DIPLOMARBEIT

Über die Widersprüche der Theorien zur Energieumsetzung in “Strömungsmaschinen“

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger

Institut für Energietechnik und Thermodynamik

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Dominik Franzl

Matr.Nr. 0826044

Ungargasse 25/2/13
1030 Wien

Wien, am 4. Juli 2014 .....

Dominik Franzl

Vorwort/Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger, der mich mit der Grundlagenvorlesung und den späteren Vertiefungen für die thermischen Turbomaschinen begeistert hat. Wie bereits bei meiner Bachelorarbeit hat er mich hervorragend betreut und jede Frage beantwortet.

Besonders danken möchte ich auch meiner Freundin Nina, die mich die gesamte Studienzeit über unterstützt hat und immer vollstes Verständnis für das zeitintensive Studium hatte.

Mit dieser Arbeit möchte ich auch meinen Eltern danken. Sie haben mich während des Studiums immer unterstützt und sind bei jeder Entscheidung immer hundertprozentig hinter mir gestanden.

Kurzfassung

Strömungsmaschinen können allgemein in zwei verschiedene Fachgebiete, die sich anhand des Strömungsmediums unterscheiden, eingeteilt werden. Zum einen die hydraulischen Maschinen und zum anderen die thermischen Turbomaschinen.
Für beide Gebiete ist Literatur vorhanden, die die Entwicklung der Theorie besonders geprägt hat. Neben dieser Standardliteratur gibt es auch Bücher die behaupten das gesamte Gebiet der Strömungsmaschinen abzudecken. Da es sich hier um sehr komplexe Themen handelt ist der Versuch das Gebiet auf einmal zu behandeln meist mit Kompromissen verbunden.

Diese Diplomarbeit befasst sich mit den Widersprüchen in der Theorie der Strömungsmaschinen wie sie in der allgemeinen Literatur, zum Teil aber auch in der Standardliteratur vorhanden sind.
Die geschichtliche Entwicklung der hydraulischen und thermischen Maschinen wird in dieser Arbeit zusammengefasst, da daraus in den späteren Kapiteln Schlussfolgerungen abgeleitet werden können.

Um alle Leser auf einen einheitlichen Wissensstand zu bringen werden die wichtigsten Themen der jeweiligen Literatur vorgestellt und anschließend in Tabellen verglichen. Aufbauend auf diesen beiden Kapiteln wird dann auf die Widersprüche der Theorie eingegangen. Ein Problem in der Theorie der Strömungsmaschinen ist der Leistungsbegriff. Auf den geschichtlichen Entwicklungen aufbauend, wird der Leistungbegriff von der hydraulischen Pumpe und der thermischen Turbine deren Theorie zuerst entwickelt wurde, auf die hydraulische Turbine und den Verdichter übertragen. Diese Vorgehensweise ermöglicht zwar einheitliche Formeln, führt aber zu Widersprüchen wenn nur eine Seite der Theorie betrachtet wird.
Weitere Probleme entstehen, wenn Voraussetzungen wie zum Beispiel die Reibungsfreiheit und die schaufelkongruente Strömung getroffen werden, die in anderen Werken nicht zu finden sind.

Abstract

Fluid-flow machinery can be divided into two main branches, which can be differentiated by the flow medium. The first branch is the thermal turbomachinery and the second one is the hydraulic machines.

There are books for both branches which especially helped shape the general theory. Apart from this standard literature there are some books which claim to be equally valid for both branches at the same time. Due to the complexity of the topic, the authors always have to accept some compromises when looking at the whole issue.
This thesis addresses the existing contradictions in the general theory of turbomachinery, as well as the existing discrepancies in some of the standard works.

The historical development of thermal and hydraulic machines is of great importance to this thesis, as essential conclusions are drawn from it in later chapters. To achieve the same level of knowledge in all readers, the theory reflected in this thesis is summarized and is put into a chart for easier comparison.
When delving deeper into the various existing contradictions between the universal and the standard literature it is found that one of the main problems is the definition of performance.
The definition of performance is based on the historical developments of the turbomachinery. In the category of hydraulic machines, the pump was developed before the turbine; this is why its theory is based on the pump. In the theory for the thermal turbomachinery the steam turbine was developed first, so the same definition was used for the compressor. This approach leaves the opportunity of using the same formulas, but can lead to contradictions when only looking at one side of the theory.

Other discrepancies are created due to requirements like frictionless flow and the assumed congruence of the flow and the blade.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Allgemeines **1**

1.1 Einleitung 1

1.2 Geschichte der Strömungsmaschinen 2

1.2.1 Die Entwicklung der Theorie 4

2 Iststand **7**

2.1 Allgemeine strömungstechnische und thermodynamische Grundlagen 7

2.1.1 Absolute und relative Strömung 7

2.1.2 Arbeitsumsatz in einer Strömungsmaschine 8

2.1.3 Bestandteile der Umfangsarbeit 9

2.1.4 Isentroper und polytroper Wirkungsgrad 10

2.1.5 Definition der Förderhöhe und Fallhöhe und der Übergang auf die spezifische Stutzenarbeit 11

2.2 Die Theorie aus der Sicht der Hydraulischen Maschinen 13

2.2.1 Pumpen 13

2.3 Die Theorie aus der Sicht der Thermischen Turbomaschinen 15

2.3.1 Verdichter 15

2.3.2 Turbine 18

2.4 Die Theorie aus der Sicht der allgemeinen Literatur 21

2.4.1 Pumpe und Verdichter 21

2.4.2 Turbine 22

3 Vergleich der Theorien **24**

3.1 Der direkte Vergleich 24

3.1.1 Strömungsmaschinen allgemein - thermische Turbomaschinen 25

3.1.2 Pumpe - Turbine 26

4 Widersprüche in der Theorie **29**

4.1 Der Leistungsbegriff bei Strömungsmaschinen 29

4.1.1 Alternative Theorie für den Verdichter 30
4.1.2 Alternative Theorie für die hydraulische Turbine 32
4.2 Über die Reibungsfreiheit der Strömung 35
4.3 Die Voraussetzung der schaufelkongruenten Strömung 39
4.3.1 Axiale Strömungsmaschinen 40
4.3.2 Radiale Strömungsmaschinen 42
4.3.3 Die Gefahr der Überbewertung des Minderleistungseffektes 42
4.4 Position der Geschwindigkeiten am Laufrad 46
4.4.1 Versperrung und die Eulersche Hauptgleichung 48
4.5 Über die Notwendigkeit der instationären Strömung 51

5 Zusammenfassung und Ausblick 55

Symbolverzeichnis

Variablen mit lateinischer Notation

Symbol	Beschreibung	Einheit
A	Fläche	m^2
a	spezifische Arbeit	J/kg
a_u	spezifische Umfangsarbeit	J/kg
a_i	spezifische innere Arbeit	J/kg
c	Absolutgeschwindigkeit	m/s
c_u	Umfangskomponente Absolutgeschwindigkeit	m/s
c_m	Meridiankomponente Absolutgeschwindigkeit	m/s
c_p	spezifische Wärmekapazität	J/kgK
c_{pV}	spezifische Wärmekapazität im Verdichter	J/kgK
c_{pT}	spezifische Wärmekapazität in der Turbine	J/kgK
D	Durchmesser	m
g	Erdbeschleunigung	m/s^2
H	Förderhöhe	m
H_{th}	theoretische Förderhöhe	m
h	spezifische Enthalpie	J/kg
h_t	spezifische Totalenthalpie	J/kg
k	Faktor zur Berücksichtigung der Schaufeldicke	$-$
m	Masse	kg
$\dot{m}$	Massenstrom	kg/s
M	Drehmoment	Nm
Ma	Machzahl	$-$
M_{sch}	Schaufeldrehmoment	Nm
n	Polytropenexponent	
P	Leistung	W
P_W	Wärmeleistung	W
P_i	innere Leistung	W
P_{sch}	Schaufeleistung	W
$P_{th\infty}$	Leistung reibungsfrei und unendliche Schaufelanzahl	W
P_{th}	Leistung reibungsfrei	W
p	statischer Druck	N/m^2
p_t	Totaldruck	N/m^2
Δp_V	Druckverlust	N/m^2
Q_{La}	Volumenstrom	m^3/s
q	spezifische Wärmemenge	J/kg
R	spezielle Gaskonstante	J/kgK

r	Radius	m
s	spezifische Entropie	J/kgK
T	statische Temperatur	K
T_t	Totaltemperatur	K
U	spezifische innere Energie	J/kg
u	Umfangsgeschwindigkeit	m/s
V	Volumen	m^3
$\dot{V}$	Volumenstrom	m^3/s
v	spezifisches Volumen	m^3/kg
w	Relativgeschwindigkeit	m/s
Y	spezifische Stutzenarbeit	J/kg
Y_{sch}	spezifische Schaufelarbeit	J/kg
Y_{th}	theoretische spezifische Stutzenarbeit	J/kg
$Y_{th\infty}$	theoretische spezifische Stutzenarbeit unendliche Schaufelzahl	J/kg
y_p	reversible Eigenarbeit	J/kg
z	Höhe	m

Variablen mit griechischer Notation

Symbol	Beschreibung	Einheit
α	Winkel der Absolutströmung	$^\circ$
β	Winkel der Relativströmung	$^\circ$
η	Wirkungsgrad	$-$
η_T	isentroper Turbinenwirkungsgrad	$-$
η_V	isentroper Verdichterwirkungsgrad	$-$
η_h	hydraulischer Wirkungsgrad	$-$
κ	Isentropenexponent	$-$
μ	Minderleistungsfaktor	$-$
Π	Druckverhältnis	$-$
Π_V	Verdichterdruckverhältnis	$-$
ρ	Dichte	kg/m^3
σ	Metallwinkel	$^\circ$
ϕ	Polarkoordinatenwinkel	$^\circ$
ψ	Stromfunktion	kg/sm
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad/s

Hochgestellte Zeichen

Symbol	Beschreibung
$''$	Größen im Laufrad
$'$	Größen im Leitrad

Indizes

Symbol	Beschreibung
h	hydraulisch
is	isentrop
La	Laufrad
m	Meridiankomponente
s	isentrop
sch	Schaufel
p	polytrop
R	Reibung
S	spezifisch
s	isentrop

T	Turbine
th	theoretisch
t	Totalgröße
th	thermisch
u	Umfangskomponente
V	Verdichter
V	Verlust
∞	unendliche Schaufelzahl
0	Eintritt Leitrad
1	Austritt Leitrad / Eintritt Laufrad
2	Austritt Laufrad
3	Austritt Leitrad

Kapitel 1

Einleitung und Allgemeines

1.1 Einleitung

Die Strömungsmaschinen gehören gemeinsam mit den Kolbenmaschinen zu den Fluidenergiemaschinen, in denen einem Fluid Arbeit zugeführt oder entzogen wird. Das Fachgebiet der Strömungsmaschinen kann grob in die hydraulischen Maschinen und die thermischen Turbomaschinen unterteilt werden. Diese Einteilung orientiert sich am verwendeten Arbeitsfluid und teilt die Theorie, die Literatur und sogar die Institute von Universitäten in verschiedene Gruppen. Auf beiden Seiten unterscheidet man zwischen Arbeitsmaschinen, also Maschinen die dem Fluid Energie zuführen und Kraftmaschinen, die dem Medium Energie entnehmen.

Für beide Fachgebiete gibt es Literatur die bereits seit der frühen Entwicklungsphase vorhanden ist und die, die jeweilige Theorie besonders geprägt hat. Bei den hydraulischen Maschinen handelt es sich um das Buch „Die Kreiselpumpen“ von Pfleiderer C. [2]. Dieses Buch wurde in seiner 1.Auflage im Jahr 1924 veröffentlicht.
Für die thermischen Turbomaschinen war Stodola A. „Dampf- und Gasturbinen“ [1], geschrieben 1903, ein Standardwerk, welches in viele Sprachen übersetzt wurde. Auch Traupel zählt mit seinem Buch „Thermische Turbomaschinen“ zur wichtigsten Literatur in diesem Themengebiet.
Neben den zwei Arten der klassischen Literatur werden oftmals Bücher verfasst, die versuchen das gesamte Stoffgebiet der Strömungsmaschinen in einer einheitlichen Betrachtungsweise darzustellen. Ein Beispiel für diese dritte Art von Literatur ist das Werk von Bohl W. „Strömungsmaschinen“ [10]. Diese Bücher haben das Problem, dass sie versuchen mehrere Jahrzehnte alte Betrachtungsweisen zu ändern und in einer gemeinsamen Theorie zusammen zu fassen. Dies ist eine Aufgabe die oft unterschätzt wird, nicht ohne Kompromisse

möglich ist und oft zu Missverständnissen führt.

Betrachtet man nur eine Seite der Strömungsmaschinen, also thermische Turbomaschinen bzw. hydraulische Maschinen allein, können keine großen Unstimmigkeiten festgestellt werden. Probleme entstehen erst, wenn man sein Fachgebiet verlässt und sich ausgiebig mit dem anderen Themengebiet beschäftigt.
Diese Arbeit soll diese Probleme aufdecken und soweit es möglich und notwendig ist Lösungen dafür bereitstellen.

Die vorliegende Arbeit ist in drei Teile aufgeteilt. Zuerst wird der Iststand der Theorie aufgearbeitet, neben allgemeinen Grundlagen werden dem Leser alle drei Sparten der Theorie näher gebracht. Danach werden die Theorien gegenübergestellt um einen besseren Überblick über die Unterschiede zu erhalten. Im abschließenden Teil der Arbeit werden die Unstimmigkeiten aufgearbeitet und es wird versucht Lösungsmöglichkeiten vorzuschlagen.

Da in dieser Arbeit verschiedene Quellen für die verschiedenen Themengebiete verwendet werden, kommt es zu keiner einheitlichen Notation der verschiedenen Größen. Der Grund dafür ist, dass bei auftretenden Fragen in die jeweilige Literatur gewechselt werden kann, ohne sich nochmals mit der jeweiligen Notation zu beschäftigen.
Diese Entscheidung erleichtert zwar den Übergang zur ursprünglichen Literatur, erschwert aber das Durcharbeiten dieser Arbeit. Im Kapitel 4 wird etwas näher auf diese Thematik eingegangen.

1.2 Geschichte der Strömungsmaschinen

In diesem Kapitel wird die umfangreiche Geschichte der Strömungsmaschinen auf einen für diese Arbeit relevanten Umfang zusammengefasst.
Die Nutzung von Strömungsmaschinen als Pumpen geht bis in das Jahr 250 v.Chr. zurück. Diese Art von Arbeitsmaschinen und auch die darauf folgenden Kraftmaschinen haben aber sehr wenig mit den heutigen Bauformen zu tun. Die erste Maschine die mit den heutigen Arbeitsmaschinen vergleichbar ist, wurde von Papin im Jahr 1689 zum ersten Mal beschrieben und 1705 konstruiert. Dabei handelte es sich um eine Zentrifugalpumpe mit Spiralgehäuse wie sie in der Abb. 1.1 skizziert ist. Die wichtigsten Grundlagen für die Theorie der Strömungsmaschinen wurde durch den Nachweis des Reaktionsprinzips durch Bernoulli 1738 und durch die Begründung der vollständigen Turbinentheorie durch Leonard Euler um ca. 1750 geschaffen.
Die ersten nutzbaren Dampfturbinen mit 64 PS wurden 1840 durch Christian Schiele entwickelt.
1849 verbesserte James Francis die von Samuel Howd 1838 entwickelte radiale hydrauli-

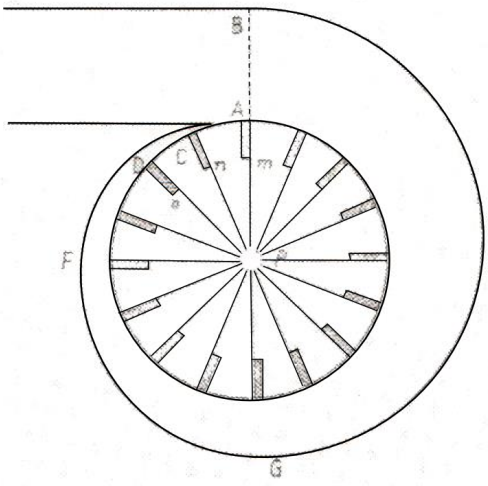

Abbildung 1.1: Zentrifugalpumpe nach Papin [11]

sche Überdruckturbine. Die nach ihm benannte Francis-Turbine wird auch heute noch zur Stromerzeugung bei mittlerer Fallhöhe verwendet.
Erste Versuche mit Verdichtern wurden bereits im Jahr 1850 durchgeführt. Zur Belüftung von Bergwerken oder zum Betrieb einer Rohrpostanlage wurden von Radialpumpen abgeleitete Laufräder verwendet, wie man in der Abb. 1.2 sehen kann.

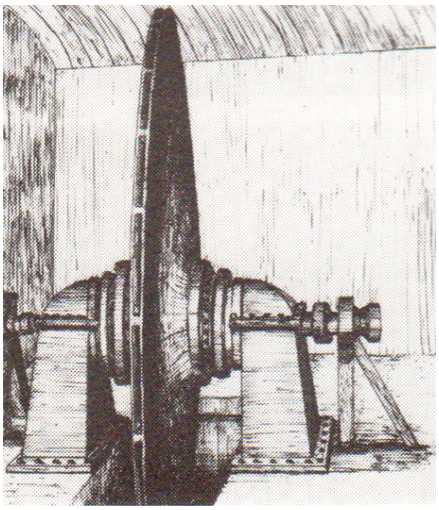

Abbildung 1.2: Zentrifugalverdichter einer Rohrpostanlage [11]

1880 wurde dem amerikanischen Ingenieur Lester Allan Pelton das Patent für seine Freistrahlturbine erteilt.
Die Entwicklung der Dampfturbinen wurde im Jahr 1884 durch Laval und Parson weitergebracht. Parson konnte in diesem Jahr seinen Entwurf für die axiale Überdruckturbine patentieren. Als vollwertiger Ersatz bzw. Weiterentwicklung der Dampfmaschine konnte die

Dampfturbine jedoch erst am Anfang des 20. Jahrhunderts eingesetzt werden.
Die erste Entwicklung im Bereich der Heißgas-Energiemaschinen machte Franz Stolze mit seinem Patent für eine Gasturbinenanlage. Diese Anlagen waren aber auf Grund des niedrigen Wirkungsgrads der Turboverdichter noch nicht für den industriellen Einsatz bereit. Die erste kommerziell angebotene Gasturbine wird daher nicht mit einem Verdichter betrieben, sondern pulsierend durch Ventile mit Heißgas versorgt. [5]
Erste erfolgreiche Turbokompressoren wurden nach dem Patent des Franzosen Auguste Rateau gebaut, hierbei wurden radial durchströmte Laufräder verwendet. Aus der Dampfturbine wurde im Jahr 1900 der erste Axialverdichter entwickelt; die Versuche wurden aber wegen fehlender Ergebnisse aufgegeben. Erst im Laufe der 1920er Jahre werden die ersten erfolgreichen Axialverdichter konstruiert.
Die Kaplanturbine wurde 1913 von Viktor Kaplan patentiert und übernimmt den Bereich der niedrigen Fallhöhe und der großen Durchflussmenge, welche nicht durch die Francis- und Peltonturbine verwertet werden kann.
Das erste Gasturbinenflugtriebwerk, das 1930 entwickelt wurde, schließt die Zeit der großen Erfindungen und Entwicklungen ab.
Die hier beschriebenen grundlegenden Entwicklungen und Theorien sind auch heute noch gültig. In den folgenden Jahren wurden die Grundlagen auf den heutigen hohen Entwicklungsstand gebracht.

1.2.1 Die Entwicklung der Theorie

In der Einleitung wurde neben Stodola's „Dampf- und Gasturbinen“ auch das Buch „Thermische Turbomaschinen“ von Traupel erwähnt. Der Grund dafür ist die Weiterentwicklung der Theorie der thermischen Turbomaschinen.
Grundlegende Berechnungen können mit der Kenntnis des Arbeitsmittels und dessen thermodynamischen Eigenschaften und einigen wenigen Gleichungen angestellt werden. Zu diesen Gleichungen zählen die Massenbilanz, der Energiesatz oder 1.Hauptsatz der Thermodynamik und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik. Das Bewegungsgesetz der Mechanik Kraft=Masse $\cdot$ Beschleunigung gilt für den reibungsfreien und reibungsbehafteten Fall. Mit diesen Gleichungen lässt sich die schon von Leonhard Euler aufgestellte Eulersche Momentengleichung herleiten, mit der das erzeugte Drehmoment und daraus die Leistung berechnet werden kann.
Für die Berechnung müssen neben den Zustandsgrößen vor allem die Reibungsverluste im Laufrad und der Abströmwinkel, der der Strömung aufgezwungen wird, bekannt sein. Bei diesen beiden Größen hat sich laut Traupel W. [12] die Betrachtungsweise seit der Theorie von Stodola stark verändert.
In der Theorie von Stodola wird nur ein Sonderfall der Strömung betrachtet. Es wird am

Austritt aus dem Schaufelkranz Überschallgeschwindigkeit angenommen, obwohl in den meisten Fällen die Geschwindigkeit unter der Schallgeschwindigkeit bleibt. Durch die Geschwindigkeit mit $Ma > 1$ kommt es nach der Schaufel zu einer weiteren Ablenkung der Strömung.
Diese Annahme erklärt auch die Form älterer Turbinenschaufeln wie sie in der Abb. 1.3 a) sichtbar sind. Hier wird versucht am Ende der Schaufeln die Strömung durch lange Kanäle in eine bestimmte Richtung zu zwingen.

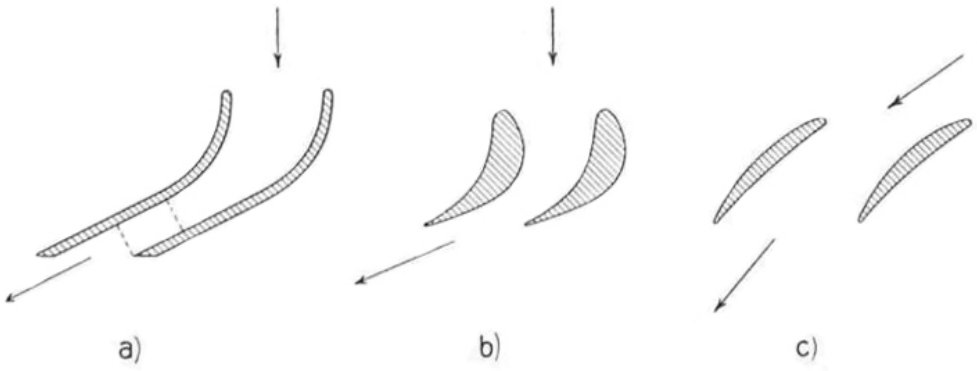

Abbildung 1.3: Vergleich der verschiedenen Schaufelformen [12]

In der Abb. 1.3 unter b) und c) sind moderne Turbinen- und Verdichterprofile dargestellt. Hier wird die Strömung nicht mehr in ein Richtung gezwungen, der Abströmwinkel muss vorausbestimmt und die Schaufeln daraus abgeleitet werden.
Ein wesentlicher Unterschied der älteren Literatur zur Heutigen ist, dass früher das Medium nicht als Kontinuum, indem sich Änderungen an einer Stelle auch im weiterem Umkreis auswirken, betrachtet wurde.
Ein Beispiel dafür ist die Strömung von Dampf durch eine Turbinenstufe. Früher wurden hier einzelne Dampfstrahlen betrachtet. In der heutigen Theorie spricht man von einer Schaufel, die von einem Strömungsfeld umgeben ist. Aus dieser Betrachtungsweise heraus, wurde angenommen, dass wenn die Dampfströmung auf den Rücken einer Schaufel trifft dort Stoßverluste entstehen müssen. Siehe dazu die Abb. 1.4.

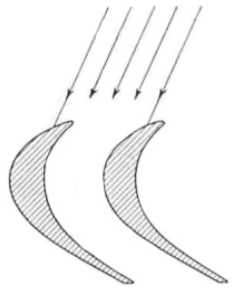

Abbildung 1.4: Stoß an der Rückseite der Schaufeln [12]

Diese Verluste können nicht als Stoß bezeichnet werden, es kommt hier eigentlich zu Verlusten durch das Ablösen der Strömung.

Eine weitere wichtige Änderung, ist die Betrachtungsweise der Reibungsverluste. In der Theorie von Stodola wurden die Reibungsverluste durch die Reduktion der Geschwindigkeit berücksichtigt. Für die Geschwindigkeiten wurde $c_1 = \phi \cdot c_1^*$ angenommen und dann der Koeffizient ϕ in Abhängigkeit der maßgebenden Größen bestimmt.
Dieser Betrachtungsweise fehlt die Ähnlichkeitstheorie und die daraus gewonnenen Modellgesetze. Es wurden die zu untersuchenden Schaufelkanäle möglichst maßstabsgetreu nachgebaut und mit den exakt gleichen Bedingungen geprüft, wie sie in der eigentlichen Maschine auftreten.
In der modernen Theorie sind wichtige dimensionslose Verhältniszahlen zu beachten. Sind diese im Versuch und auch in der ausgeführten Maschine gleich, können Ergebnisse übertragen werden.

Ein weiterer bedeutsamer Aspekt der modernen Theorie ist die Grenzschichtströmung. Ein an einer Wand strömendes Medium haftet an dieser und hat dort die Geschwindigkeit Null. In diesem Bereich kommt es zu den Reibungsverlusten. Dieses Wissen ist in der mathematischen Strömungslehre schon lange bekannt, wurde aber von den Ingenieuren nicht gleich übernommen, da die Theorie teilweise in Konflikt mit der Erfahrung stand. Dadurch fehlt diese Betrachtungsweise in der Theorie nach Stodola.

Aufgrund der obigen Erkenntnisse wurde für die Beschreibung der Theorie der thermischen Turbomaschinen im Kapitel 2.3 das Buch „Thermische Turbomaschinen“ von Traupel gewählt und nicht Stodola’s „Dampf- und Gasturbinen“.

Kapitel 2

Iststand

2.1 Allgemeine strömungstechnische und thermodynamische Grundlagen

2.1.1 Absolute und relative Strömung

In Strömungsmaschinen handelt es sich bei den Laufräder um Relativsysteme bezogen auf die erdfesten Koordinaten. Die in diesem festen Koordinatensystem beschriebene Strömung wird als Absolutströmung bezeichnet. Die Strömung bezogen auf das Koordinatensystem, welches mit dem Laufrad mitrotiert, wird als Relativströmung bezeichnet. Es gilt die Beziehung

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \tag{2.1}$$

In dieser Gleichung ist $\vec{c}$ die Absolutgeschwindigkeit, welche sich aus der Relativgeschwindigkeit $\vec{u}$ und der Umfangsgeschwindigkeit $\vec{w}$ zusammensetzt. Abb. 2.1 zeigt das Geschwindigkeitsdreieck.
Der Winkel zwischen Absolutströmung und der Bezugsebene ist der Absolutwinkel α, der Winkel der Relativströmung wird mit β bezeichnet.

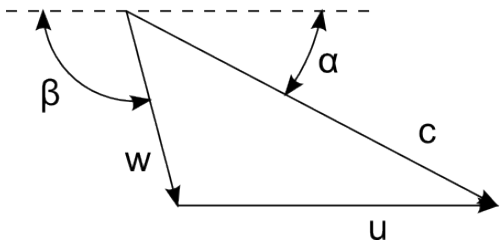

Abbildung 2.1: Geschwindigkeitsdreieck

2.1.2 Arbeitsumsatz in einer Strömungsmaschine

Der Energiesatz für offene Systeme lautet

$$q + a = (u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2}\right) - (g z_2 - g z_1)\,. \tag{2.2}$$

In der Gleichung ist q die übertragene Wärme und a die übertragene Arbeit bezogen auf die Masse. Des Weiteren befindet sich die Änderung der inneren Energie, die Änderung der Verschiebearbeit, die Änderung der spezifischen kinetischen Energie und die Änderung der Arbeit der Feldkräfte in der Bilanz.
Für hydraulische Maschinen mit ρ=konst kann man $q = 0$ und $(u_2 - u_1) = 0$ setzen.
Bei thermischen Maschinen ist $(g z_2 - g z_1) = 0$ und nur in Ausnahmefällen wird Wärme über die Systemgrenze transportiert, daher gilt $q = 0$.
Für die Enthalpie und die Totalenthalpie gilt:

$$h = u + pv \qquad \text{bzw.} \qquad h_t = h + \frac{c^2}{2} + gz \tag{2.3}$$

Beachtet man die oben genannten Annahmen, ergibt sich für thermische Turbomaschinen die Definition der inneren Arbeit zu:

$$a_i = h_{t2} - h_{t1} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}. \tag{2.4}$$

Für hydraulische Maschinen erhält man aus der Energiegleichung die Definition für die spezifische Stutzenarbeit Y:

$$Y = g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \tag{2.5}$$

Setzt man in der Gl. 2.4 die zugeführte, spezifische Arbeit a gleich Null, beachtet die Änderung der Feldkräfte und substituiert h durch die kalorische Zustandsgleichung
$h_2 - h_1 = \frac{\kappa}{\kappa-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1)$, erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 + \frac{c_1^2}{2} + g z_1 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_2 v_2 + \frac{c_2^2}{2} + g z_2. \tag{2.6}$$

Im inkompressiblen Fall kann $\frac{\kappa}{\kappa-1}$ durch 1 ersetzt werden; dadurch ergibt sich:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + g z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + g z_2. \tag{2.7}$$

Diese Gleichung wird als *Bernoulligleichung* bezeichnet und kann durch Umformen für unterschiedliche Probleme verwendet werden.
In der Gl. 2.7 ist die Einheit $\frac{J}{kg}$; wird die Gleichung durch g dividiert erhält man die Bernoulligleichung in m.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^2}{2g} + z_2. \tag{2.8}$$

Multipliziert man die Gl. 2.7 mit ρ erhält man die Bernoulligleichung für den Druck in der Einheit Pa.

$$p_1 + \rho\frac{c_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \rho\frac{c_2^2}{2} + \rho g z_2. \tag{2.9}$$

2.1.3 Bestandteile der Umfangsarbeit

Bei Strömungsmaschinen gibt es unterschiedliche Leistungsbegriffe. Die Leistungsverluste können grob in zwei Gruppen eingeteilt werden:

- Innere Verluste
  - Beschaufelungsverluste
    - Profilverluste
      - Profilgrundverlust
      - Hinterkante
      - Fächerung
      - Fehlanströmung
    - Randverluste
      - Reibung
      - Sekundärströmung
  - Zusatzverluste
    - Spaltverluste
    - Ventilation
    - Radseitenreibung
    - Feuchtigkeitsverluste
- Äußere Verluste
  - Leckage nach außen
  - Mechanische Verluste

Bei den Profil- und Randverlusten muss des Weiteren auch der Reynoldszahleinfluss und der Machzahleinfuss berücksichtigt werden.
Im Allgemeinen ist die innere Arbeit a_i von der Umfangsarbeit a_u zu unterscheiden. Die innere Arbeit folgt aus dem Energiesatz und ist jene Arbeit, die der Strömungsmaschine an der Welle zu- bzw. abgeführt wird. Die Umfangsarbeit wird auf das Medium übertragen und ist jene Größe aus der man die Geschwindigkeitsdreiecke erhält.

Für die Turbine ergibt sich daraus folgende Beziehung:

$$a_i = a_u - \Delta a'_{sp} - \Delta a''_{sp} - \Delta a_{zus} \tag{2.10}$$

Für den Verdichter gilt:

$$a_i = a_u + \Delta a''_{sp} + \Delta a'_{sp} + \Delta a_R \tag{2.11}$$

In dieser Arbeit werden die Spalt- und Zusatzverluste nicht berücksichtigt. Daher ergibt sich für Arbeits- und Kraftmaschinen folgende Gleichung:

$$a_u = a_i \tag{2.12}$$

2.1.4 Isentroper und polytroper Wirkungsgrad

Wie in [8] beschrieben zeigt die Abb. 2.2 die verschiedenen Zustandsänderungen im h-s-Diagramm. Der Verlauf der Kurve a entspricht dem wirklichen Verlauf. Bei der Kurve b handelt es sich um eine Polytrope, die durch die Gleichung $pv^n = p_1 v_1^n = konst$ beschrieben wird. Mit $s = konst$ handelt es sich bei c um eine Isentrope welche im Punkt 2_s endet.

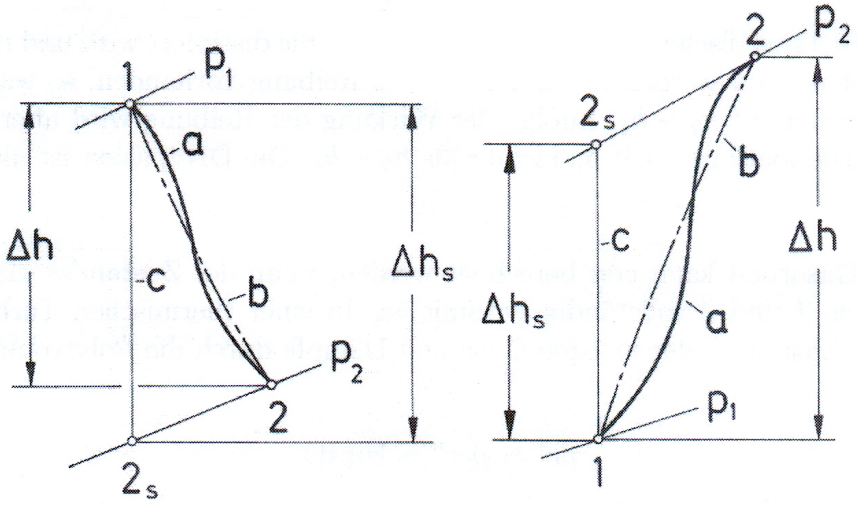

Abbildung 2.2: Vergleich der Zustandsänderungen in Turbine und Verdichter [8]

Der polytrope Wirkungsgrad für die Turbine und den Verdichter sind wie folgt definiert.

$$\eta_p = \frac{\Delta h}{y_P} \qquad \text{bzw.} \qquad \eta_p = \frac{y_p}{\Delta h} \tag{2.13}$$

Bei y_p handelt es sich um den reversiblen Teil der Eigenarbeit, der unter der Berücksichtigung des Polytropengesetzes berechnet werden kann.

Für den isentropen Wirkungsgrad wird die wirklich geleistete Arbeit auf eine ideale adiabate Zustandsänderung bezogen. Es gilt daher für die Turbine und den Verdichter

$$\eta_s = \frac{\Delta h}{\Delta h_s} \qquad \text{bzw.} \qquad \eta_s = \frac{\Delta h_s}{\Delta h}. \tag{2.14}$$

Der isentrope Wirkungsgrad bietet den Vorteil, dass zur Bestimmung der isentropen Eigenarbeit im Gegensatz zum polytropen Wirkungsgrad nur der Anfangszustand und der Enddruck bekannt sein muss.

2.1.5 Definition der Förderhöhe und Fallhöhe und der Übergang auf die spezifische Stutzenarbeit

In dieser Arbeit wird im Zusammenhang mit den hydraulischen Maschinen immer wieder der Begriff der Förderhöhe bzw. der Fallhöhe verwendet. Da die Verwendung dieser Bezeichnungen zu Missverständnissen führen kann, werden die Begriffe in diesem Kapitel kurz erläutert.
Unter diesen Ausrücken stellt man sich einen geodätischen Höhenunterschied zwischen dem Oberwasser und dem Unterwasser vor. Wie in [4] angegeben, führt diese Bezeichnungsweise bereits bei Pumpen, die nur den Druckverlust in einer horizontalen Rohrleitung überwinden müssen, zu Problemen. Das gleiche Problem entsteht bei Turbinen, die zwischen zwei Behältern arbeiten in denen derselbe Flüssigkeitsspiegel aber unterschiedliche Drücke vorhanden sind.
Oft ist es besser mit Größen zu arbeiten deren Name nicht so leicht zu Missverständnissen führen kann. Hier bietet sich die spezifische Stutzenarbeit der Pumpe oder Turbine an.
Mit den folgenden Formeln wird zwischen der spezifischen Stutzenarbeit und der Förderhöhe umgerechnet.

$$\begin{aligned} Y &= g \cdot H \\ Y_{th} &= g \cdot H_{th} \end{aligned} \tag{2.15}$$

Aus dieser Gleichung heraus erkennt man, dass es sich bei der Förderhöhe nicht um eine reine Höhe in Metern handelt, sondern hier von einer „Energiehöhe“ gesprochen wird. Sie besteht, wie im Kapitel 2.1.2 für die spezifische Stutzenarbeit hergeleitet, aus einem Druckanteil, einem Geschwindigkeitsanteil und einem Höhenanteil.

In der frühen Literatur der hydraulischen Maschinen, und hier vor allem in [3], wird nur die Förderhöhe verwendet. Der Begriff der spezifischen Stutzenarbeit Y wurde erst später eingeführt. Auch in [10] wird in den ersten Auflagen nur mit der Förderhöhe bzw. der Fallhöhe gerechnet.

Der Begriff Förderhöhe und Fallhöhe ist aber auch heute noch gebräuchlich. Die spezifische Stutzenarbeit wird für die gemeinsame energetische Betrachtung der Pumpe und Turbine verwendet.

2.2 Die Theorie aus der Sicht der Hydraulischen Maschinen

Für die hydraulischen Maschinen wird das Buch von Gülich J.F. „Kreiselpumpen“ [6] als Referenzliteratur herangezogen. In diesem Buch werden ausschließlich Pumpen behandelt; die für diese Diplomarbeit benötigte Theorie kann aber ohne Probleme auch für die Turbine angewendet werden.

2.2.1 Pumpen

Ausgangspunkt ist die Erhaltung der Energie durch den 1. Hauptsatz der Thermodynamik. Es gilt

$$\dot{m}_1 h_{t,1} + \dot{m}_2 h_{t,2} + P_W + P = 0. \tag{2.16}$$

Darin ist P die mechanische Leistung und P_W die Wärmeleistung die zu- oder abgeführt wird. Die Totalenthalpie h_t setzt sich zusammen aus

$$h_t = U + \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz. \tag{2.17}$$

Die Enthalpie besteht daher aus der inneren Energie, dem statischen Druck, der Geschwindigkeitsenergie und der potentiellen Energie. Bei hydraulischen Maschinen wird der Wärmeaustausch weggelassen und da für den Massenstrom $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ gilt, ergibt sich aus dem 1. Hauptsatz

$$P_i = \dot{m}(h_{t,2} - h_{t,1}). \tag{2.18}$$

Die innere Leistung P_i besteht aus der auf das Fluid übertragenen Energie und den Verlusten die zu einer Erwärmung des Mediums führen.
Setzt man die obigen Gleichungen in die Gl. 2.18 ein, erhält man

$$\Delta h_t = \frac{P_i}{\dot{m}} = U_2 - U_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1). \tag{2.19}$$

Die Änderung der inneren Energie kann auf Grund der Vernachlässigung des Wärmetransportes nur durch Verluste entstehen. Es gilt

$$(U_2 - U_1) = \frac{\Delta p_V}{\rho}. \tag{2.20}$$

Setzt man diese Gleichung in die Gl. 2.19 ein ergibt sich daraus die Definition der theoretischen Förderarbeit Y_{th}:

$$Y_{th} = \frac{\Delta p_V}{\rho} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = \Delta h_t \tag{2.21}$$

Die theoretische Förderarbeit oder auch theoretische Stutzenarbeit umfasst die an das Medium übertragene Nutzarbeit und die durch Reibung entstandenen Verluste.
Setzt man in der Gl. 2.19 für die innere Energie $U_2 = U_1$ ergibt sich die isentrope spezifische Förderarbeit $Y = gH = \Delta h_{is}$ zu

$$Y = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = gH. \tag{2.22}$$

In den obigen Gleichungen ist noch keine Aussage über das Laufrad und die Energieübertragung enthalten. Die Verknüpfung zwischen den äußeren Kräften und den Strömungsgrößen kann über die Impulsbilanz hergeleitet werden. Aus dem Impulssatz bekommt man, ohne weitere Einzelheiten der Strömung innerhalb des Kontrollraumes kennen zu müssen

$$M_{sch} = \rho Q_{La}(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}). \tag{2.23}$$

M_{sch} muss an der Welle aufgebracht werden. Mit der Gleichung $u = \omega r$ ergibt sich für die Leistung

$$P_{sch} = M_{sch}\omega = \rho Q_{La}(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}). \tag{2.24}$$

Bezieht man diese Gleichung auf den durch den Schaufelkanal strömenden Massenstrom $\dot{m} = Q_{La} \cdot \rho$ erhält man die spezifische Schaufelarbeit

$$Y_{sch} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}. \tag{2.25}$$

Bei der Gl. 2.25 handelt es sich um die Eulersche Hauptgleichung.

2.3 Die Theorie aus der Sicht der Thermischen Turbomaschinen

In diesem Abschnitt wird die Theorie im Hinblick auf die Literatur behandelt, die sich mit Thermischen Turbomaschinen befasst. Ein Beispiel dafür und Grundlage für dieses Kapitel ist das Buch „Thermische Turbomaschinen“ von Traupel W. [13]. Auf die Herleitung einiger Gleichungen wird verzichtet, genaue Beschreibungen befinden sich in der angegebenen Literatur.

2.3.1 Verdichter

Die adiabat durchströmte Verdichterstufe hat drei Kontrollflächen wie sie in der Abb. 2.3 dargestellt sind. Die Kontrollflächen vor dem Laufrad, dem Leitrad und nach dem Leitrad werden durch die Nummern 1, 2, 3 bezeichnet.

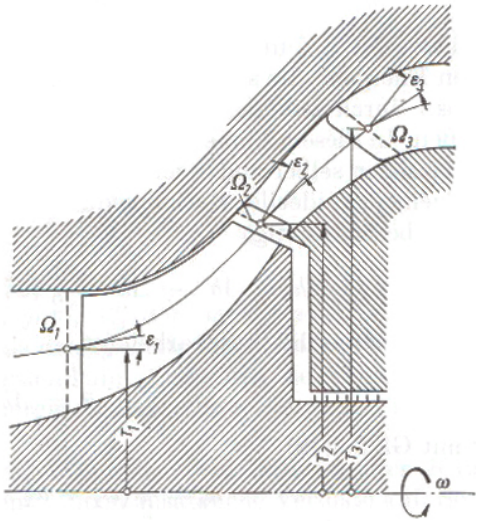

Abbildung 2.3: Querschnitt eines Verdichters [13]

Die Energiegleichung kann unter Beachtung der in einem rotierenden Koordinatensystem auftretenden Kräfte für das Laufrad angegeben werden und lautet damit

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}. \tag{2.26}$$

Die am Leitrad anliegende Enthalpiedifferenz $\Delta h'' = h_2 - h_1$ ergibt sich zu

$$\Delta h'' = \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2). \tag{2.27}$$

Die Energiegleichung für das Leitrad lautet

$$h_3 + \frac{c_3^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2}. \tag{2.28}$$

Die am Leitrad anliegende Enthalpiedifferenz $\Delta h' = h_3 - h_2$ kann dann durch die folgende Formel berechnet werden.

$$\Delta h' = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_3^2) \tag{2.29}$$

Die verwendeten Größen sind in der Abb. 2.4 eingetragen.
Für die gesamte Stufe ergibt sich daraus die Enthalpiedifferenz zu

$$\Delta h = \Delta h' + \Delta h'' = \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2 + c_2^2 - c_3^2). \tag{2.30}$$

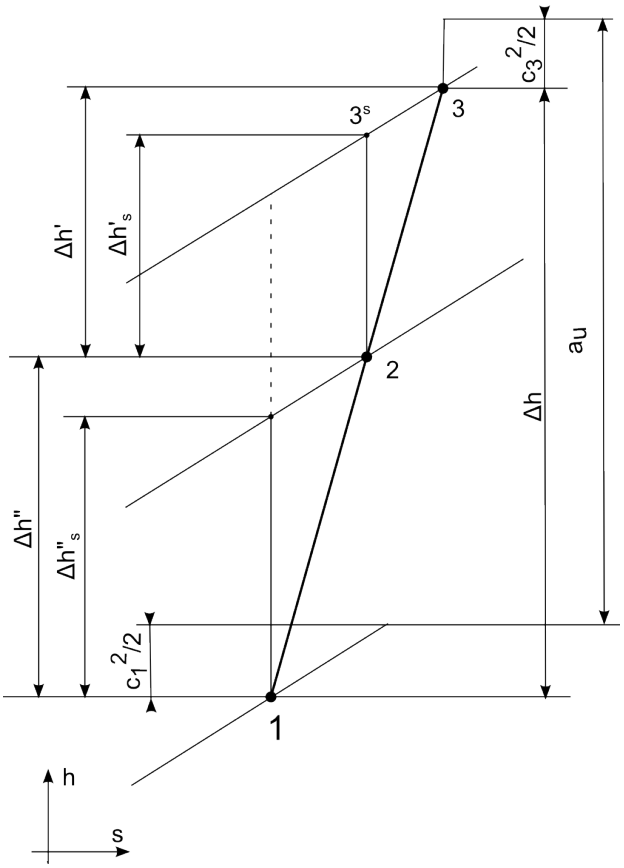

Abbildung 2.4: *h-s* Diagramm des Verdichters

Die spezifische Umfangsarbeit ist definiert als

$$a_u = (h_3 + \frac{c_3^2}{2}) - (h_1 + \frac{c_1^2}{2}) = \Delta h + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}. \tag{2.31}$$

Setzt man die Gl.2.30 in die Umfangsarbeit ein, erhält man

$$a_u = \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2 + c_2^2 - c_1^2). \tag{2.32}$$

Mit den trigonometrischen Beziehungen

$$\begin{aligned} w_1^2 &= c_1^2 + u_1^2 - 2u_1c_1\cos(\alpha_1), \\ w_2^2 &= c_2^2 + u_2^2 - 2u_2c_2\cos(\alpha_2) \end{aligned} \tag{2.33}$$

erhält man durch Einsetzten in die Gl. 2.32

$$a_u = u_2c_2\cos(\alpha_2) - u_1c_1\cos(\alpha_1). \tag{2.34}$$

Aus dem Geschwindigkeitsdreieck erhält man

$$\begin{aligned} c_{u1} &= c_1\cos(\alpha_1) \\ c_{u2} &= c_2\cos(\alpha_2). \end{aligned} \tag{2.35}$$

Aus der Gl. 2.34 und Gl. 2.35 erhält man schließlich

$$a_u = u_2c_{u2} - u_1c_{u1}. \tag{2.36}$$

Diese Gleichung wird als Eulersche Impulsmomentengleichung bezeichnet.

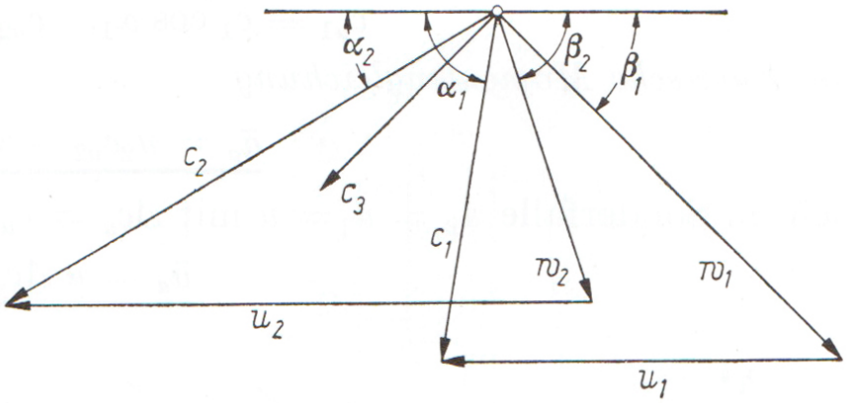

Abbildung 2.5: Geschwindigkeitdreieck der Verdichterstufe [13]

Diese Gleichung kann auch auf andere Weise gewonnen werden. Mit dem Massenstrom $\dot{m}$ multipliziert ergibt die Umfangsarbeit a_u die entsprechende Leistung $P = a_u\dot{m}$. Diese Leistung lässt sich aber auch aus dem Drehmoment M und der Winkelgeschwindigkeit ω berechnen. Es gilt also

$$\dot{m}a_u = M\omega \tag{2.37}$$

Der Drallsatz verbindet den in das Laufrad eintretenden Drall $\dot{m}r_1c_{u1}$ und den austretenden Drall $\dot{m}r_2c_{u2}$ mit dem dafür notwendigen Moment

$$M = \dot{m}(r_2c_{u2} - r_1c_{u1}). \tag{2.38}$$

Eingesetzt in Gl. 2.37 erhält man wieder die Eulersche Hauptgleichung

$$a_u = (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1})\omega = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}. \tag{2.39}$$

Im h-s-Diagramm Abb 2.4 kann der isentrope Wirkungsgrad Gl. 2.14 sehr gut dargestellt werden.

2.3.2 Turbine

Die adiabat durchströmte Turbinenstufe hat wie die Verdichterstufe drei Kontrollflächen. Die Kontrollflächen werden wie in der Abb. 2.6 dargestellt bezeichnet.

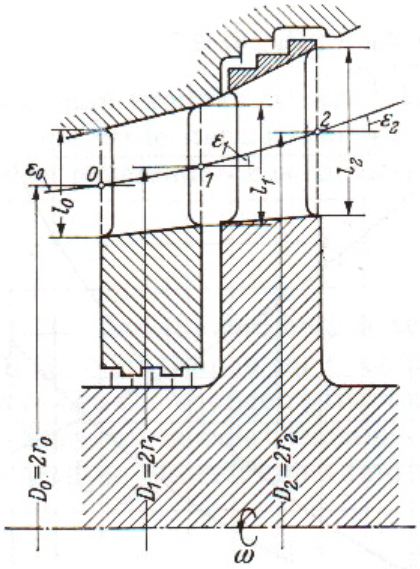

Abbildung 2.6: Querschnitt einer Turbine [13]

Die Energiegleichungen für das Leitrad und das Laufrad lauten

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} \tag{2.40}$$

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}. \tag{2.41}$$

Für die gesamte Turbinenstufe ergibt sich daraus die Enthalpiedifferenz zu

$$\Delta h = \Delta h' + \Delta h'' = \frac{1}{2}(c_1^2 - c_0^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2). \tag{2.42}$$

Die spezifische Umfangsarbeit der Turbine ist definiert als

$$a_u = (h_0 + \frac{c_0^2}{2}) - (h_2 + \frac{c_2^2}{2}). \tag{2.43}$$

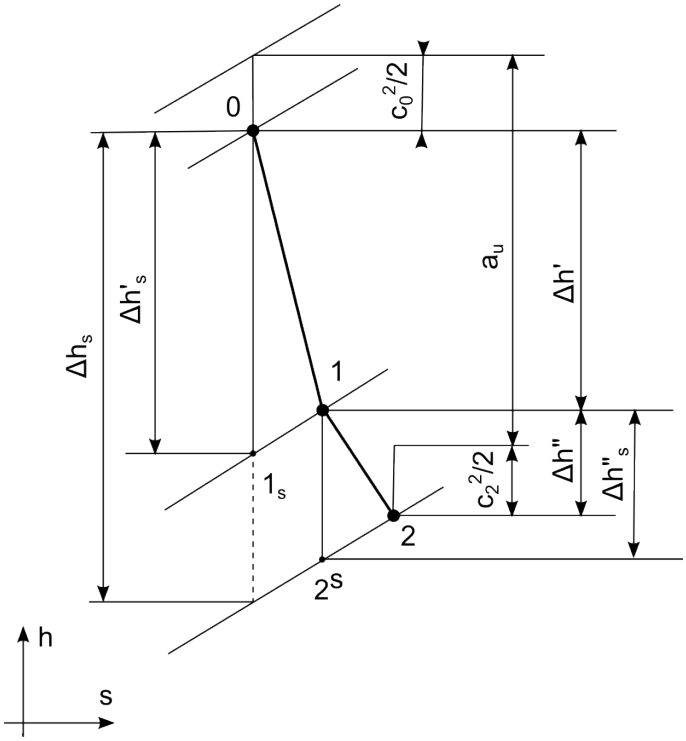

Abbildung 2.7: *h-s* Diagramm des Turbine

Die Enthalpiedifferenzen und die Umfangsarbeit sind in der Abb. 2.7 dargestellt.
Setzt man die Gl.2.42 in die Umfangsarbeit ein erhält man

$$a_u = \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2). \tag{2.44}$$

Mit den trigonometrischen Beziehungen wie im vorhergehenden Kapitel und durch Einsetzen der Gleichungen aus den Geschwindigkeitsdreiecken erhält man schließlich die Eulersche Hauptgleichung der Turbine

$$a_u = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}. \tag{2.45}$$

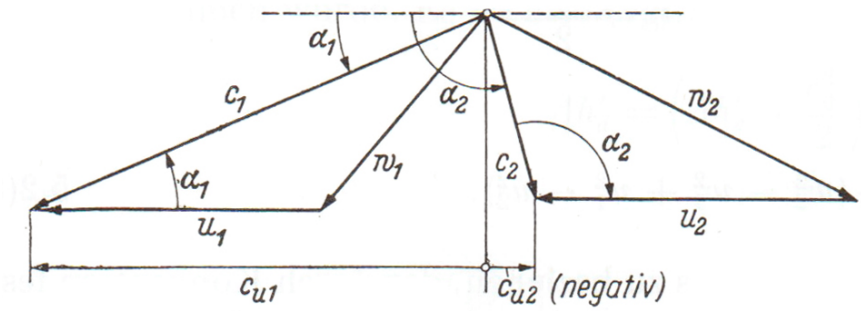

Abbildung 2.8: Geschwindigkeitdreieck der Turbinenstufe [13]

Die Geschwindigkeiten sind im Geschwindigkeitsdreieck in der Abb. 2.8 dargestellt. Auch bei

der Turbine lässt sich die Eulersche Impulsmomentengleichung über den Drallsatz herleiten. Die Vorgehensweise ist gleich dem Verdichter. Auch für die Turbine lässt sich der isentrope Wirkungsgrad direkt aus dem h-s-Diagramm in der Abb.2.7 ablesen.

2.4 Die Theorie aus der Sicht der allgemeinen Literatur

In diesem Abschnitt wird die Theorie auf das Buch „Strömungsmaschinen 1“ von Bohl W. [10] bezogen. Bücher, die sich mit Strömungsmaschinen allgemein befassen, erheben Anspruch die komplette Theorie der hydraulischen als auch der thermischen Maschinen abdecken zu können.

In der Literatur werden für die Verwendung der Eulergleichung folgende Voraussetzungen getroffen:

1. das Arbeitsfluid ist inkompressibel
2. die Strömung verläuft reibungsfrei
3. die Strömung muss exakt schaufelkongruent verlaufen
4. das Laufrad ist rotationssymmetrisch und alle Stromfäden müssen die gleiche geometrische Form haben
5. die Strömung verläuft stationär
6. der Einfluss der Schwere kann vernachlässigt werden.

2.4.1 Pumpe und Verdichter

Die Eulersche Impulsmomentengleichung wird über den Drallsatz der Strömung hergeleitet. Die Änderung des Dralls zwischen Ein- und Austrittsquerschnitt entspricht dem übertragenen Moment

$$dM = d\dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1). \tag{2.46}$$

Diese Gleichung gilt für das von einem Laufradelement übertragene Teilmoment. Durch Integration über den gesamten Strömungsraum erhält man das Gesamtmoment

$$M = \int_{(V)} dM = \int_{(V)} d\dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1) \tag{2.47}$$

$$M = \dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1). \tag{2.48}$$

Die vom Laufrad theoretisch aufgenommene Leistung beträgt dann

$$P_{th\infty} = M\omega. \tag{2.49}$$

Die theoretisch aufgenommene Leistung kann auch über die spezifische theoretische Stutzenarbeit definiert werden

$$P_{th\infty} = \dot{m} Y_{th\infty}. \tag{2.50}$$

Setzt man 2.48 und 2.49 in 2.50 ein, erhält man daraus die Eulersche Hauptgleichung

$$Y_{th\infty} = c_{u2} u_2 - c_{u1} u_1. \tag{2.51}$$

$Y_{th\infty}$ ist die theoretische spezifische Stutzenarbeit. Im Vergleich zu der in Gl. 2.5 definierten Stutzenarbeit, wird hier die Reibung nicht beachtet, gekennzeichnet durch den Index th. Des Weiteren wird hier eine schaufelkongruente Strömung vorausgesetzt, angegeben durch den Index ∞. In [10] wird zur Berücksichtigung der Reibung der hydraulische Wirkungsgrad η_h verwendet. Der Einfluss der endlichen Schaufelzahl und der dadurch nicht schaufelkongruenten Strömung wird durch den Minderleistungsfaktor μ berücksichtigt. Der Effekt der Minderleistung durch die endliche Schaufelzahl und den Einfluss der Reibung lässt sich mit folgender Formel beschreiben.

$$Y = Y_{th\infty} \cdot \eta_h \cdot \mu \tag{2.52}$$

In [10] wird das Verhältnis der theoretischen Stutzenarbeit zur Stutzenarbeit wie folgt beschrieben:

> „Die tatsächlich von der Strömungsarbeitsmaschine erzeugte spezifische Stutzenarbeit Y ist auf Grund der Abweichung der tatsächlichen Strömung von der idealen Strömung nach der Stromfadentheorie kleiner als die theoretische spezifische Stutzenarbeit $Y_{th\infty}$“

2.4.2 Turbine

Die Herleitung für die Turbine entspricht der für den Verdichter. Es ist hier nur auf die Wahl der richtigen Querschnitte zu achten. Für das übertragene Moment gilt

$$M = \dot{m}(c_{u1} r_1 - c_{u2} r_2) = \frac{P_{th\infty}}{\omega}. \tag{2.53}$$

Mit der Definition der theoretischen Stutzenarbeit

$$P_{th\infty} = \dot{m} Y_{th\infty} \tag{2.54}$$

ergibt sich die Eulersche Impulsmomentengleichung zu

$$Y_{th\infty} = c_{u1} u_1 - c_{u2} u_2. \tag{2.55}$$

Folgende Gleichung beschreibt das Verhältnis der theoretischen Stutzenarbeit zur spezifischen Stutzenarbeit

$$Y = \frac{Y_{th\infty}}{\eta_h \cdot \mu}. \tag{2.56}$$

Wiederum das Verhältnis der theoretischen spezifischen Stutzenarbeit zur spezifischen Stutzenarbeit ist nach Bohl W. [10]

> „Die tatsächlich von der Turbine benötigte spezifische Stutzenarbeit Y ist aufgrund der Abweichung der realen Strömung von der idealen Strömung größer als die theoretisch nur erforderliche spezifische Stutzenarbeit $Y_{th\infty}$.“

Kapitel 3

Vergleich der Theorien

3.1 Der direkte Vergleich

In diesem Kapitel wird die zuvor beschriebene Theorie, wie sie in der allgemeinen Literatur vorkommt, und die Theorie der thermischen Turbomaschinen miteinander verglichen, um auf die Widersprüche und Unterschiede aufmerksam zu machen.

Strömungsmaschinen allgemein	**Thermische Turbomaschinen**
PUMPE / VERDICHTER	VERDICHTER
$Y = g(z_3 - z_1) + \frac{p_3 - p_1}{\rho} + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}$	$a_u = (h_3 + \frac{c_3^2}{2}) - (h_1 + \frac{c_1^2}{2}) = \Delta h + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}$
$Y_{th\infty} = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$	$a_u = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}$
Endliche Schaufelzahl $Y_{th\infty} > Y_{th}$ $Y_{th} = Y_{th\infty}\mu = (c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1)\mu$	
Reibung $Y_{th} > Y$ $Y = Y_{th}\eta_h = (c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1)\mu\eta_h$	
$\eta_h = \frac{Y}{Y_{th}} = \frac{Y}{\mu Y_{th\infty}}$	$\eta_s = \frac{\Delta h_s + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{\Delta h + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}} = \frac{\Delta h_s + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{a_u}$

Tabelle 3.1: Vergleich allgemeine Theorie und Theorie der thermischen Turbomaschinen

Strömungsmaschinen allgemein	**Thermische Turbomaschinen**
TURBINE	TURBINE
$Y = g(z_0 - z_2) + \frac{p_0 - p_2}{\rho} + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}$	$a_u = (h_0 + \frac{c_0^2}{2}) - (h_2 + \frac{c_2^2}{2}) = \Delta h + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}$
$Y_{th\infty} = c_{u1}u_1 - c_{u2}u_2$	$a_u = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}$
Endliche Schaufelzahl $Y_{th} > Y_{th\infty}$ $Y_{th} = \frac{Y_{th\infty}}{\mu} = \frac{(c_{u1}u_1 - c_{u2}u_2)}{\mu}$	
Reibung $Y > Y_{th}$ $Y = Y_{th}\eta_h = (c_{u1}u_1 - c_{u2}u_2)\frac{1}{\mu}\eta_h$	
$\eta_h = \frac{Y_{th}}{Y} = \frac{\mu Y_{th\infty}}{Y}$	$\eta_s = \frac{\Delta h + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}}{\Delta h_s + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}} = \frac{a_u}{\Delta h_s + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}}$

Tabelle 3.2: Vergleich allgemeine Theorie und Theorie der thermischen Turbomaschinen

In den Tab. 3.1 und 3.2 wird versucht die Unterschiede in den Theorien nebeneinander darzustellen. In den Tabellen erkennt man, dass die größten Abweichungen der Theorien durch die im Kapitel 2.2 getroffenen Voraussetzungen entstehen. Es handelt sich dabei um die Voraussetzung der Reibungsfreiheit und der schaufelkongruenten Strömung. In den folgenden Kapiteln soll nun ein grober Überblick geben werden, eine genauere Beschreibung und der Versuch die Unstimmigkeiten aufzuarbeiten werden im Kapitel 4 folgen.

3.1.1 Strömungsmaschinen allgemein - thermische Turbomaschinen

Betrachtet man die Wirkungsgrade an den Enden der jeweiligen Tabellen erkennt man die Widersprüche in den Theorien der Strömungsmaschinen. Diese Unstimmigkeit zwischen der allgemeinen Theorie, die einen starken Hang zu den hydraulischen Maschinen hat, und der Theorie der thermischen Maschinen, ist am offensichtlichsten wenn man die Gleichungen nebeneinander betrachtet.

Für die Pumpe und den Verdichter gilt:

$$\eta = \frac{Y}{Y_{th}} \qquad \text{bzw.} \qquad \eta = \frac{\Delta h_s + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{\Delta h + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}} \tag{3.1}$$

Bei der Größe Y_{th} handelt es sich wie bereits erwähnt um die theoretische Stutzenarbeit für reibungsfreie Strömungen, die in dieser Gleichung unter dem Bruchstrich steht. In der Wirkungsgradgleichung für die thermischen Turbomaschinen steht unter dem Bruchstrich die Enthalpiedifferenz Δh, die eine reale Zustandsänderung beschreibt. In Δh sind also Verluste in Form von Reibung enthalten.
Auf der Seite der Strömungsmaschinen wird auch der Minderleistungsfaktor verwendet, der berücksichtigt ob die Strömung schaufelkongruent ist oder nicht. Dieser Faktor wird zwar bei den thermischen Turbomaschinen auch verwendet, kommt aber in der Literatur erst in den späteren Kapiteln zum Einsatz, um von der Strömung auf die geometrische Form des Laufrades zu schließen.

Auch beim Vergleich der hydraulischen Turbine mit der thermischen Turbine kommt es zu den erwähnten Unstimmigkeiten.

3.1.2 Pumpe - Turbine

Die Probleme die entstehen, wenn man die gesamte Theorie der Strömungsmaschinen in Einem behandeln möchte, treten aber auch beim Übergang auf der Seite der allgemeinen Theorie von der Pumpe auf die Turbine auf.
[10] definiert die spezifische Stutzenarbeit als spezifische Energiegefälle zwischen Ein- und Austritt für Kraftmaschinen und zwischen Aus- und Eintrittquerschnitt für Arbeitsmaschinen. Bei der später im Buch folgenden Erklärung des Verhältnisses von Y und $Y_{th\infty}$ nach Gl. 2.52 gilt für die Pumpe:

> „Die tatsächlich von der Strömungsarbeitsmaschine erzeugte spezifische Stutzenarbeit Y ist aufgrund der Abweichung der tatsächlichen Strömung von der idealen Strömung nach der Stromfadentheorie kleiner als die theoretisch spezifische Stutzenarbeit $Y_{th\infty}$.“

Diese Aussage lässt sich leicht mit der Abb. 3.1 nachvollziehen. Durch die Berücksichtigung der Verluste nimmt die von der Pumpe erzeugte Stutzenarbeit ab.

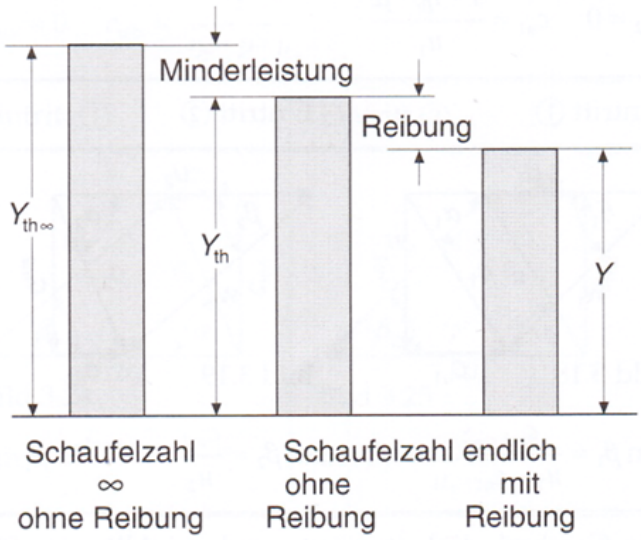

Abbildung 3.1: Einfluss der Reibung und der endlichen Schaufelzahl bei der Pumpe [10]

Für die Turbine lautet das Verhältnis der theoretischen spezifischen Stutzenarbeit zur spezifischen Stutzenarbeit laut [10] wie folgt:

> „Die tatsächlich von der Turbine benötigte spezifische Stutzenarbeit Y ist aufgrund der Abweichung der realen Strömung von der idealen Strömung größer als die theoretisch nur erforderliche spezifische Stutzenarbeit $Y_{th\infty}$."

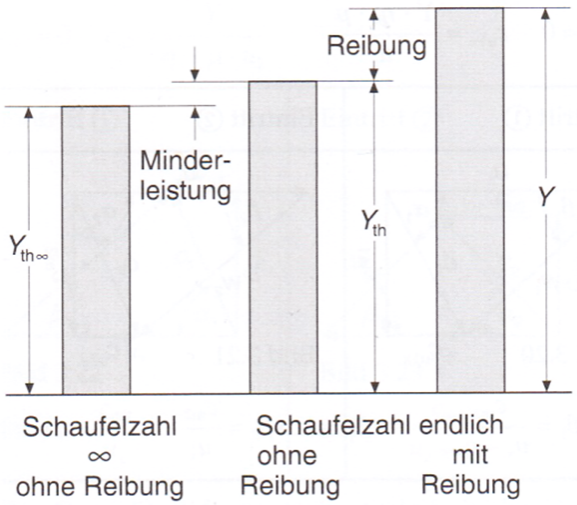

Abbildung 3.2: Einfluss der Reibung und der endlichen Schaufelzahl bei der Turbine [10]

In dieser Definition wird von einer Leistungsaufnahme der Turbine gesprochen. Die benötigte Leistung wird aus dem die Turbine durchströmenden Wasser entnommen. Beachtet man dann die Verluste muss dem Wasser mehr Leistung entnommen werden. In der Abb. 3.2 erkennt man, dass bei idealer Durchströmung des Laufschaufelkanals weniger Leistung benötigt wird.
Diese Art der Bezeichnung ist etwas problematisch, da bei einer Turbine die an der Welle abgegebene Leistung von Bedeutung ist und nicht die anliegende Fallhöhe.

Kapitel 4

Widersprüche in der Theorie

4.1 Der Leistungsbegriff bei Strömungsmaschinen

In den vorherigen Kapiteln wird oft von der Leistung einer Maschine gesprochen. Dieser Begriff ist aber in der Regel nicht einfach austauschbar. Denn je nach Fachgebiet, hydraulische oder thermische Strömungsmaschinen aber auch zwischen Pumpen bzw. Verdichter und Turbinen kommt es hier zu unterschiedlichen Definitionen. In diesem Kapitel soll der Unterschied zwischen den verschiedenen Betrachtungsweisen der Leistung herausgearbeitet werden.

Die unterschiedlichen Begriffe und Definitionen sind auf die geschichtlichen Entwicklungen der Strömungsmaschinen zurückzuführen. Grundlage für dieses Kapitel ist der Hintergrund der Strömungsmaschinen wie er im Kap. 1.2 behandelt wurde.

Im Bereich der hydraulischen Maschinen wurden im Jahr 1689 die ersten Zentrifugalpumpen durch Papin beschrieben und bereits 1705 folgten die ersten gefertigten Maschinen. Es dauerte bis 1849 bis die Francisturbine entwickelt und gebaut wurde. Die Theorie der Arbeitsmaschinen ist daher die Grundlage für die hydraulischen Strömungsmaschinen. In Anlehnung daran wurden dann auch die hydraulischen Kraftmaschinen mit der gleichen Herangehensweise bearbeitet.
Bei Pumpen steht die Frage nach der Förderhöhe immer im Vordergrund. Die Leistung einer Pumpe kann daher mit der Förderhöhe gleichgesetzt werden. Die an der Welle zugeführte Leistung ist erst in der weiteren Betrachtung und Auslegung der Anlage von Bedeutung.
Im Gegensatz dazu möchte man bei einer Turbine die an der Welle abgegebene Leistung wissen. Nimmt man also die Theorie wie sie für Arbeitsmaschinen verwendet wird und wendet sie auf Kraftmaschinen an, kann es zu Missverständnissen kommen.

Im Bereich der thermischen Turbomaschinen ging die Entwicklung der Theorie von den Turbinen aus. Die ersten einstufigen Gleichdruckdampfturbinen wurden von Laval 1883 gebaut. Die daraus abgeleiteten Axialverdichter wurden 1900 entwickelt. Die Reihenfolge der Entwicklung spiegelt sich auch in der Theorie wieder. Hier ist die Grundlage die Berechnung der Dampfturbinen, später dann auch der Gasturbinen, und davon wird die Theorie der Verdichter abgeleitet.
Betrachtet man hier den Leistungsbegriff, wird bei der Turbine von an der Welle abgegebener Leistung gesprochen. Diese kann im h-s Diagramm als ideale oder reale auf den Massenstrom bezogene Leistung eingetragen werden.
Diese Betrachtungsweise der Leistung wird dann auf den Verdichter übertragen, das führt auch hier wieder zu Missverständnissen. Fragt man nach der Leistung eines Verdichters wird man diese Frage mit dem Druckverhältnis beantworten. An der Welle zugeführte Leistung ist hier nur wichtig, wenn man die Anlage, und hier speziell den Motor, hinter dem Verdichter auslegen möchte. Bei der klassischen Literatur wird aber für den Verdichter die Wellenleistung von der Turbine übernommen. Diese Größe nimmt zu wenn die Maschine einen niedrigeren Wirkungsgrad hat. Die gelieferte Druckdifferenz bleibt aber konstant.

Eine Möglichkeit diesem Problem entgegenzutreten wäre es, die Arbeits- und Kraftmaschine komplett voneinander getrennt zu betrachten. Damit wäre es möglich den jeweils am besten passenden Leistungsbegriff zu verwenden. Da von der Pumpe bzw. von der thermischen Turbine ausgegangen wird, kann dort die Betrachtungsweise beibehalten werden. Für die hydraulische Turbine und den Verdichter wird in den folgenden Kapitel eine alternative Theorie vorgestellt.

4.1.1 Alternative Theorie für den Verdichter

Wie im vorherigen Kapitel erklärt, wird in der üblichen Theorie für den Verdichter das Druckverhältnis Π_V konstant gelassen und die zugeführte Wellenleistung steigt mit abnehmendem Wirkungsgrad. Diese Betrachtungsweise ist in der Abb. 4.1 dargestellt.

Die isentrope Verdichtung auf den Punkt 3^s entspricht dem Wirkungsgrad $\eta = 1$. Nimmt der Wirkungsgrad ab, wandert der Endpunkt der Verdichtung 3^* auf der Isobaren immer weiter nach rechts, wodurch mehr Leistung zugeführt werden muss.

Die für den Verdichter entscheidende Größe ist aber das Druckverhältnis Π_V. Eine Leistungssteigerung des Verdichters sollte daher einer Erhöhung dieses Verhältnisses entsprechen, nimmt der Wirkungsgrad ab kann dadurch nur ein geringeres Druckverhältnis realisiert werden.

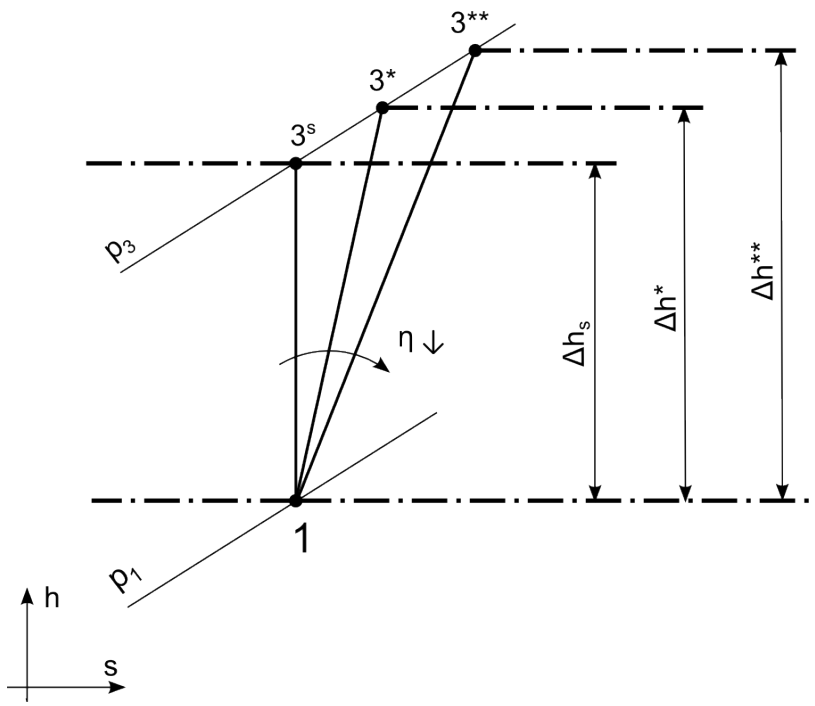

Abbildung 4.1: Vereinfachtes *h-s* Diagramm des Verdichters (klassische Theorie)

Mit der Eigenarbeit

$$y_s = \int_{p_1}^{p_3} v dp \tag{4.1}$$

und mit der Isentropengleichung

$$pv^\kappa = p_1 v_1^\kappa = konst \tag{4.2}$$

ergibt sich die isentrope Enthalpiedifferenz

$$y_s = \Delta h_s = c_P T_1 \left[\Pi_V^{\frac{R}{c_P}} - 1 \right]. \tag{4.3}$$

Aus dieser Gleichung erkennt man, dass die Enthalpiedifferenz Δh_s einem Druckverhältnis Π_V entspricht. In der Abb.4.2 ist ein vereinfachtes *h-s* Diagramm eines Verdichters dargestellt. In diesem Beispiel wird die zugeführte Leistung konstant gehalten. Mit abnehmendem Wirkungsgrad sinkt jetzt auch das Verhältnis zwischen Ein- und Austrittsdruck.

Die hier beschriebene Betrachtung des Verdichters ist nicht üblich und entspricht der Pumpe bei den hydraulischen Maschinen. Dort nimmt durch schlechteren Wirkungsgrad die Förderhöhe der Pumpe bei gleichbleibender Wellenleistung ab.
Diese Art die Verluste zu betrachten, ist an die Wirklichkeit angelehnt. Man kann bzw. muss bei einem schlecht ausgelegten Pumpenlaufrad zwar die zugeführte Wellenleistung erhöhen, dies ist aber nur eine Reaktion auf das primäre Problem der reduzierten Förderhöhe.

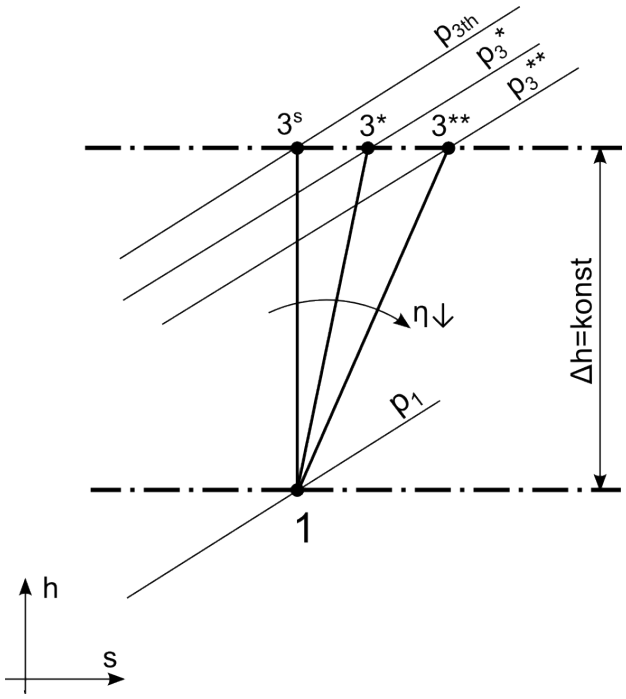

Abbildung 4.2: Vereinfachtes *h-s* Diagramm des Verdichters (alternative Theorie)

4.1.2 Alternative Theorie für die hydraulische Turbine

Im Kapitel 4.1 wird angegeben, dass in der klassischen Literatur die Theorie für die Turbine von der Pumpe übernommen wird. Dadurch ergibt sich, dass bei sinkendem Wirkungsgrad mehr Fallhöhe benötigt wird um die gleiche Wellenleistung zu erreichen. Diese Überlegung wird auch in dem in [10] formulierten Satz zur theoretischen spezifischen Stutzenarbeit beschrieben:

> „Die tatsächlich von der Turbine benötigte spezifische Stutzenarbeit Y ist aufgrund der Abweichung der realen Strömung von der idealen Strömung größer als die theoretisch nur erforderliche spezifische Stutzenarbeit $Y_{th\infty}$.“

Diese Überlegung ist zwar nicht falsch, bei hydraulischen Turbinen ist aber der Höhenunterschied zwischen Oberwasser und Unterwasser fest vorgegeben. Aufgrund eines abnehmenden Wirkungsgrads mehr Förderhöhe zu verlangen entspricht nicht der Intuition und kann daher zu Verwirrung führen.
In der Abb. 4.3 ist die vereinfachte Darstellung einer Zustandsänderung für verschiedene Wirkungsgrade angegeben. Man erkennt, dass die abgeführte Wellenleistung konstant bleibt, obwohl der Wirkungsgrad abnimmt. Da die Fallhöhe und damit die Druckdifferenz einer Turbine vorgegeben ist, wird sich der abnehmende Wirkungsgrad auf die, an der Welle abgegebene, Leistung auswirken. Diese Betrachtungsweise ist in der Abb. 4.4 dargestellt.

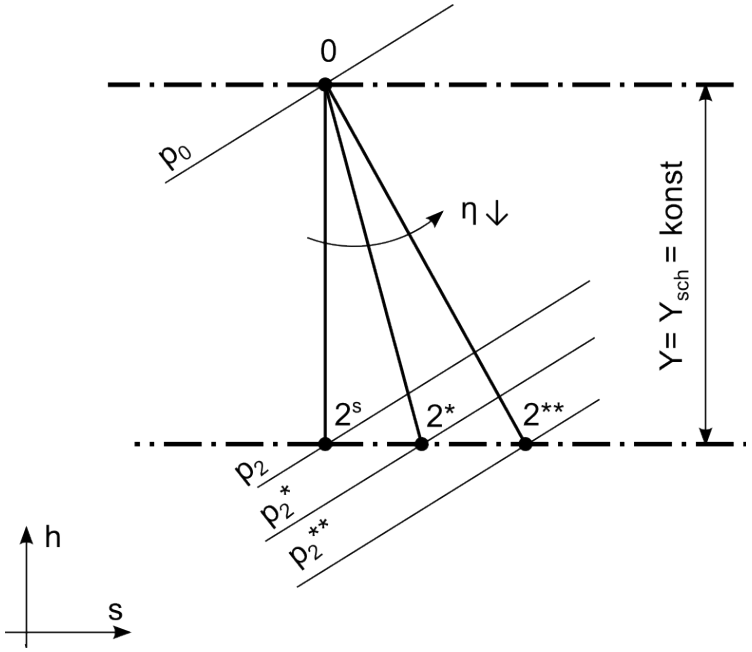

Abbildung 4.3: Vereinfachtes *h-s* Diagramm der Turbine (klassische Theorie)

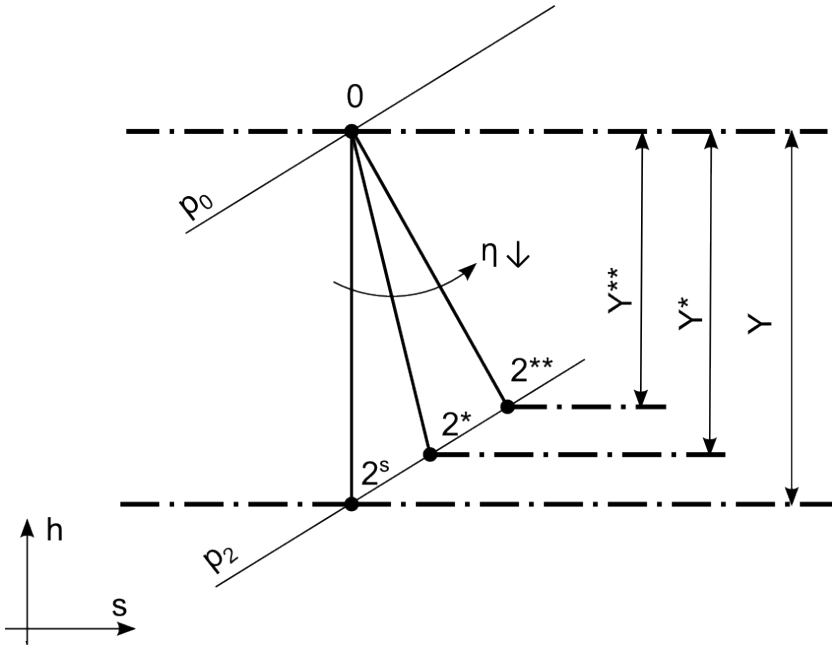

Abbildung 4.4: Vereinfachtes *h-s* Diagramm der Turbine (alternative Theorie)

Es ist sicher nicht notwendig die klassische Betrachtungsweise des Verdichters und der Turbine aufzugeben. Auf die unterschiedliche Bedeutung des Leistungsbegriffes aufmerksam zu machen, kann aber Missverständnisse beim Übergang von der Kraftmaschine auf die Arbeitsmaschine und umgekehrt verhindern. Die verschiedenen Maschinen getrennt zu betrachten führt dazu, dass keine einheitlichen Formeln wie sie von Bohl W. [10] beschrieben werden verwendet werden können. Das Thema wird dadurch aber übersichtlicher, da nicht versucht werden muss einer Maschine eine bestimmt Theorie aufzuzwingen.

4.2 Über die Reibungsfreiheit der Strömung

Wie bereits erwähnt setzt [10] für die Herleitung bzw. Verwendung der Eulerschen Hauptgleichung eine reibungsfreie Strömung voraus. Vergleicht man diese Literatur mit dem Buch von Traupel W. [13], welches sich mit den thermischen Turbomaschinen beschäftigt, wird so eine Voraussetzung nicht getroffen.

Um dieses Problem zu behandeln ist es von Vorteil etwas Abstand von der klassischen Betrachtungsweise zu nehmen. Bis jetzt wurde die Eulersche Impulsmomentengleichung für Pumpen wie folgt angegeben:

$$Y_{th} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \tag{4.4}$$

Bei Y_{th} handelt es sich um eine spezifische Arbeit. Man kann daher auch schreiben:

$$Y_{th} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} = \frac{P_{th}}{\dot{m}} \tag{4.5}$$

Setzt man $P_{th} = M_{th} \cdot \omega$ und $u = r \cdot \omega$ in die Gleichung für Y_{th} ein, erhält man:

$$M_{th} = \dot{m}(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \tag{4.6}$$

In der Gl. 4.6 steht jetzt auf der linken Seite ein Moment, welches am Laufrad zugeführt wird. Dieses Moment entspricht der beim Massenstrom $\dot{m}$ erzeugten Dralländerung.

Mit dieser Betrachtungsweise ist der Index „*th*“ nicht mehr so gut nachvollziehbar, wie er es in den Gleichungen mit Y und vor allem mit H ist. Dort wird mit der Reibung eine Abnahme der Förderhöhe in Verbindung gebracht. Der Index „*th*“ wird dort also benutzt um die Förderhöhe im verlustfreien Fall anzugeben.

In der Abb. 4.5 sind die *h-s* Diagramme eines idealen Gases und einer idealen Flüssigkeit dargestellt. Die Darstellung der Zustandsänderung in einer Pumpe in einem *h-s* Diagramm ist selten zu finden.
Anhand der Abbildung erkennt man, dass es beim idealen Gas selbst bei einer isentropen Zustandsänderung zu einer Erhöhung der Temperatur kommt. Bei einer idealen Flüssigkeit kommt es nur zu einer Erwärmung wenn Verluste auftreten. Es ist daher möglich die Erwärmung einer Flüssigkeit als Maß für den Wirkungsgrad einer Maschine zu verwenden.

Im Buch „Kreiselpumpen“ von Gülich J.F. [6] wird im Bezug auf das Moment der Index „*th*“ nicht verwendet. Laut [6] handelt es sich bei diesem Moment um das Impulsmoment, welches auf die Schaufeln des Laufrades wirkt. Die Bezeichnung dafür lautet daher M_{sch} für Schaufelmoment. M_{sch} muss an der Welle aufgebracht werden um den Strömungszustand, wie er durch die Geschwindigkeitsdreiecke in der Abb. 4.6 vorgegeben ist, erzeugen zu können. Die gleiche Bezeichnung kann auch für die an der Welle zuzuführende Leistung

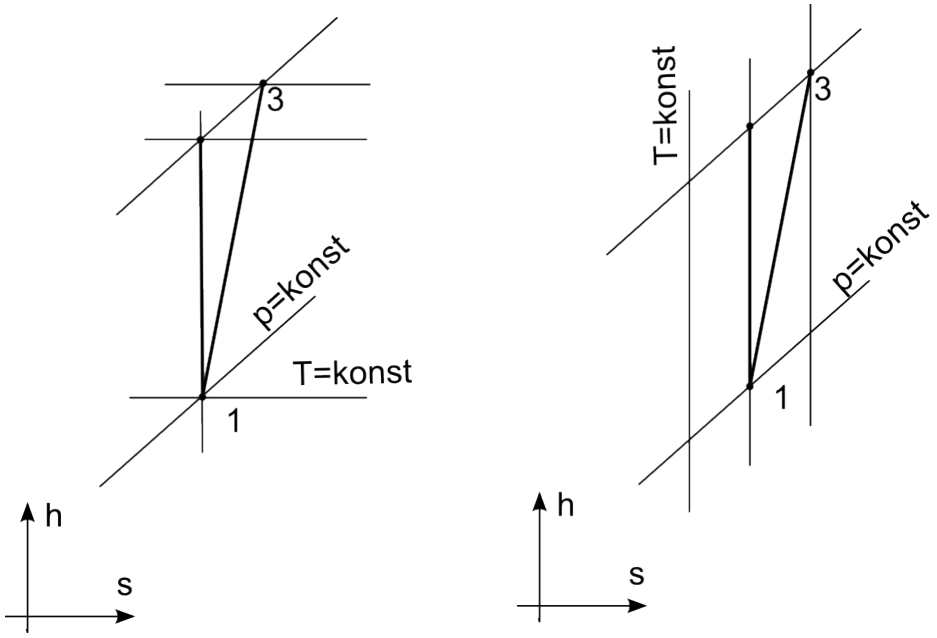

Abbildung 4.5: *h-s* Diagramme eines idealen Gases und einer idealen Flüssigkeit [6]

P_{sch} bzw. die spezifische Stutzenarbeit Y_{sch} verwendet werden.

$$Y_{sch} = \frac{P_{sch}}{\dot{m}} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \tag{4.7}$$

Y_{sch} entspricht somit der vom Laufrad auf das Medium übertragenen Energie und beinhaltet neben der nutzbaren Energie auch Strömungsverluste. Man kann daher auch schreiben

$$Y_{sch} = Y + g\Sigma Z_h. \tag{4.8}$$

Bei Z_h handelt es sich um die hydraulischen Verluste die, wie bereits angegeben, mit dem hydraulischen Wirkungsgrad beschrieben werden können.
Diese Betrachtungsweise steht im direkten Konflikt mit der Theorie wie man sie in Bohl's Werk [10] findet. Dort ist die theoretische spezifische Stutzenarbeit Y_{th} verlustfrei.

$$\eta_h = \frac{Y}{Y_{sch}} = \frac{H}{H_{th}} = \frac{H}{H + \Sigma Z_h} \tag{4.9}$$

Anhand der Gl. 4.9 erkennt man, dass die spezifische Stutzenarbeit und die Förderhöhe zum besseren Verständnis verschiedene Indizes erhalten.

Bei H_{th} handelt es sich um die theoretische Förderhöhe, die erreicht wird wenn die Strömung verlustfrei betrachtet wird. Der Anteil der Verluste $Y_V = g\Sigma Z_h$ wird dabei aber nicht einfach Null gesetzt, sondern ebenfalls in nützliche Energie umgewandelt und gemeinsam mit Y ergibt sich daraus die Förderhöhe H_{th}. Daher kommt auch der Index th; diese Höhe kann nur theoretisch erreicht werden, da in der realen Strömung immer Reibung vorhanden ist.

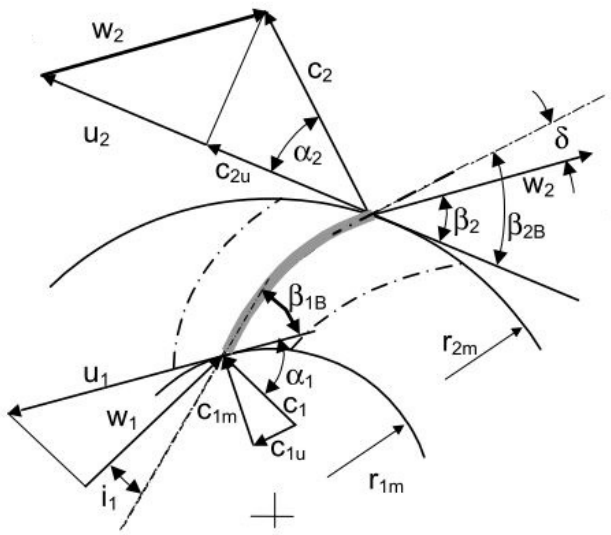

Abbildung 4.6: Geschwindigkeiten am Laufrad

Y ist die im Stutzen vorhandene nutzbare Energie, die überbleibt wenn man von Y_{sch} die Verluste abzieht.

Für die hydraulische Turbine können die gleichen Überlegungen wie für die Pumpe angestellt werden. Für das Schaufelmoment gilt:

$$M_{sch} = \dot{m}(r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2}) \tag{4.10}$$

Daraus erhält man für die Leistung bzw. die spezifische Stutzenarbeit:

$$Y_{sch} = \frac{P_{sch}}{\dot{m}} = r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2} \tag{4.11}$$

Bei Y_{sch} handelt es sich um die vom Wasser an das Laufrad übertragene Schaufelarbeit.
Bei der Strömung durch den Schaufelkanal kommt es wieder zu hydraulischen Verlusten. Für die im Stutzen vorhandene Arbeit gilt:

$$Y = Y_{sch} + g\Sigma Z_h \tag{4.12}$$

Die Verluste in Gl. 4.12 können durch den hydraulischen Wirkungsgrad beschrieben werden. Es gilt für die Turbine:

$$\eta_h = \frac{Y_{sch}}{Y} = \frac{Y_{sch}}{Y_{sch} + g\Sigma Z_h} = \frac{H_{th}}{H} \tag{4.13}$$

Für die Turbine ist die Verwendung von H_{th}, also der theoretischen Fallhöhe, weniger sinnvoll als bei der Pumpe. Um einen Wirkungsgrad $\eta_h < 1$ zu erhalten, müsste die theoretische Fallhöhe kleiner sein als die tatsächliche Fallhöhe.
Das Gegenstück zur Förderhöhe der Pumpe ist nach der alternativen Theorie, wie sie im

Kapitel 4.1.2 angegeben wird, die Wellenleistung der Turbine.
P_{th} entspricht dann der Leistung, die an der Welle abgegeben wird, wenn die komplette im Stutzen vorhandene Energie inklusive Verluste umgesetzt wird. Es gilt:

$$P_{th} = P + P_V \tag{4.14}$$

Die theoretische Wellenleistung ist größer als die Leistung, die man erhält wenn Verluste auftreten. Daher ergibt sich für den hydraulischen Wirkungsgrad der Turbine:

$$\eta_h = \frac{P}{P_{th}} \tag{4.15}$$

Diese Gleichung entspricht nicht der Gleichung wie sie in der allgemeinen Theorie wie zum Beispiel in [10] angegeben wird. Dort erhält man für den hydraulischen Wirkungsgrad nach Kapitel 2.4:

$$\eta_h = \frac{Y_{th}}{Y} \tag{4.16}$$

Die Gl. 4.15 ist mehr an der Praxis orientiert, da die theoretisch erreichbare Leistung größer ist und daher unter dem Bruchstrich stehen muss. Möchte man den hydraulischen Wirkungsgrad so darstellen ist es aber notwendig zwei unterschiedliche Leistungsbegriffe für die Arbeits- und Kraftmaschine einzuführen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Bezeichnung der spezifischen Stutzenarbeit der Pumpe mit dem Index „*th*“ für das Verständnis eher nachteilig ist. Es sollte „*sch*“ für die Leistung und die spezifische Stutzenarbeit, aber auch für das Moment verwendet werden. Der Index „*th*“ ist nur in Kombination mit der Förderhöhe der Pumpe sinnvoll.
Der Ursprung dieses Problems liegt wahrscheinlich im Übergang der Förderhöhe zur spezifischen Stutzenarbeit. Wobei der Index „theoretisch“ gleich gelassen wurde, er aber in Kombination mit der Stutzenarbeit die ursprüngliche Bedeutung verliert.

Bei der Turbine ist die Verwendung der theoretischen Fallhöhe problematisch, da diese Größe nicht aussagekräftig ist. Verwendet man die Wellenleistung als Leistungsbegriff und nicht die Fallhöhe kann der Index „*th*“ verwendet werden. Er gibt die maximal erreichbare Leistung an und führt damit auf die gleiche Definition des hydraulischen Wirkungsgrads, wie er beim Verdichter der thermischen Turbomaschinen verwendet wird.

Anhand dieses Kapitels erkennt man, dass die Theorie der Arbeits- und Kraftmaschine getrennt voneinander zu betrachten ist. Dadurch wird es notwendig zwei unterschiedliche Leistungsbegriffe zu verwenden.

4.3 Die Voraussetzung der schaufelkongruenten Strömung

Ein weiterer Widerspruch in der Theorie entsteht durch die unterschiedliche Verwendung des Minderleistungsfaktors. Im Kapitel 2.4 wird neben der Reibungsfreiheit auch eine exakt schaufelkongruente Strömung vorausgesetzt. Das bedeutet, die Ein- und Austrittswinkel der Strömung in das Laufrad müssen genau den ausgeführten Metallwinkeln der Schaufeln entsprechen. Dieser Zustand wird durch die Annahme einer unendlichen Schaufelzahl erreicht.

In [10] wird zur Berücksichtigung der endlichen Schaufelzahl und der damit verbundenen Abweichung der Strömung von der schaufelkongruenten Strömung der Minderleistungsfaktor μ verwendet.
Es wird hier aber nicht zwischen Radial- und Axialmaschinen unterschieden, es gilt daher für die Turbine und die Pumpe

$$\mu_T = \frac{Y_{sch\infty}}{Y_{sch}} \qquad bzw. \qquad \mu_P = \frac{Y_{sch}}{Y_{sch\infty}}. \tag{4.17}$$

Die Strömung wird durch den Übergang von einer unendlichen auf eine endliche Schaufelzahl weniger stark umgelenkt. An der Eulerschen Hauptgleichung (Gl. 2.51 und Gl. 2.55) erkennt man, dass durch die Abnahme der Umlenkung die spezifische Stutzenarbeit abnimmt. Durch den Minderleistungsfaktor μ wird also die Förderhöhe bzw. die Leistung reduziert. Hier erkennt man ein weiteres Problem des Minderleistungsfaktors. Dadurch, dass im Namen der Begriff Leistung enthalten ist, kann der Minderleistungsfakor bei der Pumpe falsch verstanden werden. Hier wirkt sich die Abweichung von der schaufelkongruenten Strömung auf die Förderhöhe aus. Der im Englischen verwendete Ausdruck „slip factor“ ist hier besser geeignet, da es hier zu keiner Fehlinterpretation des Namens kommen kann. Soll es zu keiner Minderung der Förderhöhe kommen, muss eine Winkelübertreibung verwirklicht werden. Das bedeutet, der Ein- bzw. Austrittswinkel der Schaufel muss größer ausgeführt werden um die angestrebte Umlenkung zu erreichen.
Der Minderleistungsfaktor wird hier für die Pumpe und die Turbine, sowie für den Eintritt und Austritt gleichermaßen verwendet. Beschäftigt man sich mit diesem Thema genauer erkennt man, dass diese allgemeine Betrachtungsweise nicht richtig ist. Es treten neben der Minderleistung auch noch weitere Effekte auf, die sich gegenseitig beeinflussen.

In der Literatur, wie zum Beispiel [3], wird auf diese Probleme genauer eingegangen. Pfleiderer unterscheidet zwischen den axial und radial durchströmten Maschinen.

4.3.1 Axiale Strömungsmaschinen

In der Abb. 4.7 ist ein axial durchströmtes Schaufelgitter dargestellt. Anhand der Stromlinien erkennt man, dass die Stromlinien auf der konkaven Vorderseite der Schaufel weiter auseinander liegen und dadurch ein höherer Druck vorliegt. Es ist auch ersichtlich, dass die Strömung vor und nach dem Laufrad in Richtung Schaufelrückseite abgebogen wird. Diese Winkelabweichung ergibt sich aus dem höheren Druck an der Schaufelvorderseite und dem geringeren Druck an der Schaufelrückseite.
Diese Minderumlenkung führt über die Eulersche Hauptgleichung zu einer Minderleistung der Strömungsmaschine.

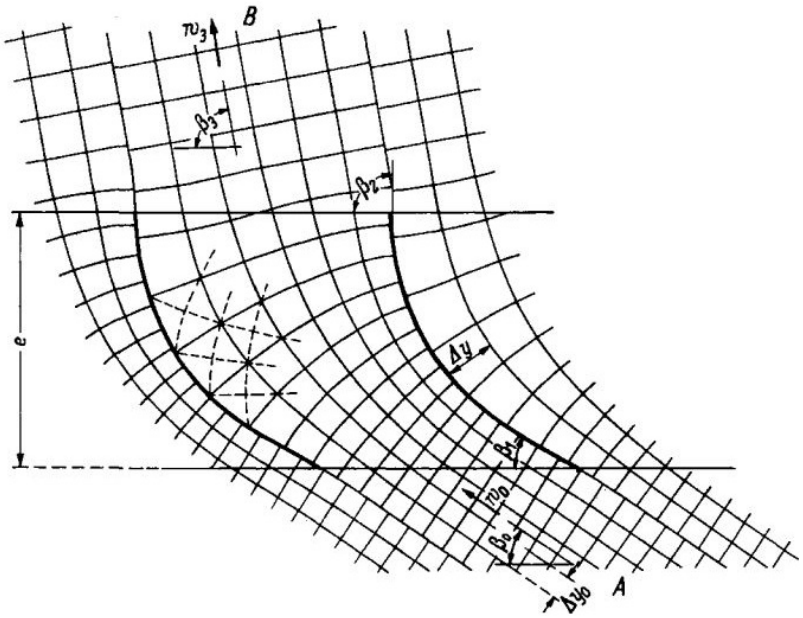

Abbildung 4.7: Potentialströmung durch ein ebenes Schaufelgitter [3]

An dieser Stelle könnte man wie es in [10] vorkommt, einen Faktor einführen der für Pumpen und Turbinen die Minderleistung auf gleiche Art und Weise berücksichtigt. Dieses vereinfachte Vorgehen berücksichtigt aber weitere Effekte, die in der Strömung auftreten, nicht. Es muss hier also streng zwischen der Pumpe und der Turbine, aber auch zwischen Ein- bzw. Austrittsquerschnitt unterschieden werden.

Einfluss der Zähigkeit

Der Einfluss der Zähigkeit wird bei der Betrachtung der Minderleistung nach [10] nicht beachtet. Dieser Effekt tritt vor allem bei Pumpen auf, da hier die Strömung im Laufrad verzögert wird. Es kommt zu einer Totraumbildung hinter den endlich dicken Schaufel-

vorderkanten, da nach dem hinter der Vorderkante entstehenden Unterdruck wieder ein Druckanstieg folgt. Durch diesen Druckanstieg steigt die Grenzschichtdicke an. Die durch die entstehende Eintrittsverengung geänderte Umlenkung liegt in der gleichen Größenordnung wie die Eintrittsminderleistung. Die beiden Vorgänge heben sich daher auf und müssen in der Berechnung nicht weiter berücksichtigt werden. Dieser Zustand kann auch auf den Umstand zurückgeführt werden, dass bei Strömungsmaschinen die Zuströmung und deren Richtung fest vorgegeben ist. Ein Beispiel dafür ist die drallfreie Zuströmung mit $c_{u1} = 0$. Durch die feste Vorgabe ist die Eulersche Hauptgleichung nur durch die Abströmungsbedingungen beeinflussbar.
Aus diesem Grund ist die Austrittskante des Laufrades besonders zu beachten.
In der Pumpe, aber auch bei der beschleunigten Strömung der Turbine, kommt es im Bereich der Austrittskante auf der konvexen Schaufelseite zu Toträumen. Es kommt also in beiden Fällen zu einer Verdickung der Grenzschicht und dadurch zu einer Einschnürung der Strömung.
In der Abb. 4.8 ist das Schaufelgitter einer Pumpe und einer Turbine aufgezeichnet, welches in beiden Fällen von unten nach oben durchströmt wird. Das Turbinengitter ist durch die gestrichelte Linie dargestellt. Der schraffierte Bereich am Austritt aus der Schaufel ist der Totraum im Turbinen- und Pumpenschaufelgitter. In der Abbildung wurde für die Turbine, als auch für die Pumpe zur besseren Darstellung die gleiche Abströmung angenommen.

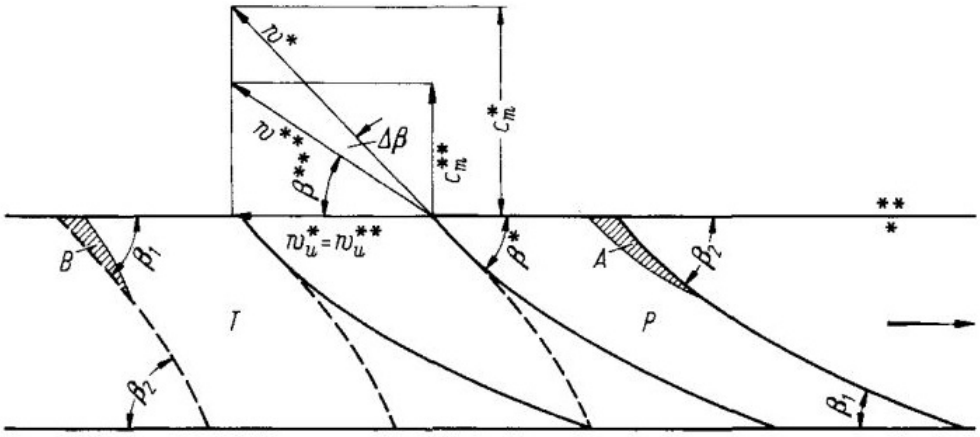

Abbildung 4.8: Einfluss des Totraums in einer Pumpe bzw. Turbine [3]

In der Abb. 4.8 werden die Größen im Laufrad mit * und die Größen nach dem Laufrad mit ** bezeichnet. Die sich bildenden Toträume führen zu einer Querschnittsverringerung und dadurch zu einem Geschwindigkeitsanstieg. Die Relativgeschwindigkeit w^* ist daher größer als w^* ohne Toträume. Nach dem Impulssatz muss gelten $w_u^* = w_u^{**}$, da zur Änderung der Größe nach dem Laufrad noch ein zusätzliches Moment benötigt wird, welches aber nicht vorhanden ist. Die Meridiankomponente der Absolutströmung c_m^* nimmt, nachdem die Strömung den Schaufelkanal verlassen hat, ab. Dadurch ergibt sich eine Verkleinerung

des Abströmwinkels um $\Delta\beta$.
Diese Änderung des Winkels führt bei der Pumpe zu einer Abnahme der Umlenkung und dadurch zu einer Vergrößerung des Minderleistungseffektes im Vergleich zur idealen Strömung.
Beim Turbinengitter kommt es durch den Totraum zu einer Vergrößerung der Umlenkung und dadurch zu einer Mehrleistung. Laut [3] hebt die Zusatzumlenkung der Strömung am Turbinengitter die Minderleistung weitgehend auf. Es muss daher im Turbinenbau die Endlichkeit der Schaufelzahl und die daraus entstehende Minderleistung nicht beachtet werden. Diese Vereinfachung gilt für Dampfturbinen als auch bei den Wasserturbinen.

Durch die soeben beschriebenen Effekte ist es also nicht möglich den Minderleistungsfaktor für Pumpen und Turbinen wie er in [10] beschrieben wird zu verwenden. Es muss hier streng zwischen Pumpe und Turbine und sogar zwischen dem Ein- bzw. Austritt unterschieden werden. Die in diesem Kapitel angestellten Überlegungen gelten sowohl für das feststehende Schaufelgitter, als auch für das umlaufende Schaufelgitter.

4.3.2 Radiale Strömungsmaschinen

Im Unterschied zu den axialen Strömungsmaschinen entsteht die Minderleistung bei einem radial durchströmten Laufrad durch einen Relativwirbel. Die Strömung entsteht aus der Überlagerung des Strombildes des ruhenden Kanals und des geschlossenen umlaufenden Kanals. Im geschlossenen Laufschaufelkanal kommt es zu einem Relativwirbel der bei einer Laufraddrehung mit der Winkelgeschwindigkeit ω mit -2ω umläuft. Abb. 4.9 zeigt den Wirbel in einem Schaufelkanal. Die Minderleistung führt zu einer Minderumlenkung der Strömung. Die schaufelkongruente Strömung geht dadurch vom Geschwindigkeitsdreieck $A_2B_2C_2$ in der Abb. 4.10 über in das Dreieck $A_2'B_2C_2$. Die Meridiankomponente der Absolutströmung bleibt dabei konstant, da der selbe Massenstrom durch das Laufrad strömt. Der Winkel der Relativströmung β_2 nimmt ab, dadurch wird auch c_{u2} reduziert, wodurch die bereits erwähnte Minderleistung entsteht.

4.3.3 Die Gefahr der Überbewertung des Minderleistungseffektes

In der Theorie für die Pumpe, wie sie zum Beispiel in [10] angegeben wird, spielt der Minderleistungsfaktor schon von Beginn weg eine wichtige Rolle. Durch diese Vorgehensweise kann es dazu kommen, dass der Minderleistungsfaktor dort verwendet wird, wo seine Anwendung nicht berechtigt ist.
In der Arbeit „Exakte Berechnung der Minderleistung für allgemeine Radialräder mit einfach gekrümmten Schaufeln“ von Hetzer T. [9] wird die eindimensionale Theorie mit der

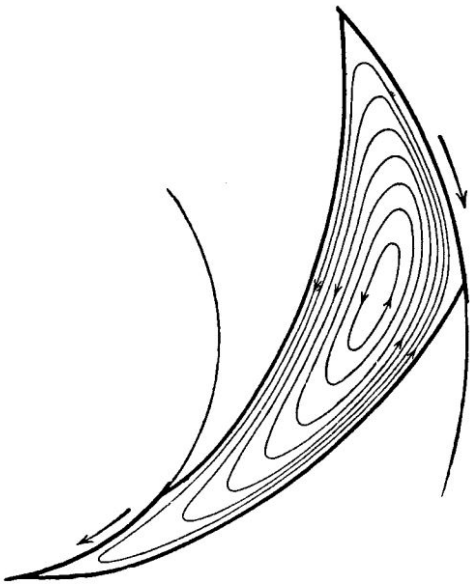

Abbildung 4.9: Relativer Kanalwirbel in einem geschlossenen Laufrad [3]

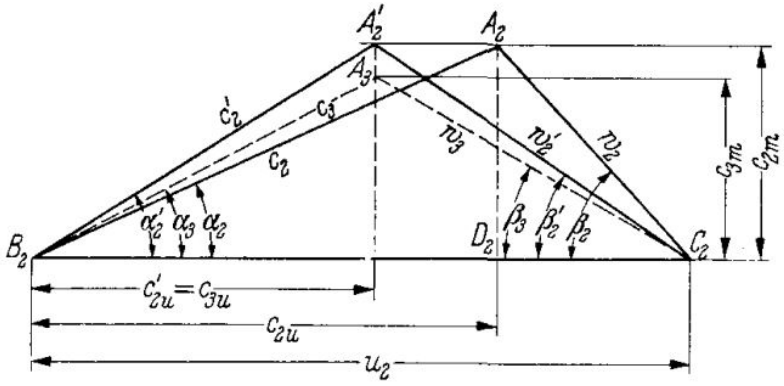

Abbildung 4.10: Vergleich der Geschwindigkeiten bei endlicher und unendlicher Schaufelanzahl [3]

zweidimensionalen Theorie verglichen.
Für die eindimensionale Theorie wird angegeben, dass von einer unendlichen Anzahl unendlich dünner Schaufeln und einer daraus resultierenden schaufelkongruenten Strömung durch das Laufrad ausgegangen wird. Effekte des Relativwirbels und der endlichen Schaufelzahl werden über die Minderleistung abgeschätzt.
Der ebenen zweidimensionalen Potentialströmung liegt die Stromfunktion ψ zu Grunde, es gilt

$$\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad \text{bzw.} \qquad -\rho v = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \tag{4.18}$$

Die Größen u und v sind die Strömungsgeschwindigkeiten in den Koordinaten x und y.
Um die Strömung durch das Laufrad zu untersuchen wird sie in eine Durchströmungslösung in einem nicht rotierenden Schaufelkanal und in eine Lösung eines rotierenden, geschlossenen

Schaufelkanals aufgeteilt. Im geschlossenen Schaufelkanal entsteht ein Relativwirbel, der sich gegen die Rotationsrichtung des Laufrades dreht. Die Gesamtlösung erhält man durch Superposition der Einzellösungen.

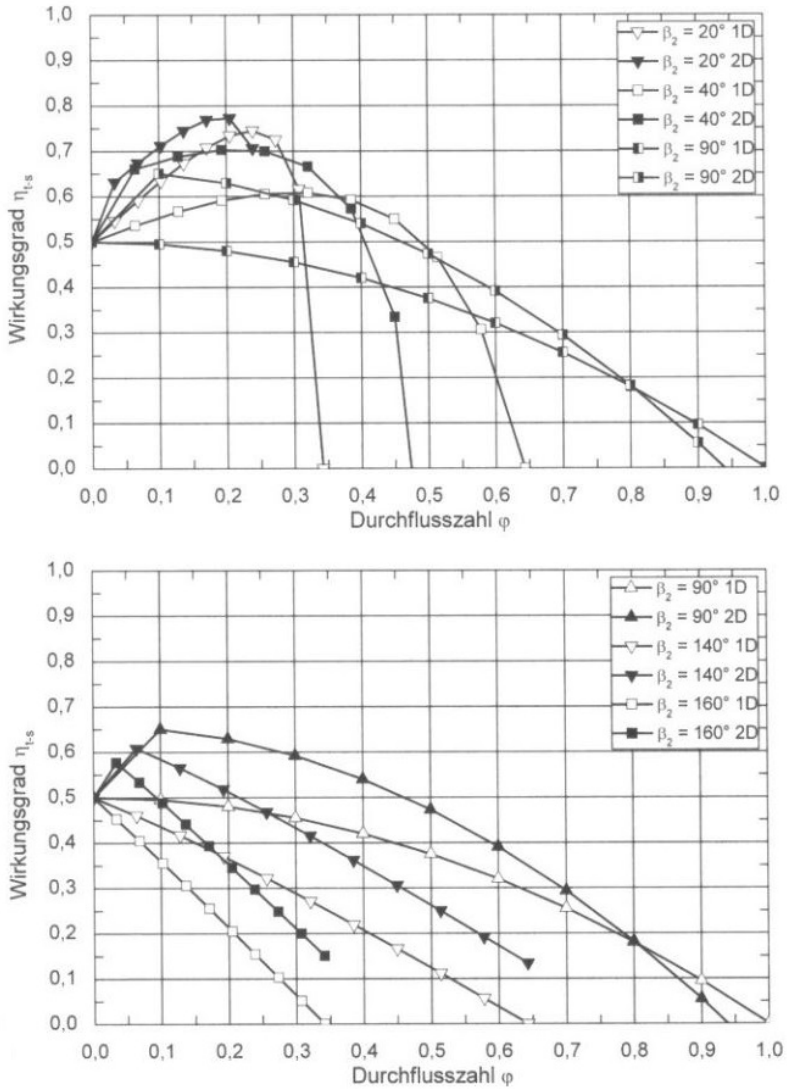

Abbildung 4.11: Wirkungsgrad aufgetragen über die Durchflusszahl [9]

In der Abb. 4.11 wird der Wirkungsgrad η_{t-s} über die Durchflusszahl ϕ bei unterschiedlichen Schaufelaustrittswinkeln β_2 aufgetragen. Die Linien durch die weißen Dreiecke, Quadrate und durch die Quadrate mit der weißen Seite rechts sind aus der eindimensionalen Theorie.

In der Arbeit wird η_{t-s} verwendet. Dabei handelt es sich um den Wirkungsgrad der Totalgrößen mit statischen Größen vergleicht. Dieser Wirkungsgrad wird vor allem bei frei ausblasenden Lüftern verwendet.
Die hier verwendete eindimensionale und zweidimensionale Theorie setzt aber eine reibungsfreie Strömung voraus. Es ist daher nicht nachvollziehbar wie der Wirkungsgrad für

die Diagramme in Abb. 4.11 berechnet wird.
Die Abweichung der Strömung von der idealen Richtung, wie sie durch die zweidimensionale Betrachtungsweise erfasst wird, entsteht aus der Minderleistung. Sie wurde hier falsch interpretiert und in einen Wirkungsgrad umgerechnet.

4.4 Position der Geschwindigkeiten am Laufrad

Beschäftigt man sich mit unterschiedlicher Literatur zu dem Thema Strömungsmaschinen, merkt man, dass es oft zu unterschiedlichen Betrachtungsweisen kommt.
Ein weiteres Beispiel dafür ist die Positionierung der Querschnitte vor und nach dem Laufrad in denen die Geschwindigkeiten betrachtet werden.

In [10] werden die Geschwindigkeiten direkt an den Anfang bzw. das Ende der Schaufel gezeichnet.

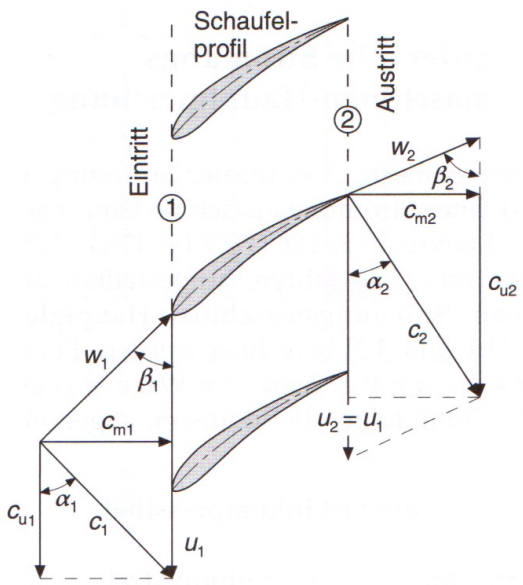

Abbildung 4.12: Geschwindigkeiten am Laufrad [10]

In der Abb. 4.12 sind die abgewickelten Schaufeln einer axialen Turbine dargestellt. Die Relativwinkel β_1 und β_2 und damit die Relativgeschwindigkeiten w_1 und w_2 sind hier direkt auf die Schaufel bezogen.

Vergleicht man dazu Abbildungen aus [13], erkennt man die unterschiedliche Platzierung der Bezugsebenen. In der Abb. 4.13 sind die Leit- und Laufschaufeln einer axialen Turbine skizziert. Die Ebenen sind hier eindeutig vom Schaufelprofil getrennt.

Diese Beobachtung gilt ebenso für radiale Turbinen und Verdichter bzw. Pumpen.
Die von der Maschine verrichtete Arbeit erhält man aus der Eulerschen Hauptgleichung und ist abhängig von der Umlenkung der Strömung. Wie diese Umlenkung zustande kommt, muss für die ersten Überlegungen unabhängig von der Beschaufelung sein. Erst später, wenn es darum geht aus der Strömung die Beschaufelung zu konstruieren, ist es wichtig eine Beziehung zwischen den Strömungs- und Metallwinkeln zu finden. Diese Tatsache wird

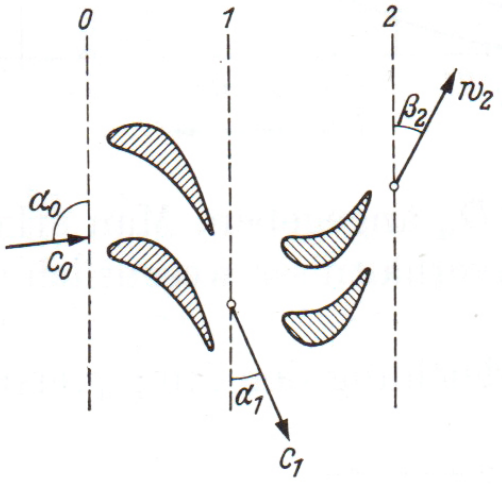

Abbildung 4.13: Geschwindigkeiten am Leit- und Laufrad [13]

besser von der Darstellung erfasst wie sie in der Theorie nach Traupel W. [13] verwendet wird.
Zu einem didaktischen Problem kommt es wenn die Strömungswinkel für die Eulersche Hauptgleichung wie in der folgenden Abb. 4.14 im direkten Bezug auf die Schaufel angegeben werden.

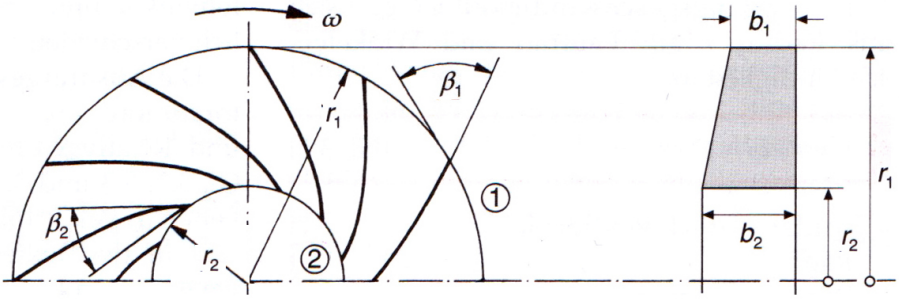

Abbildung 4.14: Radiales Laufrad mit Ein- und Austrittswinkel [10]

In der Teil- bzw. Überlast kommt es bei einer Turbine durch das Leitrad zu einer Änderung der Anströmung. Es kann durch die in Abb. 4.14 gewählte Darstellung die Vorstellung entstehen, dass die Änderung der Anströmung keine Auswirkung auf die Winkel und dadurch die Eulersche Hauptgleichung hat.
Um dieses Problem zu vermeiden kann ein Metallwinkel σ_1 bzw. σ_2 definiert werden. Dadurch kann eindeutig zwischen den Strömungswinkeln β_1 bzw. β_2 unterschieden werden.
Ein weiterer Grund warum die Geschwindigkeiten nicht direkt am Laufrad eingezeichnet werden sollten, ist der Einfluss des Staupunkts. Vor einem Objekt in einer Strömung nimmt die Strömungsgeschwindigkeit ab und der Druck steigt an. Direkt am Objekt, zum Beispiel einer Schaufel ist die Geschwindigkeit Null und der Druck entspricht dem Totaldruck. Um

nicht in den Einflussbereich der Vorder- bzw. Hinterkante zu kommen ist ein bestimmter Abstand notwendig.

4.4.1 Versperrung und die Eulersche Hauptgleichung

Durch die Schaufeldicke wird die Mantelfläche am Austritt des Laufrades reduziert. Dieser Einfluss wird als Versperrung bezeichnet und kann wie folgt hergeleitet werden.

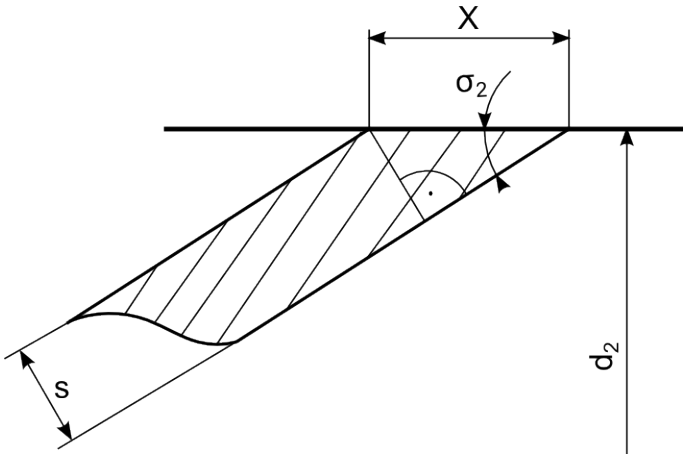

Abbildung 4.15: Laufradaustritt einer Pumpe

Für die Mantelfläche am Austritt ohne die Berücksichtigung der Schaufeldicke gilt

$$A_2 = d_2 \pi b_2. \tag{4.19}$$

Beachtet man die Schaufeln wie sie in der Abb. 4.15 dargestellt sind, reduziert sich die Fläche auf

$$A_2 = d_2 \pi b_2 - zs \frac{b_2}{\sin(\sigma_2)}. \tag{4.20}$$

Die Schaufelzahl z berechnet man aus der Teilung

$$z = \frac{d_2 \pi}{t_2}. \tag{4.21}$$

Eingesetzt ergibt sich für die Austrittsfläche aus der Pumpe folgende Gleichung

$$A_2 = d_2 \pi b_2 - \frac{d_2 \pi b_2 s}{t_2 \sin(\sigma_2)} = d_2 \pi b_2 (1 - \frac{s}{t_2 \sin(\sigma_2)}) \tag{4.22}$$

Setzt man die beiden Flächen ins Verhältnis erhält man den Faktor zur Berücksichtigung der Schaufeldicke

$$k_2 = \frac{1}{1 - \frac{s}{t_2 \sin(\sigma_2)}}. \tag{4.23}$$

Es gilt: $k_1 > 1$ und $k_2 > 1$.

Der gleiche Faktor kann auch für den Eintrittsquerschnitt gebildet werden. Der Faktor kann verwendet werden um die Geschwindigkeiten im Laufradein- und austritt zu berechnen. Für die Geschwindigkeiten kurz nach dem Eintritt und kurz vor dem Austritt ergibt sich dadurch

$$\begin{aligned} c_{m1} &= \frac{\dot{V}_1}{D_1 \pi b_1} k_1 \\ c_{m2} &= \frac{\dot{V}_2}{D_2 \pi b_2} k_2. \end{aligned} \tag{4.24}$$

Die Meridiankomponente der Absolutgeschwindigkeit nimmt durch die Verengung des Kanals zu. Durch die Änderung der Meridiankomponente wird auch die Absolut- und Relativgeschwindigkeit beeinflusst.
Die Umfangskomponente c'_{u2} wird durch die endliche Dicke der Schaufel nicht beeinflusst, wie es in der Abb. 4.10 zu erkennen ist. Für die Eulersche Hauptgleichung ist es daher nicht wichtig, ob die Geschwindigkeiten direkt am Laufrad oder in einer gewissen Entfernung betrachtet werden.
Am Schaufeleintritt muss die Minderleistung wie bereits erwähnt nicht berücksichtigt werden. Der einzige Einfluss entsteht über die endliche Schaufeldicke. Von diesem Einfluss ist nur die Meridiankomponente der Geschwindigkeit betroffen, wie es in der Abb. 4.16 dargestellt ist.

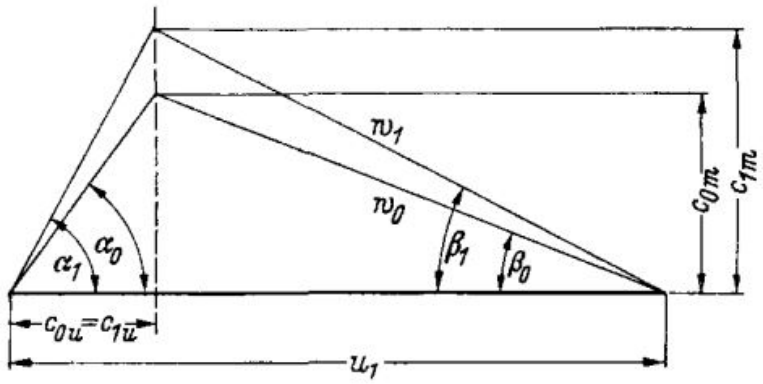

Abbildung 4.16: Geschwindigkeiten bei endlicher und unendlicher Schaufelanzahl am Laufradeintritt [3]

Die Geschwindigkeiten mit dem Index 0 und 3 in den Abb. 4.10 und 4.16 befinden sich kurz vor bzw. nach dem Laufrad.

Anhand dieses Kapitels erkennt man, dass es für die Eulersche Hauptgleichung keinen Unterschied macht, ob die Geschwindigkeiten direkt am Laufrad eingezeichnet werden oder mit einem gewissen Abstand. Wie man in der Abb. 4.16 erkennen kann, sind die Strömungswinkel aber von der Position der Geschwindigkeiten abhängig. Bei Berechnung die

die Strömungswinkel beinhalten muss daher darauf geachtet werden, dass die richtigen Winkel verwendet werden.
Didaktisch ist es aber sinnvoll mit den Geschwindigkeitsdreiecken vom Laufrad wegzurücken um den Unterschied zwischen Strömungswinkel und Metallwinkel darzustellen.

4.5 Über die Notwendigkeit der instationären Strömung

In der für diese Arbeit verwendeten Theorien von Bohl W. [10], Gülich J.F [6] und Traupel W. [13] wird eine stationäre Strömung vorausgesetzt. Das bedeutet, die Strömungsgrößen besitzen keine Abhängigkeit von der Zeit. Im KSB Technische Berichte „Zur Energieübertragung in Strömungsmaschinen“ von Schiele O. [7] wird folgendes Zitat von Sörensen angegeben:

> „Eine wirklich stationäre Strömung kann weder Arbeit aufnehmen noch abgeben.“

Auf diese Aussage soll in diesem Kapitel mit der Hilfe des Berichtes [7] genauer eingegangen werden.

Die Energieübertragung in Strömungsmaschinen kann vor allem in zwei Theorien eingeteilt werden.
Die erste Theorie entstand durch Leonhard Euler. Es handelt sich um eine eindimensionale Betrachtungsweise die für einen Stromfaden durch das Laufrad gilt. Sie wird auch noch in der heutigen Zeit verwendet und dient zur groben Auslegung der Hauptabmessungen und der Ein- und Austrittswinkel.
Die zweite Theorie ist zweidimensional, Voraussetzung und genaue Herleitungen können in [13] nachgelesen werden.
Es werden in diesem Kapitel nur radiale Maschinen und inkompressible Medien betrachtet.
Wie kommt es also zur Energieübertragung im Laufrad? Für die eindimensionale Theorie ist, wie bereits in vorangegangenen Kapiteln beschrieben, der Drallsatz entscheidend. Dabei ist nur die Strömung am Laufradein- und austritt wichtig.
Bei der zweidimensionalen Theorie wird die Energiezufuhr zum Teilchen, wenn es den Schaufelkanal durchquert, ausgeklammert. Man betrachtet hier die periodisch umlaufende instationäre Absolutströmung. Dadurch ergibt sich ein Strömungsbild zu jedem Zeitpunkt.
Geht man jetzt auf die Frage der Energieübertragung ein, kommt wieder der Satz von Sörensen zu tragen: „Eine wirklich stationäre Strömung kann weder Arbeit aufnehmen noch abgeben.“
Die bereits erwähnte eindimensionale Betrachtungsweise verwendet die theoretisch einfacher zu behandelnde, stationäre, aber drehungsbehaftete Laufradströmung. Das bedeutet, dass die Strömung im Laufrad drehungsbehaftet, im Leitrad aber drehungsfrei ist. Diese Betrachtungsweise hat zwei Nachteile:

- Die Drehung der Teilchen ist physikalisch nicht real und nur durch die Wahl des

rotierenden Koordinatensystems bedingt und daher nur scheinbar.

- Verlässt das Teilchen das Laufrad, geht die drehungsbehaftete Strömung anscheinend übergangslos in eine drehungsfrei Strömung über.

Die zweite Betrachtungsweise untersucht die instationäre Absolutströmung im Laufrad; daraus erhält man eine instationäre Leitradströmung. Bei der Strömung durch das Laufrad gilt für die auf die Masse bezogene Energie y

$$y = \frac{p}{\rho} + gz + \frac{c^2}{2}. \tag{4.25}$$

Wie im Kapitel 2.1.2 handelt es sich bei p um den statischen Druck, bei z um die geodätische Höhe und bei c um die momentane Geschwindigkeit.
Eine Änderung dieser Größe y kann durch die zeitliche Änderung und die konvektive Änderung entlang eines Stromfadens entstehen. Daher gilt

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial t} + c\frac{\partial y}{\partial s}. \tag{4.26}$$

Setzt man die Gl. 4.26 in Gl. 4.25 ein und formt um erhält man

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\rho} + gz\right) + c\left[\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} + c\frac{\partial c}{\partial s} + g\frac{\partial z}{\partial s}\right]. \tag{4.27}$$

Der Ausdruck in der eckigen Klammer entspricht der Eulerschen Bewegungsgleichung und es gilt für den Stromfaden nach Prandtl

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} + c\frac{\partial c}{\partial s} + g\frac{\partial z}{\partial s} = 0. \tag{4.28}$$

Damit ergibt sich aus der Gl. 4.27 und der lokalen zeitlichen Änderung der Höhe $\frac{\partial gz}{\partial t} = 0$ die Gleichung

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t}. \tag{4.29}$$

Diese Gleichung zeigt, dass die Änderung der Energie y nur von der Änderung des statischen Drucks an einer festen Koordinate abhängt. Diese Druckänderung ist aber bei einer reibungsfreien und inkompressiblen Strömung nur dann möglich, wenn es sich um eine instationäre Strömung handelt.
Dieses umlaufende Druckfeld ist in der Abb. 4.17 dargestellt.

Anhand dieser Abbildung erkennt man auch, dass die Energieübertragung nicht von der Schaufelzahl abhängt, da bei doppelter Schaufelzahl die Druckdifferenz zwischen Vorder- und Rückseite halbiert wird.
Für diese Betrachtungsweise stellt sich das Problem der Minderleistung nicht, es muss nur

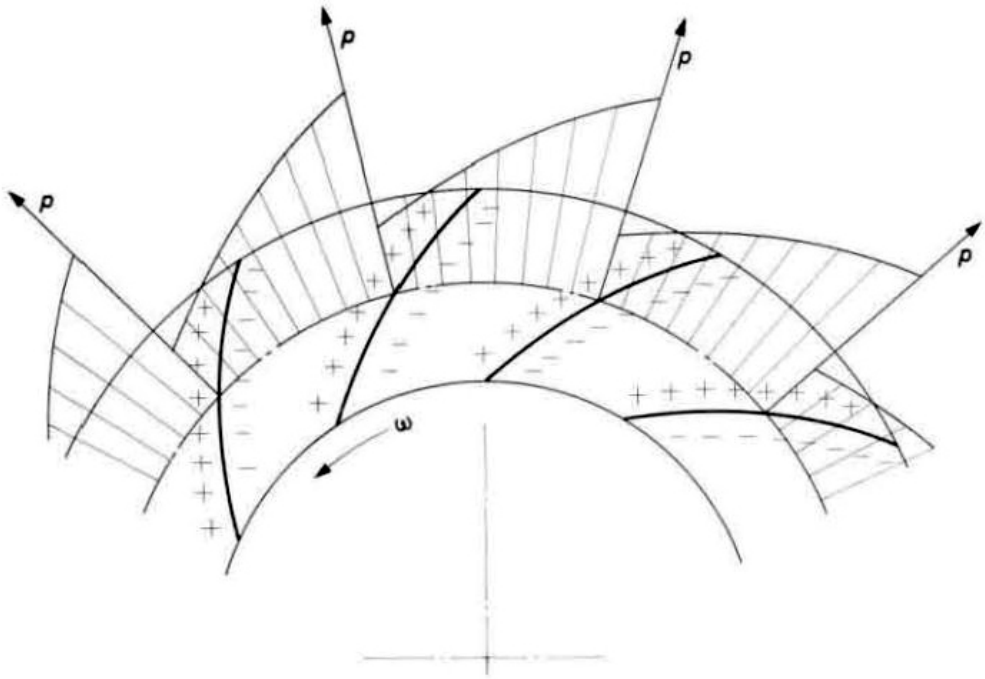

Abbildung 4.17: Mit dem Radialrad umlaufender Druckverlauf [7]

die endliche Schaufeldicke beachtet werden.
Geht man auf die Polarkoordinaten r und ϕ über gilt für den raumfesten Beobachter

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\omega \frac{\partial p}{\partial \phi}. \tag{4.30}$$

Setzt man die Gl. 4.30 in die Gl. 4.29 ein, erhält man:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{\omega}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \phi} \tag{4.31}$$

Setzt man das Kräftegleichgewicht wie in der Abb. 4.18 an, so bekommt man

$$\rho\left(\frac{dc_u}{dt} + \frac{c_m c_u}{r}\right) = -\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \phi}. \tag{4.32}$$

Durch Einsetzen der Gl. 4.32 in die Gl. 4.31 bekommt man

$$\frac{dy}{dt} = \omega\left(r\frac{dc_u}{dt} + c_m c_u\right). \tag{4.33}$$

Setzt man $c_m = \frac{dr}{dt}$ so gilt:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \omega\left(r\frac{dc_u}{dt} + c_u\frac{dr}{dt}\right) \\ dy &= \omega(r dc_u + c_u dr) \\ dy &= \omega d(c_u r) \end{aligned} \tag{4.34}$$

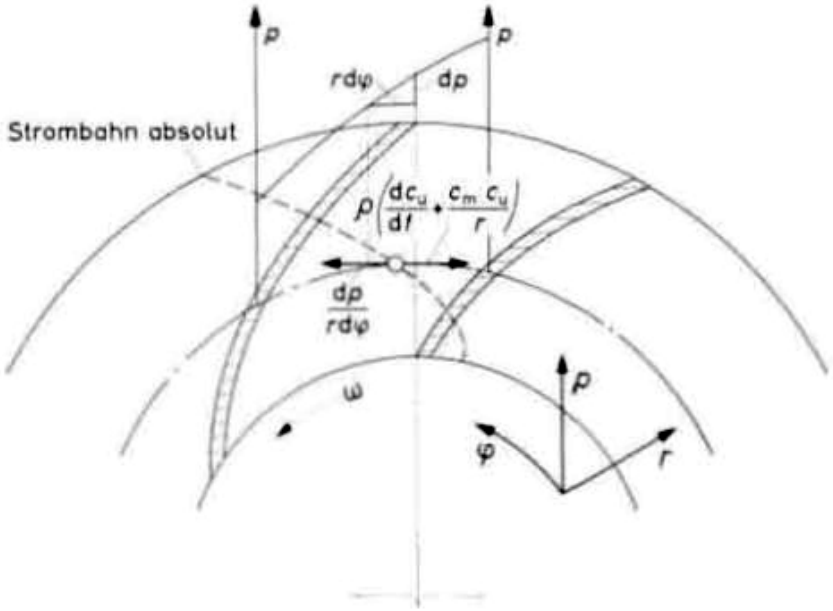

Abbildung 4.18: Kräftgleichgewicht eines Teilchens im Absolutsystem [7]

Die letzte Gleichung zeigt die bereits bekannte Formel der Eulerschen Hauptgleichung in differenzieller Form. Durch Integration ergibt sich dann schließlich

$$\Delta y = \omega(r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2}). \tag{4.35}$$

Für das gesamte Laufrad muss noch über alle Stromfäden integriert werden.
Diese Herleitung ist ein Beweis, dass die Gl. 4.29 die gesamte Energiezunahme enthält und daraus auf alternative Weise die Eulersche Hauptgleichung gewonnen werden kann. Diese Gleichung beinhaltet nur die Änderung des Drucks an einer festen Stelle in Abhängigkeit der Zeit. Dies ist aber nur möglich wenn die Absolutströmung instationär ist.
Im Bericht „Zur Enrgieübertragung in Strömungsmaschinen“ von Schiele O. [7] der für dieses Kapitel verwendet wurde, wird dann noch auf Vorteile dieser Betrachtungsweise eingegangen. Diese weiterführenden Gedanken sind aber nicht Teil dieser Arbeit.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Diplomarbeit war es, die Widersprüche in der Theorie der Strömungsmaschinen aufzuarbeiten und, falls möglich, alternative Betrachtungsweisen aufzuzeigen.

Grundlage dieser Arbeit ist die Geschichte der hydraulischen und thermischen Maschinen. Anhand der Erfindungen und Patente erkennt man, dass bei den hydraulischen Strömungsmaschinen die Pumpe früher als die Turbine entwickelt wurde, bei den thermischen Turbomaschinen war die Entwicklung in der umgekehrten Reihenfolge. Das geht auf die Tatsache zurück, dass die Strömung in einem Verdichter durch die Verzögerung viel schwerer zu beherrschen ist. Die Entwicklungsgrundlage war daher die Dampfturbine. Diese Reihenfolge beeinflusste auch die Theorie der Strömungsmaschinen.

Als Ergebnis der Literatur-Recherche kristallisierten sich einige Werke mit besonders großer Bedeutung für die allgemein anerkannte Theorie im Bereich der hydraulischen und thermodynamischen Grundlagen heraus. Für die hydraulischen Maschinen wurde die Theorie aus dem Buch „Kreiselpumpen“ von Gülich J.F. [6] verwendet.
Bei den thermischen Turbomaschinen bildete das Werk „Thermische Turbomaschinen“ von Traupel W. [13] die Grundlage und für die allgemeine Theorie, die Anspruch erhebt für beide Bereiche gültig zu sein, wurde „Strömungsmaschinen“ von Bohl W. [10] verwendet.

Um die wichtigsten Widersprüche in den weit verbreiteten Theorien übersichtlich gegen über zu stellen werden die bestehenden Konflikte in Tabellen gegenübergestellt. Hier ist vor allem die Literatur nach [10] zu beachten, die Voraussetzungen an die Strömung stellt, die nur hier zu finden sind. Des Weiteren wurde dann noch auf die Unterschiede zwischen den Pumpen und Turbinen eingegangen, die auch in der Literatur der thermischen Turbomaschinen zu finden sind.
Ein großes Potential für Missverständnisse birgt der Begriff der Leistung bei den Strömungsmaschinen. Hier muss zwischen der Turbine und der Pumpe bzw. dem Verdichter

unterschieden werden. Erschwerend kommt hier noch hinzu, dass aus der geschichtlichen Entwicklung bei den hydraulischen Maschinen die Theorie von der Pumpe ausgeht. Bei den thermischen Turbomaschinen war die Turbine der Ausgangspunkt. Dies führt dazu, dass der Leistungsbegriff von der Pumpe bzw. von der thermischen Turbine ausgehend für die andere Maschine übernommen wurde.
Spricht man bei einer Pumpe von einer Leistungssteigerung, wird damit eine Vergrößerung der Förderhöhe verbunden. Bei der thermischen Turbine wird die abgegebene Wellenleistung vergrößert, wenn man von einer Leistungssteigerung spricht.
Der übernommene Leistungbegriff führt zu folgenden Aussagen:
Bei einem abnehmenden Wirkungsgrad einer hydraulischen Turbine muss mehr Fallhöhe anliegen um die gleiche Wellenleistung zu erreichen. Diese Annahme ist nicht falsch, führt aber zu Problemen, da man unter dem Leistungsbegriff einer Turbine die an der Welle abgegebene Leistung versteht.
Bei einem Verdichter muss bei einem niedrigeren Wirkungsgrad mehr Wellenleistung zugeführt werden. Diese Aussage ist wiederum nicht falsch, besser ist aber die Annahme, dass der Verdichter ein geringeres Druckverhältnis liefert.
Diese alternative Betrachtungsweise hat den Vorteil, dass die Auswirkungen eines veränderten Wirkungsgrads klarer ersichtlich sind und dass die Theorie einer Maschine nicht mit Zwang an andere angepasst werden muss nur um eine einheitliche Darstellung zu erhalten.

Ein weiterer Widerspruch in der Theorie der Strömungsmaschinen ist die Voraussetzung der reibungsfreien Strömung wie man es in [10] findet, die in keiner anderen Literatur wie zum Beispiel [6] oder [13] vorkommt. Bei der Pumpe und Turbine wird die theoretische spezifische Stutzenarbeit Y_{th} verwendet, die für die reibungsfreie Strömung gilt. Hier stellt der Index th ein Problem dar, da dieser nur sinnvoll ist, wenn er im Zusammenhang mit der Förderhöhe verwendet wird. Für die spezifische Stutzenarbeit ist es besser den Index sch für Schaufel zu verwenden. Diese spezifische Schaufelarbeit setzt sich additiv aus der auf das Medium übertragenen Energie und der dabei entstehenden Reibungsverluste zusammen. Im idealen Fall wird die Reibung nicht weggelassen, sondern der Anteil an Energie wird ebenfalls in Förderhöhe umgewandelt, wodurch sich die theoretische Förderhöhe ergibt. Die Verwendung von th in Verbindung mit der spezifischen Stutzenarbeit kommt wahrscheinlich aus der durch die Norm vorgegebenen Umstellung der Bezeichnung Förderhöhe.

Auch die Voraussetzung, dass die Strömung schaufelkongruent verlaufen muss, ist nur in [10] zu finden. Für den Übergang auf die reale Strömung wird dann ein Minderleistungsfaktor definiert. Dieser Faktor gilt allgemein am Eintritts- und Austrittsquerschnitt für Pumpen wie auch für Turbinen. In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass diese Verallgemeinerung nicht zulässig ist.
Aufgrund der fest vorgegebenen Zuströmung hat dort die Berücksichtigung der endlichen

Schaufelzahl keinen bedeutenden Einfluss auf die Stutzenarbeit. Dieser Einfluss muss am Austritt der Turbine nicht beachtet werden, da es dort durch die Totraumbildung zu einer Ablenkung der Strömung kommt, die der Minderumlenkung entgegenwirkt.
Für die Pumpe kommt es zu einer stärkeren Ausprägung des Effektes der Minderleistung.

Diese Arbeit behandelt auch die Bedingung der stationären Strömung, die in verschiedenen Büchern vorausgesetzt wird. Im Bericht von Schiele O. [7] wird angegeben, dass eine wirklich stationäre Strömung weder Arbeit aufnehmen noch abgeben kann. Zwei verschiedene Betrachtungsweisen wurden hier verglichen. Einerseits wird die eindimensionale Stromfadentheorie, die durch Leonhard Euler begründet wurde, behandelt. Anschließend wird die zweidimensionale Theorie erläutert, die beweist, dass für eine Änderung der Energie y eine Änderung des Druckes an einer festen Koordinate notwendig ist. Dies ist aber nur möglich wenn es sich um eine instationäre Strömung handelt.

Die in dieser Arbeit angestellten Beobachtungen und Verbesserungsvorschläge sollen eine Ergänzung zur klassischen Theorie darstellen. Durch die alternative Herangehensweise in manchen Bereichen sollen die Unterschiede und die Probleme beim Übergang zwischen den verschiedenen Gebieten reduziert werden.

Literaturverzeichnis

[1] Stodola A. *Dampf- und Gasturbinen.* Springer, 1922.

[2] Pfleiderer C. *Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase.* Springer, 1955.

[3] Pfleiderer C. and Petermann H. *Strömungsmaschinen.* Klassiker der Technik. Springer, 2004.

[4] Marcinowski H. *Energieumsetzung in hydraulischen Strömungsmaschinen, Zur Klärung der Begriffe Laufradarbeit, Förderhöhe und Fallhöhe, Technische Hochschule Karlsruhe.* Mitteilungen des Instituts für Strömungslehre und Strömungsmaschinen Heft 3 Dezember. G.Braun, 1965.

[5] Stoff H. *Wie der axiale Turboverdichter laufen lernte.* Lehrstuhl für Fluidenergiemaschinen. Ruhr-Universität Bochum, 2005.

[6] Gülich J.F. *Kreiselpumpen: Handbuch für Entwicklung, Anlagenplanung und Betrieb.* Springer, 2004.

[7] Schiele O. *Zur Energieübertragung in Strömungsmaschinen.* Jubiläums-Seminar zum 80. Lebensjahr von Herr Professor Dr.-Ing. e.h. Kurt von Sanden, Technische Hochschule Karlsruhe. KSB Technische Berichte, 1965.

[8] Willinger R. *Thermische Turbomaschinen: Skriptum zur Vorlesung.* Technische Universität Wien, 2008.

[9] Hetzer T. *Exakte Berechnung der Minderleistung für allgemeine Radialräder mit einfach gekrümmten Schaufeln.* VDI-Berichte Nr.2112, 2010.

[10] Bohl W. and Elmendorf W. *Strömungsmaschinen: Aufbau und Wirkungsweise.* Kamprath-Reihe Kompaktlehrbuch Technik. Vogel, 2004.

[11] Fister W. *Fluidenergiemaschinen.* Fluidenergiemaschinen Bd. 1. Springer, 1984.

[12] Traupel W. *Die Entwicklung der Theorie thermischer Turbomaschinen.* Antrittsvorlesung ETH. Schweizerische Bauzeitung, 1954.

[13] Traupel W. *Thermische Turbomaschinen: Thermodynamisch-strömungstechnische Berechnung*. Thermische Turbomaschinen. Springer, 1977.