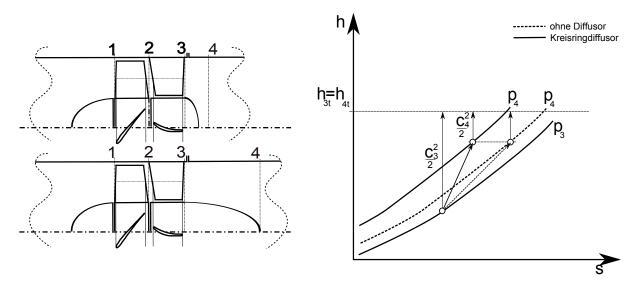


Abbildung 3.5: Einfluss des Diffusors auf die Drucksteigerung

Diese Querschnittserweiterung führt zu einer Strömungsverzögerung und Drucksteigerung. Die Höhe der Drucksteigerung hängt in erster Linie davon ab, wie der Übergang zwischen Ventilatorund Rohrleitungsbereich gestaltet wird. Die Abbildung 3.5-l. zeigt einerseits einen Ventilator

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Gilt für drallfreie Zuströmung ins Laufrad.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Im Bereich der Strömungsmaschinen wird eine Hintereinanderschaltung von Lauf- und Leitgitter als Stufe bezeichnet.

ohne besondere Gestaltung des Überganges und andererseits einen Ventilator mit Kreisringdiffusor<sup>10</sup>. Der Diffusor lässt die Verzögerung der Strömung kontinuierlich stattfinden und ermöglicht so eine erhöhte Drucksteigerung im Vergleich zur einfachen Konstruktion (Abbildung 3.5-r). Zur Beschreibung des Druckrückgewinnes wird der Druckrückgewinnungsfaktor  $C_p$  verwendet. Dieser bezieht die erhaltene Drucksteigerung auf den dynamischen Eintrittsdruck der betrachteten Strömung. Wird für die Ebene hinter der Ventilatornabe der Index 4 verwendet, ergibt sich die Definition:

$$C_p = \frac{p_4 - p_3}{\frac{c_3^2}{2}\rho} \tag{3.16}$$

Diffusoren sind aufgrund der Strömungsverzögerung Bauteile, bei denen es besonders häufig zu Ablöseerscheinungen der Strömung kommt, weshalb eine genaue Auslegung erforderlich ist. Der Druckrückgewinnungsfaktor lässt sich anhand empirisch ermittelter Auslegungsrichtlinien anhand der vorliegenden Diffusorgeometrie abschätzen. Es kann ein Diffusorwirkungsgrad  $\eta_D^D$  nach Gleichung 3.14 gebildet werden. Der Umfangswirkungsgrad des Axialventilators, kann unter Einbeziehung der Diffusorwirkung angeschrieben werden zu:

$$\eta_u = \frac{\Delta h_s'' + \Delta h_s' + \Delta h_s^D + \frac{c_4^2 - c_1^2}{2}}{a_u} = \frac{2a_u - (1 - \eta_D'')(w_1^2 + u_2^2 - u_1^2) - c_2^2(1 - \eta_D') - c_3^2(1 - \eta_D^D)}{2a_u}$$
(3.17)

### 3.2 Kennzahlen

Der kinematische Reaktionsgrad  $R_k$  einer Ventilatorstufe gibt Auskunft darüber, wie und wo der Großteil der Schaufelarbeit innerhalb des Ventilators umgesetzt wird. Unter Betrachtung der Gleichung 3.8 gilt für die Erhöhung der Enthalpie in Lauf-  $(a_u \neq 0)$  und Leitgitter $(a_u = 0)$ :

$$\Delta h'' = a_u + \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \tag{3.18}$$

$$\Delta h' = \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_3^2}{2} \tag{3.19}$$

Der Reaktionsgrad beschreibt das Verhältnis von Laufgitter- zu Gesamtenergieumsetzung.

$$R_k = \frac{\Delta h''}{\Delta h'' + \Delta h'} \tag{3.20}$$

Bei der betrachteten Laufgitter-Leitgitter Anordnung muss gelten  $R_k < 1$ , da die Umlenkung der Strömung durch das Leitgitter immer mit einer Drucksteigerung verbunden ist  $\Delta h' \neq 0$ . Ebenfalls muss gelten RK > 0, da für diesen Fall  $w_1 = w_2$  gelten müsste, was eine extreme Umlenkung der Relativströmung notwendig macht und eine besonders hohe Verzögerung der Absolutströmung im Leitgitter nach sich zieht. Ein Ventilator mit  $R_k = 0$  wird aufgrund der fehlenden Druckumsetzung im Laufrad als Gleichdruckventilator bezeichnet und ist laut Eck [6] in der betrachteten Anordnung nicht zu realisieren. Später wird eine Möglichkeit vorgestellt, wie die Ausführung eines Gleichdruckventilators möglich ist.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Hier wird der Diffusor durch eine sich verjüngenden Ventilatornabe realisiert. Andere Konstruktionen, z.B. kontinuierliche aufweitende Rohrleitungen, sind ebenfalls üblich.

Die Durchflusszahl  $\varphi$  und die Druckzahl  $\psi$  sind ebenfalls dimensionslose Kenngrößen zur Charakterisierung eines Axialventilators. Sie geben Auskunft über den geförderten Volumenstrom und die verrichtete Arbeit mit Bezug auf die Rotordrehzahl.

$$\varphi = \frac{c_m}{u} \tag{3.21}$$

$$\psi = \frac{a_u}{u^2/2} \qquad \psi_s = \frac{\Delta h_s}{u^2/2} = \frac{Y}{u^2/2} \tag{3.22}$$

Mit diesen Beziehungen liefert die spezifische Schaufelarbeit laut Gleichung 3.6 unter Betrachtung der Geschwindigkeitsdreiecke die Stufenkennlinie des Ventilators.

$$\psi = 2(1 - \varphi(\cot(\alpha_1) - \cot(\beta_2))) \tag{3.23}$$

Die Gleichungen 3.21 - 3.22 entstammen den Betrachtungen der Geschwindigkeitsdreiecke für Turbomaschinen für einen bestimmten Schaufelschnitt. In der Literatur werden spezielle Durchflussund Druckzahlen eingeführt um unterschiedliche Strömungsmaschinen miteinander vergleichen zu können. Maßgebend ist dabei der Außendurchmesser  $d_a$  des jeweiligen Laufrades [2]. Bei gegebener Drehzahl<sup>11</sup> n kann mit ihm eine Bezugsumfangsgeschwindigkeit U gebildet werden. Der Volumenstrom, bezogen auf die aus dem Durchmesser gebildete Kreisfläche, liefert eine Vergleichsmeridiangeschwindigkeit  $C_m$ .

$$U = \frac{d_a}{2} 2\pi n \qquad C_m = \frac{4\dot{V}}{d_a^2 \pi}$$
 (3.24)

Mit den Beziehungen 3.24 finden sich so

$$\varphi_C = \frac{C_m}{U} = \frac{4\dot{V}}{d_a^3 \pi^2 n} \tag{3.25}$$

und

$$\psi_{s,C} = \frac{Y}{U^2/2} \ . \tag{3.26}$$

Die Ausdrücke 3.25 und 3.26 tragen hier den Index  $C^{12}$ , in Anlehnung an Otto Cordier, welcher diese Größen zur Erstellung des CORDIER-Diagramms herangezogen hat (siehe Abschnitt 5.2). Ausgehend von diesen Definition finden sich die Laufzahl  $\sigma$  und die Durchflusszahl  $\delta$ .

$$\sigma = \frac{\varphi_C^{1/2}}{\psi_{s.C}^{3/4}} \qquad \sigma = n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(2Y)^{3/4}} 2\sqrt{\pi}$$
 (3.27)

$$\delta = \frac{\psi_{s,C}^{1/4}}{\varphi_C^{1/2}} \qquad \delta = d_a \sqrt[4]{\frac{(2Y)}{\dot{V}^2}} \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$
 (3.28)

Die Laufzahl stellt eine spezifische Drehzahl dar, während die Durchmesserzahl einem spezifischen Durchmesser entspricht. Zwischen beiden Größen besteht ein ausgeprägter Zusammenhang, auf welchen in Abschnitt 5.2 eingegangen wird.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>In den Gleichungen 3.24 - 3.28 ist die Drehzahl in der Einheit [1/s] einzusetzen.

 $<sup>^{12}</sup>$ In Fachbüchern finden sich dieser Index nicht; es wird lediglich  $\varphi$  und  $\psi$  geschrieben

### 3.3 Verlustmechanismen

Bei der Betrachtung der Grundgleichungen in Abschnitt 3.1 wurde die spezifische Stutzenarbeit Y über einen Wirkungsgrad mit der spezifischen Schaufelarbeit  $a_u$  über Gleichung 3.10 verknüpft. Die für eine Enthalpiesteigerung benötigte Arbeit fällt so, immer größer aus, als die Enthalpiesteigerung im Fluid  $a_u > Y$ . Verantwortlich für diese unerwünschte Differenz sind unterschiedliche Verlustmechanismen. Bräunling [4] unterteilt diese Verluste in zwei Hauptkategorien.

### Äussere Verluste

Als äussere Verluste gelten alle Verluste, die die eigentliche Zustandsänderung des Fluids innerhalb der Strömungsmaschine nicht beeinflussen. Dazu gehören z.B. Leckagen an den Welleneinund Wellenaustritten oder Reibungsverluste in den Wellenlagerungen. Im Verlauf dieser Diplomarbeit wird lediglich die Betrachtung der inneren Verluste eine Rolle spielen, weshalb auf eine ausführliche Beschreibung der äußeren Verluste verzichtet wird.

#### Innere Verluste

Beschreiben alle Verluste, die die Zustandsänderung des Fluides innerhalb der Strömungsmaschine beeinflussen. Diese treten direkt im Fluid auf und werden als Strömungsverluste bezeichnet. Strömungsverluste basieren auf unterschiedlichen Mechanismen, die mehr oder minder stark miteinander interagieren. Eine eindeutige Zuweisung der Verlustursache auf die einzelnen Mechanismen erweist sich als sehr schwer.

In Willinger [24] werden die inneren Verluste in Profil-, Rand- und Zusatzverluste unterteilt. Im Folgenden wird diese Unterteilung aufgeschlüsselt.

#### 3.3.1 Profilverluste

Profilverluste sind Strömungsverluste als Folge der Grenzschichtbildung an der Profiloberfläche, vgl. Abschnitt 2.3.3. Bei der Umströmung von Profilen bilden sich, ausgehend vom Staupunkt der Strömung, auf Druck- und Saugseite Grenzschichten aus. Kommt es zu keiner Ablösung, erreichen die Grenzschichten ihre maximale Dicke an der Hinterkante des Profils, wo sie dann in der Nachlaufdelle zusammenlaufen und sich verlustbehaftet ausmischen. Ablösegebiete an Druckoder Saugseite lassen die Grenzschicht anwachsen und erzeugen zusätzliche Verluste.

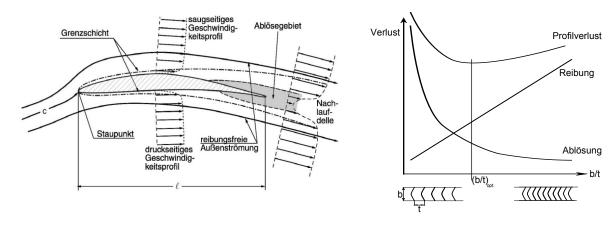


Abbildung 3.6: Einflussgrößen auf den Profilverlust aus [4] (links) und [23] (rechts)

In Willinger [23] werden die Profilverluste in Reibungs- und Ablöseverlusten aufgespalten und mit dem Verhältnis von axialer Schaufelerstreckung b und Schaufelteilung t des Gitters in Relation gesetzt (Abbildung 3.6-r). Die Verluste durch Ablösung fallen dabei proportional mit dem Verhältnis b/t, also bei enger werdendem Gitter, wobei die Reibungsverluste linear zunehmen. Der Druckverlust zufolge der Profilreibung kann anhand eines einfachen Plattengitters über Gleichung 3.29 abgeschätzt werden<sup>13</sup>.

$$\Delta p_R = c_w \frac{1}{2} \rho w_\infty^2 2 \left(\frac{b}{t}\right) \tag{3.29}$$

### 3.3.2 Randverluste

Randverluste basieren auf der Grenzschichtbildung an den seitlichen Begrenzungswänden<sup>14</sup> und ihrer Interferenz mit den Profilgrenzschichten. In *Bräunling* [4], wird angegeben dass mehr als 50% der Gesamtverluste in Turbomaschinen den Randverlusten zugewiesen werden können. Die Seitenwandgrenzschichten bilden ein komplexen, kaum zu beschreibenden Strömungsbereich ab, welcher stark von dem Nachlauf der Lauf- und Leitgitterströmung beeinflusst wird. Trotzdem lassen sich die Verlustmechanismen teilweise aufschlüsseln.

### Sekundärströmungsverluste

Sekundärverluste haben ihren Ursprung in der Tatsache, dass zwischen Druck- und Saugseite eines Schaufelkanals ein Druckgradient entsteht. Dieser Druckgradient bleibt im Bereich der Schaufelmitte, wo es zu einer ungestörten Durchströmung des Gitters kommt, ohne Wirkung. In den Randbereichen an Rotornabe und Gehäuse führt die aufgrund der Seitenwandgrenzschicht reduzierte Strömungsgeschwindigkeit zu einer Ausbildung von Querströmungen. Diese Querströmungen werden als Sekundärströmungen bezeichnet und erzeugen in Naben- und Gehäusenähe Wirbel mit unterschiedlicher Drehrichtung (Abbildubng 3.7-r).

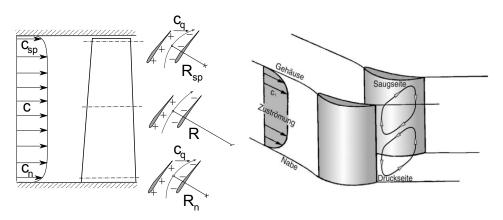


Abbildung 3.7: Sekundärströmungsverluste [4]

Das Prinzip der Entstehung der Querströmungen lässt sich mit dem radialen Gleichgewicht $^{15}$  nach Gleichung 3.30 erläutern.

 $<sup>^{13}</sup>$   $c_{\infty}$ beschreibt das vektorielle Mittel von Zu- und Abströmgeschwindigkeit.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Gehäusewand und Rotornabe.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Herleitung siehe [24].

$$\frac{c^2}{r} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{3.30}$$

In Abbildung 3.7-1 ist das radiale Geschwindigkeitsprofil einer Schaufelanströmung aufgetragen. Schaufelnabe und Spitze erfahren aufgrund der Grenzschichtbildung eine geringere Anströmgeschwindigkeit  $c_n = c_{sp} < c$ . Wird vereinfacht davon ausgegangen, dass Druck- und Saugseite keinen Einfluss auf die Druckverteilung innerhalb eines Schaufelkanals haben, kann angenommen werden, dass die Druckverteilung  $\frac{\partial p}{\partial r}$  in jedem eingezeichneten Schaufelschnitt gleich ist. Für eine Stromlinie die dem radialen Gleichgewicht unterliegt bedeutet dies, dass ihr Krümmungsradius abnehmen muss wenn die Geschwindigkeit in Wandnähe absinkt  $R_n, R_{sp} < R$ . Dies resultiert in einer Ablenkung der Stromlinie in Richtung der Saugseite (Geschwindigkeitskomponente  $c_q$ ). Diese zur Saugseite abfließende Masse wird durch die Druckseite kompensiert. Hier strömt Fluid aus den mittigen Strömungsbereichen in radialer Richtung entlang der Schaufeldruckseite zum Bereich des Massendefizits, um anschließend auf der Saugseite wieder abzufließen. Die Bewegung erzeugt den angesprochenen Sekundärwirbel.

### Spaltströmungs- und Randwirbelverluste

In Turbomaschinen muss zwischen rotierenden und feststehenden Bauteilen<sup>16</sup> ein Spalt vorgesehen werden. Dieser muss so dimensioniert werden, dass es auch im Betrieb, aufgrund des Fliehkrafteinfluss, nicht zu einem Anstreifen der Schaufeln am Gehäuse kommt. Bei Verdichtern bewirkt der Spalt einerseits, dass sich, aufgrund der Druckdifferenz zwischen Schaufeleinund Schaufelaustritt, ein Massenstrom entgegengesetzt der Hauptströmungsrichtung ausbildet. Dieser tritt anschließend wieder auf der Schaufelvorderseite in das Laufrad ein und erhöht die zu verrichtende Arbeit (Spaltströmungsverlust). Bei frei endenden Schaufeln kommt es im Spalt zusätzlich, aufgrund der Druckdifferenzen zwischen Saug- und Druckseite, zu einer Umströmung der Schaufelspitze und der Bildung eines Randwirbels, welcher in Hauptströmungsrichtung weggetragen wird (Abbildung 3.8-r).

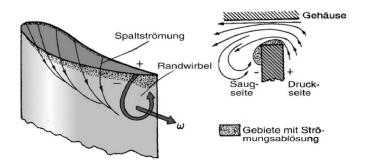


Abbildung 3.8: Spalt- und Sekundärströmungsverluste [4]

Die Spaltumströmung beeinflusst so direkt die Seitenwandgrenzschichten in der Nähe des Spalts, sowie die Strömung hinter der Beschaufelung, wo es zum Ausmischen des Spaltwirbels kommt.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Laufradschaufelspitze - Gehäuse, Leitradschaufelspitze - Welle.

## Kapitel 4

# Lineare Schaufelgitter

### 4.1 Größen im linearen Schaufelgitter

Für den bereits in Abschnitt 3.1 vorgestellten Begriff des Schaufelgitters sollen hier nun grundlegende Eigenschaften definiert werden. Ein Schaufelgitter wird definiert durch die Sehnenlänge s des verwendeten Schaufelprofils, den Staffelungswinkel  $\gamma$ , der die Anstellung des Profils zur Umfangsrichtung angibt, sowie die Teilung t, die den Abstand zweier Schaufeln in Umfangsrichtung definiert (Abbildung 4.1).

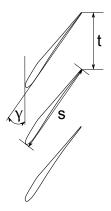


Abbildung 4.1: Geometriegrößen im Verdichterschaufelgitter

Die Teilung ist abhängig vom betrachteten Schaufelschnitt und nimmt von der Nabe zur Schaufelspitze zu. Mit der Schaufelzahl z berechnet sie sich zu:

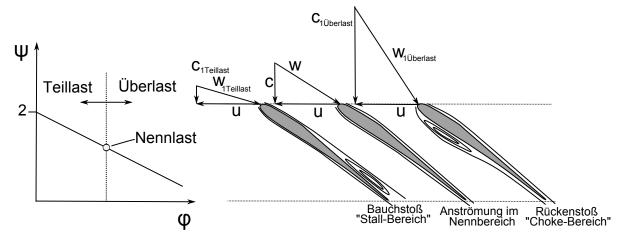
$$t = \frac{d\pi}{z} \tag{4.1}$$

Eine weitere, oft verwendete Geometriegröße ist die Überdeckung  $\sigma$ . Sie stellt das Verhältnis von Sehnenlänge zu Teilung dar.

$$\sigma = \frac{s}{t} \tag{4.2}$$

### 4.2 Gittercharakteristik eines Verdichtergitters

Die Beschaufelung eines Ventilators wird im Allgemeinen so ausgelegt, dass im Betriebspunkt die minimalen Verluste, also der höchste Wirkungsgrad der Maschine, erzielt wird. Besonders bei Maschinen mit konstanter Drehzahl führt der Betrieb im Über- oder Teillastbereich zu ungünstigen Anströmbedingungen an den Schaufelprofilen, wie Abbildung 4.2-r für ein beliebiges Laufgitter zeigt.



**Abbildung 4.2:** Stufenkennlinie eines Verdichter (links). Profilfehlanströmungen im Teil- und Überlastbetrieb (rechts).

Die Definition des Teil- und Überlastbegriffes beruht auf der Darstellung der Stufenkennlinie nach Gleichung 3.23 (Abbildung 4.2-1). Der Bereich zunehmender Durchflusszahlen wird dabei als Überlastbetrieb bezeichnet. Dies ist dahingehen verwirrend, da dabei die zugeführte Arbeit mit der Druckzahl sinkt. Grund für diese Festlegung ist die Stufenkennlinie einer Turbine, bei der mit steigender Durchflusszahl die Druckzahl zunimmt und der Überlastbegriff dort eher zutreffend erscheint.

Je nach Fehlanströmung wird zwischen Bauch- und Rückenstoß unterschieden. Die Fehlanströmungen führen sowohl zu einem Anstieg der Verluste als auch zu einer Änderung des Umlenkverhaltens des Schaufelgitters. Die Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Anströmwinkeln  $\beta_1$  bzw.  $\alpha_2$  und den resultierenden Strömungsumlenkungen bzw. -verlusten werden als Gittercharakteristik [23] bezeichnet. Die Umlenkung wird über den jeweiligen Abströmwinkel  $\beta_2$  bzw.  $\alpha_3$  beschrieben, während zur Quantifizierung der Verluste der Totaldruckverlustbeiwert  $\omega$ , Gleichung 4.3 herangezogen wird. Im Folgenden soll ein Laufgitter betrachtet werden, in dem  $u_1 = u_2$  gilt. Die Ergebnisse lassen sich auf ein Leitgitter übertragen, wenn w mit c,  $\beta$  mit  $\alpha$  und  $\omega''$  mit  $\omega'$  ersetzt und die Indizes wie gewohnt angepasst werden.

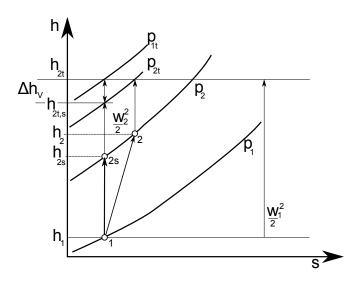


Abbildung 4.3: Visualisierung des Totaldruckverlustbeiwertes

Der Totaldruckverlustbeiwert bezieht die Totaldruckdifferenz zwischen Gitterein- und Gitteraustritt auf den dynamischen Druck der Zuströmung.

$$\omega'' = \frac{p_{t1} - p_{t2}}{\varrho \frac{w_1^2}{2}} \tag{4.3}$$

Die Abbildung 4.3 zeigt den Zusammenhang zwischen Totaldruckverlustbeiwert und Diffusorwirkungsgrad nach Gleichung 3.13 bzw. 3.14. Es gilt:

$$\eta_D'' = \frac{\Delta h_s + \frac{w_2^2}{2}}{\frac{w_1^2}{2}} = \frac{\frac{w_1^2}{2} - \Delta h_v}{\frac{w_1^2}{2}} = 1 - \frac{\Delta h_v}{\frac{w_1^2}{2}} = 1 - \frac{p_{t1} - p_{t2}}{\varrho \frac{w_1^2}{2}} = 1 - \omega'' \tag{4.4}$$

Totaldruckverlustbeiwert und Diffusorwirkungsgrad lassen sich also direkt ineinander umrechnen. Die Gleichung 4.3 kann zu der Beziehung 4.5 umgeformt werden um eine Abschätzung über den maximalen Totaldruckverlustbeiwert zu ermöglichen.

$$\omega'' = \frac{p_1 - p_2}{\frac{1}{2}\rho w_1^2} + 1 - \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 \tag{4.5}$$

Wird davon ausgegangen, dass die bei erheblicher Fehlanströmung entstehenden Ablösezonen den effektiven Strömungsquerschnitt stark verjüngen, so kommt es während der Durchströmung des Gitters zu keinem Druckanstieg mehr. In diesem fällt der erste Summand in Gleichung 4.5 weg und der Totaldruckverlustbeiwert ist nur noch vom Verhältnis von Ab- und Zuströmgeschwindgkeit abhängig.

$$\omega'' = 1 - \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 \tag{4.6}$$

Dieses ist laut de Haller (Abschnitt 4.4.1) auf ein maximales Verzögerungsverhältnis von 0.70-0.75 beschränkt und führt so zu einen maximalen Totaldruckverlustbeiwert im Bereich von

$$0.4 < \omega''_{max} < 0.5$$
.

Im Allgemeinen gilt für eine Gittercharakteristik:

$$\beta_2 = f(\beta_1, Ma'', Tu'', Re'') \omega'' = f(\beta_1, Ma'', Tu'', Re'')$$
(4.7)

Bei subsonischen Strömungen,  $Ma'' \ll 1$ , sind diese beiden Zusammenhänge unabhängig von der Zuströmmachzahl. Gleichzeitig sind auch Turbulenzgrad Tu'' und Zuströmreynoldszahl Re'' meist so hoch, dass bei Teil - oder Überlastbedingungen ihr Einfluss auf die Gittercharakteristik vernachlässigt werden kann [23]. So reduzieren sich die Beziehungen 4.7 zu:

$$\beta_2 = f(\beta_1)$$

$$\omega'' = f(\beta_1)$$
(4.8)

Die Zusammenhänge 4.8 können experimentell in einem linearen Gitterwindkanal ermittelt oder durch Strömungssimulation berechnet werden. Abbildung 4.4 zeigt schematisch die Gittercharakteristiken für ein Verdichterlaufgitter. In dieser Darstellung beschreiben  $\omega^{**}$ ,  $\beta_1^*$  und  $\beta_2^*$ , den Totaldruckverlustbeiwert sowie An- und Abströmwinkel im Verlustminimum. Verdoppelt sich der Totaldruckverlustbeiwert im Vergleich zum Minimum, werden je nachdem ob ein Bauch- oder Rückenstoß vorliegt, die Anströmwinkel  $\beta_{1,choke}$  und  $\beta_{1,stall}$  festgelegt. Der Bereich der Gittercharakteristik bei dem es zu Bauchstößen kommt wird als Abreißast, der der Rückenstöße als Sperrast bezeichnet.

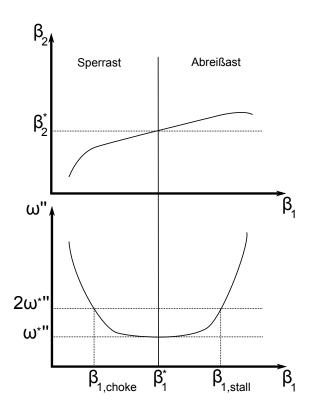


Abbildung 4.4: Gittercharakteristik für ein Verdichtergitter (Anlehnung an [23])

### 4.3 Axialstromdichteverhältnis

Eine eher selten aufgeführte Größe stellt das Axialstromdichteverhältnis<sup>1</sup> dar mit welchem sich Stark und Starke [19] beschäftigt haben. Die beschriebene Gittercharakteristik basiert wie bereits erwähnt meist auf zweidimensionalen Berechnungen der Strömung oder Messungen im Windkanal. Weist der Verdichter nahezu zylindrische Naben- und Gehäusewände auf, wobei sich zusätzlich nur dünne Grenzschichten ausbilden, so lassen sich diese Gittercharakteristiken bedenkenlos bei der Auslegung anwenden. Für die hohen Druckverhältnisse in modernen Verdichtern werden konischen Gehäusewände eingesetzt, die unterstützt durch Grenzschichtausbildung zu einer Abnahme des Strömungsquerschnittes und zu einer Änderung der Meridianstromgeschwindigkeit zwischen Schaufelein- und Schaufelaustritt führen (Abbildung 4.5).

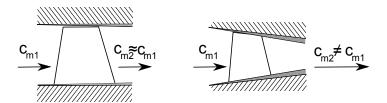


Abbildung 4.5: Prinzip der axilalen Stromdichte

Das Verhältnis zwischen ein- und austretender Axialstromdichte wird als Axialstromdichteverhältnis bezeichnet, Gleichung 4.9.

$$\Omega = \frac{\rho_2 \cdot c_{m2}}{\rho_1 \cdot c_{m1}} = \frac{\frac{m}{A_2}}{\frac{m}{A_1}} \tag{4.9}$$

Bei konstanter Dichte wird 4.9 zu  $\Omega = \frac{c_{m2}}{c_{m1}} = \frac{A_1}{A_2}$ , und das Stromdichteverhältnis lediglich von der Geometrie abhängig. Unter anderem konnte in Untersuchungen von Stark und Starke [19] gezeigt werden, dass die Änderung des AVDR Einfluss auf Umlenkung und Verlustverhalten der Beschaufelung hat.

Neben dem Aufkommen dieser Effekte in Verdichterbeschaufelungen, stellt der meridianbeschleunigte Axialventilator (Kapitel 5) einen extremen Fall veränderlicher Axialstromdichte dar.

Hauptaugenmerk dieser Arbeit ist es, den Einfluss des Stromdichteverhältnisses auf die Umlenkund Verlusteigenschaften der vorliegenden meridianbeschleunigten Axialventilatorbeschaufelung zu ermitteln.

### 4.4 Belastungskriterien

Bei der Auslegung neuer Verdichter muss darauf geachtet werden, dass die gewünschte Druckerhöhung möglichst verlustarm erzeugt wird. Dazu haben sich im Laufe der Zeit unterschiedliche Kriterien etabliert, auf die bei der Gestaltung von Verdichtergittern Rücksicht genommen werden muss.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Axial velocity density ratio = AVDR

#### 4.4.1 de Haller-Kriterium

In den frühen 50er Jahren hat de Haller in seiner Arbeit "Das Verhalten von Tragflügelgittern in Axialverdichtern und im Windkanal" [9] ein bis heute verwendetes Kriterium zur Gestaltung der Beschaufelung von Axialverdichtern veröffentlicht. Seine Versuche im linearen Gitterwindkanal für unterschiedliche Verdichterprofile haben ergeben, dass unabhängig von Teilung und Belastung des verwendeten Schaufelgitters eine maximal mögliche Verzögerung der Strömung existiert, die nicht übertroffen werden kann.

$$\frac{w_2}{w_1} \ge 0.70 \qquad \frac{c_3}{c_2} \ge 0.70 \tag{4.10}$$

Die Gleichung 4.10 gibt das sogenannte de Haller-Kriterium für Axialverdichterstufen wieder. Als Ursache gibt de Haller die Grenzschichtentwicklung an den Kanalwänden (Naben- und Gehäusewand bei der ausgeführten Maschine) an. Bei dem Versuch eine größere Verzögerung zu erzielen, löst die Strömung dort aufgrund der in Abschnitt 2.3.3 erläuterten Mechanismen ab und es kommt zu einer Einschnürung des effektiven Strömungsquerschnittes. Letzteres führt zu einer gegenläufigen Beschleunigung der Strömung, sodass sich schließlich wiederum das Verhältnis 4.10 einstellt. Um die durch Ablösung der Grenzschicht entstehenden Verluste zu vermeiden, ist daher bei der Auslegung der Beschaufelung darauf zu achten die Umlenkung im Schaufelgitter so zu beschränken, dass das de Haller-Kriterium erfüllt ist.

### 4.4.2 Diffusionszahl nach Lieblein

Während das de Haller-Kriterium einen empirischen Ursprung aufweist, ist die 1953 von Lieblein et. al. vorgestellte Diffusionszahl ein theoretisch begründetes Kriterium. Ausgangspunkt ist die bereits vorgestellte Impulsgleichung für ebene turbulente Grenzschichten, Gleichung 2.25. Kommt es zu einer Ablösung, geht die Wandschubspannung  $\tau_w \to 0$ , und der Formfaktor nimmt einen Wert zwischen  $H = 2.0 \cdots 2.5$  an. Die resultierende Gleichung gibt dann den Gradienten der Impulsverlustdicke  $\delta_2$  im Ablösepunkt in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsgradienten an und wird als Diffusionsfaktor bezeichnet<sup>2</sup>.

$$D := \frac{d\delta_2/dx}{const} = -\frac{\delta_2}{v} \cdot \frac{dv}{dx} \tag{4.11}$$

Bei der Beschaufelung eines Axialverdichters kommt es in der Nähe der Profilnase zunächst zu einer saugseitigen Beschleunigung der Strömung, wie Abbildung 4.6 zeigt. Die maximal am Profil auftretende Strömungsgeschwindigkeit  $v_{max}$  tritt daher ebenfalls auf der Saugseite auf. Da hinter dem Profil auf Druck- und Saugseite die gleichen Geschwindigkeiten herrschen müssen, kommt es auf der Saugseite zu einer stärkeren Verzögerung der Strömung. Dort ist daher als Erstes mit einer Ablösung zu rechnen.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>In  $Br\ddot{a}unling$  [4] erfolgt die Erklärung anhand einer allgemeinen Geschwindigkeit v. Dies wurde übernommen, um Übereinstimmung mit den Bezeichnungen auf Abbildung 4.6 zu erhalten.

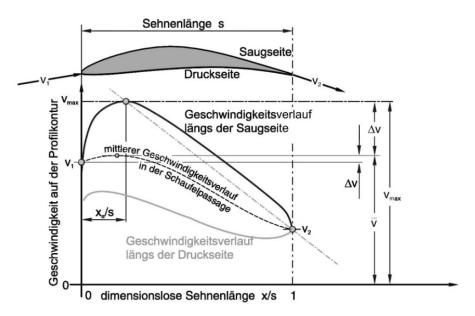


Abbildung 4.6: Größen zur Definition der Diffusionszahl [4]

Lieblein gibt an, dass bei den meisten konventionellen Schaufeln ein linearer Abfall von  $v_{max} \rightarrow v_2$  vorliegt, weshalb der in Gleichung 4.11 auftretende Geschwindigkeitsgradient mit

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v_{max} - v_2}{s(1 - x_a/s)} \tag{4.12}$$

approximiert werden kann. Für die Diffusionszahl<sup>3</sup> ergibt sich dann der Ausdruck 4.13. Hier wird deutlich, dass diese maßgeblich von der Differenz zwischen maximal auftretender Geschwindigkeit am Profil  $v_{max}$  und der Abströmgeschwindigkeit  $v_2$  abhängt.

$$D = \frac{\delta_2}{\overline{v}} \frac{dv}{dx} = \frac{\delta_2}{v_1} \frac{v_{max} - v_2}{s(1 - x_a/s)}$$
(4.13)

Bei der Auslegung von Profilgeometrie ist im allgemeinen weder der Ort der maximalen Geschwindigkeit  $x_a$ , noch die Impulsverlustdicke  $\delta_2$  im Ablösepunkt bekannt. Lieblein hat Definition 4.13 anhand der Ergebnisse seiner Untersuchungen vereinfacht und den folgenden Ausdruck für Laufund Leitrad angegeben:

$$D'' = 1 - \frac{w_2}{w_1} + \frac{1}{2 \cdot \sigma''} \cdot \frac{\Delta w_u}{w_1}$$

$$D' = 1 - \frac{c_3}{c_2} + \frac{1}{2 \cdot \sigma'} \cdot \frac{\Delta c_u}{c_2}$$
(4.14)

Liebleins Vereinfachung gilt genau betrachtet nur für den verlustminimierten Auslegungspunkt bei NACA-65-Profilen, bei denen maximal Strömungen mit lokalen Machzahlen < 0.7 auftreten. Trotzdem werden die Gleichungen (4.14) oft als Bewertungskriterium verschiedenster Verdichterbeschaufelungen verwendet. Liebleins Untersuchungen haben gezeigt, dass ab Diffusionszahlen

 $<sup>^3\</sup>overline{v}$  steht für eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit zwischen  $v_{max}$  und  $v_2$  und wird durch die Zuströmgeschwindigkeit  $v_1$  angenähert.

von etwa 0.6 die Verluste in der Beschaufelung stark ansteigen, wobei er als Ursache die Strömungsablösung an der Schaufelsaugseite angegeben hat. Bei der Auslegung von Verdichtergittern ergibt sich daher als weiteres Belastungskriterium:

$$D'' \le 0.6 \qquad D' \le 0.6 \tag{4.15}$$

## Kapitel 5

# Meridianbeschleunigter Axialventilator

Eine Sonderbauart des einstufigen Axialventilators stellt der meridianbeschleunigte Axialventilator dar. In einer solchen Ausführung kommt es über dem Laufrad zu einer Verjüngung des Strömungsquerschnittes. In Eck [6] werden unter anderem die in Abbildung 5.1 dargestellten Konstruktionen aufgeführt. Die Verringerung des Strömungsquerschnittes wird im Fall A durch die Verjüngung der Laufradnabe, im Fall B durch einen konvergenten Gehäusemantel und im Fall C durch eine Kombination der ersten beiden Varianten realisiert. In diesem Abschnitt werden zunächst grundlegende Eigenschaften des meridianbeschleunigten Axialventilators aufgeführt und anschließend seine Rolle im CORDIER-Diagramm erörtert.

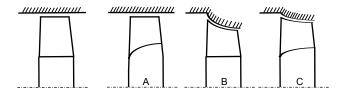


Abbildung 5.1: Prinzipskize meridianbeschleunigter Laufräder [6]

### 5.1 Grundlegende Eigenschaften

Um die grundlegenden Eigenschaften eines meridianbeschleunigten Ventilators zu erörtern wird dieser einem Standardventilator gegenüber gestellt. Die Analyse erfolgt anhand der Betrachtung der Geschwindigkeitsdreiecke im jeweiligen Mittelschnitt. Beide Ventilatoren sollen das gleiche Nabenverhältnis  $v = d_n/d_a$  am Laufradeintritt aufweisen. Der meridianbeschleunigte Ventilator ist so ausgeführt, dass es für die auf dem mittleren Durchmesser  $d_m$  verlaufene Stromlinie zu keiner radialen Auslenkung kommt. Die Meridianbeschleunigung kann über das Verhältnis der Meridiangeschwindigkeiten zwischen Laufradein- und austritt charakterisiert werden  $\Omega = c_{m2}/c_{m1}$ . Abbildung 5.2 zeigt die beschriebene Anordnung.

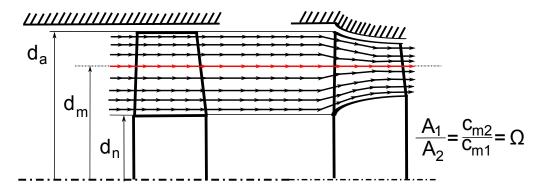


Abbildung 5.2: Stromlinien und Geometriegrößen am meridianbeschleunigten Axialventilator [6]

Die Zuströmung erfolgt axial ( $c_{u1}=0$ ). Ein nachgeschaltetes Leitgitter<sup>1</sup> soll für eine drallfreie Abströmung aus der Ventilatorstufe sorgen ( $c_{u3}=0$ ). Wird nun davon ausgegangen, dass beide Ventilatoren einen festen Fördervolumenstrom bei identischer Drehzahl fördern, ergeben sich so für beide Laufradausführungen identischen Geschwindigkeitsdreiecke für die Einströmung. In den nachfolgenden Abbildungen stehen schwarze Linienzüge immer für das unbeschleunigte, rote Ausführungen immer für das meridianbeschleunigte Laufrad. Wie bereits in Abschnitt 3.1 eingeführt, illustrieren durchgezogene Linien die Laufradzuströmung, strichlierte Linien die Laufradabströmung.

Für axiale Einströmung gilt nach Gleichung 3.11, dass sich die durch eine Schaufelarbeit  $a_u$  erzielte Totaldrucksteigerung aus  $a_u = \frac{p_{t2} - p_{t1}}{\rho \eta_u} = uc_{u2}$  berechnet. Zunächst wird der Fall einer festen Druckzahl  $\psi = \psi$  betrachtet.

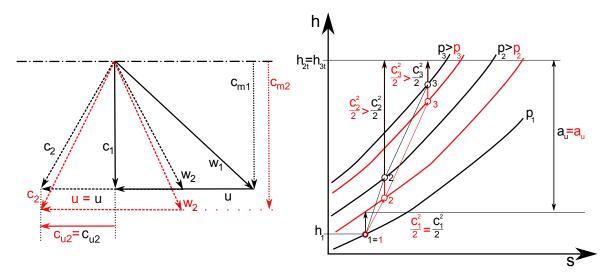


Abbildung 5.3: Vergleich meridianbeschleunigtes (rot) und unbeschleunigtes (schwarz) Laufrad bei identischer Drehzahl, identischem Durchfluss und gleicher zugeführter Arbeit am Laufrad

Die abgebildeten Geschwindigkeitsdreiecke in Abbildung 5.3-1 zeigen, dass in diesem Fall die

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Das Leitgitter ist in Abbildung 5.2 nicht aufgezeichnet.

Verzögerung der Relativströmung im meridianbeschleunigten Fall kleiner ausfällt, als für die unbeschleunigte Konstruktion ( $w_2 > w_2$ ). In Abschnitt 4.4 wurde bereits aufgezeigt, dass die Verzögerung der Relativströmung Grenzwerten unterliegt die nicht unterschritten werden sollten, weshalb die Tendenz zu kleineren Verzögerungen bei gleicher Totaldrucksteigerung als positive Eigenschaft des meridianbeschleunigten Ventilators zu bewerten ist. Es muss jedoch bedacht werden, dass der Betrag der absoluten Abströmgeschwindigkeit aus dem Laufrad höher ausfällt, als beim unbeschleunigten Laufrad ( $c_2 > c_2$ ). Die statische Druckumsetzung im Laufrad ist deshalb geringer, was in Abbildung 5.3-r angedeutet wird. Wenn das nachgeschaltete Leitgitter die Strömung ideal umlenkt  $c_3 = c_{m2}$ , gilt für die Abströmung aus den Leitgittern  $c_3 > c_3$ . Auch in diesem Punkt muss der statische Druck unter dem der Standardausführung liegen ( $p_3 < p_3$ ). Um bei gleicher Druckzahl eine gleichgroße Steigerung des statischen Druckes zu erhalten, muss der nachgeschaltete Diffusor die überschüssige kinetische Energie vollständig in statischen Druck umwandeln. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei gleichem Fördervolumenstrom und Druckzahl

- eine geringere Steigerung des statischen Druckes hinter dem Leitgitter zu erwarten ist
- die Verzögerung im Laufrad günstiger ausfällt

Der Vorteil geringerer Verzögerung wird nun genauer betrachtet. Wie bereits erwähnt, kann die Relativströmung nicht beliebig verzögert werden, sodass ein Minimalwert der relativen Abströmgeschwindigkeit  $w_{2min}$  existiert. Wird in beiden Fällen diese maximale Verzögerung für die Abströmgeschwindigkeit angesetzt  $w_2 = w_2 = w_{2min}$ , so erreicht der meridianbeschleunigte Ventilator dieses Minimum erst bei stärkerer Umlenkung, wie Abbildung 5.3-l zeigt. Dies resultiert gleichzeitig in  $c_{u2} > c_{u2}$  und daher in einem Anstieg der Druckzahl  $\psi > \psi$ .

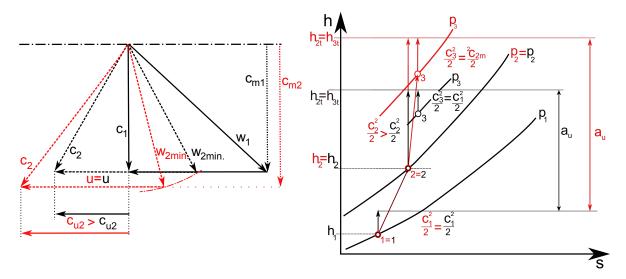
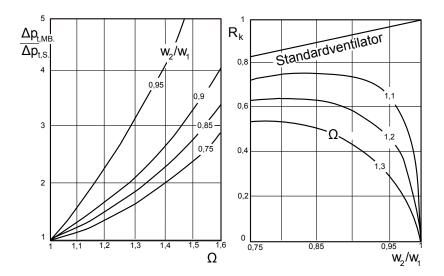


Abbildung 5.4: Vergleich meridianbeschleunigtes (rot) und unbeschleunigtes (schwarz) Laufrad bei identischer Drehzahl, identischem Durchfluss und maximaler Verzögerung im Laufrad

Bei gleichen Zuströmbedingungen (Volumenstrom) lässt sich der Strömung mit dem meridianbeschleunigten Ventilator mehr Arbeit  $a_u$  zuführen und im Vergleich mit der unbeschleunigten Ausführung eine erhöhte Steigerung des Totaldruckes ( $\psi > \psi$ ) erreichen. In diesem Fall gilt  $w_2 = w_2$ , weshalb die Zunahme des statischen Druckes durch das Laufrad in beiden Fällen gleich groß ist (Abbildung 5.3-r). Der Überschuss der zugeführten Arbeit steckt in der kinetische Energie der absoluten Abströmgeschwindigkeit  $c_2 > c_2$ . Um die höhere Druckzahl ausnutzen zu können, muss beim meridianbeschleunigten Ventilator besonders Wert auf die Auslegung der nachgeschalteten Leitreihe, als auch auf das Design eines wirkungsstarken Diffusors gelegt werden  $c_3 > c_3$ . Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei gleichem Fördervolumenstrom und maximaler Verzögerung im Laufrad durch einen meridianbeschleunigten Ventilator

- eine erhöhte Steigerung des Totaldruckes zu realisieren ist
- eine erhöhte Steigerung des statischen Druckes erreicht werden kann, wenn Leitgitter und Diffusor gut arbeiten

In Eck [6] wurden die Geschwindigkeitsdreiecke unterschiedlicher Ventilatoren analysiert. In Abbildung 5.5 sind die Ergebnisse dieser Analysen abgebildet. Deutlich zu sehen ist, dass bei gleicher Verzögerung  $(w_2/w_1)$  die Totaldruckumsetzung in der meridianbeschleunigten Ventilatorkonstruktion  $\Delta p_{t,MB}$  deutlich größer ausfällt als beim Ventilator mit unbeschleunigtem Laufrad  $\Delta p_{t,S}$ . Bei der Betrachtung des Reaktionsgrades fällt auf, dass sich bei zunehmender Meridianbeschleunigung die Druckumsetzung immer weiter in das nachgeschaltete Leitgitter verschiebt. Diese Verläufe sind nicht verwunderlich, da in der vorangegangenen Betrachtung bereits darauf hingewiesen wurde, dass bei gleicher Verzögerung die zusätzlich zugeführte Arbeit direkt in die kinetische Energie der Laufradabströmung übergeht, und so der Anteil der Druckumsetzung im Leitgitter zunehmen muss.



**Abbildung 5.5:** Drucksteigerung und Reaktionsgrad bei meridianbeschleunigtem und Standardventilator [6]

Als Abschluss soll nun die Ausführung als Gleichdruckventilator ( $R_k = 0$ ) betrachtet werden. Die Meridianbeschleunigung erlaubt, dass das Laufrad ohne statische Druckumsetzung durchströmt wird ( $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2$ ). Die zugeführte Arbeit wird dann komplett in die kinetische Energie der Abströmung umgewandelt, welche durch die Leitreihe und den Diffusor in Druck umgesetzt wird. Mit zunehmender Meridianbeschleunigung steigt dabei der Anteil des im Diffusor umgesetzten

Druckes, weshalb besonders bei dieser Bauart ein Augenmerk auf das Diffusordesign gelegt werden muss. In Abbildung 5.6 wird das bereits in Abbildung 5.4 betrachtete meridianbeschleunigte Laufrad ( $w_2 = w_{2min}$ ) mit einem meridianbeschleunigten Gleichdrucklaufrad gleicher Druckzahl verglichen.

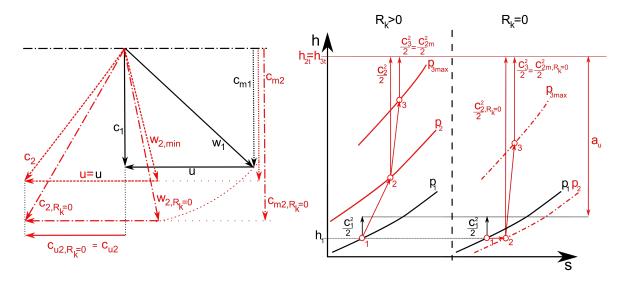


Abbildung 5.6: Vergleich eines meridianbeschleunigten Gleichdruckventilators, mit einem meridianbeschleunigten Ventilator mit maximaler Verzögerung bei identischer Drehzahl, identischem Durchfluss und gleicher zugeführter Arbeit am Laufrad

Schön zu sehen ist, dass es aufgrund der Verluste zu einer statischen Druckabsenkung im Gleichdruckventilator kommen muss. Der Anteil an kinetischer Energie fällt hinter dem Laufrad beim Gleichdruckgebläse deutlich höher aus. Wird die Strömung im Leitgitter jeweils ideal umgelenkt  $(c_3 = c_{m2})$  muss im Vergleich die statische Druckerhöhung hinter dem Leitgitter im Gleichdruckventilator geringer ausfallen, als beim Vergleichsventilator  $(c_{m2,R_k=0} > c_{m2})$ . Der nachgeschaltete Diffusor muss in diesem Fall deutlich mehr kinetische Energie in Druck umsetzen, um die gleiche Drucksteigerung zu erzielen, wie der Ventilator mit  $R_k > 0$ . Vorteil dieser Konstruktion ist jedoch, dass die Laufreihe unverzögert durchströmt wird, was eine unprofilierte, günstige Beschaufelung ermöglicht. Auch die Verzögerung im Leitgitter fällt geringer aus, was sich positiv auf die Gefahr auftretender Ablösungen auswirkt. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass ein meridianbeschleunigter Gleichdruckventilator, im Vergleich mit einem meridianbeschleunigten Ventilator mit maximalen Verzögerungsverhältnis, bei gleichem Fördervolumenstrom und Druckzahl

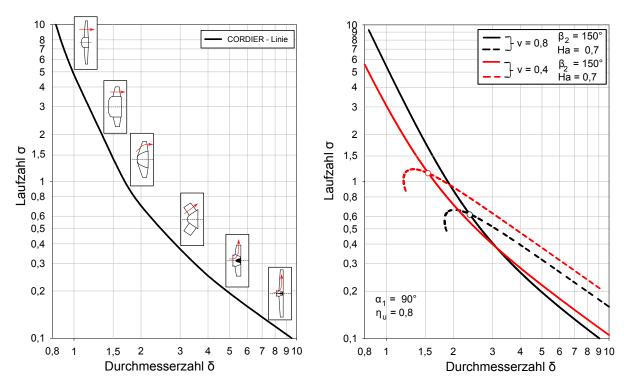
- die gleiche Steigerung des statischen Druckes nur dann erreicht, wenn Leitgitter und Diffusor sehr gut arbeiten
- eine kostengünstigere Fertigung von Laufschaufeln und Leitgitter erlaubt

Ein meridianbeschleunigtes Gleichdruckgebläse wird auch als Schichtgebläse<sup>2</sup> bezeichnet.

 $<sup>^2</sup>$ Benannt nach Schicht, welcher sich ausgiebig mit diesem Prinzip beschäftigt hat.

### 5.2 Lage im CORDIER-Diagramm

Otto Cordier hat festgestellt, dass ein Zusammenhang zwischen Laufzahl  $\sigma$ , Durchmesserzahl  $\delta$  und zugehöriger Laufradform einer Strömungsmaschine besteht [5]. Bei seinen Untersuchungen hat er unterschiedliche Strömungsmaschinen bei maximalem Wirkungsgrad untersucht und die jeweiligen Lauf- und Durchmesserzahlen in einem doppellogarithmisches Diagramm eingetragen. Je nach Laufradform fanden sich die untersuchten Strömungsmaschinen in klar voneinander abgegrenzten Bereichen im  $\sigma$ - $\delta$ -Diagramm wieder. In der Literatur wird dieser Zusammenhang meist über eine Kurve<sup>3</sup>  $\sigma = f(\delta)$  abgebildet, wie sie Abbildung 5.7-1 zeigt [2].



**Abbildung 5.7:** CORDIER-Linie nach Bohl [2] und analytische Ergebnisse nach Willinger und  $K\ddot{o}hler$  [25]

Willinger [21] hat durch analytische Betrachtungen gezeigt, dass der Verlauf des CORDIER-Diagramms wenig mit Strömungsmaschinen bei maximalem Wirkungsgrad zu tun hat. Die Lage und Form der Kurve ergibt sich allein aus der Energieumsetzung in den Strömungsmaschinen und lässt sich aus den jeweiligen Stufenkennlinie gewinnen. Bei den ersten Untersuchungen erstreckte sich der Bereich der für Axialventilatoren hergeleiteten CORDIER-Kurve noch über den gesamten  $\sigma$ - $\delta$ -Bereich. In einer anschließenden Arbeit ist es Willinger und Köhler gelungen durch Einarbeitung von Belastungskriterien den Bereich der axialen Arbeitsmaschinen eindeutig abzugrenzen [25] (Abbildung 5.7-r). Bei den Betrachtungen wurde stets davon ausgegangen, dass die axialen Arbeitsmaschinen ohne Meridianbeschleunigung ausgeführt wurden. Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass diese jedoch erheblichen Einfluss auf die Geschwindigkeitsdreiecke und daraus resultierend auch auf die Stufenkennlinie hat. Im Folgenden soll gezeigt werden, dass

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>In der ursprünglichen Ausführung haben sich in den einzelnen Bereichen gering streuende Punktewolken ausgebildet.

der im CORDIER-Diagramm erhaltenen Betriebsbereich von Axialventilatoren durch die Meridianbeschleunigung erweitert werden kann. Bei der Vorgehensweise wird sich an [21] und [25] orientiert, wobei zunächst die einzelnen Beziehungen hergeleitet werden und anschließend eine graphische Auswertung erfolgt. Als Abgrenzungskriterium dient das maximale Verzögerungsverhältnis nach de Haller (siehe Abschnit 4.4.1).

### Umrechnung der Stufenkennlinie in das CORDIER-Diagramm

Ausgangspunkt der Betrachtung ist der meridianbeschleunigte Ventilator aus den vorherigen Betrachtungen (Abbildung 5.2). Es wird abermals das Geschwindigkeitsdreieck im mittleren Durchmesser herangezogen. Das Verhältnis zwischen Naben- und Außendurchmesser des Axialventilators wird mit  $v = \frac{d_n}{d_a}$  bezeichnet. Die Durchflusszahl nach Gleichung 3.21 wird mit den Größen in der Eintrittsebene definiert. Unter Berücksichtigung der Meridianbeschleunigung  $\Omega$  nimmt die Stufenkennlinie die Form 5.1 an.

$$\psi_m = 2(1 - \varphi_m(\cot(\alpha_1) - \cot(\beta_2)\Omega)) \tag{5.1}$$

Es wird weiterhin von einer axialen Einströmung in das Laufrad ausgegangen  $\alpha_1 = 90^{\circ}$ , weshalb der erste Term in Gleichung 5.1 verschwindet. Die enthaltene Druck- und Durchflusszahl gilt für die Verhältnisse im betrachteten Mittelschnitt. Diese entsprechen nicht den von Cordier verwendeten Kennzahlen und müssen zunächst umgerechnet werden. Wird beachtet, dass  $\psi_s = \psi \cdot \eta_u$  gilt, findet sich für die von Cordier verwendete Druckzahl nach Gleichung 3.26 die Beziehung:

$$\psi_{s,C} = \eta_u \psi_m \frac{(1+v^2)}{2} \tag{5.2}$$

Der letzte Term bildet einen Geometriefaktor ab, der die Verhältnisse im Mittelschnitt auf den Außendurchmesser  $d_a$  bezieht. Die Durchflusszahl im Mittelschnitt lässt sich ebenfalls über einen geometrischen Zusammenhang auf die von Cordier verwendete Durchflusszahl umrechnen:

$$\varphi_C = \varphi_m (1 - v^2) \sqrt{\frac{1 + v^2}{2}} \tag{5.3}$$

Die Gleichungen 3.27 und 3.28 liefern nach Umformung zwei Beziehungen, die die Durchflusszahl  $\varphi_C$  und die Druckzahl  $\psi_C$  mit der Lauf- und der Durchmesserzahl verknüpfen.

$$\sigma = \frac{1}{\varphi_C \delta^3} \qquad \sigma = \frac{1}{\sqrt{\psi_{s,C} \delta}} \tag{5.4}$$

Durch Zusammenfügen der Beziehungen 3.27, 3.28, 5.2, 5.3, 5.4, und 5.1 findet sich ein direkter Zusammenhang  $\sigma = f(\delta)$  der die Stufenkennlinie des meridianbeschleunigten Axialventilators 5.1 im CORDIER-Diagramm abbildet.

$$0 = \sigma^2 + \frac{\cot(\beta_2)\Omega}{\delta^3(1 - v^2)} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + v^2}} \sigma - \frac{1}{\eta_u(1 + v^2)\delta^2}$$
 (5.5)

Gleichung 5.5 ist eine quadratische Gleichung die sich über die p-q-Formel auswerten lässt. Für eine Axialstromdichteverhältnis  $\Omega = 1$  deckt sich diese Beziehung mit der von Willinger angegebenen Beziehung für Axialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit [21].

### Darstellung des de Haller-Kriteriums im CORDIER-Diagramm

Um das de Haller-Kriterium in das CORDIER-Diagramm zu transferieren, wird das Verzögerungsverhältnis über Größen aus den Geschwindigkeitsdreiecken dargestellt<sup>4</sup>:.

$$Ha = \frac{w_2}{w_1} = \frac{\sqrt{(u - c_{u2})^2 + c_{m2}^2}}{\sqrt{u^2 + c_{m1}^2}} = \frac{\sqrt{(1 - \psi_m/2)^2 + (\Omega \varphi_m)^2}}{\sqrt{1 + \varphi_m^2}}$$
(5.6)

Die erhaltene Beziehung kann in einen  $\psi_m = f(\varphi_m)$  Zusammenhang umgeformt werden.

$$\psi_m = 2(1 \pm \sqrt{Ha^2 + \varphi_m^2(Ha^2 - \Omega^2)}) \tag{5.7}$$

Der Zusammenhang 5.7 stellt die Kennlinie von meridianbeschleunigten Axialventilatoren dar, deren Geschwindigkeitsdreiecke das de Haller-Kriterium erfüllen. Zur Abbildung im CORDIER-Diagramm muss wiederum von den Größen im Mittelschnitt auf die CORDIER-Beziehungen umgerechnet werden. Zur Anwendung kommen abermals die Gleichungen 3.27, 3.28, 5.2, 5.3, 5.4 in Verbindung mit 5.7. Das Resultat ist eine biquadratische Gleichung, die das de Haller-Kriterium als  $\sigma = f(\delta)$  im CORDIER-Diagramm abbildet.

$$0 = \sigma^4 + \left(\frac{2(\Omega^2 - Ha^2)}{(1 - Ha^2)(1 - v^2)^2(1 + v^2)\delta^6} - \frac{2}{\eta_u(1 + v^2)(1 - Ha^2)\delta^2}\right)\sigma^2 + \frac{1}{\eta_u^2(1 + v^2)^2(1 - Ha^2)\delta^4}$$
(5.8)

#### Abbildung von Gleichdruckventilatoren

Es wurde bereits in Abschnitt 5.1 angemerkt, dass die Meridianbeschleunigung erlaubt den Axialventilator als Gleichdruckventilator auszulegen. In diesem Fall gilt Ha = 1 und Beziehung 5.7 nimmt die Form

$$\psi_m = 2(1 \pm \sqrt{1 + \varphi_m^2 (1 - \Omega^2)}) \tag{5.9}$$

an. Wird wie bereits beschrieben vorgegangen, findet sich der  $\sigma=f(\delta)$  Zusammenhang für Gleichdruckventilatoren zu:

$$0 = \sigma^2 - \frac{(1 - v^2)^2 \delta^2}{2\eta_u^2 (1 + v^2)(1 - \omega^2) + 2\eta_u (1 - v^4)(1 - v^2)\delta^4}$$
 (5.10)

#### Zusammenführen der Beziehungen

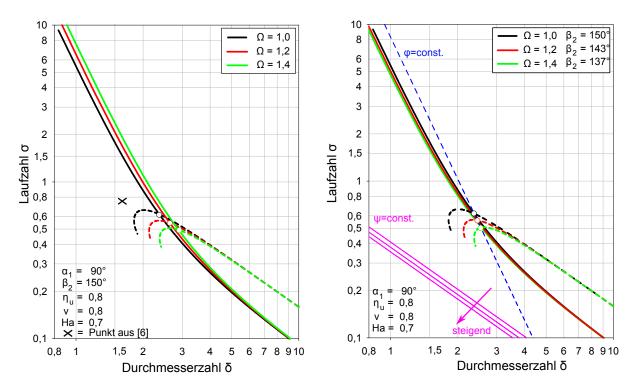
Werden nun die geometrischen Parameter Nabenverhältnis v und Meridianbeschleunigung  $\Omega$  sowie der Umfangswirkungsgrad  $\eta_u$  festgelegt, liefern die Beziehungen 5.5, 5.8 und 5.10 Kurven im  $\sigma$ - $\delta$ -Diagramm, die vom angenommen relativen Abströmwinkel  $\beta_2$  und der Verzögerung im Laufrad Ha abhängen. Ein Schnittpunkt der Kurven ist so zu interpretieren, dass der Axialventilator in diesem Punkt ein Verzögerungsverhältnis von Ha erreicht, wobei es im Laufrad zu einer relativen Abströmung von  $\beta_2$  kommt. Auf dieser Erkenntnis beruht die Abgrenzung des Betriebsbereiches von Axialventilatoren im CORDIER-Diagramm. Für den in Abbildung 5.7-r

 $<sup>^4</sup>$ Die Beziehung 5.6 gilt in der angegeben Form nur für drallfreie Laufradeinströmung  $\alpha_1=90^\circ$ .

abgesteckten Bereich, haben Willinger und Köhler einen typischen Austrittswinkel von  $\beta_2 = 150^{\circ}$  und das maximale Verzögerungsverhältnis von Ha = 0,7 angenommen. Bei unterschiedlichen Nabenverhältnissen v = 0,8 bzw. 0,4 erfolgt so eine Einschränkung des Betriebsbereichs von axialen Ventilatoren in Richtung zunehmender Durchmesser- und abnehmender Laufzahlen.

### Auswertung der Gleichungen

Es soll nun der Einfluss der Meridianbeschleunigung  $\Omega$  in diese Betrachtung einfließen. Dazu werden zunächst die Gleichungen 5.5 und 5.8 ausgewertet und der zu Abbildung 5.7-r entsprechende Fall betrachtet. Der Übersicht halber wird lediglich das Nabenverhältnis v=0,8 abgebildet. Bei kleineren Nabenverhältnissen ist die Meridianbeschleunigung aufgrund der langen Schaufeln schwerer zu realisieren, weshalb sie dort auch eine untergeordnete Rolle spielt. Der Abströmwinkel aus dem Laufrad wird mit 150°, der Umfangswirkungsgrad zu  $\eta_u=0,8$  festgelegt. Als Abgrenzungskriterium gilt das maximale Verzögerungsverhältnis von 0, 7. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.8-l dargestellt.

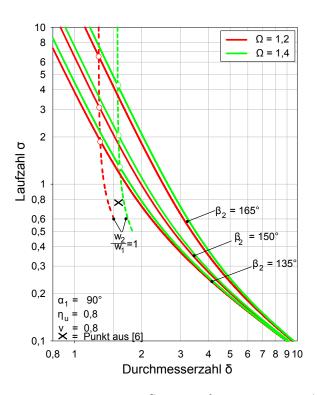


**Abbildung 5.8:** CORDIER-Diagramm: Einfluss der Meridianbeschleunigung bei konstantem Abströmwinkel (links). Einfluss der Meridianbeschleunigung bei konstanter Durchflusszahl (rechts).

Deutlich zu sehen ist, dass sich die durch das de Haller-Kriterium ergebende Abgrenzung mit zunehmender Meridianbeschleunigung in Bereiche zunehmender Durchmesser- und sinkender Laufzahlen verschiebt. Der Betriebsbereich von Axialventilatoren wird daher bei großen Nabenverhältnissen erweitert und nähert sich dem Bereich der Radialmaschinen an.

Worauf diese Verschiebung zurückzuführen ist, lässt sich am direkten Vergleich eines Standardventilators ( $\Omega = 1$ ) mit einem meridianbeschleunigten Axialventilator, bei gleichen Eintrittsbedingungen ( $v, \varphi_m$ ) zeigen. In beiden Ventilatoren soll abermals maximal verzögert werden. In Abbildung 5.8-r ist zu sehen, dass mit zunehmender Meridianbeschleunigung das maximale Verzögerungsverhältnis Ha=0,7 erst bei größerer Umlenkung<sup>5</sup> erreicht wird. Das Verhalten deckt sich mit den Ergebnissen der generellen Betrachtung in Abschnitt 5.1. Dort wurde auch angemerkt, dass dies eine erhöhte Druckzahl nach sich zieht. Wie am angedeuteten Verlauf konstanter Druckzahlen ersichtlich, muss sich daher der Ausgangspunkt in Richtung sinkender Laufzahlen verschieben.

Abschließend soll noch die Lage der meridianbeschleunigten Gleichdruckventilatoren ermittelt werden. Dazu wurden die Gleichungen 5.5 und 5.10 ausgewertet und in Abbildung 5.9 dargestellt. Wird der Ausgangsfall  $\beta_2=150^\circ$  betrachtet, zeigt ein Vergleich der Abbildungen 5.8-l und 5.9, dass sich der Arbeitsbereich der Gleichdruckventilatoren im Vergleich zu den verzögernden Gebläsen (Ha < 1) in Richtung größerer Lauf- und kleinerer Durchmesserzahlen verschiebt. Bei Annahme einer verminderten Umlenkung  $\beta_2=165^\circ$  verschiebt sich deren Lage weiter in Richtung steigender Laufzahlen; eine erhöhte Umlenkung  $\beta_2=135^\circ$  hingegen führt in den Bereich sinkender Laufzahlen. Mit zunehmender Meridianbeschleunigung kommt es auch bei Gleichdruckventilatoren zu einer Verlagerung des Betriebsbereiches in Richtung zunehmender Durchmesserund abnehmender Laufzahlen.



**Abbildung 5.9:** Lage meridianbeschleunigter Gleichdruckventilatoren in Abhängigkeit von  $\beta_2$  und  $\Omega$ 

Sowohl in Abbildung 5.8-1 als auch in Abbildung 5.9 wurde ein Punkt mit dem Verweis auf Eck [6] markiert. Dort wurde dem meridianbeschleunigten Ventilator im CORDIER-Diagramm lediglich dieser Punkt zugeordnet. Er liegt jeweils ein wenig abseits der erhaltenen Ergebnisse. Eck macht bei seiner Zuordnung jedoch keine Angaben über die vorliegende Geometrie oder das realisierte Verzögerungsverhältnis. Es ist leicht zu erkennen, dass durch Variation des Abströmwinkels  $\beta_2$ 

 $<sup>^5</sup>$ abnehmender Abströmwinkel  $\beta_2$ 

und einer geringeren Verzögerung  $H_a > 0,7$  die Schnittpunkte in Abbildung 5.8-1. leicht in diesen Bereich verschoben werden können. Auch die Ausführungen für Gleichdruckventilatoren würden bei zunehmender Umlenkung in diesen Bereich hineinfallen.

Die Ergebnisse zur Betrachtung von meridianbeschleunigten Axialventilatoren im CORDIER-Diagramm lassen sich folgend zusammenfassen:

- Bei großen Nabenverhältnissen erweitert die Meridianbeschleunigung den Betriebsbereich von Axialventilatoren im CORDIER-Diagramm in Richtung abnehmender Laufzahlen  $\sigma$  und zunehmender Durchmesserzahlen  $\delta$
- Gleichdruckventilatoren liegen im CORDIER-Diagramm oberhalb der verzögernden Axialventilatoren.

## Kapitel 6

## Axialventilator des Gitterwindkanals

Der lineare Gitterwindkanal des Instituts für Energietechnik und Thermodynamik wird zur Untersuchung der Eigenschaften linearer Turbinen- und Verdichterschaufelgitter verwendet. Als Luftversorgung dient der Axialventilator A110 der SIMMERING-GRAZ-PAUKER AG. Es handelt sich um ein einstufigen, meridianbeschleunigten Axialventilator mit Vorleitreihe. Sowohl die Laufradbeschaufelung, als auch das Leitgitter sind unprofiliert ausgeführt worden. Die Schaufeln des Laufrades weisen eine Verwindung auf, während die Leitgitter Beschaufelung aus zylindrischen Schaufeln besteht (siehe B.2 und B.1). Der Ventilator wird bei konstanter Drehzahl betrieben. Die Betriebsdaten im Auslegungspunkt wurden der Diplomarbeit von Rosenbaum [14] entnommen.

Tabelle 6.1: Betriebsdaten A110 im Auslegungspunkt

| Totaldruckerhöhung | $\Delta p_t$ | 3000 [Pa]        |
|--------------------|--------------|------------------|
| Volumenstrom       | $\dot{V}$    | $6,25 \ [m^3/s]$ |
| Drehzahl           | n            | $2940 \ [U/min]$ |

Basierend auf den Zeichnungen der SIMMERING-GRAZ-PAUKER AG wurden die zur Berechnung und Modellierung benötigten geometrischen Daten aufgearbeitet. Nachstehende Abbildung 6.1 zeigt eine vereinfachte Skizze der Anordnung, in der alle relevanten Geometriegrößen (Tabelle 6.2) definiert werden. Die im Ventilator verbaute Vorleitreihe wurde ignoriert, da diese im Betrieb immer so ausgerichtet ist, dass es zu einer 90° Einströmung in das Laufrad kommt. Zur Charakterisierung der vorhandenen Meridianbeschleunigung im Laufrad wird das Axialstromdichteverhätlnis nach Gleichung 4.9 gebildet. Bei konstanter Dichte reduziert sich diese bekanntlich zu einer rein geometrischen Beziehung. Mit dem Ein- und Ausströmquerschnitt des Laufrades findet sich für das Gebläse A110:

$$A_1 = \frac{d_a^2 - d_{n1}^2}{4}\pi = 0,1583 \ [m^2]$$

$$A_2 = \frac{d_a^2 - d_{n2}^2}{4}\pi = 0,1074 \ [m^2]$$

$$\Omega = \frac{A_1}{A_2} \approx 1,47$$

Bei diesem Axialstromdichteverhältnis kommt es innerhalb des Laufrades zu einer etwa 50 prozentigen Steigerung der axialen Strömungsgeschwindigkeit. Von weiterem Interesse wird später

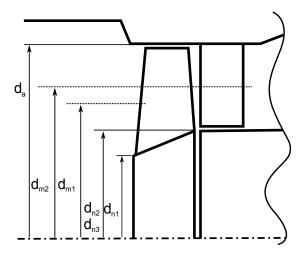


Abbildung 6.1: Geometriedaten A110

Tabelle 6.2: Geometriedaten A110

| Laufgitter                   |          |                 |
|------------------------------|----------|-----------------|
| Schaufelzahl                 | z''      | 20              |
| Nabendurchmesser am Eintritt | $d_{n1}$ | $442 \ [mm]$    |
| Nabendurchmesser am Austritt | $d_{n2}$ | 510 [mm]        |
| Durchmesser Schaufelspitze   | $d_a$    | $630 \ [mm]$    |
| Sehnenlänge Mittelschnitt    | $s_m''$  | $118 \ [mm]$    |
| Sehnenlänge Schaufelspitze   | $s_a'''$ | $110, 6 \ [mm]$ |
| Leitgitter                   |          |                 |
| Schaufelzahl                 | z'       | 19              |
| Durchmesser Schaufelspitze   | $d_{n3}$ | 510 [mm]        |
| Durchmesser am Gehäuse       | $d_a$    | $630 \ [mm]$    |
| Sehnenlänge Mittelschnitt    | $s'_m$   | 115 [mm]        |

auch der mittlere Schaufeldurchmesser  $d_m$  sein, auf welchen die eindimensionalen Berechnungen herunter gebrochen werden. Da die Schaufelhöhe des Laufrades im vorliegenden Fall stark abnimmt, liegen auf der Zu- und Abströmseite unterschiedliche mittlere Schaufeldurchmesser vor. Es ergeben sich mit der Beziehung 3.1 die Werte

$$d_{m1} = \sqrt{\frac{d_a^2 + d_{n1}^2}{2}} = 544, 18 \ [mm]$$

für den Eintritt und

$$d_{m2} = \sqrt{\frac{d_a^2 + d_{n2}^2}{2}} = 573, 15 \ [mm]$$
$$d_{m2} = d_{m3} = d_{m4}$$

für den Austritt aus dem Laufrad. Letzterer spiegelt gleichzeitig auch den mittleren Schaufeldurchmesser des Leitrades wieder. Zur Modellierung eines linearen Verdichtergitters wird ebenfalls die Teilung am betrachteten Schaufelradius benötigt. Für die Mittelschnitte berechnen sich diese über Gleichung 4.1 mit den bekannten Schaufelzahlen zu:

$$t_m'' = \frac{d_{m1}\pi}{z''} \approx 85,48 \ [mm]$$

$$t'_{m} = \frac{d_{m3}\pi}{z'} \approx 94,77 \ [mm]$$

Als letzte Kenngröße eines Verdichtergitters werden abschließend die jeweiligen Überdeckungen bestimmt (Gleichung 4.2).

$$\sigma_m'' = \frac{s_m''}{t_m''} \approx 1,3453$$

$$\sigma_m' = \frac{s_m'}{t_m'} \approx 1,2451$$

Aufgrund der geplanten Untersuchungen wurden diese Berechnungen auch für die Laufradschaufelspitze durchgeführt, es fanden sich:

$$t_a'' = \frac{d_a \pi}{z''} \approx 97,96 \ [mm]$$

$$\sigma_a'' = \frac{s_a''}{t_a''} \approx 1,1176$$

### 6.1 Berechnung im Auslegungspunkt

An dieser Stelle wird eine eindimensionale Berechnung für den Auslegungspunkt durchgeführt. Das Interesse besteht darin die Zuströmbedingungen für Lauf- und Leitgitter zu ermitteln. Die Ergebnisse werden später (Abschnitt 7.2.2) zur Definition der Randbedingungen in der Strömungssimulation herangezogen. Bei der Berechnung wurde sich in erster Linie an Rosenbaum [14] orientiert. Als Umgebungsbedingungen wurden die folgenden Größen festgelegt:

$$p_0 = 101325$$
 [Pa]  
 $T_0 = 293,15$  [°]  
 $\varrho_0 = 1,20$  [kg/m³]  
 $\nu_0 = 15,12 \cdot 10^{-6}$  [m²/s]

### 6.1.1 Mittelschnitt

Alle Rechenschritte werden für den mittleren Durchmesser durchgeführt, weshalb in weiterer Folge auf den Index verzichtet wird  $(d_{1m} \Rightarrow d_1)$ . Mit der Drehzahl im Auslegungspunkt (Tabelle 6.1) und dem mittleren Durchmesser am Laufradeintritt ergibt sich laut Gleichung 3.3 die Umfangsgeschwindigkeit zu:

$$u_1 = \frac{d_1 n \pi}{60} = 83,77 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Die Vorleitreihe erzeugt keinen Vordrall, weshalb  $\alpha_1 = 90^{\circ}$  gilt und die absolute Anströmgeschwindigkeit  $c_1$  mit der axialen Eintrittsgeschwindigkeit  $c_{m1}$  in das Laufrad gleichzusetzen ist.

$$c_{m1} = c_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = 39,49 \ \left[\frac{m}{s}\right]$$

Die Betrachtung der Geschwindigkeitsdreiecke (Abbildung 6.2) ermöglichst eine Berechnung der relativen Anströmgrößen  $w_1$  und  $\beta_1$ .

$$w_1 = \sqrt{u_1^2 + c_1^2} = 92,61 \left[ \frac{m}{s} \right]$$
$$\beta_1 = 180^{\circ} - \beta_1^+$$
$$\beta_1 = 180^{\circ} - \arctan\left(\frac{c_{m1}}{u_1}\right) = 154,76 \left[ \circ \right]$$

Damit sind die gesuchten Anströmbedingungen für das Laufrad bestimmt.

Die Laufradabströmung liefert die Anströmbedingungen für das Leitrad. Mit der Drehzahl und dem berechneten Axialstromdichteverhältnis ergeben sich zunächst

$$u_2 = \frac{d_2 n\pi}{60} = 88, 23 \left[ \frac{m}{s} \right]$$
$$c_{2m} = \frac{\dot{V}}{A_1} = c_{1m} \Omega = 58, 17 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

für die Laufradabströmung. Da nun nicht  $c_2 = c_{m2}$  gilt, muss über die Beziehungen 3.6, 3.9 und 3.15 die Umfangskomponente der absoluten Abströmgeschwindigkeit ermittelt werden. Für den Schaufelwirkungsgrad wurde aus dem vorliegenden Kennfeld (Abbildung B.4)  $\eta_u = 0,72$  in Anlehnung an [14] bestimmt.

$$Y = \frac{\Delta p_t}{\rho_0} = 2500 \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

$$a_u = \frac{Y}{\eta_u} = u_2 c_{u2} \rightarrow c_{u2} = \frac{Y}{\eta_u u_2} = 39,35 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Mit dieser lassen sich die absoluten Abströmbedingungen aus dem Laufrad bestimmen:

$$c_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + c_{u2}^2} = 70,23 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{c_{m2}}{c_{u2}}\right) = 55,92 \ [^{\circ}]$$

Der vollständigkeitshalber werden abschließend die relativen Abströmbedingungen ermittelt und das Geschwindigkeitsdreieck für die Laufradmittelschnittrechnung abgebildet (Abbildung 6.2).

$$\beta_2^+ = \arctan\left(\frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}}\right) = 49,96 \, [\circ] \quad \to \quad \beta_2 = 130,04 \, [\circ]$$

$$w_2 = \sqrt{(u_2 - c_{u2})^2 + c_{m2}^2} = 75,98 \, \left[\frac{m}{s}\right]$$

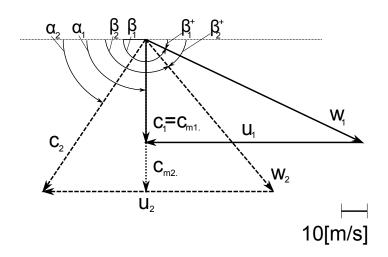


Abbildung 6.2: Geschwindigkeitsdreick im Mittelschnitt

Die Profilreynoldszahlen können mit der jeweiligen Anströmgeschwindigkeit und der Sehnenlänge gebildet werden.

$$Re'' = \frac{w_1 s''}{\nu_0} = 722750 \approx 7 \cdot 10^5$$
  
 $Re' = \frac{c_2 s'}{\nu_0} = 534157 \approx 5 \cdot 10^5$ 

Tabelle 6.3 fasst die Anströmbedingungen für die Simulationen im Mittelschnitt zusammen.

Tabelle 6.3: Anströmbedingungen für die Simulation im Mittelschnitt

| Anströmwinkel   | Anströmgeschwindigkeit                         | Profilreynoldszahl  |
|---|--|---|
| $\beta_1^+ = 25, 24 \ [^{\circ}]$<br>$\alpha_2 = 55, 92 \ [^{\circ}]$ | $w_1 = 92,61 \ [m/s]$<br>$c_2 = 70,23 \ [m/s]$ | $ \begin{array}{c} \approx 7 \cdot 10^5 \\ \approx 5 \cdot 10^5 \end{array} $ |

### 6.1.2 Laufradspitze

Da über den Auslegungsprozess nichts bekannt ist, muss zur Berechnung der Anströmung der Laufradspitze eine weitere Annahme getroffen werden. Die Auslegung von Beschaufelungen erfolgt oft nach dem Gesetzt des Potentialwirbels. Das Resultat einer solchen Auslegung wird dadurch gekennzeichnet, dass in jedem Schaufelschnitt die gleiche spezifische Schaufelarbeit verrichtet wird ( $a_u = (u_2c_{u2} - u_1c_{u1}) = const.$ ). Dies führt zu besonders kleinen Umlenkungen an der Laufradspitze und besonders starken Umlenkungen an der Nabe [24]. Die in Abschnitt 6.1.1 durchgeführten Berechnungsschritte werden im Folgenden für die Laufradspitze am Durchmesser  $d_a$  durchgeführt, der Rechengang bleibt identisch, weshalb größtenteils auf eine Kommentierung verzichtet wurde.

$$u_{a} = \frac{d_{a}n\pi}{60} = 96,98 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$c_{a,m1} = c_{a,1} = 39,49 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$w_{a,1} = \sqrt{u_{a}^{2} + c_{a,1}^{2}} = 104,71 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\beta_{a,1} = 180^{\circ} - \beta_{a,1}^{+}$$

$$\beta_{a,1} = 180^{\circ} - \arctan\left(\frac{c_{a,1}}{u_{a}}\right) = 159,34 \left[^{\circ}\right]$$

Bei der Laufradabströmung kommt es hier zu keiner radialen Auslenkung der Stromlinien, da Ein- und Austrittsdurchmesser an der Laufradspitze übereinstimmen, weshalb die Umfangsgeschwindigkeit konstant bleibt.

$$c_{a,m2} = 58,17 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$Y = \frac{\Delta p_t}{\rho_0} = 2500 \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

$$a_u = \frac{Y}{\eta_u} = u_a c_{a,u2} \rightarrow c_{a,u2} = \frac{Y}{\eta_u u_a} = 35,80 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$c_{a,2} = \sqrt{c_{a,2m}^2 + c_{a,u2}^2} = 68,30 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$\alpha_{a,2} = \arctan \frac{c_{a,m2}}{c_{a,u2}} = 58,39 \ [^{\circ}]$$

$$\beta_{a,2}^{+} = \arctan \frac{c_{a,m2}}{u_a - c_{a,u2}} = 43,56 \ [^{\circ}] \quad \rightarrow \quad \beta_2 = 136,44 \ [^{\circ}]$$

$$w_{a,2} = \sqrt{(u_a - c_{a,u2})^2 + c_{a,m2}^2} = 84,42 \ \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$Re''_a = \frac{w_{a,1}s''_a}{\nu_0} = 760740 \approx 8 \cdot 10^5$$

$$Re'_a = \frac{c_{a,2}s'_a}{\nu_0} = 519477 \approx 5 \cdot 10^5$$

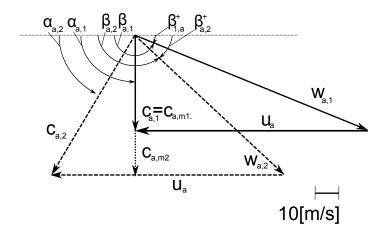


Abbildung 6.3: Geschwindigkeitsdreieck Laufradspitze

Tabelle 6.4 fasst die Anströmbedingungen für die Simulationen im Laufradspitzenschnitt zusammen.

Tabelle 6.4: Anströmbedingungen für die Simulation im Laufradspitzenschnitt

| Anströmwinkel  | Anströmgeschwindigkeit                          | Profilreynoldszahl                            |
|--|---|---|
| $\beta_1^+ = 20,66 \ [^{\circ}]$ $\alpha_2 = 58,39 \ [^{\circ}]$ | $w_1 = 104,71 \ [m/s]$<br>$c_2 = 68,30 \ [m/s]$ | $\approx 8 \cdot 10^5$ $\approx 5 \cdot 10^5$ |

## Kapitel 7

# Modellierung der Problemstellung

Ziel der Untersuchung war es, mittels CFD Simulation grundlegende Strömungseigenschaften der Beschaufelung des Axialventilators A110 zu berechnen und zu analysieren. Hierbei lag der Fokus in erster Linie darauf, die im Abschnitt 4.2 vorgestellten Gittercharakteristik sowohl für die ausgeführte Leit- als auch Laufradbeschaufelung zu ermitteln. Zusätzlich sollte im Zuge dieser Berechnungen auch der Einfluss einer veränderlichen Axialstromdichte ermittelt werden.

### 7.1 Netzgenerierung

Zur Durchführung der eigentlichen Simulationen wurden vier Berechnungsnetze verwendet, bestehend aus einem Leit- sowie drei Laufgitternetzen. Alle Netze wurden mit der kommerziellen Software ICEM CFD generiert und weisen eine konturangepasste, blockstrukturierte Gitterstruktur auf (Abschnitt 2.4.1). Zur Berechnung der Strömung in einem Schaufelgitterverband ist es ausreichend lediglich eine einzige Schaufel im Berechnungsgebiet abzubilden, da der Einfluss der übrigen Schaufeln anschließend über die Wahl passender Randbedingungen berücksichtigt werden kann. Die Gestaltung des Lösungsvolumens kann auf zwei verschiedene Arten erfolgen, wie Abbildung 7.1 schematisch darstellt.

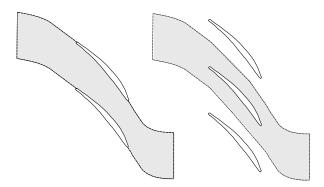


Abbildung 7.1: Mögliche Berechnungsvolumen

Der wesentliche Unterschied zeigt sich in der Lage des zu untersuchenden Profils im Berechnungsvolumen. Eine Möglichkeit ist es, das Profil an der Vorder- und Hinterkante in Druck-

und Saugseite zu trennen und die Profilkonturen dann direkt zur Abgrenzung des Berechnungsraumes zu verwenden, wie Abbildung 7.1-l zeigt. Im Bereich des Schaufelprofils entsteht so ein Abschnitt der einer Kanalströmung gleicht. Vorteil dieser Modellierungsart ist, dass sich die Vernetzung im Bereich der Profilhälften als recht einfach erweist. Beim häufiger verwendeten Ansatz Abbildung 7.1-r wird hingegen das Profil mittig im Berechnungsvolumen positioniert, so dass es während der Simulation zu einer vollständigen Umströmung kommt. Hier ist die spätere Vernetzung in Profilnähe zwar aufwändiger, jedoch liegen im Vergleich zu Abbildung 7.1-l die äußeren Grenzen des Berechnungsvolumens vollständig in der Strömung, was das Aufbringen einer kontinuierlichen Randbedingung möglich macht.

Für Leit- und Laufgitter wurde der Modellierungsansatz Abb. 7.1-r gewählt. Das grundsätzliche Vorgehen war bei der Modellgenerierung sehr ähnlich, daher wird dieses im Folgenden hauptsächlich am Leitgitter erläutert und später nur noch auf Unterschiede in der Laufgittergestaltung eingegangen.

### 7.1.1 Leitgitter

Zur Modellierung wurde die in Abschnitt 6 vorgestellte Geometrie herangezogen. Für die Untersuchungen wurde der bereits in Abschnitt 6.1 berechnete mittlere Schaufelradius ausgewählt. Die Berechnung erfolgte in der Hauptströmungsebene (x-y-Ebene), in einem zweidimensionalen Berechnungsnetz. Das verwendete ebene Berechnungsvolumen für das Leitgitter wird in Abbildung 7.2 abgebildet.

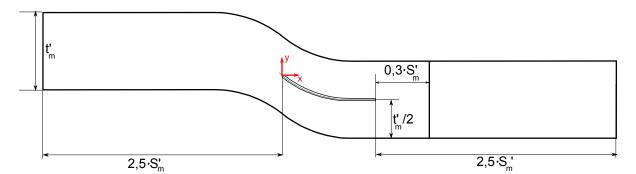


Abbildung 7.2: Leitgitterumgebung

Bei der Modellierung wurden die folgenden Punkte beachtet:

- Die Höhe des Kanals entspricht normal zur x-Achse immer genau der Teilung des Leitgitters am betrachteten Schaufelradius
- Die Skelettlinie der Schaufel befindet sich immer genau in der Mitte des Strömungskanals
- Ein- und Auslauf wurden um  $2, 5 \cdot s'_m$  verlängert um sicher zu gehen, dass etwaige Rückströmgebiete die Randbedingungen am In- und Outlet nicht beeinflussen.
- $\bullet$  Die Ebene zur Auswertung der Abströmungsgrößen liegt um  $0,3\cdot s_m'$  versetzt hinter der Profilhinterkante

Bei der Vernetzung des Lösungsraumes wurde die Blockstruktur so ausgewählt, dass das Berechnungsnetz an die lokalen Gegebenheiten angepasst werden konnte. So ist rund um die Profilkontur ein O-Grid angeordnet worden, um die runden Vorder- und Hinterkanten besser abbilden zu können. Aufgrund des ausgewählten Turbulenzmodells (Abschnitt 7.2.3) wurden die Schaufelwand-

grenzschichten voll aufgelöst, weshalb in diesen Regionen ein besonders feines Netz generiert wurde. Stromaufwärts der Schaufel hingegen ist nur mit geringen Abweichungen von den Zuströmbedingungen zu rechnen, weshalb hier die Verwendung eines vergleichbar groben Netzes ausreichte. Die folgenden Abbildungen zeigen das für das Leitgitter erstellte Netz in Gesamtansicht Abb. 7.3 sowie eine Vergrößerung der Profilnase und Profilhinterkante, Abb. 7.4.

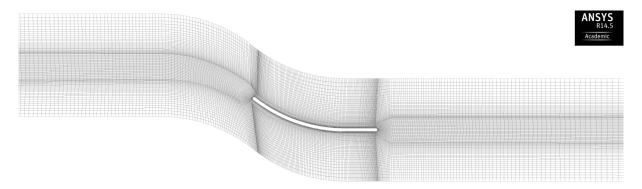


Abbildung 7.3: Berechnungsnetz des Leitgitters in Gesamtansicht

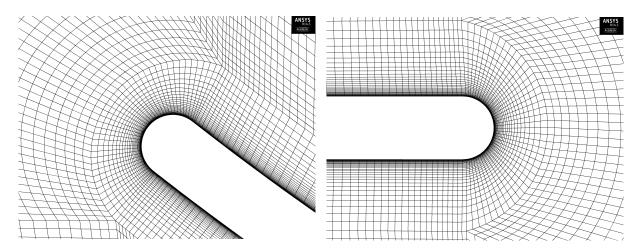


Abbildung 7.4: Vernetzung der Profilnase und Profilhinterkante der Leitradbeschaufelung

### 7.1.2 Laufgitter

Das Laufgitter unterscheidet sich in seiner Ausführung laut Abschnitt 6 deutlich vom Leitgitter. Dank der Verwindung ist nicht nur die Teilung; auch Profilform und Staffelungswinkel sind abhängig vom betrachteten Schaufelradius. Bei den Berechnungsmodellen für die Laufradschaufel wurde sich darauf beschränkt, lediglich die Strömungseigenschaften des Schaufelprofils im Mittelschnitt, sowie an der Laufradspitze bei den gegebenen Anströmbedingungen zu ermitteln. Dazu musste beachtet werden, dass bei der experimentellen Bestimmung von Gittercharakteristiken im Windkanal die Auswertungen im Bereich der Schaufelmitte durchgeführt werden. Durch ein zusätzliches Absaugen der Seitenwandgrenzschichten kann dort von einer unbeeinflussten Strömung ausgegangen werden. Eine zweidimensionale Betrachtung wie beim Leitgitter bildet diesen Fall exakt ab. Die Problematik beim Laufgitter bestand darin, dass es entlang der Schaufeln zu

einer Abnahme des Nabenverhältnisses und so zu einer Zunahme der Axialstromdichte kommt, was von einer zweidimensionalen Berechnung nicht berücksichtigen werden kann. Ziel bei der Erstellung der Laufradmodelle musste es daher sein, ein dreidimensionales Berechnungsvolumen zu erschaffen, welches in der Ebene der Schaufelmitte eine zweidimensionale Strömung erzeugt, die eine künstliche Meridianbeschleunigung erfährt.

Dazu wurde zunächst, unter Einhaltung der vier Modellierungsansätze für das Leitrad, ein Berechnungsraum in der Hauptströmungsebene (x-y-Ebene) gestaltet. Die Abbildung 7.5-o, zeigt exemplarisch jenen für den Mittelschnitt.

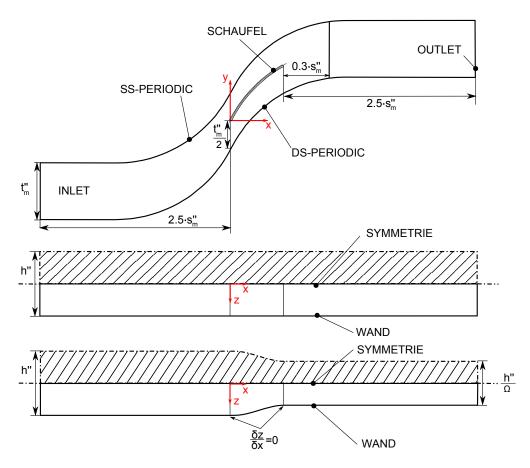


Abbildung 7.5: Lösungsraum für die Laufgitterbetrachtungen. Gestaltung der Hauptströmungsebene (oben). Wandgestaltung für unbeschleunigtes Berechnungsvolumen (mitte) und beschleunigtes Berechnungsvolumen (unten).

Ausgehend von diesem ebenen Berechnungsraum wurde ein dreidimensionales Berechnungsvolumen erstellt, bei welchem als Tiefe die Schaufelhöhe am Laufradeintritt  $h'' = d_a - d_{n1}$  festgelegt wurde. Das entstehende Berechnungsvolumen beinhaltet so eine zylindrische Schaufel, mit dem Profil des zu untersuchenden Schaufelschnittes. Die Abbildung 7.5-m zeigt dieses Berechnungsvolumen für den Mittelschnitt. Bei passender Wahl der Randbedingungen (Abschnitt 7.2.2) gleicht dieses Modell dem zweidimensionalen Berechnungsmodell des Leitgitters und liefert die Strömungsgrößen für eine zweidimensionale Betrachtung<sup>1</sup>. Diese werden später als Vergleichsgrößen verwendet, um den Einfluss des AVDR bei identischen Anströmbedingungen zu charakterisieren.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Wird in den folgenden Abschnitten als unbeschleunigtes Berechnungsgitter bezeichnet.

Die Strömungseigenschaften bei einer veränderlichen Axialstromdichte wurden hingegen mit einem zweiten Berechnungsvolumen untersucht<sup>2</sup> (Abbildung 7.5-u). Bei dem ausgeführten Ventilator verjüngt sich der Strömungsquerschnitt im Bereich der Laufschaufel um etwa 50% (siehe Abschnitt 6). Da beim linearen Gitterverband  $A_1 = t_m'' \cdot h''$  und  $t_m'' = const.$  gilt, muss für gleiche Verhältnisse wie im zu untersuchenden Ventilatorschnitt für die Schaufelhöhe am Laufradaustritt  $h_{aus}'' = h''/\Omega$  gelten. Die Verjüngung wurde ebenfalls nur im Bereich der Schaufel durchgeführt, wobei die Kontur so ausgewählt wurde, dass sie tangential an den Zu- und Abströmkanal anschließt und einen Wendepunkt in der Schaufelmitte aufweist. Diese Modellierung führt dazu, dass sowohl das beschleunigte als auch das unbeschleunigte Modell in der Hauptströmebene identische Konturen aufweisen. Die Abnahme der Schaufeltiefe im beschleunigten Modell berücksichtigt jedoch den Einfluss einer, von der Hauptströmungsebene unabhängigen, Meridianbeschleunigung der Strömung.

Sowohl im unbeschleunigten, als auch im meridianbeschleunigten Berechnungsvolumen liegt eine Symmetrie zur x-y-Ebene vor, weshalb es ausreichend war, nur eine Hälfte für die Gittergenerierung in Betracht zu ziehen.

Die Vernetzung wurde mit der gleichen Strategie durchgeführt wie sie bereits für das Leitgitter beschrieben wurde, mit dem Unterschied, dass die Blöcke nun zusätzlich eine Unterteilung in der Tiefe erhalten haben. Abbildung 7.6 zeigt das erstellte Modell für den meridianbeschleunigten Mittelschnitt, wobei deutlich die Verjüngung über der Schaufel zu erkennen ist. Ebenfalls zu sehen ist die Auswertungsebene zur Überprüfung der Konvergenz, und der Auswertungsstreifen zur Auswertung der teilungsgemittelten Charakteristik (siehe Abschnitt 7.2.4).

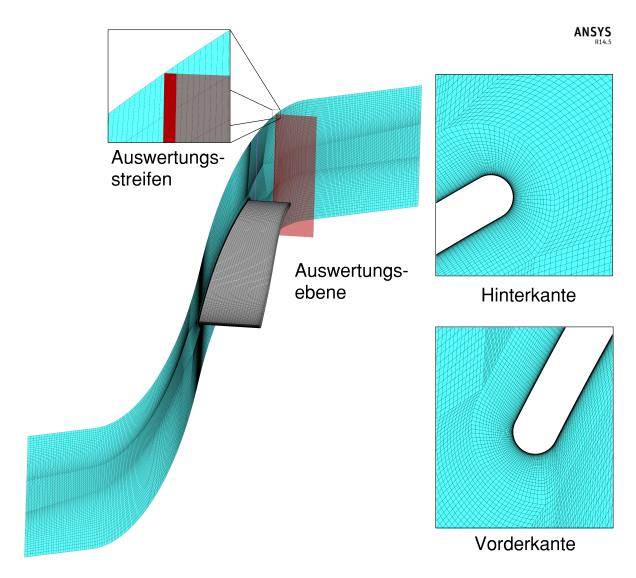
Für die Untersuchung des Profils an der Schaufelspitze wurde auf ein Vergleichsmodell verzichtet und nur das Modell mit Berücksichtigung der Axialstromdichte erstellt. Die Modellierung wurde identisch zum Modell im Mittelschnitt angesetzt, weshalb eine genaue Beschreibung entfällt. Tabelle 7.1 fasst alle wichtigen Netzgrößen für die vier verwendeten Berechnungsnetze zusammen.

Tabelle 7.1: Zusammenfassung der Gitterkenngrößen für die erstellten Berechnungsgitter

|                   | Laufrad $\Omega = 1,00$ | Laufrad $\Omega = 1,47$ | Laufrad (Spitze) $\Omega = 1,47$ | $\frac{\text{Leitgitter}}{2D}$ |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Zellanzahl        | 2312700                 | 2306460                 | 2068780                          | 38961                          |
| min. Angle        | $22,68^{\circ}$         | $22,77^{\circ}$         | $19,26^{\circ}$                  | $29,5^{\circ}$                 |
| min. Determinante | 0,886                   | 0,913                   | 0,89                             | 0,895                          |
| max. $y^+$        | 2,32                    | 1,86                    | 2,59                             | 1,5                            |
| $\overline{y^+}$  | 0,74                    | 0,68                    | 0,77                             | 0,82                           |

Die minimale Determinante und der minimale Winkel in Tabelle 7.1 sind ein Maß für die Verzerrung der Zellen im Berechnungsnetz. Für die Determinante sollte möglichst  $\geq 0,4$  gelten und für den Winkel  $\geq 20^{\circ}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Wird in den folgenden Abschnitten als meridianbeschleunigtes Berechnungsgitter bezeichnet.



**Abbildung 7.6:** Gesamtansicht des meridianbeschleunigten Berechnungsmodells mit Darstellung der Vorder- und Hinterkantenvernetzung. Hervorgehoben werden zusätzlich die Lage der Auswertungsebene und des Auswertungsstreifens

## 7.2 Festlegung der Simulationsparameter

Die Berechnungen wurden mit der kommerziellen Software Ansys-Fluent 14.5 durchgeführt. Um die Gittercharakteristiken mittels Fluent berechnen zu können, war es notwendig die Settings für die Berechnung der einzelnen Profilschnitte so zu definieren, dass die Strömungsbedingungen in etwa denen an den Profilen der ausgeführten Maschine entsprechen (Tabelle 6.3). Sowohl für das Lauf- als auch für das Leitgitter gilt für die zugehörige Anströmmachzahl<sup>3</sup> Ma > 0, 2, was eine kompressible Simulation notwendig macht.

 $<sup>^3~\</sup>kappa=1,4$ und  $R_s=287,058~[J/kgK]$  für trockene Luft bei  $T=20^\circ~[C]$ 

$$Ma'' = \frac{w_1}{\sqrt{\kappa R_s T}} = 0,27$$

$$Ma' = \frac{c_2}{\sqrt{\kappa R_s T}} = 0,21$$
(7.1)

#### **7.2.1** Solver

Fluent stellt unterschiedliche Lösungsalgorithmen zur Lösung der diskretisierten RANS Differentialgleichungen zur Verfügung. Es wird zwischen druck- und dichtebasierten Lösern unterschieden. Desweiteren lassen sich Druck- und Geschwindigkeitsfeld unabhängig voneinander lösen, oder in einem gekoppelten System. Für genauere Informationen zur Implementierung der Lösungsalgorithmen wird auf externe Literatur wie Ferziger [8] und Kuhlmann [11] verwiesen. Für subsonische Strömungen empfiehlt der Fluent User's Guide [7] die Verwendung des druckbasierten, gekoppelten Differentialgleichungssolvers. Als Diskretisierungsverfahren für die Impulsgleichungen wurde das Aufwind-Verfahren zweiter Ordnung ausgewählt. Für alle übrigen Einstellungen wurden die Standardwerte beibehalten.

## 7.2.2 Randbedingungen

Im Folgenden wird die Festlegung der Randbedingungen vorgestellt. Das Profil soll jeweils unter einem definierten Winkel mit möglichst konstanter Geschwindigkeit angeströmt werden. Die im Folgenden aufgeführten Zahlenwerte stellen die Einstellung für die Laufradsimulation für den in Abschnitt 6.1 berechneten Auslegungspunkt dar.

#### INLET

Bei kompressiblen Berechnungen, ist die Verwendung einer Geschwindigkeitsrandbedingung für die Einströmrandbedingung zu vermeiden. Es wurde daher eine Druckrandbedingung ausgewählt, bei welcher der Totaldruck am Eintritt, die Totaltemperatur sowie der Vektor der Einströmrichtung vorgegeben werden. Zur Berechnung der Totaltemperatur wurde eine isobare Wärmekapazität von  $c_p = 1006[J/kgK]$  verwendet und eine Umgebungstemperatur von T = 20 [°C] festgelegt. Für eine vordefinierte Geschwindigkeit ergeben sich so:

$$p_t = 101325[Pa]$$

$$T_t = T + \frac{w_1^2}{2c_p} = 297, 14[K]$$

### OUTLET

Das Outlet wird ebenfalls mit einer Druckrandbedingung beaufschlagt, bei dem die obere Grenze des statischen Austrittsdruckes abgeschätzt werden muss. Wird eine verlustfreie Verzögerung der Strömung angenommen, wird der maximal erreichbare statische Druck gleich dem Totaldruck am Eintritt. Ebenfalls besteht hier die Möglichkeit einen definierten Massenstrom vorzugeben, über welchen sich die Anströmgeschwindigkeit des Profils einstellen lässt. Mit der Dichte  $\varrho = 1, 2 \ [kg/m^3]$  wird der benötigte Massenstrom zum Erreichen der Geschwindigkeit  $w_1$ 

$$\dot{m} = \sin(\beta_1^+) w_1 t_m'' \frac{h''}{2} \varrho = 0,1922 \ [kg/s]$$
(7.2)

abgeschätzt. Der verwendete Winkel entspricht dem am Inlet vorgegebenen Eintrittswinkel.

#### **SCHAUFEL**

Die umströmte Schaufel wurde als reibungsbehaftete, adiabate, hydraulisch glatte Wand festgelegt.

### DS-PERIODIC, SS-PERIODIC

Um den Einfluss der übrigen Schaufeln auf die im Berechnungsmodell enthaltende Schaufel zu berücksichtigen, werden die beiden in der Strömung liegenden Ränder jeweils mit einer periodischen Randbedingung belegt. Diese bewirkt z.B., dass eine die SS-PERIDODIC-Abgrenzung verlassende Stromlinie auf der gegenüberliegende DS-PERIODIC-Abgrenzung wieder eintritt. Eine sich dem Profil von der Druckseite nähernde Stromlinie scheint so von der Saugseite des benachbarten Profils zu kommen. Dies erlaubt das gesamte Schaufelgitter aus nur einer einzigen Schaufel zu modellieren und spart somit erheblich Berechnungszeit ein.

#### **SYMMETRIE**

Da nur jeweils die halbe Schaufelhöhe zur Modellierung herangezogen wurde, muss die in Schaufelmitte befindliche Ebene mit einer Symmetrierandbedingung versehen werden. Diese legt fest, dass sich das im Berechnungsvolumen berechnete Strömungsfeld, an der Symmetrieebene gespiegelt, identisch wiederfindet.

#### WAND

Die Randbedingung der äußeren Wand musste je nach Modell variiert werden. Für das unbeschleunigte Modell wurde ebenfalls eine Symmetrierandbedingung festgelegt. Im Zusammenspiel mit der eigentlichen Symmetrieebene wird so ein unendlich langes Profil simuliert, wobei die Strömung in der Auswertungsebene zweidimensional wird. Für das beschleunigte Modell hingegen, ist eine solche Wahl nicht möglich, da die Symmetrierandbedingung nur auf gerade Wände aufgebracht werden kann. Ziel musste sein, die Wandrandbedingung so zu setzen, dass die Strömung in der Auswertungsebene zweidimensional bleibt. Um den rein geometrischen Einfluss des Axialstromdichteverhältnisses zu erfassen, wurde eine reibungsfreie<sup>4</sup> Wand angesetzt. Dies entspricht der Strömung in einem linearen Gitterwindkanal, bei dem die Seitenwandgrenzschichten künstlich abgesaugt werden.

#### 7.2.3 Turbulenzmodell

Als Turbulenzmodell wurde das realisable k- $\epsilon$  Modell mit erweiterter Wandbehandlung ausgewählt (Abschnitt 2.2.3 und 2.3.2). Benoni [1] hat gezeigt, dass dieses Modell bei der Untersuchung von Schaufelgittern gute, den Messwerten entsprechende, Ergebnisse liefert. Auch in Willinger [22] wird gezeigt, dass das realisable k- $\epsilon$  Modell bei der Untersuchung eines zweidimensionalen Schaufelgitters nur geringe Abweichungen von Messwerten aufgezeigt hat. Als Eingabeparameter sind hier der Turbulenzgrad

$$T_u = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'}^2 + \overline{v'}^2 + \overline{w'}^2)}}{u_\infty^2}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Auf einer reibungsbehafteten Wand würde die Grenzschichtbildung in einer zusätzlichen Erhöhung des Axialstromdichteverhältnisses resultieren.

mit  $T_u = 5\%$  und das turbulente Längenmaß  $L_t$  mit

$$L_t = 0.01d_h$$
 
$$d_h = \frac{4h''t_m''}{2(h'' + t_m'')}$$

abgeschätzt worden. Bei der Anwendung des Modells muss  $y_{max}^+ < 5$  und  $\overline{y^+} \le 1$  gelten, was alle erstellten Netze (Tabelle 7.1) erfüllen.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, das probeweise auch das k- $\omega$ -SST Modell (siehe Ferziger [8]) ausprobiert wurde. Die Berechnungen erwiesen sich jedoch als äußerst schwierig, da Ablösungen deutlich früher einsetzten und deren Ausbildung deutlich größer ausfiel. Die Strömungsgrößen unterlagen starken Schwankungen, sodass die Bewertung der Konvergenz nur schwer festzustellen war. Die Berechnung mit dem k- $\omega$ -SST Modell weist auf instationäre Effekte der Strömung hin, die mit stationären Berechnungen nicht erfasst werden können.

## 7.2.4 Auswertung

Alle auszuwertenden Strömungsgrößen (Totaldruck, Abströmwinkel etc.) wurden auf den vorgestellten Auswertungsebenen sowie der Inletebene bestimmt. Dabei wurde jede Strömungsgröße über der jeweiligen Fläche gemittelt. Der Fluent User's Guide [7] empfiehlt dabei, bei virtuellen, in der Strömung liegenden Auswertungsflächen, eine massengemittelte Mittelung durchzuführen. Für den Totaldruck auf der Auswertungsebene hinter dem Gitter ergibt sich dann beispielsweise:

$$\bar{p}_{t2} = \frac{\int_{A_{AUS}} p_{t2} \rho \left( \vec{u} \cdot d \vec{A} \right)}{\int_{A_{AUS}} \rho \left( \vec{u} \cdot d \vec{A} \right)}$$

$$(7.3)$$

Zur Auswertung der Gittercharakteristiken ist lediglich die Mittelung der Strömungsgrößen über der Teilung, auf Höhe der Schaufelmitte interessant (in der Symmetrieebene), wodurch  $A_{AUS}$  zu einer senkrechten Gerade wird. Während sich die Gleichung 7.3 für das Leitgitter direkt auf dieser Auswertungslinie anwenden lässt, kann diese Operation im 3D-Modus von Fluent nicht angewendet werden. Zur Durchführung der Auswertung bei den dreidimensionalen Berechnungen wurde daher, ausgehend von der Symmetrieebene, ein zur Hauptströmungsebene normal liegender, dünner (-1[mm] < z < 1[mm]) Auswertungsstreifen angelegt<sup>5</sup>. Zusätzlich wurde bei den dreidimensionalen Berechnungen eine zweite Auswertungsebene kurz hinter der Schaufelhinterkante angelegt. Auf dieser wurden die über der Teilung verteilten Strömungsgrößen bestimmt, um die Nachlaufdelle abzubilden (siehe z.B. Abbildung A.1).

### 7.2.5 Konvergenzbewertung

Zur Beurteilung der Konvergenz der Simulation wurden die in Fluent definierten globalen Residuen einer Transportgröße  $\Phi$  betrachtet (Gleichung 7.4).

$$R_{\Phi} = \frac{\sum_{P}^{N} \left[ \sum_{nb} a_{nb} + b - a_{P} \Phi_{P} \right]}{\sum_{P}^{N} a_{P} \Phi_{P}}$$

$$(7.4)$$

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Ein passender Streifen wurde auch auf der Inletebene eingeführt.

In dieser Definition spiegelt der Term  $\sum_{nb} a_{nb} + b - a_P \Phi_P$  das Residuum in der Zelle P wieder, welches sich aus dem tatsächlichen Wert  $a_P \Phi_P$ , und dem aus der Diskretisierung erhaltenen Wert  $\sum_{nb} a_{nb} + b$  berechnet. Für eine genaue Aufschlüsselung der einzelnen Variablen siehe [7]. Laut Fluent User's Guide [7] ist es für die meisten Anwendungen ausreichend, wenn für die globalen Residuen aller betrachteten Transportgrößen  $R^{\Phi} \leq 10^{-3}$  gilt. Gleichzeitig wird vorgeschlagen, neben den globalen Residuen weitere für die Simulation maßgebliche integrale Strömungsgrößen in die Konvergenzbewertung einzubeziehen. Für die durchzuführenden Simulationen wurde daher der massengemittelte Eintrittsmassenstrom, seine Geschwindigkeit sowie der massengemittelte Totaldruck und Abströmwinkel auf der gesamten Auswertungsebene betrachtet. Die Simulation wurde als konvergiert betrachtet, wenn für alle massengemittelten Größen  $\Phi$  beim Iterationsschritt n galt:

$$\frac{\sum_{k=n-5000}^{n} \Phi^{k}}{\frac{5000}{5000}} - \Phi^{N} < < 0,01 \quad \text{für alle } N \in [n-5000,n]$$

$$\frac{\sum_{k=n-5000}^{n} \Phi^{k}}{5000}$$
(7.5)

Die Gleichung 7.5 bildet die relativen Fehler der letzten 5000 massengemittelten Strömungsgrößen  $\Phi^N$ , bezogen auf deren Mittelwert ab.

### 7.2.6 Durchzuführende Simulationen

Zur Bestimmung der Gittercharakteristiken mussten für jeden untersuchten Profilschnitt mehrere Simulationen mit unterschiedlichen Anströmbedingungen durchgeführt werden. Ausgehend von den Bedingungen im berechneten Auslegungspunkt wurde der Anströmwinkel systematisch erhöht bzw. verringert. In der Regel werden Gittercharakteristiken für eine konstante Profilreynoldszahl ermittelt, weshalb bei den Simulationen die Anströmgeschwindigkeit bei Variation des Einströmwinkels konstant gehalten wurde. Dazu musste der in Gleichung 7.2 vorgegebene Massenstrom für jeden Winkel neu angepasst werden. Die Variation des Einströmwinkels wurde solange durchgeführt, bis sich der Totaldruckverlustbeiwert bezogen auf sein Minimum verdoppelt hatte, oder eine Konvergenz der Simulation ausblieb.

## Kapitel 8

## Analyse der Berechnungsergebnisse

Im folgendem Abschnitt werden die Ergebnisse der durchgeführten Simulationen vorgestellt und interpretiert. Der Fokus liegt dabei auf der Bestimmung der Gittercharakteristik für den jeweils betrachteten Profilschnitt. Für den Laufradmittelschnitt erfolgt zusätzlich die Betrachtung des Axialstromdichteeinflusses auf die Gittercharakteristik sowie die Profilumströmung. Anschließend werden die Randverluste anhand einer analytischen Berechnung der Ventilatorkennlinie abgeschätzt. Abschließend wird ein Vorschlag erarbeitet, wie in Zukunft die Eingabe der Profilinformationen für die Berechnung mittels Stromlinienkrümmungsverfahren zu wählen ist.

## 8.1 Laufradmittelschnitt

Zur Beurteilung des Einflusses der Axialstromdichte auf die Gittereigenschaften werden die Simulationsergebnisse für das unbeschleunigte Vergleichsgitter sowie für das meridianbeschleunigte Gitter einander gegenübergestellt. Die Ergebnisse des meridianbeschleunigten Gitters werden im Folgenden immer anhand roter Linienzüge, die des Vergleichsgitters anhand schwarzer Linienzügen, abgebildet.

Als Startpunkt der Analysen wurde der in Abschnitt 6.1 ermittelte Anströmwinkel sowie die zugehörige Anströmgeschwindigkeit ausgewählt. Es werden zunächst die Gegebenheiten kurz hinter der Schaufelhinterkante betrachtet. In Abbildung 8.1-l wird das Verzögerungsverhältnis entlang der Teilung abgebildet. Das beschleunigte Gitter weist im Vergleich eine geringere Verzögerung im von der Schaufel unbeeinflussten Bereich auf, was natürlich auf die Meridianbeschleunigung zurückzuführen ist. Für beide Gitter ist deutlich die Nachlaufdelle im Bereich der Hinterkante zu erkennen, wobei für das unbeschleunigte Gitter eine starke Asymmetrie auf der Saugseite zu erkennen ist. Dies lässt auf eine dickere Grenzschicht oder eine Ablösezone an der Hinterkante schließen.

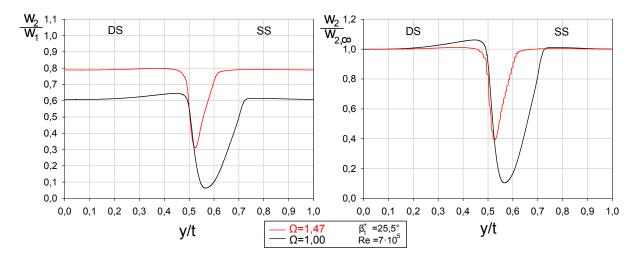


Abbildung 8.1: Verzögerungsverhältnis (links) und Geschwindigkeitsstörung (rechts) für die Verhältnisse im Auslegungspunkt, für beschleunigtes und unbeschleunigtes Schaufelgitter

Um die Geschwindigkeitsstörung besser abzubilden, zeigt Abbildung 8.1-r die jeweils auf die Geschwindigkeit in der Kanalmitte  $(w_2(y/t=0)=w_{2,\infty})$  bezogene Abströmgeschwindigkeit. Auch bei dieser Betrachtung zeigt sich, dass der Geschwindigkeitsdefekt in Wandnähe in Bezug auf die unbeeinflusste Außenströmung für das Vergleichsgitter deutlich größer ausfällt. Die Ausbildung dieser Geschwindigkeitsprofile lässt vermuten, dass die Verluste im unbeschleunigten Schaufelgitter größer ausfallen, was durch die Verteilung des Totaldruckverlustbeiwertes bestätigt wird (Abbildung 8.2-1).

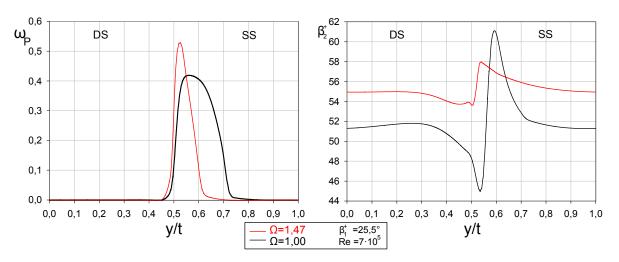


Abbildung 8.2: Verlauf des Totaldruckverlustbeiwertes (links) und Abströmwinkels (rechts) für die Verhältnisse im Auslegungspunk, für beschleunigtes und unbeschleunigtes Schaufelgitter

Der maximale Wert des Totaldruckverlustbeiwertes fällt für das meridianbeschleunigte Gitter größer aus. Dies lässt auf erhöhte Reibungsverluste in der Grenzschicht schließen. Durch die Beschleunigung weist das meridianbeschleunigte Gitter eine zum unbeschleunigten Gitter erhöhte mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $w_{\infty}$  auf. Die Gleichung 3.29 sagt hier bei gleichem Verhältnis von b/t und Widerstandskoeffizienten  $c_w$  steigende Reibungsverluste voraus. Eine andere Erklä-

rung findet sich über die Betrachtung ebener Platten. Beim Vergleich ebener Platten verringert sich die Grenzschichtdicke mit steigender Reynoldszahl. Die auftretenden Wandschubspannungen steigen hingegen an. Überträgt man diese Tendenz auf das untersuchte Schaufelgitter, nimmt die mit der mittleren Geschwindigkeit gebildete Reynoldszahl für das meridianbeschleunigte Gitter einen höheren Wert an. Die Grenzschichten sollten dann dünner ausfallen, wobei die Wandschubspannungen ansteigen. Der im Vergleich schmale Verlustbereich, lässt sich so als Resultat einer dünneren Grenzschicht interpretieren, wobei die größeren maximalen Verlustbeiwerte aufgrund der erhöhten Reibung (Wandschubspannungen) zunehmen. Der gesamte Totaldruckverlustbeiwert wird durch die Fläche unterhalb der jeweiligen Kurven beschrieben, welcher für das meridianbeschleunigte Gitter kleiner ausfällt.

In Abbildung 8.2-r ist der Abströmwinkel aus dem Gitter aufgetragen. Auffällig ist zunächst, dass bei gleichem Anströmwinkel ( $\beta_1^+$ ) und identischen Schaufelwinkeln, das Niveau des Abströmwinkels beim meridianbeschleunigten Gitter angehoben wird. Das Gitter lenkt also stärker um. Wird der Verlauf betrachtet, so stellt sich im Bereich der ungestörten Strömung ein weitestgehend konstanter Abströmwinkel ein. Ausgehend in Richtung der Druckseite nimmt der Abströmwinkel auf der Höhe der Schaufel ab, da die Strömung dort an der Hinterkante zusammenlaufen muss. Dementsprechend stellt sich von der Saugseite kommend ein gegenteiliges Verhalten ein, der Winkel nimmt im Bereich der Hinterkantenumströmung zu. Für das Vergleichsgitter stellt sich tendenziell ein ähnlicher Verlauf ein; die Winkeländerungen fallen jedoch weit größer aus. Diese doch sehr hohen Schwankungen lassen auf eine Beeinflussung der Abströmung durch Ablösungen am Profil schließen.

Die Betrachtung der Verhältnisse kurz hinter der Schaufelhinterkante hat bereits erste Effekte der Meridianbeschleunigung aufgezeigt. Im nächsten Schritt wird die Strömung entlang der Profilkontur analysiert.

In Abbildung 8.3-1 ist der Verlauf des Druckbeiwertes dargestellt.

$$c_p = \frac{p - p_1}{p_{t1} - p_1}$$

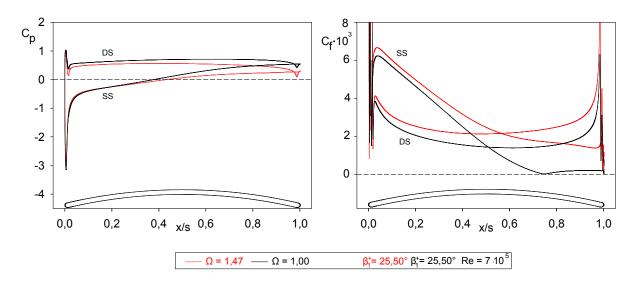


Abbildung 8.3: Druckbeiwert und Schubspannungskoeffizient im Auslegungspunkt

Wird zunächst der Vergleichsfall betrachtet, ist deutlich die Ausbildung des Staupunktes  $c_p \approx 1.0$  auf der Druckseite zu erkennen. Der Druckbeiwert fällt anschließend ab, was mit der Beschleunigung der Strömung an der Vorderkante zu erklären ist. Diese fällt für die Saugseite deutlich stärker aus als für die Druckseite, da die Strömung zunächst entgegengesetzt der Hauptstromrichtung beschleunigt werden muss um eine Umströmung der Profilnase zu erreichen. Nach dem Abfall kommt es auf der Druckseite zu einer kurzen Verzögerung auf die Abströmgeschwindigkeit, da sich nach etwa 5% der Sehnenlänge ein nahezu konstanter Verlauf des Druckbeiwertes einstellt. Auf der Saugseite kommt es nach der Umströmung der Vorderkante zunächst zu einer sehr starken Verzögerung, bevor die Geschwindigkeitsabnahme dann kontinuierlich bis zur Hinterkante erfolgt. Nach etwa 47% der Sehnenlänge wird der Wert  $c_p = 0$  erreicht, was den Moment kennzeichnet in dem die Strömung, bezogen auf die Zuströmung, als verzögert gilt. An der Hinterkante laufen die Verläufe des Druckbeiwertes für Saug- und Druckseite zusammen. Aufgrund der endlichen Hinterkantendicke kommt es dort abermals zu Verzögerungen der Strömung, was dort Unstetigkeiten im Druckverlauf hervorruft.

Der Druckbeiwert für den meridianbeschleunigten Fall verhält sich prinzipiell identisch zum Vergleichsgitter, weist jedoch kleine Unterschiede auf. So fällt auf, dass sich der Staupunkt ein kleines Stück weiter in Richtung der Vorderkante verschoben hat. Dies führt zu einer Erhöhung der Beschleunigung auf der Druckseite sowie zu einer Verringerung der Beschleunigung auf der Saugseite. Die auf der Saugseite auftretende Maximalgeschwindigkeit muss deshalb geringer ausfallen, weshalb die anschließende Verzögerung auf die Austrittsgeschwindigkeit insgesamt gesehen kleiner wird. Dieser Effekt wird zusätzlich dadurch verstärkt, dass die Meridianbeschleunigung der Verzögerung durch die Gittergeometrie entgegenwirkt. Dies wird einerseits daran deutlich, dass die Strömung auf der Saugseite nach dem Null-Durchgang auf einen kleineren Druckbeiwert verzögert wird. Andererseits kommt es es auf der im Vergleichsfall sehr druckkonstanten Schaufeldruckseite, zu einer Abnahme des Druckbeiwertes.

Der kleinere Druckbeiwert an der Hinterkante lässt letztlich darauf schließen, dass es innerhalb des Gitters zu einer geringeren Verzögerung der Strömung, begleitet von einem kleinerem Druckanstieg, kommt. Die Überlegungen decken sich mit den Ergebnissen einer kleineren Verzögerung aus Abbildung 8.1.

In Abschnitt 4.4.2 wurde angemerkt, dass die Diffusion vom Verhältnis der maximal auftretenden Geschwindigkeit am Profil und der Geschwindigkeit der Abströmung bestimmt wird. Wie gesehen wird dieses Verhältnis im Fall der meridianbeschleunigten Ausführung verringert. Eine Auswertung der Diffusionszahl nach Gleichung 4.14 lieferte einen Wert D''=0,4 für das meridianbeschleunigte Gitter und D''=0,63 für das unbeschleunigte Schaufelgitter. Das unbeschleunigte Gitter liegt somit über dem von Lieblein angegebenen Maximalwert, was abermals auf eine Ablösung auf der Saugseite hinweist. Um dies letztlich zu bestätigen und die auf Ablösung beruhenden Interpretationen an der Hinterkante zu untermauern, wurde in Abbildung 8.3-r der Verlauf des Wandschubspannungskoeffizienten nach Gleichung 8.1 abgebildet.

$$c_f = \frac{\tau_w}{p_{dyn1}} \tag{8.1}$$

In Abschnitt 2.3.3 wurde gezeigt, dass eine beginnende Ablösung durch das Verschwinden der Wandschubspannung  $\tau_w$  gekennzeichnet wird. Der Verlauf des Wandschubspannungskoeffizient berührt in einem solchen Punkt also die Null-Linie. Im Ablösebereich kommt es zu einer Rückströmung, weshalb der Wandschubspannungskoeffizient dann theoretisch das Vorzeichen wechseln müsste. Fluent gibt bei Auswertungen jedoch immer den Betrag der Wandschubspannungen aus, weshalb es zu einem Wiederanstieg im Verlauf von  $c_f$  kommt. Werden die beiden Kurvenverläufe

betrachtet, fällt auf, dass es beim Vergleichsgitter bei etwa 75% der Sehnenlänge zu einer nicht wieder anlegenden Ablösung auf der Saugseite kommt. Dies erklärt den "breiten" Bereich des Totaldruckverlustbeiwertes in Abbildung 8.2-1 und die starke Fluktuation des Abströmwinkels in Abbildung 8.2-r. Das meridianbeschleunigte Gitter bleibt gänzlich von einer solchen Erscheinung verschont, was bereits die geringere Diffusionszahl angedeutet hat. Dieses Verhalten ist insofern nicht überraschend, da Ablösung in erster Linie durch Verzögerung der Strömung entsteht, welche durch die Meridianbeschleunigung reduziert wird.

Der Verlauf des Wandschubspannungskoeffizienten geht mit den vorhergegangenen Überlegungen einher, dass es im Vergleich mit dem unbeschleunigten Gitter zur Ausbildung einer dünneren Grenzschicht mit stärkeren Wandschubspannungen kommt. Es ist deutlich zu sehen, dass der Wandschubspannungskoeffizient über dem gesamten Profil größere Werte annimmt als im Vergleichsgitter.

Die Betrachtungen zeigen, dass das meridianbeschleunigte Gitter im Bereich des errechneten Auslegungswinkels deutliche Vorteile in Bezug auf Totaldruckverlust, Ablösungsverhalten und erreichter Umlenkung aufzeigt. Es stellt sich daher die Frage, ob sich diese positive Beeinflussung auch auf andere Anströmwinkel auswirkt.

Auf eine explizite Aufführung aller Einzelergebnisse wird an dieser Stelle verzichtet. Es werden zunächst direkt die globalen Eigenschaften der beiden Schaufelgitter betrachtet. Dazu wurden Abströmwinkel und Totaldruckverlustbeiwert über der Teilung gemittelt (siehe Abschnitt 7.2.4) und die beiden Gittercharakteristiken, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, erstellt. Im Folgenden werden die Ergebnisse zusammengefasst.

Im linken Teil von Abbildung 8.4 werden die Gittercharakteristiken in ihrer klassischen Darstellung miteinander verglichen. Es fällt zunächst auf, dass der aus der Mittelschnittberechnung errechnete Anströmwinkel nicht dem Anströmwinkel bei minimalen Verlusten  $\omega_p^*$  entspricht. Der minimale Totaldruckverlustbeiwert (Profildruckverlustbeiwert) findet sich für das unbeschleunigte Gitter bei einem Anströmwinkel von  $\beta_1^{+*}=31,5^\circ$ . Durch die Meridianbeschleunigung kommt es zu einer Verschiebung des minimalen Profildruckverlustbeiwertes zu einem kleineren Anströmwinkel (31,5°  $\rightarrow$  29,0°). Für das Schaufelgitter wird es also günstiger, wenn eine eher bauchseitige Anströmung der Schaufeln erfolgt. Gleichzeitig verschieben sich die Verluste bei druck- bzw. saugseitiger Fehlanströmung ebenfalls zu kleineren Anströmwinkeln. Der grundsätzliche Verlauf des Profildruckverlustbeiwertes weist in beiden Fällen eine ähnliche Form auf. So wird für das meridianbeschleunigte Gitter bei einer Abweichung von  $-7^\circ$  der Stallwinkel und bei  $+10,5^\circ$  der Chokewinkel erreicht. Für das Vergleichsgitter finden sich die Werte  $-8^\circ$  und  $+9,5^\circ$ . Diese globale Betrachtung liefert bereits eine Antwort auf die eingehende Fragestellung, ob die Meridianbeschleunigung immer zu günstigeren Verhältnissen in der Gitterströmung führt, was klar mit Nein beantwortet werden kann. Es kommt zwar stets zu einer Beeinflussung, diese verschiebt die Verluste jedoch lediglich in Bereiche kleinerer Anströmwinkel.

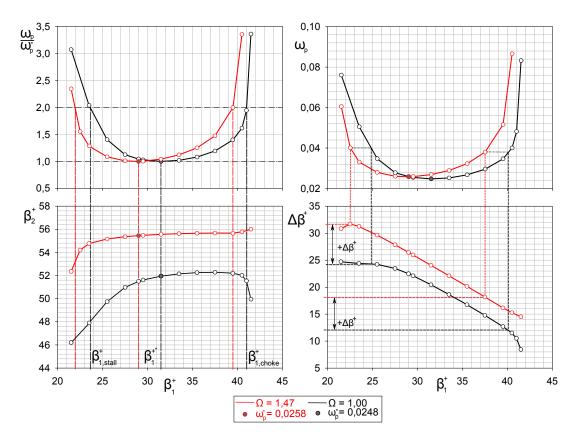


Abbildung 8.4: Vergleich der Gittercharakteristik von meridianbeschleunigtem (rot) und unbeschleunigtem Schaufelgitter (schwarz) für den Laufradmittelschnitt

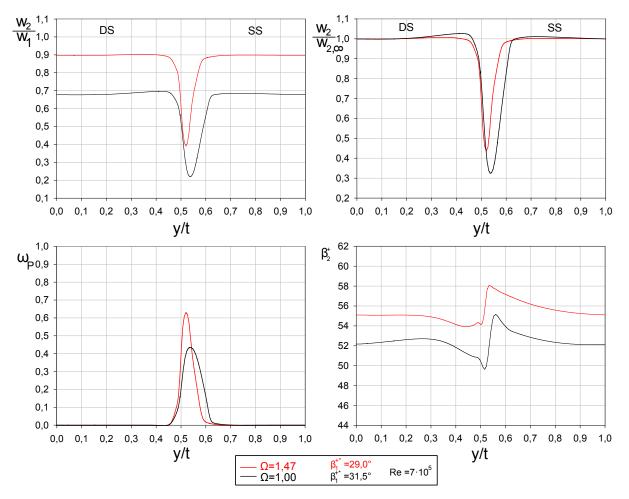
Wird der Abströmwinkel  $\beta_2^+$  in Abhängigkeit des Zuströmwinkels  $\beta_1^+$  betrachtet, zeigt sich dass die Meridianbeschleunigung eine Erhöhung des Abströmwinkels im gesamten Bereich der Anströmung bewirkt. Für einen festen Zuströmwinkel kommt es daher zu einer deutlich stärkeren Umlenkung der Strömung durch das Gitter. Die Betrachtung des Abströmwinkels in der Nähe des jeweiligen Verlustminimums  $\beta_2^{+*}$  zeigt, dass das meridianbeschleunigte Gitter deutlich unsensibler auf Änderungen des Zuströmwinkels reagiert. So kommt es in einem Intervall  $[\beta_1^{+*} - 6^{\circ}; \beta_1^{+*} + 6^{\circ}]$  zu einer maximalen Änderung<sup>1</sup> des Abströmwinkels von 1,2%, während sich das Vergleichsgitter mit einem Wert von 4,3% als deutlich empfindlicher erweist. Diese Tendenz lässt sich auch gut an der Entwicklung des Abströmwinkels über der Teilung festmachen (Abbildungen A.3 und A.4) In Abbildung 8.4-r werden zusätzlich die Absolutwerte des Profildruckverlustbeiwertes dargestellt. Gut zu sehen ist, dass dieser für beide Gitter etwa die gleiche Größenordnung annimmt, wobei der minimale Verlustbeiwert der meridianbeschleunigten Anordnung leicht größer ausfällt (+4,0%).

Ebenfalls zu erkennen ist, dass die Umlenkung des Vergleichsgitters im gesamten Anströmbereich um  $3^{\circ} - 7^{\circ}$  vom meridianbeschleunigten Gitter übertroffen wird.

In der Darstellung des Verlustbeiwertes sind Linien konstanten Verlustniveaus eingezeichnet worden. Diese zeigen, dass durch die Meridianbeschleunigung eine größere Strömungsumlenkung  $(+\Delta\beta^+)$  bei gleichen Verlusten realisiert werden kann.

 $<sup>1 \</sup>frac{{\beta_2^+}^* - {\beta_2^+}}{{\beta_2^+}^*}$ 

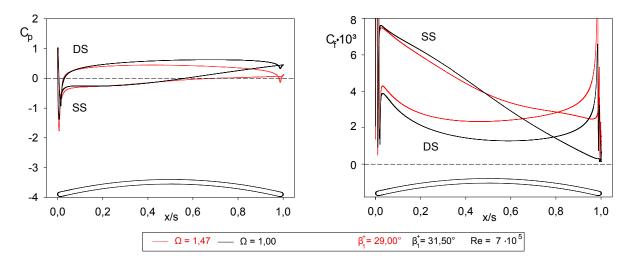
Es werden nun vereinzelte Anströmwinkel etwas genauer betrachtet. Es erfolgt zunächst ein Vergleich der Verhältnisse bei jeweils minimalem Totaldruckverlustbeiwert (Abbildung 8.5).



**Abbildung 8.5:** Verhältnisse im jeweiligen Verlustminimum. Verzögerungsverhältnis (oben links), Geschwindigkeitsstörung (oben rechts), Totaldruckverlustbeiwert (unten links) und Abströmwinkel (unten rechts).

Die Verzögerung der Strömung fällt im meridianbeschleunigten Gitter über der Teilung geringer aus. Im Punkt des Verlustminimums ergibt sich daher eine geringere Drucksteigerung als im Vergleichsgitter. Der Bereich des Geschwindigkeitsdefektes fällt zum Vergleichsgitter wieder ein wenig schmaler aus, was abermals auf eine geringere Grenzschichtdicke schließen lässt. Der Verlauf des Totaldruckverlustbeiwertes untermauert dies. Dessen Maximalwert fällt genau wie im Fall der 25, 5°-Anströmung für das meridianbeschleunigte Gitter höher aus. Der Verlauf des Abströmwinkels ähnelt beim meridianbeschleunigten Gitter stark dem Verlauf aus der Betrachtung der 25, 5°-Anströmung. Beim unbeschleunigten Gitter hingegen treten diesmal keine starken Fluktuationen auf. Dies spricht dafür, dass in beiden Fällen Ablösungserscheinungen ausbleiben. Der Betrag des Abströmwinkels unterscheidet sich um etwa 3°, wobei aufgrund der beiden unterschiedlichen Anströmwinkel, die Umlenkung im Verlustminimum für das meridianbeschleunigte Gitter um etwa 5,5° größer ausfällt. Die Diffusionszahlen finden sich zu D''=0,274 für das meridianbeschleunigte und D''=0,509 für das unbeschleunigte Gitter. Eine Ablösung ist nicht

zu erwarten, was bereits die Diagramme in Abbildung 8.5 vermuten ließen. Ein Blick auf die Druckverteilung sowie den Verlauf des Wandschubspannungskoeffizienten (Abbildung 8.6) bestätigt die Annahme.

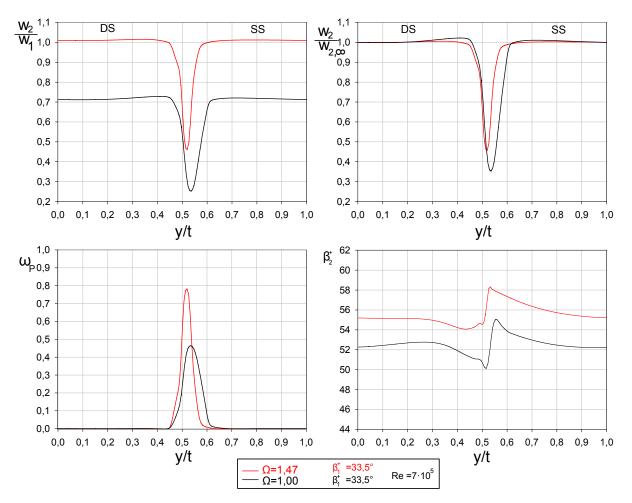


**Abbildung 8.6:** Druckbeiwert und Wandschubspannungskoeffizient im jeweiligen Verlustminimum

Die beiden Druckverläufe ähneln einander wieder stark. Die druckseitigen Beschleunigungen haben im Vergleich zum vorherigen Fall deutlich zu-, die Saugseitigen deutlich abgenommen. Dies liegt daran, dass das Verlustminimum in beiden Fällen in einem Winkelbereich liegt, bei dem es am Profil eher zu einem Rückenstoß² kommt. Die anschließenden Verzögerungen auf Druck- und Saugseite fallen für das meridianbeschleunigte Gitter wieder deutlich kleiner aus, sodass an der Hinterkante nahezu  $c_p=0$  gilt. Dies lässt auf eine durch das Gitter nur sehr geringfügig verzögerte Strömung ohne statische Druckzunahme schließen, wie bereits Abbildung 8.5 zeigte. Beide Gitter weisen keine Ablösungserscheinungen auf, wie der Verlauf des Wandschubspannungskoeffizienten aufzeigt. Die Schubspannungen auf der Druckseite fallen für das Vergleichsgitter im gesamten Schaufelbereich kleiner aus, was nach einer Lauflänge von 0,5x/s auch für die Saugseite zutrifft. Die verringerte Reibung kann wieder als Grund für den kleineren Maximalwert des Totaldruckverlustbeiwertes im Vergleichsgitters herangezogen werden.

Der bereits betrachtete, vermeintliche Auslegungspunkt bildet, bezogen auf die jeweils ermittelten Verlustminima, eine bauchseitige Anströmung des Profils ab. Dort ist das meridianbeschleunigte Gitter aufgrund der nicht auftretenden Ablösung im Vorteil. Im Bereich der rückenseitigen Anströmungen hingegen weist dieses laut Abbildung 8.4 zwar den Vorteil größerer Umlenkung auf, jedoch gehen diese Umlenkungen bei gleichem Anströmwinkel mit höheren Totaldruckverlustbeiwerten einher. Die Abbildung 8.7 zeigt die Verhältnisse in der Abströmung für einen Anströmwinkel von 33,5°.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Der Metallwinkel beträgt am Mittelschnitt 26,5°; daher folgt  $\beta_1^+ > 26,5^\circ \rightarrow$  Rückenstoß und  $\beta_1^+ < 26,5^\circ \rightarrow$  Bauchstoß.



**Abbildung 8.7:** Verhältnisse für  $\beta_1^+ = 33,5^{\circ}$ . Verzögerungsverhältnis (oben links), Geschwindigkeitsstörung (oben rechts), Totaldruckverlustbeiwert (unten links) und Abströmwinkel (unten rechts).

Am Verlauf der Verzögerung ist zu erkennen, dass das meridianbeschleunigte Gitter in diesem Fall überhaupt keine Verzögerung mehr erzeugt. Es lenkt die Strömung lediglich um, wie es typisch für ein Gleichdruckgitter wäre. Die Geschwindigkeitsstörung weist abermals eine kleine Asymmetrie in Richtung der Saugseite auf und kommt für das unbeschleunigte Gitter in einem breiteren Bereich vor. Der maximale Totaldruckverlustbeiwert erreicht für das meridianbeschleunigte Gitter wieder deutlich höhere Werte. Diese fallen diesmal jedoch im Vergleich so hoch aus, dass der teilungsgemittelte Wert den des unbeschleunigten Gitters übersteigt (vgl. Abbildung 8.4). Zur Erörterung werden daher abermals der Druckbeiwert und Wandschubspannungskoeffizient für einen Anströmwinkel von 33,5° abgebildet (Abbildung 8.8).

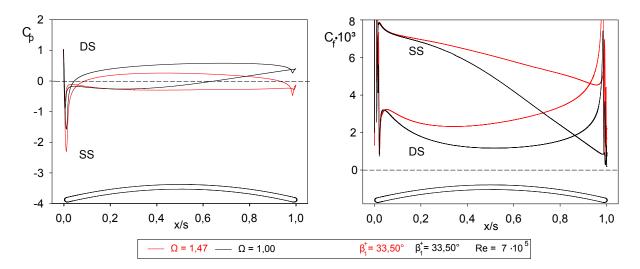


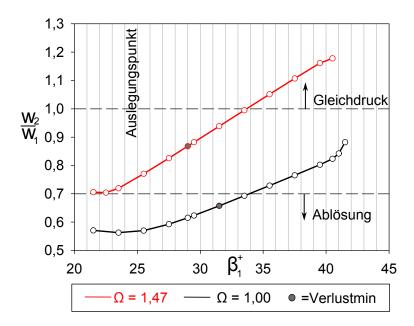
Abbildung 8.8: Druckbeiwert und Wandschubspannungskoeffizient im Rückenstoßbereich

Deutlich zu sehen ist, dass sich die größere Beschleunigung an der Profilvorderkante nun auf die Druckseite des Profils verschoben hat. Dieser folgt dann eine sehr starke Verzögerung, sodass bereits nach etwa 0,2x/s das Austrittsdruckniveau erreicht wird, welches dann bis zur Hinterkante nahezu konstant gehalten wird (Vergleichsgitter). Für das meridianbeschleunigte Gitter hingegen senkt die druckseitige Beschleunigung an der Profilnase das Druckniveau so stark ab, dass keine Drucksteigerung mehr generiert werden kann (bezogen auf die Anströmung). Die durch die Meridianbeschleunigung abgeschwächte Verzögerung reicht daher nicht aus, um das Druckniveau an der Hinterkante über das Anströmniveau zu heben. Auf der Saugseite kommt es in beiden Fällen zu einer anhaltenden Beschleunigungsphase, wobei diese beim Vergleichsgitter nach etwa 0,5x/s durch eine einsetzende Verzögerung auf das Austrittsniveau abgelöst wird. Beim meridianbeschleunigten Gitter hingegen setzt sich die Beschleunigung kontinuierlich fort, bis das Austrittsniveau  $c_p < 0$  an der Hinterkante erreicht wird. Ein Anstieg des statischen Druckes bleibt im meridianbeschleunigten Fall somit aus.

Der erhöhte maximale Verlustbeiwert lässt sich abermals den größeren Wandschubspannungen im meridianbeschleunigten Fall festmachen. In Abbildung 8.8) ist zu erkennen, dass die auftretenden Schubspannungskoeffizienten besonders im Bereich x/s>0,5 deutlich größer ausfallen als für das Vergleichsgitter.

Die bisherigen Ergebnisse sind gleichzusetzen mit denen die auf experimentelle Weise in einem Gitterwindkanal³ ermittelt werden können. Die Abbildung 4.2 hat gezeigt, dass eine Änderung des Betriebspunktes zu Fehlanströmungen an den Profilen führt. Ausgehend von einem Anströmwinkel von 25,5° im Auslegungspunkt können die benachbarten Winkelbereiche als vom Auslegungspunkt abweichende Betriebsbereiche interpretiert werden. In Abschnitt 4.4 wurden Kriterien vorgestellt, mit denen sich ausgehend von Windkanalergebnissen der tatsächliche Betriebsbereich von Schaufelgittern abschätzen lässt. Dazu wird in Abbildung 8.9 zunächst das de Haller-Kriterium betrachtet.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>In einem Gitterwindkanal in dem die Seitenwandgrenzschichten abgesaugt werden, oder das verwendete Schaufelgitter so breit ist, dass es in der Schaufelmitte zu keiner Beeinflussung der Strömung kommt.



**Abbildung 8.9:** Verlauf der de Haller-Zahl bei variierendem Anströmwinkel für den Laufradmittelschnitt

Es wird zuerst das Schaufelgitter ohne Meridianbeschleunigung betrachtet. Sowohl für den Auslegungspunkt, die Teillast, als auch große Bereiche der Überlast, kann das de Haller-Kriterium nicht erfüllt werden. In einem ausgeführten Ventilator würden bei diesen Anströmwinkeln die Seitenwandgrenzschichten ablösen und den Strömungskanal blockieren, sodass sich stets  $w_2/w_1=0,7$  einstellt. Als Konsequenz werden sich die eintretenden Umlenkungen und Totaldruckverlustbeiwerte von den in Abbildung 8.4-l angegeben Werten stark unterscheiden. Auch der Punkt des Verlustminimums liegt in einem Bereich, in dem das Schaufelgitter in einem ausgeführten Ventilator nicht arbeiten könnte.

Die Meridianbeschleunigung ermöglicht dem gleichen Gitter das de Haller-Kriterium in einem weitem Betriebsbereich zu erfüllen. Eine Interferenz mit ablösenden Seitenwandgrenzschichten bleibt so aus und die Gittercharakteristik nach Abbildung 8.4-l bleibt gültig. Im Auslegungspunkt nimmt die de Haller-Zahl einen Wert von 0,75 an, was nahe am Bereich der maximal zulässigen Verzögerung liegt und so die für dieses Gitter nahezu optimale statische Druckumsetzung erzeugt. Bei Bezugnahme auf Gleichung 3.12 zeigt sich, dass ein mit dieser Beschaufelung ausgeführter Ventilator, je weiter er im Überlastbereich betrieben wird, immer mehr als Gleichdruckventilator arbeiten würde. Der Verlauf des teilungsgemittelten Druckbeiwertes über dem Anströmwinkel verdeutlicht dies nochmals (Abbildung 8.10). Gut zu sehen ist, das der Axialventilator A110 in seinem Auslegungspunkt nicht als meridianbeschleunigter Gleichdruckventilator, sondern als meridianbeschleunigter Ventilator mit  $R_k > 0$  ausgeführt ist.

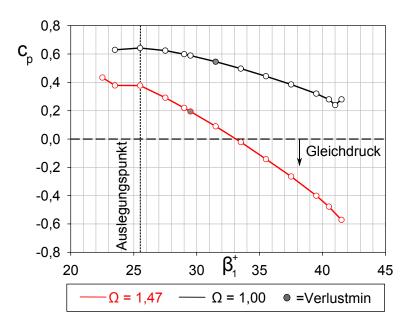
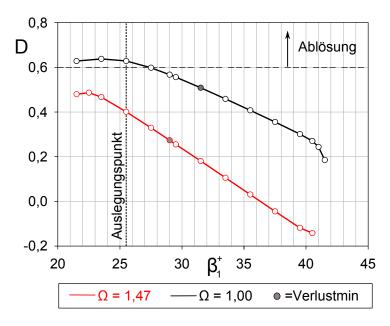


Abbildung 8.10: Verlauf des Druckbeiwertes bei variierendem Anströmwinkel für den Laufradmittelschnitt

Zuletzt soll der Verlauf der Diffusionszahl nach Gleichung 4.14 (Abbildung 8.11) verglichen werden.



 ${\bf Abbildung~8.11:}~{\bf Verlauf~der~Diffusionszahl~bei~variierendem~Anstr\"{o}mwinkel~f\"{u}r~den~Laufradmittelschnitt}$ 

Das meridianbeschleunigte Gitter liegt hier, über den kompletten Betriebsbereich gesehen, im gültigen Bereich. Dem unbeschleunigten Gitter hingegen sagt das Diffusionskriterium beginnende Ablösungen für Anströmwinkel  $\beta_1^+ < 27,5^\circ$  voraus. Die Ablösung bei 25,5° wurde bereits bestä-

tigt. Die dortige Lage der Ablösezone auf der Saugseite lässt vermuten, dass es bereits bei einem Anströmwinkel von  $27,5^{\circ}$  zu Ablöseerscheinungen kommen kann<sup>4</sup>. Die übrigen  $c_f$ -Verteilungen haben keine Ablösezonen gezeigt, was sich ebenfalls gut mit den Ergebnissen des Diffusionskriteriums deckt. Jedoch muss hier angemerkt werden, dass das Diffusionskriterium für saugseitige Ablösungen hergeleitet wurde, weshalb seine Verwendung im Bereich rückenseitiger Anströmung keine Gültigkeit findet. Bei nur geringfügig variierenden Abströmwinkeln muss das Diffusionskriterium aufgrund seiner Definition abfallen, wenn es zu rückenseitiger Anströmung kommt. Für die saugseitige Ablösung hingegen sagt es die Ablösung für die vorliegende Beschaufelung sehr treffsicher voraus, was die Güte dieses Kriteriums bei der Gestaltung von Verdichtergittern unterstreicht.

Der Einfluss der Meridianbeschleunigung auf die Gittercharakteristik eines Schaufelgitters lässt sich folgendermaßen zusammenfassen:

- die durch das Gitter hervorgerufene Strömungsumlenkung nimmt durch die Meridianbeschleunigung zu
- der Verlauf des Verlustbeiwertes verschiebt sich in Richtung kleinerer Anströmwinkel  $\beta_1^+$
- die statische Druckumsetzung nimmt ab
- die Diffusionszahl nimmt ab
- die Profilgrenzschichtdicke nimmt ab
- die Wandschubspannungen steigen an

Die nachstehende Tabelle fast die teilungsgemittelten Größen zur Bestimmung der beiden Gittercharakteristiken in Abbildung 8.4 zusammen.

Tabelle 8.1: Gittercharakteristiken für das Profil im Laufradmittelschnitt

|             | $\Omega = 1.00$ |                  |             |             | $\Omega = 1,47$  |             |  |  |
|-------------|-----------------|------------------|-------------|-------------|------------------|-------------|--|--|
| $\beta_1^+$ | $\beta_2^+$     | $\Delta \beta^+$ | $\omega_p$  | $\beta_2^+$ | $\Delta \beta^+$ | $\omega_p$  |  |  |
| 21,5        | $46,\!21$       | 24,71            | 0,07613     | 52,36       | 30,86            | 0,06057     |  |  |
| $22,\!5$    | _               | _                | _           | $54,\!21$   | 31,71            | $0,\!04012$ |  |  |
| $23,\!5$    | 47,92           | $24,\!42$        | $0,\!05054$ | $54,\!77$   | $31,\!27$        | $0,\!03312$ |  |  |
| $25,\!5$    | 49,74           | $24,\!24$        | $0,\!03478$ | $55,\!16$   | $29,\!66$        | $0,\!02800$ |  |  |
| 27,5        | 50,99           | $23,\!49$        | $0,\!02786$ | $55,\!36$   | $27,\!86$        | $0,\!02608$ |  |  |
| 29          | $51,\!50$       | $22,\!50$        | $0,\!02588$ | $55,\!46$   | $26,\!46$        | $0,\!02582$ |  |  |
| $29,\!5$    | $51,\!62$       | 22,12            | $0,\!02549$ | $55,\!48$   | $25,\!98$        | $0,\!02593$ |  |  |
| $31,\!5$    | $51,\!96$       | $20,\!46$        | $0,\!02478$ | $55,\!57$   | $24,\!07$        | $0,\!02689$ |  |  |
| $33,\!5$    | $52,\!15$       | $18,\!65$        | $0,\!02525$ | $55,\!63$   | $22,\!13$        | $0,\!02895$ |  |  |
| $35,\!5$    | $52,\!26$       | 16,76            | $0,\!02678$ | $55,\!66$   | 20,16            | $0,\!03232$ |  |  |
| $37,\!5$    | $52,\!29$       | 14,79            | $0,\!02957$ | $55,\!68$   | 18,18            | $0,\!03805$ |  |  |
| $39,\!5$    | $52,\!21$       | 12,71            | $0,\!03468$ | $55,\!67$   | $16,\!17$        | $0,\!05166$ |  |  |
| $40,\!5$    | $52,\!03$       | $11,\!53$        | $0,\!04007$ | 55,79       | $15,\!29$        | $0,\!08660$ |  |  |
| 41          | $51,\!54$       | $10,\!54$        | $0,\!04821$ | _           | _                | _           |  |  |
| 41,5        | $49,\!96$       | $8,\!46$         | $0,\!08327$ | $56,\!01$   | $14,\!51$        | $0,\!15420$ |  |  |

 $<sup>^4</sup>$ Es kommt tatsächlich zu einer einsetzenden Ablösung bei  $27,5^{\circ}$  wie bei der Analyse der Ergebnisse festgestellt wurde.

In Stark und Starke [19] wird die Zunahme der Umlenkung bei beliebiger Meridianbeschleunigung durch einen Zusammenhang der Form

$$\Delta \beta|_{\Omega \neq -1} = \Delta \beta|_{\Omega = 1} + \frac{\partial \Delta \beta}{\partial \Omega}\Big|_{\Omega = 1} (\Omega - 1)$$

beschrieben. Der Steigungsfaktor  $\frac{\partial \Delta \beta}{\partial \Omega}\Big|_{\Omega=1}$  sei dabei abhängig von Anströmwinkel, Überdeckung und Staffelungswinkel. Die Abbildung 8.12 bildet den Verlauf des Steigungsfaktors für das untersuchte Gitter ab.

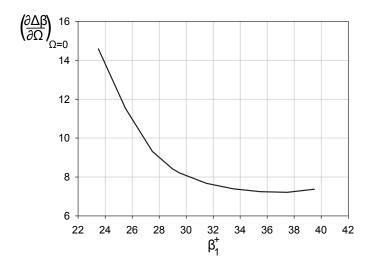


Abbildung 8.12: Steigungsfaktor für das untersuchte Schaufelgitter im Laufradmittelschnitt

## 8.2 Leitgittermittelschnitt

Bei der Analyse der Ergebnisse für den Leitgittermittelschnitt wurde identisch zum Laufradmittelschnitt vorgegangen. Die Betrachtungen beschränkt sich dabei jedoch auf die Gittercharakteristik sowie auf die Belastungskriterien und die statische Druckumsetzung. Da in diesem Fall der Einfluss der Axialstromdichte entfällt, konnten die Abbildungen kompakter ausgeführt werden ohne an Aussagekraft zu verlieren.

Abbildung 8.13 bildet die Gittercharakteristik für den Leitgittermittelschnitt ab. Das Verlustminimum findet sich bei einem Anströmwinkel von 56°, was mit dem in Abschnitt 6.1.1 errechnet Auslegungspunkt übereinstimmt. Auffällig ist, dass der minimale Totaldruckverlustbeiwert deutlich kleiner ausfällt, als dies beim Laufradmittelschnitt der Fall war ( $\omega_p^* = 0,01904 < 0,0258 = \omega_p^*$ ). Dies deutet darauf hin, dass die dreidimensionale Simulation Effekte berücksichtigt, die von einer zweidimensionalen Berechnung nicht erfasst werden. Der Verlauf des Verlustbeiwertes besitzt ansonsten eine ähnliche Tendenz wie beim Laufradmittelschnitt und die jeweiligen Stallund Chokewinkel finden sich bei  $-12,5^{\circ}$  bzw.  $+14^{\circ}$ . Es muss jedoch erwähnt werden, dass es bei diesen Winkeln bereits zu erheblichen Fehlabströmungen, verglichen mit den Verhältnissen im Auslegungspunkt, kommt.

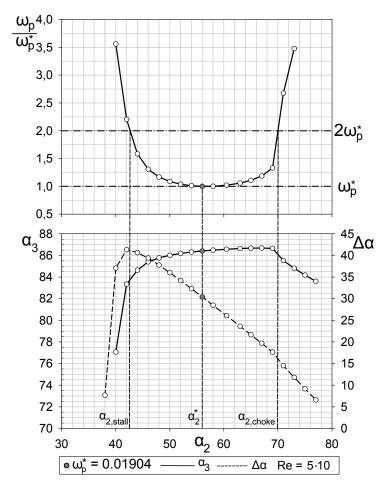
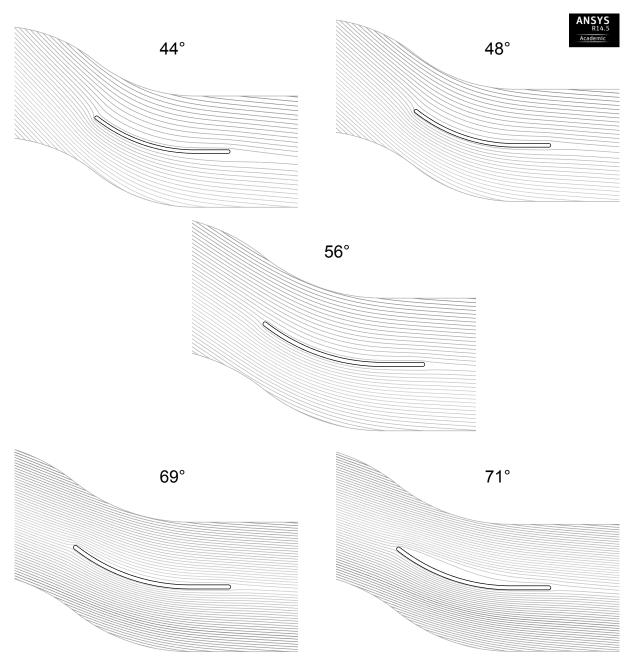


Abbildung 8.13: Gittercharakteristik für Leitgittermittelschnitt

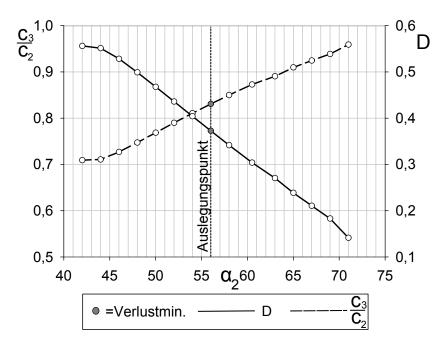
Fluent bietet die Möglichkeit, bei zweidimensionalen Berechnungen, die Strömung über eine Darstellung der Stromfunktion zu visualisieren. Die folgende Abbildung 8.14 zeigt diese Darstellung für unterschiedliche Anströmwinkel. Mittig wird die Strömung im Verlustminimum abgebildet, wo sie vollständig am Profil anliegt. Ausgehend von diesem Anströmwinkel bleibt das Strömungsbild sowohl bei abnehmendem (bis 48°) als auch bei zunehmendem Anströmwinkel (69°) nahezu identisch. Bei größeren Fehlanströmungen<sup>5</sup> (44° bzw. 71°) setzen anschließend Ablösungserscheinungen auf Saug- und Druckseite ein, begleitet von einem starken Anstieg der Verluste (Abbildung 8.13).

 $<sup>^5</sup>$ Die Ablösung auf der Druckseite beginnt bereits bei  $46^\circ$ , was auf dem Stromlinienbild jedoch nicht zu erkennen ist.



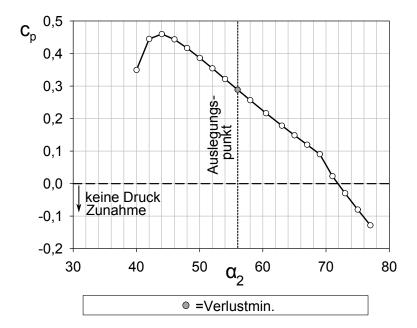
**Abbildung 8.14:** Stromlinienbilder bei variierendem Anströmwinkel für den Leitgittermittelschnitt

Bei der Betrachtung der de Haller-Zahl (Abbildung 8.15) ist zu sehen, dass diese das de Haller-Kriterium für jeden Anströmwinkel erfüllt. Demzufolge ist auch beim Leitgitter nicht mit einer Ablösung der Seitenwandgrenzschichten zu rechnen. Im Auslegungspunkt beträgt das de Haller-Kriterium lediglich 0,84, sodass bei dem zugehörigen Abströmwinkel von  $\approx 86.5^{\circ}$  neben dem Restdrall, ebenfalls eine ungenutzte kinetische Energie in der Abströmung vorliegen wird.



**Abbildung 8.15:** Verlauf von Verzögerungsverhältnis und Diffusionszahl bei variierendem Anströmwinkel für den Leitgittermittelschnitt

In Abbildung 8.15 ist ebenfalls der Verlauf der Diffusionszahl zu sehen. Sie liegt im gesamten Bereich unter der kritischen Grenze von 0,6, was eigentlich gegen ein Auftreten von Ablösungen am Profil spricht. Die Stromlinienbilder haben jedoch das Gegenteil gezeigt. Die bauchseitige Ablösung bei geringer Diffusionszahl kann wieder, über die aufgrund ihrer Definition mit ansteigendem Anströmwinkel abfallende Diffusionszahl, begründet werden. Auf der Saugseite treten erste Ablösungen bei 46° auf, wobei die Diffusionszahl einen Wert von 0,54 annimmt. Dies liegt zwar unter der kritischen Grenze, die einsetzende Ablösung kann jedoch mit der von den NACA-Profilen abweichenden Geometrie begründet werden. In Abbildung 8.16 ist die durch das Leitgitter erreichte Druckumsetzung in Form des Druckbeiwertes abgebildet. Im Auslegungspunkt wird ein  $c_p$  von 0,29 erreicht.



**Abbildung 8.16:** Verlauf des Druckbeiwertes bei variierendem Anströmwinkel für den Leitgittermittelschnitt

Die Tabelle 8.2 fasst die Daten der Gittercharakteristik des Leitradmittelschnittes zusammen.

Tabelle 8.2: Gittercharakteristik für das Profil im Leitradmittelschnitt

| $\alpha_2$      | $\alpha_3$       | $\Delta \alpha$ | $\omega_P$     |
|-----------------|------------------|-----------------|----------------|
| $40,00^{\circ}$ | $77,07^{\circ}$  | $37,07^{\circ}$ | 0,06778184     |
| $42,00^{\circ}$ | $83,34^{\circ}$  | $41,34^{\circ}$ | $0,\!04198584$ |
| $44,00^{\circ}$ | $84,65^{\circ}$  | $40,65^{\circ}$ | $0,\!03016491$ |
| $46,00^{\circ}$ | $85,40^{\circ}$  | $39,40^{\circ}$ | $0,\!02490069$ |
| $48,00^{\circ}$ | $85,78^{\circ}$  | $37,78^{\circ}$ | $0,\!02223830$ |
| $50,00^{\circ}$ | $86,02^{\circ}$  | $36,02^{\circ}$ | $0,\!02070346$ |
| $52,00^{\circ}$ | $86, 10^{\circ}$ | $34,19^{\circ}$ | $0,\!01978458$ |
| $54,00^{\circ}$ | $86,31^{\circ}$  | $32,31^{\circ}$ | $0,\!01926287$ |
| $56,00^{\circ}$ | $86,41^{\circ}$  | $30,41^{\circ}$ | $0,\!01904445$ |
| $58,00^{\circ}$ | $86,49^{\circ}$  | $28,49^{\circ}$ | $0,\!01907136$ |
| $60,50^{\circ}$ | $86,50^{\circ}$  | $26,08^{\circ}$ | $0,\!01945025$ |
| $63,00^{\circ}$ | $86,64^{\circ}$  | $23,64^{\circ}$ | $0,\!02015840$ |
| $65,00^{\circ}$ | $86,68^{\circ}$  | $21,68^{\circ}$ | $0,\!02110073$ |
| $67,00^{\circ}$ | $86,69^{\circ}$  | $19,69^{\circ}$ | $0,\!02258880$ |

## 8.3 Laufradspitze

Im Folgenden werden die Ergebnisse für die Laufradspitze in verkürzter Form analysiert. Abbildung 8.17 zeigt zunächst wieder die klassische Form der Gittercharakteristik. Der Wert des

minimalen Profilverlustbeiwertes liegt leicht unter dem des Laufradmittelschnittes, findet sich jedoch beim gleichen Anströmwinkel von  $\beta_2^+=29^\circ$ . Der im Vergleich kleinere Verlustbeiwert resultiert aus der an der Schaufelspitze vergrößerten Teilung und der, im direkten Vergleich  $(\Delta\beta^+=19^\circ$  statt  $26^\circ$ ), verringerten Umlenkung der Strömung. Der Stallwinkel weicht um  $-8^\circ$ , der Chokewinkel um  $+6^\circ$  vom optimalen Anströmwinkel ab. Der Abströmwinkel erweist sich, wie im Mittelschnitt, ebenfalls als sehr resistent gegenüber Fehlanströmungen und weicht in einem Intervall von  $[\beta_1^{+*}-6^\circ;\beta_1^{+*}+6^\circ]$  um nicht mehr als 1,4% vom Abströmwinkel im Verlustminimum ab.

In Abbildung 8.18 sind wieder Diffusionszahl und de Haller-Zahl aufgetragen. Genau wie im Mittelschnitt, erfüllt das Gitter in der Laufradspitze das Diffusionskriterium im gesamten Anströmbereich. Die de Haller-Zahl zeigt abermals an, dass eine Ablösung von Seitenwandgrenzschichten im Betrieb nicht zu erwarten ist. Außerdem wird wieder erkenntlich, dass sich das Gitter mit zunehmender bauchseitiger Anströmung in ein Gleichdruckgitter verwandelt. Der sich aus der Auslegungsberechnung ergebene Betriebspunkt, befindet sich dabei leicht über der Gleichdruckbegrenzung. An der Schaufelspitze ist demnach nicht mit einer statischen Druckumsetzung durch den Ventilator zu rechnen, was durch Abbildung 8.19 bestätigt wird. Tabelle 8.3 fasst die Größen der Gittercharakteristik zusammen.

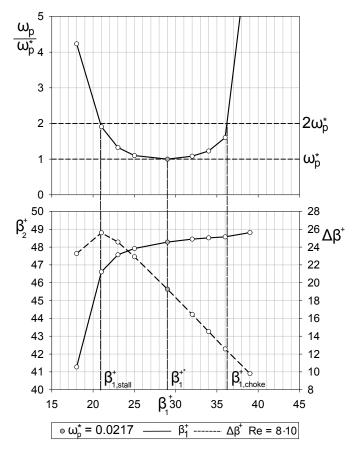
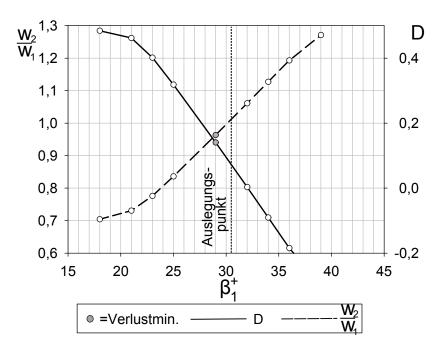
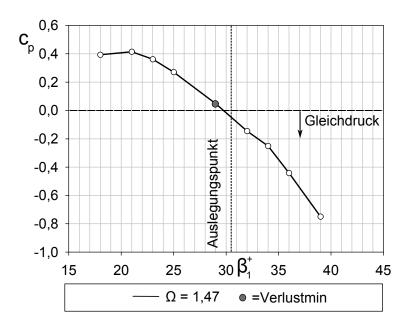


Abbildung 8.17: Gittercharakteristik für das Laufradspitzenprofil



**Abbildung 8.18:** Verlauf von Verzögerungsverhältnis und Diffusionszahl bei variierendem Anströmwinkel für den Laufradspitzenschnitt



 ${\bf Abbildung~8.19:}~{\bf Verlauf~des~Druckbeiwertes~f\"{u}r~bei~variierendem~Anstr\"{o}mwinkel~f\"{u}r~den~Laufradspitzenschnitt}$ 

| $\beta_1^+$     | $\beta_2^+$     | $\Delta \beta^+$ | $\omega_P$  |
|-----------------|-----------------|------------------|-------------|
| $18,00^{\circ}$ | $41,28^{\circ}$ | $23,28^{\circ}$  | 0,09194     |
| $21,00^{\circ}$ | $46,61^{\circ}$ | $25,61^{\circ}$  | $0,\!04142$ |
| $23,00^{\circ}$ | $47,57^{\circ}$ | $24,57^{\circ}$  | $0,\!02877$ |
| $25,00^{\circ}$ | $47,92^{\circ}$ | $22,92^{\circ}$  | $0,\!02390$ |
| $29.00^{\circ}$ | 48. 28°         | $19.28^{\circ}$  | 0.02171     |

 $16.45^{\circ}$ 

 $14,52^{\circ}$ 

 $12,57^{\circ}$ 

 $09,82^{\circ}$ 

0.02350

0,02666

0,03481

0,15735

 $48,45^{\circ}$ 

 $48,52^{\circ}$ 

 $48,57^{\circ}$ 

 $48,82^{\circ}$ 

 $32,00^{\circ}$ 

 $34.00^{\circ}$ 

 $36,00^{\circ}$ 

 $39,00^{\circ}$ 

Tabelle 8.3: Gittercharakteristik für den Laufradspitzenschnitt

# 8.4 Abschätzung der Randverluste über die Kennlinie des Ventilators

Die in den vorangegangenen Abschnitten berechneten Totaldruckverlustbeiwerte decken nur die Profilverluste (siehe Abschnit 3.3.1) ab. Randverluste werden durch die Simulationen nicht abgedeckt. Diese sollen im Folgenden auf der Grundlage der SGP-Kennfeldmessung zumindest abgeschätzt werden. Die Berechnung beschränkt sich auf den Mittelschnitt. Es werden die folgenden Vereinfachungen vorgenommen:

Der ermittelte Totaldruckverlustbeiwert wird um den Term der Randverluste zum Gesamttotaldruckverlustbeiwert erweitert.

$$\omega_G = \omega_P + \omega_R$$

Der Randverlustbeiwert wird so abgeschätzt, als dass er für jeden Anströmwinkel einen fixen Prozentsatz Z der Gesamtverluste annehmen soll.

$$\omega_R = \frac{Z}{100\% - Z} \omega_P \tag{8.2}$$

Diese Annahme hat den Vorteil, dass die grundsätzliche Winkelabhängigkeit des aus der Simulation ermittelten Totaldruckverlustbeiwertes  $\omega_P$  nicht verändert wird. Bei der Berechnung der Anströmverhältnisse wurde bereits festgestellt, dass sich der mittlere Schaufeldurchmesser zwischen Laufradein- und Laufradaustritt verändert. Die ermittelten Profileigenschaften gelten nur für den Schaufeldurchmesser am Laufradeintritt. Es muss daher vereinfacht angenommen werden, dass die Abströmung aus dem Laufrad in etwa den ermittelten Gittercharakteristiken entspricht.

Der Berechnungsgang nimmt dann die folgende Form an:

- Annahme des Randverlustbeiwertes  $\omega_R$  für Lauf- und Leitrad
- Berechnung der Gitterwirkungsgrade nach Gleichung 4.5 für Lauf- und Leitgitter für alle Anströmwinkel  $\beta_1^+, \alpha_2$
- Annahme eines Volumenstroms

- Berechnung der Anströmverhältnisse am Laufradeintritt  $(c_1 = c_{1m}, w_1, \beta_1^+, u_1)$
- Berechnung des relativen Abströmwinkels  $\beta_2^+$  anhand ermittelter Gittercharakteristik für den Anströmwinkel  $\beta_1^+$  (lineare Interpolation)
- Berechnung des Laufradgitterwirkungsgrades  $\eta_D''$  anhand ermittelter Gittercharakteristik für Anströmwinkel  $\beta_1^+$  (lineare Interpolation)
- Berechnung der Laufradabströmung  $(c_2, c_{2m}, c_{u2}, w_2, \alpha_2, u_2)$
- Berechnung der Schaufelarbeit  $a_u = u_2 \cdot c_{u2}$
- Berechnung des absoluten Abströmwinkel  $\alpha_3$  anhand ermittelter Gittercharakteristik für Anströmwinkel  $\alpha_2$  (lineare Interpolation)
- Berechnung des Leitgitterwirkungsgrades  $\eta'_D$  anhand ermittelter Gittercharakteristik für Anströmwinkel  $\alpha_2$  (lineare Interpolation)
- Berechnung der Leitgitterabströmung  $(c_3, c_{3m}, c_{u2}, w_3)$
- Berechnung des Umfangswirkungsgrades  $\eta_u$  nach Gleichung 3.15
- Berechnung der Totaldruckerhöhung für den angenommenen Volumenstrom aus  $Y=a_u\cdot\eta_u$
- Überprüfung mit gegebenen Kennfeld
- Anpassen des Randverlustbeiwertes  $\omega_R$  für Lauf- und Leitgitter
- Berechnung von vorne starten, bis das Kennfeld zumindest grob mit dem aus der SGP-Messung übereinstimmt

Auf eine explizite Durchführung des Berechnungsganges wird verzichtet. Die ersten Kennfeldergebnisse waren nicht überzeugend; eine Deckung mit der Messung blieb aus. Als Grund erwies sich die nachgeschaltete Diffusoranordnung, welche durch die SGP-Messung mitberücksichtigt wurde. Um eine bessere Übereinstimmung erzielen zu können, wurde der nachgeschaltete Diffusorkomplex analysiert. Dieser lässt sich in fünf Teildiffusoren  $D_A$ ,  $D_B$ ,  $D_C$ ,  $D_D$ ,  $D_S$  unterteilen. Abbildung 8.20 zeigt die vorliegenden Geometrie.

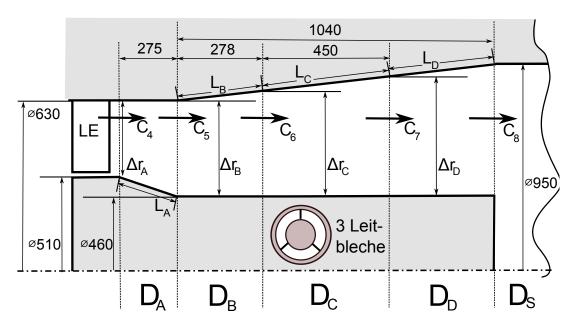


Abbildung 8.20: Geometrie der verbauten Diffusoranordnung

Die Auswertung dieser Geometrie lieferte die jeweiligen Druckrückgewinnungsziffern nach Sovran und Klomp [18]. Das Diffusordiagramm für Kreisringdiffusoren ist im Anhang enthalten (Abbildung B.5). Gut zu sehen ist, dass die Diffusoren alle in einem gültigen Bereich liegen.

|                      |         | $D_A$       | $D_B$       | $D_C$         | $D_D$       | $D_S$      |
|----------------------|---------|-------------|-------------|---------------|-------------|------------|
| $A_1$                | $[m^2]$ | 0,10744     | 0,14553     | $0,\!23593$   | 0,40661     | 0,54263    |
| $A_2$                | $[m^2]$ | $0,\!14553$ | $0,\!23593$ | $0,\!40661$   | $0,\!54263$ | 0,70882    |
| AR-1                 | [-]     | $0,\!3545$  | $0,\!6212$  | 0,7234        | $0,\!3345$  | $0,\!3063$ |
| L                    | [m]     | $0,\!281$   | $0,\!2813$  | $0,\!4553$    | $0,\!3157$  | [-]        |
| $\Delta r$           | [m]     | $0,\!06$    | $0,\!085$   | $0,\!128$     | $0,\!197$   | [-]        |
| $\frac{L}{\Delta r}$ | [-]     | $4,\!68$    | 3,30        | $3,55\cdot 3$ | 1,60        | [-]        |
| $C_p$                | [-]     | 0,2         | 0,5         | 0,6           | $^{0,2}$    | 0,359      |

Tabelle 8.4: Zusammenfassung der Diffusorgeometrien

Der Übergang vom Kreisring auf einen vollen Kreis als Strömungsfläche wird als Stoßdiffusor  $D_S$  in der Berechnung berücksichtigt. Die zugehörige Druckrückgewinnungsziffer berechnet sich zu:

$$C_S = \frac{2}{AR}(1 - \frac{1}{AR})$$

Der Diffusor  $D_C$  wird zusätzlich durch Leitbleche dreigeteilt, was seine Effizienz steigert. Aus der Definition der Druckrückgewinnungsziffer (Gleichung 3.16) findet sich ein direkter Zusammenhang zum Diffusorwirkungsgrad nach Gleichung 3.14. Es ergibt sich so für den Diffusor  $D_A$ :

$$\eta_D^A = C_p^A + \frac{c_5^2}{c_4^2} \tag{8.3}$$

Für den Umfangswirkungsgrad des Ventilators kann so der Effekt der Diffusoranordnung mitberücksichtigt werden. Es findet sich analog zu Gleichung 3.17:

$$\eta_{i} = \frac{\Delta h_{s}'' + \Delta h_{s}' + \Delta h_{s}^{DA} + \Delta h_{s}^{DB} + \Delta h_{s}^{DC} + \Delta h_{s}^{DD} + \Delta h_{s}^{DS} + \frac{c_{8}^{2} - c_{1}^{2}}{2}}{a_{u}} = \\
= \frac{2a_{u} - (1 - \eta_{D}'')(w_{1}^{2} + u_{2}^{2} - u_{1}^{2}) - c_{2}^{2}(1 - \eta_{D}') - c_{3}^{2}(1 - \eta_{D}^{DA}) - c_{4}^{2}(1 - \eta_{D}^{DB})}{2a_{u}} + \frac{-c_{5}^{2}(1 - \eta_{D}^{DC}) - c_{6}^{2}(1 - \eta_{D}^{DD}) - c_{7}^{2}(1 - \eta_{D}^{DS})}{2a_{u}} \tag{8.4}$$

An dieser Stelle wurde der Umfangswirkungsgrad  $\eta_U$  durch den innerer Wirkungsgrad  $\eta_i$  ersetzt, da er nun neben den Strömungsverlusten auch Randverluste und Verluste der nachgeschalteten Diffusoranordnung berücksichtigt. Der oben beschriebene Berechnungsgang wird nach Bestimmung der Leitgitter Abströmung um die folgenden Schritte erweitert:

- Berechnung der Diffusor-Geschwindigkeiten  $c_4 c_8$  anhand der vorliegenden Flächenverhältnisse AR
- Berechnung der einzelnen Diffusorwirkungsgrade laut Gleichung 8.3 mit den  $C_p$ -Werten aus Tabelle 8.4

- Berechnung des neuen, inneren Wirkungsgrades nach Gleichung 8.4  $(\rightarrow \eta_i)$
- Berechnung der Totaldruckerhöhung für angenommenen Volumenstrom aus  $Y = a_u \cdot \eta_i$
- Überprüfung mit gegebenen Kennfeld
- Anpassen des Randverlustverlustbeiwertes für Lauf- und Leitgitter und erneutes Starten der Berechnung, bis das Kennfeld zumindest grob mit dem der SGP-Messung übereinstimmt.

Die Einberechnung der Diffusoren führt zu einer deutlich besseren Übereinstimmung mit dem Kennfeld der SGP-Messungen. Dabei lässt sich besonders der Bereich großer Volumenströme mit der passenden Wahl der Randverluste gut beschreiben. Die Abweichung von der gemessenen Kennlinie erklärt sich dadurch, dass eine eindimensionale Berechnung nicht alle in der Maschine auftretenden Effekte berücksichtigen kann und nur eine grobe Näherung darstellt. Die Abbildung 8.21 zeigt das letztlich erhaltende Kennfeld im Vergleich mit der SGP-Messungen.

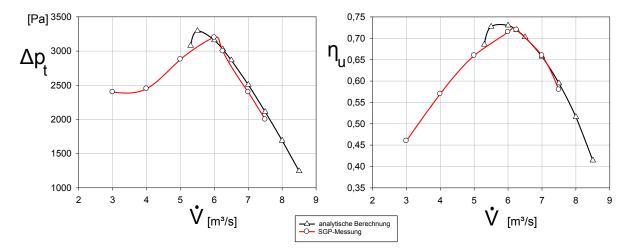


Abbildung 8.21: Kennfeld aus SGP-Messung und Ergebnis analytischer Berechnung basierend auf Fluent Gittercharakteristiken

Aufgrund der Übereinstimmung der Kurvenverläufe sollten die Randverluste in etwa einen Anteil von ca. 67% am Gesamtverlust annehmen. Es finden sich so für Laufrad- und Leitradmittelschnitt folgende Verlustparameter im Verlustminimum (Tabelle 8.5).

**Tabelle 8.5:** Gesamtverlustabschätzung für Leit- und Laufrad basierend auf der Kennfeldberechnung

|                    | $\beta_1^{+*}, \alpha_2^*$ | $\omega_P^*$ | $\omega_R^*$ | $\omega_G^*$ |
|--------------------|----------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Laufrad            | 29°                        | 0,0258       | 0,0540       | 0,0798       |
| $\mathbf{Leitrad}$ | $56^{\circ}$               | $0,\!0191$   | $0,\!0395$   | $0,\!0586$   |

## 8.5 Resultierende Hearsey Verlustparameter

Bei seinen Berechnungen mittels Stromlinienkrümmungsverfahren lagen Rosenbaum [14] keine Informationen zu den Schaufelgittereigenschaften vor. Seine Berechnungen basierten auf Abschätzung der Gittercharakteristik für Lauf- und Leitgitter anhand bekannter NACA-Profile. In dieser Arbeit wurden die Gittercharakteristiken des Ventilators A110 für ausgewählte Profilschnitte bestimmt, die in Zukunft als mögliche Eingabeparameter verwendet werden können. Nachstehende Tabelle 8.6 führt die notwendigen Eingabeparameter an. Zu sehen ist, dass sich im Vergleich mit den bisherigen Annahmen, starke Unterschiede ergeben.

**Tabelle 8.6:** Vorgeschlagene Gittercharakteristiken im Vergleich mit bisherigen Annahmen durch Rosenbaum [14]

|   | Laufrad-<br>Mittelschnitt |                 | Laufrad-<br>Spitze |                 | Leitrad-<br>Mittelschnitt |                 |
|---|---------------------------|-----------------|--------------------|-----------------|---------------------------|-----------------|
|   | Vorschlag                 | [14]            | Vorschlag          | [14]            | Vorschlag                 | [14]            |
| $\omega_P^*$  | 0,0258                    | 0,0113          | 0,02171            | 0,0113          | 0,01904                   | 0,0113          |
| $\omega_r^*$  | 0,0540                    | 0,13745         | 0,0540             | 0,13745         | 0,0395                    | 0,12327         |
| $\omega_G^*$  | 0,0798                    | 0,14875         | 0,07571            | 0,14875         | 0,05854                   | 0,13457         |
| $\beta_1^*$ bzw. $\alpha_2^*$   | $29,00^{\circ}$           | $26,00^{\circ}$ | $29,00^{\circ}$    | $26,00^{\circ}$ | $56,00^{\circ}$           | $56,00^{\circ}$ |
| $\beta_2^*$ bzw. $\alpha_3^*$   | $55,46^{\circ}$           | $51,00^{\circ}$ | $48,28^{\circ}$    | $51,00^{\circ}$ | $86,41^{\circ}$           | $90,00^{\circ}$ |
| $\left(\frac{\partial \beta_2}{\partial \beta_1}\right)\Big _{\beta_1^*}$ | 0,05                      | 0,175           | 0,055              | 0,175           | 0,04                      | 0,175           |
| Choke   | $39,50^{\circ}$           | $17,00^{\circ}$ | $21,00^{\circ}$    | $17,00^{\circ}$ | $70,00^{\circ}$           | $63,00^{\circ}$ |
| Stall   | $22,00^{\circ}$           | $35,00^\circ$   | $36,00^{\circ}$    | $35,00^\circ$   | $41,25^{\circ}$           | $47,00^{\circ}$ |

Auffällig erscheint im ersten Moment der deutlich geringere Totaldruckverlustbeiwert. Als Ursache kann die Nicht-Berücksichtigung des Diffusors durch das Stromlinienkrümmungsverfahren genannt werden. Werden die Diffusorverluste nicht in die Berechnung eingebaut, muss der Verlust innerhalb der Ventilatorbeschaufelung größer abgeschätzt werden, um eine Übereinstimmung mit der Kennlinie der SGP-Messung zu erzielen. Die Winkelabhängigkeit der einzelnen Gittercharakteristiken im Verlustminimum ist laut vorliegender Berechnung deutlich schwächer als bisher angenommen. Die auftretende Umlenkung erweist sich durch den Effekt der Meridianbeschleunigung als ausgeprägter. Rosenbaum [14] beschreibt in seinen Ausführungen, dass je nach Betriebspunkt eine Variation der Gittercharakteristiken notwendig war, um die SGP-Kennlinie gut abzubilden. Die vorliegenden Ergebnisse könnten daher Hinweise auf die Ursache liefern.

## 8.6 Validierung der Simulationsergebnisse

Die CFD Berechnung von Strömungen hängt von vielen unterschiedlichen Parametern ab, weshalb die Ergebnisse stark von den getroffenen Randbedingungen und der Modellierung abhängen. Es sollte daher immer eine Validierung der Simulationsergebnisse mit experimentellen Vergleichsdaten durchgeführt werden. Um die durchgeführten Simulationen zu bestätigen müssten dafür Untersuchungen der vorgestellten Verdichtergitter in einem linearen Windkanal durchgeführt werden. Dies war im Rahmen dieser Diplomarbeit nicht möglich, weshalb eine auf vorhandener Literatur basierende Validierung der Ergebnisse durchgeführt wird.

### 8.6.1 Einfluss des Axialstromdichteverhältnisses

Bereits in den achtziger Jahren, haben sich *Stark und Starke* an der Technischen Universität Braunschweig mit dem Einfluss der Axialstromdichte auf die Eigenschaften von Verdichtergittern beschäftigt [19]. Dazu wurden lineare Verdichtergitter<sup>6</sup> in einem Windkanal untersucht, bei dem über Seitenwandeinsätze die Zunahme des AVDR über den einzelnen Schaufeln realisiert wurde (Abbildung 8.22).

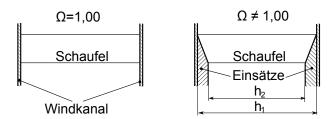
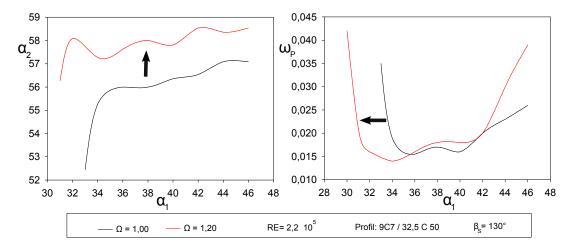


Abbildung 8.22: Realisierung des AVDR Effektes im Windkanal [19]

Die Ergebnisse ihrer Untersuchungen können folgendermaßen zusammengefasst werden [19]: Eine Zunahme des AVDR führt im Verdichtergitter zu:

- einer Zunahme der Umlenkung durch das Gitter (steigendes  $\Delta \beta^+, \Delta \alpha$ )
- einer Verschiebung des Verlustminimums in den Bereich kleinerer Anströmwinkel (sinkendes  $\beta_1^{++}, \alpha_2^*$ )
- $\bullet\,$ einer Verschiebung der Druckverteilung zu kleineren Druckbeiwerten (sinkende $c_p\textsc{-Werte})$
- einer Abnahme der statischen Druckumsetzung
- Absinken der Diffusionszahl im Auslegungspunkt



**Abbildung 8.23:** Messergebnisse von Stark und Starke zur Untersuchung des axialen Stromdichteverhältnisses [19]

 $<sup>^6</sup>$ Zum Einsatz kamen Profile des Typs 9C/7/32, 5C50.

Es muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass es bei den Versuchsdurchführungen mit  $h_1/h_2 > 0$  zu keiner Absaugung der Seitenwandgrenzschichten gekommen ist. Die Messungen haben besonders im Bereich der Fehlanströmungen einen starken Anstieg des AVDR ergeben, sodass dort lokal  $\Omega \neq h_1/h_2$  galt. Abbildung 8.23 zeigt eine aufgearbeitete Version der Messergebnisse aus [19].

Diese Ergebnisse bestätigen qualitativ den in Abschnitt 8.1 erhaltenen Einfluss einer zunehmenden Axialstromdichte auf ein lineares Schaufelgitter.

## 8.6.2 Profilverlust unprofilierter Schaufelgitter

In VDI-Berichte Nr.2112 [10] haben sich *Hilgert und Böhle* mit dem Vorteil unprofilierter Verdichterschaufeln im Bereich niedriger Profilreynoldszahlen beschäftigt. Im Zuge dieser Untersuchungen wurden zu Vergleichszwecken ebenfalls Simulationen im hohen Reynoldszahlbereich durchgeführt, die nun als Richtwert verwendet werden sollen. Das dort untersuchte Schaufelgitter ist in seiner Geometrie ähnlich zu den in dieser Arbeit betrachteten Schaufelgittern. Die nachfolgende Tabelle 8.7 führt alle Größen zum Vergleich auf und stellt einander die jeweiligen Verlustminima gegenüber.

|                 | Hilgert [10]          | Laufradmittelschnitt $\Omega = 1,00$ | ${\bf Leitrad mittel schnitt}$ |
|-----------------|-----------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
| ${\gamma}$      | 30,00°                | 43,75°                               | $14,55^{\circ}$                |
| $\mathbf{f}$    | 9,00%                 | 7,50%                                | 11,30%                         |
| Profilumlenkung | $24,00^{\circ}$       | $34,50^{\circ}$                      | $35,00^{\circ}$                |
| Vorderkante     | $\operatorname{rund}$ | rund                                 | rund                           |
| $T_u$           | 5%                    | 5%                                   | 5%                             |
| Re              | $2, 5 \cdot 10^5$     | $7\cdot 10^5$                        | $4\cdot 10^5$                  |
| $\omega^*$      | 0,0200                | 0,0248                               | 0,0190                         |

Tabelle 8.7: Vergleich der Simulationsparameter mit publizierten Daten ähnlicher Geometrie

Die Tabelle 8.7 zeigt, dass alle Verlustbeiwerte im Verlustminimum in einem ähnlichen Größenbereich liegen. Die Reynoldszahlen weisen bei den durchgeführten Simulationen zwar deutlich höhere Werte auf, Hilgert [10] hat aber gezeigt, dass diese ab einem Wert von  $Re>2\cdot 10^5$  keinen merklichen Einfluss mehr auf den Verlustbeiwert haben. Die Simulationen bei Hilgert und Böhle wurden zweidimensional durchgeführt, was die gute Übereinstimmung mit den Leitgitterbetrachtungen erklären kann. Andererseits liegt die Profilumlenkung durch den in dieser Arbeit betrachteten Laufgittermittelschnitt deutlich über der Umlenkung bei Hilgert und Böhle was die im Vergleich erhöhten Verluste erklären kann. Diese Betrachtungen liefern zwar keine direkte Bestätigung der in Abschnitt 8.1 - 8.3 erhaltenen Simulationsergebnisse, sie geben jedoch Auskunft darüber, dass diese in-etwa im richtigen Größenbereich liegen.

## 8.6.3 Abschätzung des Diskretisierungsfehlers

Der Diskretisierungsfehler hängt vom verwendeten Berechnungsnetz sowie dem verwendeten Diskretisierungsverfahren ab und sollte mit feiner werdendem Berechnungsnetz abnehmen. Zur Abschätzung des Diskretisierungsfehlers wurde sich an der in Schäfer [15] vorgestellten Methodik orientiert. Zur Quantifizierung dient die Richardson-Extrapolation nach Richardson und Gaunt

[13]. Hierfür wird die selbe Berechnung auf drei unterschiedlich feinen Berechnungsnetzen durchgeführt, wobei die Netzverfeinerung systematisch erfolgen muss. Ausgehend vom jeweils gröberen Netz wird der Abstand zwischen zwei Gitterpunkten halbiert. Dies führt im dreidimensionalen Fall in etwa zu einer Verachtfachung; im zweidimensionalen Fall zu einer Vervierfachung der Gesamtzellanzahl. Wird mit h der Knotenabstand im feinsten Netz definiert, so gilt für den Knotenabstand im nächst gröberen Netz 2h und für das gröbste Netz dementsprechend 4h. Für die Abschätzung des Diskretisierungsfehlers wurden daher neun<sup>7</sup> zusätzlich Berechnungsnetze erstellt; Tabelle 8.8 gibt Auskunft über die jeweiligen Netzdetails.

|              |               | Laufrad $\Omega = 1,47$ | Laufrad $\Omega = 1,00$ | Leitgitter |
|--------------|---------------|-------------------------|-------------------------|------------|
| Netzfeinheit | Abstand h     |                         | Zellanzahl              |            |
| grob         | $4\mathrm{h}$ | 108526                  | 102258                  | 4092       |
| fein         | $2\mathrm{h}$ | 1019424                 | 912988                  | 17871      |
| sehr fein    | h             | 8086444                 | 7702968                 | 74589      |

Tabelle 8.8: Netzdetails für die jeweilige Richardson Extrapolation

Für eine beliebige integrale Auswertungsgröße  $\Phi$  gilt:

$$p = \frac{\ln\left(\frac{\Phi_{2h} - \Phi_{4h}}{\Phi_h - \Phi_{2h}}\right)}{\ln 2} \qquad \varepsilon = \frac{\Phi_h - \Phi_{2h}}{2^p - 1}$$
(8.5)

Der erste Term in Gleichung 8.5 berechnet die Ordnung des verwendeten Diskretisierungsverfahrens, aus den Ergebnissen für die unterschiedlichen Gitterfeinheiten. Basierend auf dieser Ordnung liefert der zweite Term den Diskretisierungsfehler auf dem feinsten Gitter. Mit diesem Fehler kann die sogenannte gitterunabhängige Lösung  $\Phi_{\infty}$  abgeschätzt werden (Gleichung 8.6).

$$\Phi_{\infty} = \Phi_h + \frac{\Phi_h - \Phi 2h}{2^p - 1} \tag{8.6}$$

Zur Beurteilung des Diskretisierungsfehlers für die durchgeführten Simulationen wurden die Anströmbedingungen im jeweiligen Verlustminimum ausgewählt, wobei lediglich der Totaldruckverlustbeiwert beobachtet wurde. Die Abbildung 8.24 zeigt den Verlauf der Totaldruckverlustbeiwerte in Abhängigkeit der Gitterfeinheit. Die Tabelle 8.9 fasst die Ergebnisse der Richardson Extrapolation zusammen.

In Tabelle 8.9 kennzeichnet der Index R das Ergebnis auf dem jeweils verwendeten Rechengitter<sup>8</sup>. Die Richardson-Extrapolation ergab 3,14 und 1,7 für die Ordnung des verwendeten Verfahrens für unbeschleunigtes Laufradgitter und Leitgitter. Die Berechnung der gitterunabhängigen Lösung für diese beiden Fälle ergibt, dass der relative Diskretisierungsfehler auf dem verwendeten Netz -0,77% bzw. -2,25% beträgt. Für das meridianbeschleunigte Gitter ergibt sich ein anderes Bild. Am Verlauf des Totaldruckverlustbeiwertes lässt sich ein Wiederanstieg zwischen feinem und sehr feinem Gitter erkennen. Zusätzlich wurde in Abbildung 8.24 das Ergebnis des für die Simulationen verwendeten Gitters markiert (strichlierter Verlauf). Der Totaldruckverlustbeiwert scheint sich in diesem Fall oszillierend seinem Grenzwert zu nähern. Schäfer [15] erwähnt, dass

 $<sup>^7</sup>$ Ziel war es, den Diskretisierungsfehler für die Modellierung des unbeschleunigten und beschleunigten Laufradmittelschnittes, sowie für den Leitgittermittelschnitt abzuschätzen.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Siehe Abschnitt 7.1, es gilt in jedem Fall  $h < h_r < 2h$ .

es bei Gitterverfeinerung zunächst immer zu einem oszillierenden Verhalten kommt, bevor dieses dann in einen asymptotischen Verlauf umschlägt.

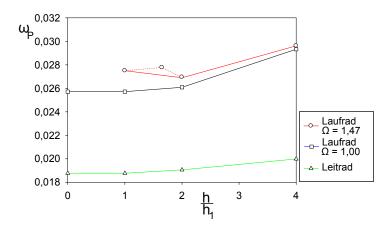


Abbildung 8.24: Änderung des jeweiligen minimalen Verlustbeiwertes bei feiner werdendem Berechnungsnetz

| Tabelle 8.9: | Ergebnisse | der Ri | ichardson | Extrapolation |
|--------------|------------|--------|-----------|---------------|
|              |            |        |           |               |

|                         | $\omega_R$     | $\omega_h$     | p        | $arepsilon_h$         | $\omega_{\infty}$ | $\frac{\omega_{\infty}-\omega_{R}}{\omega_{\infty}}$ |
|-------------------------|----------------|----------------|----------|-----------------------|-------------------|--|
| Laufrad $\Omega = 1,47$ | 0,02777313     | $0,\!02750470$ | -        | -                     | -                 | _  |
| Laufrad $\Omega = 1,00$ | $0,\!02587313$ | $0,\!02572215$ | $3,\!14$ | $-4,71 \cdot 10^{-5}$ | $0,\!025675064$   | -0,77%   |
| Leitgitter              | $0,\!01904445$ | $0,\!01877531$ | 1,70     | $-1,51 \cdot 10^{-4}$ | $0,\!018623708$   | $-2,\!25\%$  |

Die Anwendung der Richardson-Extrapolation setzt voraus, dass alle verwendeten Berechnungsnetze innerhalb der asymptotischer Konvergenz liegen. Für das meridianbeschleunigte Gitter lässt sich diese daher nicht durchführen. Eine Lösung wäre es, den Gitterabstand des verwendeten Berechnungsnetzes  $h_R$  als gröbstes Netz zu definieren und ausgehend von diesem zwei feinere Netze mit  $h_{R/2}$  und  $h_{R/4}$  zu erstellen. Dies würde jedoch zu einer enormen Zellanzahl führen und einen großen Berechnungsaufwand nach sich ziehen<sup>9</sup>. Daher wird nochmals das unbeschleunigte Laufradnetz betrachtet. Es zeigt sich, dass die relative Abweichung der feinsten Diskretisierung  $\omega_h$  von der gitterunabhängigen Lösung  $\omega_\infty$  lediglich -0,18% beträgt. Es gilt daher nahezu  $\omega_h \approx \omega_\infty$ . Für die feinste Diskretisierung liegt im meridianbeschleunigten Fall die Zellanzahl höher als beim unbeschleunigte Gitter (Tabelle 8.8). Wird angenommen, dass auch für diesen Fall  $\omega_h \approx \omega_\infty$  gilt, dann beträgt der relative Fehler beim verwendeten Netz lediglich -0,97%.

Die Betrachtung hat gezeigt, dass der gemachte Diskretisierungsfehler für die dreidimensionalen Berechnungsmodelle in einem Bereich  $\leq 1\%$  liegt, was als ausreichend betrachtet wird. Für das Leitgitter hingegen liegt dieser mit 2,25% ein wenig zu hoch und eine weitere Verfeinerung des Berechnungsnetzes sollte für zukünftige Berechnungen<sup>10</sup> angestrebt werden.

 $<sup>^9 \</sup>mathrm{Die}$ Zellanzahl bei einem Gitterabstand von  $h_{R/4}$  würde in etwa  $147 \cdot 10^6$ entsprechen.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Die Abschätzung des Diskretisierungsfehlers wurde lediglich aus Interesse an der Methodik durchgeführt. Dies geschah erst zum Ende hin, weshalb das Leitgitternetz nicht weiter verfeinert wurde.

## Kapitel 9

# Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der Diplomarbeit war es neue Informationen über die Beschaufelung des meridianbeschleunigten Axialventilators A110 zu gewinnen.

Nach einführenden Kapiteln über die Strömungssimulation, die Wirkungsweise von Axialventilatoren und Eigenschaften linearer Schaufelgitter wurden zunächst die Besonderheiten meridianbeschleunigter Axialventilatoren herausgearbeitet. Basierend auf den Arbeiten von Willinger [21] und Willinger und Köhler [25] wurde der Einfluss der Meridianbeschleunigung auf die Lage von Axialventilatoren im CORDIER-Diagramm betrachtet. Der Arbeitsbereich von Überdruckventilatoren wird mit zunehmender Meridianbeschleunigung in den Bereich zunehmender Durchmesserzahlen und sinkender Laufzahlen erweitert und nähert so die axialen Ventilatoren den radialen Arbeitsmaschinen an. Auch die Ausführung als meridianbeschleunigter Gleichdruckventilator konnte in das Diagramm eingearbeitet werden. Gegenüber den Überdruckventilatoren finden sich diese bei deutlich höheren Laufzahlen und geringeren Durchmesserzahlen wieder.

Der Fokus der Diplomarbeit lag auf der Berechnung der Gittercharakteristiken des Axialventilators A110 durch numerische Strömungssimulation. Diese beschreiben den Totaldruckverlustbeiwert sowie den jeweiligen Abströmwinkel in Abhängigkeit des vorliegenden Anströmwinkels. In einem ersten Schritt wurden dazu die vorhandenen Geometriedaten ausgewertet. Darauf basierend wurden mehrere blockstrukturierte Berechnungsnetze mittels Icem-CFD erstellt. Für die Leitgitterberechnung war es ausreichend ein zweidimensionales Berechnungsnetz zu erstellen, wobei sich die Untersuchungen auf den Leitradmittelschnitt beschränkten.

Das Laufrad ist mit verwundenden Schaufeln ausgeführt worden. Bei der Simulation wurde nicht die gesamte Schaufel betrachtet, sondern lediglich das Ziel verfolgt, die Gittercharakteristik einzelner Schaufelschnitte zu bestimmen. Betrachtet wurden hier Laufradmittel- und Laufradspitzenschnitt. Aufgrund der Bauweise meridianbeschleunigter Ventilatoren war eine zweidimensionale Betrachtung dieser Schaufelprofilschnitte nicht möglich. Um die Meridianbeschleunigung in der Simulation zu berücksichtigen, wurden zylindrische Schaufeln in einem dreidimensionale Berechnungsnetz betrachtet. Die Meridianbeschleunigung wurde durch eine, sich über der Schaufel verjüngende, reibungsfreie Wand realisiert. Für den Laufradmittelschnitt wurde zusätzlich ein unbeschleunigtes Berechnungsnetz erstellt, sodass durch den direkten Vergleich der Ergebnisse der Einfluss der Meridianbeschleunigung auf die Gittercharakteristik erfasst werden konnte.

Die Auswertungen der globalen Abströmung fand jeweils in einem Abstand von 0,3 Sehnenlängen zur Hinterkante statt. Für den Vergleich von beschleunigtem und unbeschleunigtem Schaufelgitter wurde zusätzlich eine zweite Auswertung direkt hinter der Schaufelhinterkante durchgeführt

um die Einflüsse der Meridianbeschleunigung auf die Nachlaufdelle besser abbilden zu können. Die Randbedingungen im Auslegungspunkt wurden analytisch auf Basis der SGP-Messung berechnet. Bei Variation des Anströmwinkels wurde der Eintrittsmassenstrom angepasst, sodass die Simulationen stets bei gleicher Profilreynoldszahl durchgeführt wurden. Als Turbulenzmodell kam das realisable k- $\epsilon$  Modell mit erweiterter Wandbehandlung zum Einsatz.

Im direkten Vergleich von unbeschleunigtem und beschleunigtem Modell hat sich gezeigt, dass die Zunahme der Meridiangeschwindigkeit starken Einfluss auf die Gittercharakteristik hat. Die Umlenkung durch das Gitter fällt im gesamten Anströmbereich für das meridianbeschleunigte Gitter größer aus als für das unbeschleunigte Vergleichsgitter. Der Anströmwinkel des kleinsten Verlustbeiwertes verschiebt sich in Richtung kleinerer Werte, sodass das Profil eine eher bauchseitige Anströmung bevorzugt. Auch die Empfindlichkeit des Abströmwinkels in Bezug auf die Anströmung erwies sich als weniger stark ausgeprägt, sodass es im Vergleich bei steigenden Fehlanströmungen zu einer kleineren Änderung des Abströmwinkels kam. Die Meridianbeschleunigung reduziert das Verzögerungsverhältnis und senkt die Diffusionszahl ab, was sich aus Sicht der Strömungsstabilität als vorteilhaft erweist. Im Vergleich konnte die Fehlanströmung um zusätzliche 5° erhöht werden bevor es zu Ablösungserscheinungen an der Saugseite kam. Die Profildruckverteilungen verschieben sich aufgrund der gegenläufigen Beschleunigung zu geringeren Werten. Die Umsetzung des statischen Druck nimmt ab, was in kleineren Druckbeiwerten in der Auswertungsebene resultiert. Die Ergebnisse wurden mit den Untersuchungen von Stark und Starke [19] verglichen und weisen die gleiche Tendenz auf, sodass sie zumindest qualitativ als richtig bewertet werden können.

Die Detailbetrachtung der lokalen Strömungsgrößen kurz hinter der Hinterkante lieferte weitere Hinweise auf den Effekt der Meridianbeschleunigung. Die Nachlaufdelle bildete sich immer schmaler aus als im direkten Vergleichsfall. Mit ihr hat sich auch der Bereich des auftretenden Verlustbeiwertes über der Teilung gesehen schmaler dargestellt, wobei jedoch die maximal auftretenden Totaldruckverlustbeiwerte zugenommen haben. Über der Teilung gemittelt blieb der Totaldruckverlustbeiwert daher in etwa gleich groß. Desweiteren ergaben die Simulationen eine Zunahme der Wandschubspannungen über der Schaufel. Dies wird einerseits als Begründung für die erhöhten maximalen Verlustbeiwerte betrachtet, andererseits geht eine hohe Wandschubspannung auch mit dünneren Profilgrenzschichten einher, was den schmaleren Einflussbereich der Nachlaufdelle erklärt.

An der Laufradspitze fielen die Verluste ein wenig geringer aus, was auf die geringere Umlenkung und erhöhte Teilung zurückzuführen ist. Die Größe aller auftretenden Verlustbeiwerte wurde mit der Untersuchung unprofilierter Schaufelgitter durch Hilgert und Böhle [10] verglichen, in der die Totaldruckverlustbeiwerte in etwa die gleiche Größenordnung aufweisen.

Sowohl für den Laufradspitzen-, den Leitgittermittel- als auch für den Laufradmittelschnitt wurde die teilungsgemittelte Gittercharakteristik in ihrer gängigen Darstellung abgebildet. Basierend auf dem Verlauf der Gittercharakteristik für Lauf- und Leitradmittelschnitt wurde eine analytische Berechnung der Ventilatorkennlinie durchgeführt. In die analytische Betrachtung wurde ebenfalls der nachgeschaltete Diffusorkomplex einbezogen. Für diesen stellte sich heraus, dass sich jeder Teildiffusor in einem gültigen unkritischen Auslegungsbereich befindet. Die Randverluste in der Kennlinien-Berechnung wurden solange variiert, bis die erhaltene Kennlinie möglichst gut mit der der SGP-Messung übereinstimmte. Der so resultierende Randverlustbeiwert wurde zur Abschätzung des gesamten Totaldruckverlustbeiwertes herangezogen.

Die aus Simulation und analytischer Berechnung erhaltenen Daten wurden schließlich zu einem

Vorschlag für eine künftige Hearsey Berechnung des Axialventilators A110 zusammengetragen. Es ergaben sich markante Unterschiede zu den bisherigen Annahmen.

#### Ausblick

In einem nächsten Schritt wäre es ratsam, die Simulationsergebnisse durch experimentell gewonnen Ergebnisse zu bestätigen. Das Institut für Energietechnik und Thermodynamik verfügt über die nötige Grundausstattung zur Durchführung dieser Versuche. Aufgrund der einfachen Geometrie sollte auch die Anfertigung der Schaufelgitter kostengünstig möglich sein. Der Fall des meridianbeschleunigten Gitters könnte am Beispiel der Ausführungen von Stark und Starke [19] einfach realisiert werden.

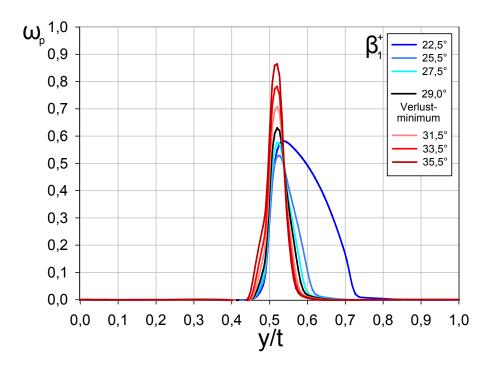
Eine Neuberechnung der Kennlinie mittels Stromlinienkrümmungsverfahren könnte nun mit den tatsächlich vorliegenden Gittercharakteristiken der Beschaufelung erfolgen. Es hat sich gezeigt, dass die Mitberücksichtigung des Diffusors zu deutlich besseren analytischen Ergebnissen geführt hat, weshalb dieser vom Stromlinienkrümmungsverfahren unbedingt mitberücksichtigt werden sollte.

Die Modellierungen zu den durchgeführten Berechnungen stützen sich auf Zeichnungen aus den 60er Jahren. Beim zukünftigen Umzug des Labors für thermische Strömungsmaschinen sollte die Gelegenheit genutzt werden, alle vorhandenen Geometrien aufzunehmen und zu überprüfen. Besonders für eine vollständige dreidimensionale Modellierung der Laufradschaufeln fehlen wichtige Details, wie z.B. das genaue Profil im Nabenschnitt oder die Lage der Drehachse der verwundenden Schaufel.

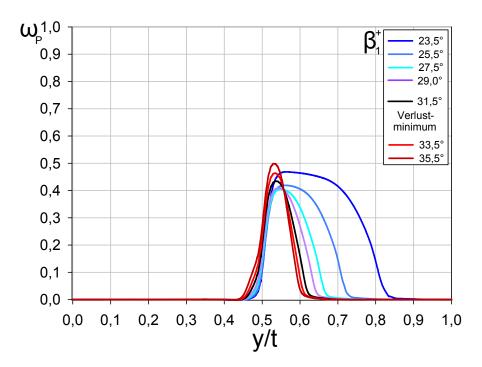
Um die Kennlinie genau berechnen zu können, kann eine Stufenberechnung des meridianbeschleunigten Axialventilators erfolgen. Dazu werden Leit- und Laufrad zusammen in einem dreidimensionalen Modell betrachtet. Die Übergabe der Strömung von Lauf- auf Leitgitter kann direkt erfolgen, oder über eine Mischungsebene interpoliert werden. Es wäre ebenfalls möglich den Diffusorkomplex in eine solche Berechnung einzubauen, wobei dies natürlich mit steigendem numerischen Aufwand verbunden ist.

## Anhang A

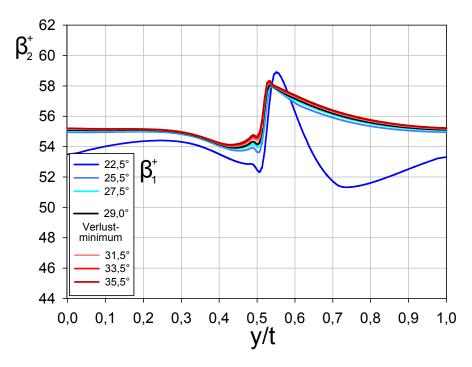
# Darstellung restlicher Simulationsergebnisse



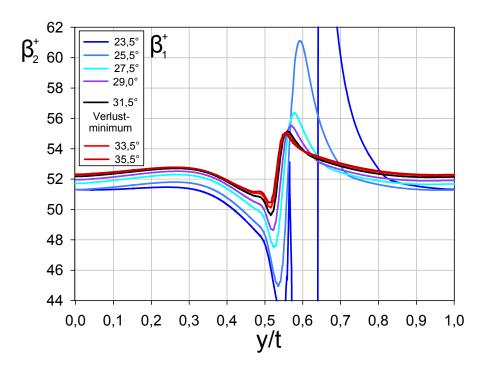
**Abbildung A.1:** Entwicklung des Totaldruckverlustbeiwertes entlang der Teilung. Laufradmittelschnitt  $\Omega=1,47$ 



**Abbildung A.2:** Entwicklung des Totaldruckverlustbeiwertes entlang der Teilung. Laufradmittelschnitt  $\Omega=1,00$ 



**Abbildung A.3:** Entwicklung des Abströmwinkels entlang der Teilung. Laufradmittelschnitt  $\Omega=1,47$ 



**Abbildung A.4:** Entwicklung des Abströmwinkels entlang der Teilung. Laufradmittelschnitt  $\Omega=1,00$ 

# Anhang B

# Axialgebläse A110

## B.1 Leitgitterabmessungen

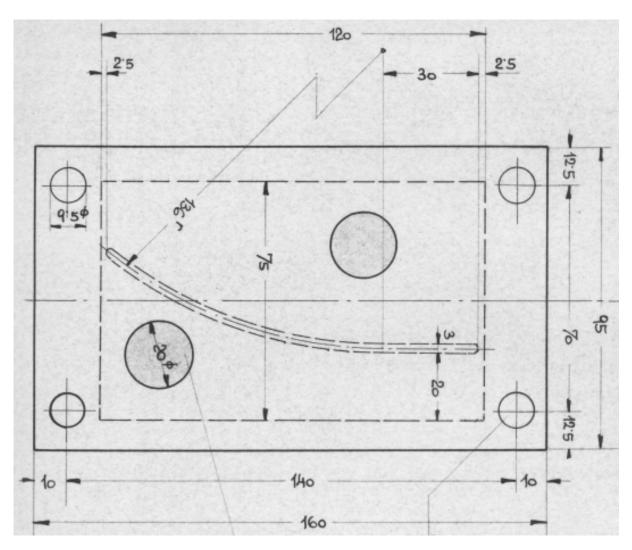


Abbildung B.1: Abmessungen des Leitgitters

## B.2 Laufradabmessungen

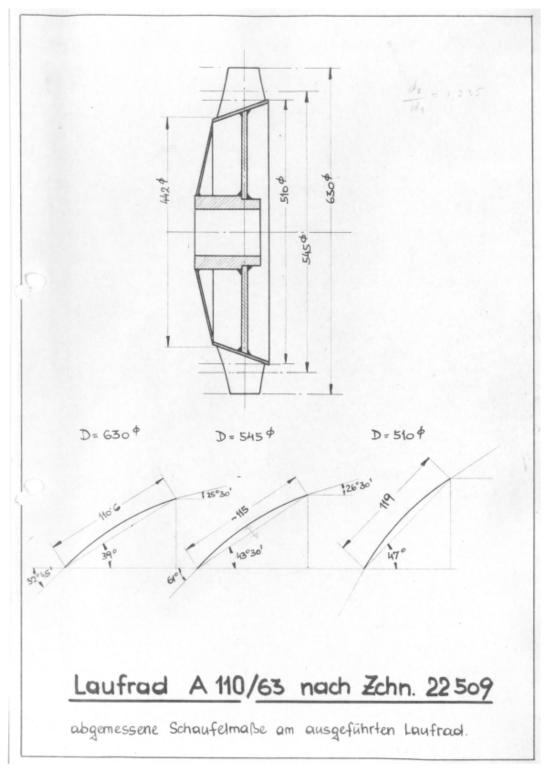


Abbildung B.2: Abmessungen des Laufrades

## B.3 Kennlinie

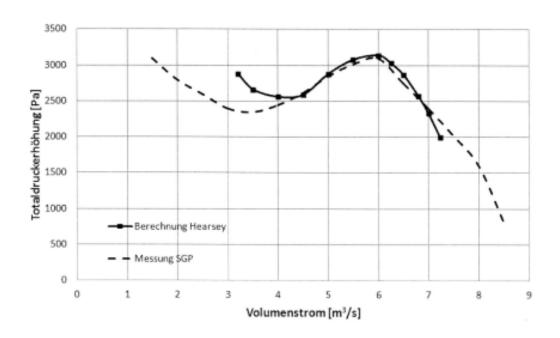


Abbildung B.3: Verlauf der Totaldruckerhöhung laut SGP und Rosenbaum [14]

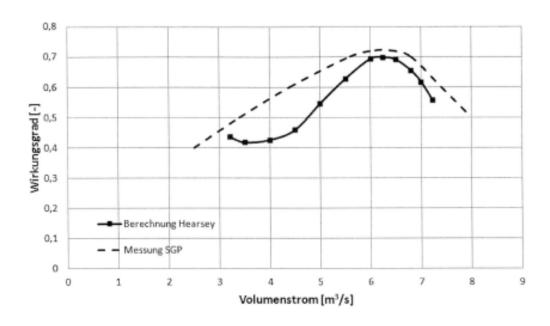
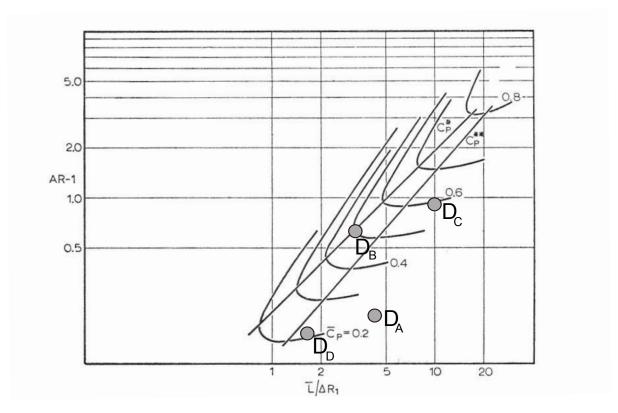


Abbildung B.4: Verlauf des Wirkungsgrades laut SGP und Rosenbaum [14]

## B.4 Diffusordiagramm



 ${\bf Abbildung~B.5:}~{\bf Diffusor diagramm~f\"{u}r~Kreisring diffusoren~nach~Sovran~und~Klomp~[18]$ 

## Quellenverzeichnis

## Literatur

- [1] A. Benoni. Einfluss von Geometrieparametern auf die Spaltverluste in einem axialen Turbinengitter mit passiver Einblasung. Wien: Dissertation-Technische Universität Wien, 2013.
- [2] W. Bohl. Strömungsmaschinen: Aufbau und Wirkungsweise. Kamprath-Reihe Kompaktlehrbuch Technik. Vogel, 2004.
- [3] W. Bohl und W. Elmendorf. *Technische Strömungslehre*. Kamprath-Reihe Kompaktlehrbuch Technik. Vogel, 1982.
- [4] W.J.G. Bräunling. Flugzeugtriebwerke Grundlagen, Aero-Thermodynamik, ideale und reale Kreisprozesse, Thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme. 3. Aufl. 2009. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009.
- O. Cordier. Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen. Brennstoff+Wärme+Kraft
   Zeitschrifft für Energiewirtschaft und Technische Überwachung, Bd.5 Heft 10, S.337-340,
   Oktober 1953.
- [6] B. Eck. Ventilatoren: Entwurf und Betrieb der Radial-, Axial- und Querstromventilatoren. Springer-Verlag, 1972.
- [7] 12.0 FLUENT. User's Guide. ANSYS, April 2009.
- [8] J.H. Ferziger und M. Peric. *Numerische Strömungsmechanik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011.
- [9] P. de Haller. Das Verhalten von Tragflügelgittern in Axialverdichtern und im Windkanal. Brennstoff+Wärme+Kraft-Zeitschrifft für Energiewirtschaft und Technische Überwachung, Bd.5 Heft 10, S.334-337, Oktober 1953.
- [10] M. Hilgert und M. Böhle. Numerische Untersuchung unprofilierter Schaufeln eines Axialventilators. VDI-Bericht Nr. 2112, 2010.
- [11] H. C. Kuhlmann. Grundlagen der Numerischen Methoden der Strömungs- und Wärmetechnik: Skriptum zur Vorlesung. Wien: Technische Universität Wien, 2010.
- [12] H. C. Kuhlmann und A. Kluwick. Strömungsmechanik 2: Skriptum zur Vorlesung. Wien: Technische Universität Wien, 2010.
- [13] L. F. Richardson und J. A. Gaunt. The Deferred Approach to the Limit. Part I. Single lattice. Part II. Interpretating Lattices. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character 226(636-646):299-361, 1927.
- [14] R. Rosenbaum. Berechnung der Meridianströmung in einem Axialventilator mittels Stromlinienkrümmungsverfahren. Wien: Diplomarbeit-Technische Universität Wien, 2012.

- [15] M. Schäfer. *Numerik im Maschinenbau*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 1999.
- [16] H. Schlichting. Grenzschicht-Theorie. Springer, 2010.
- [17] H. Siekmann. Strömungslehre: Grundlagen. Springer-Lehrbuch. Springer, 2000.
- [18] G. Sovran und E.D. Klomp. Experimentally Determined Optimum Geometries for Rectilinear Diffusers with Rectangular, Conical or Annular Cross-Section. In G.Sovran(Hrsg.), Fluid mechanics of Internal Flow. Elsevier Publishing Co., Amsterdam, London, New York, 1967.
- [19] U. Stark und J. Starke. Der Einfluß des axialen Stromdichteverhältnisses auf die aerodynamischen Beiwerte von Verdichtergittern. VDI-Bericht Nr. 264, 1976.
- [20] H.K. Versteeg und W. Malalasekera. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Pearson Education Limited, 2007.
- [21] R. Willinger. Das CORDIER-Diagramm für Strömungsarbeitsmaschinen Eine theoretische Begründung mittels Stufenkennlinien. VDI-Bericht Nr. 2112, S.17-28, 2010.
- [22] R. Willinger. Numerische Methoden für thermische Energiesysteme: Skriptum zur Vorlesung. Wien: Technische Universität Wien, 2011.
- [23] R. Willinger. Numerische Strömungsberechnung von thermischen Turbomaschinen: Skriptum zur Vorlesung. Wien: Technische Universität Wien, 2012.
- [24] R. Willinger. *Thermische Turbomaschinen: Skriptum zur Vorlesung*. Wien: Technische Universität Wien, 2008.
- [25] R. Willinger und M. Köhler. Influence of blade loading criteria and design limits on the cordier-line for axial flow fans. Düsseldorf: ASME paper GT2014-25140, Juni 2014.