



DIPLOMARBEIT

# **Simulation der Strömung in einem axialen Turbinengitter bei sub- und transsonischen Bedingungen**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger  
und  
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Pouya Ghaffari, BSc

Institut für Energietechnik und Thermodynamik (E302)  
Forschungsbereich für Strömungsmaschinen

eingereicht an der Technischen Universität Wien

**Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften**

von

Lukas Waldner, BSc  
Matr.Nr. 1026435  
Pachmanngasse 23/2/15, 1140 Wien

Wien, am 21. September 2015

.....  
(Lukas Waldner)

*“Essentially, all models are wrong,  
but some are useful.”*

---

(George E. P. Box, 1919 - 2013)

# Vorwort

Großen Dank möchte ich an Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger aussprechen, der mich durch seine leidenschaftlichen Vorträge in seinen Vorlesungen für sein Fachgebiet begeistern konnte und mich beim Verfassen dieser Arbeit exzellent betreut hat. Ich möchte Herrn Willinger ebenso für die interessante und angenehme Zusammenarbeit in den letzten eineinhalb Jahren danken und wünsche uns diese auch für die Zukunft.

Besonderer Dank gebührt auch allen Projektassistenten des Forschungsbereiches für Strömungsmaschinen am Institut für Energietechnik und Thermodynamik für das freundliche Arbeitsklima. Hervorheben möchte ich dabei meinen Zweitbetreuer Dipl.-Ing. Pouya Ghaffari, BSc und die Herren Dipl.-Ing. Markus Lenarcic, Dipl.-Ing. Markus Eichhorn und Dipl.-Ing. Richard Pichler, welche mich durch viele Tipps und anregende Diskussionen bei meiner Arbeit sehr unterstützt haben.

Meinen Eltern, meiner Familie und meiner Freundin Anna danke ich ganz besonders für die große Unterstützung im Laufe meines Studiums.

# Kurzfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der numerischen Simulation der Strömung durch ein axiales Turbinengitter bei unter- und überkritischer Expansion. Dabei werden, ausgehend von Überlegungen zum Einsatz von sog. transsonischen Turbomaschinen, die theoretischen Grundlagen zu schallnahen und Überschall-Strömungen durch Turbinengitter in Thermischen Turbomaschinen behandelt. Die Eigenschaften transitionaler Strömungen werden diskutiert und verschiedene Erscheinungsformen der Transition gelistet. Anschließend folgt eine Beschreibung der verwendeten Schaufelgeometrie, sowie der angewandten Methodik zur Modellbildung, zur numerischen Simulation und zur Analyse der Strömung durch eine rein konvergente Schaufelreihe bei sub- und transsonischen Bedingungen. Es werden Vergleiche zwischen Messungen und Rechnungen mit verschiedenen Turbulenzmodellen bzw. Transitionsmodellen angestellt. Zusätzlich dazu werden den Simulationsergebnissen eindimensionale, analytische Theorien zur Berechnung des Abströmwinkels hinter dem Gitter gegenübergestellt. Die Konturplots zur Machzahl- und Druck-Verteilung, sowie numerische Schlierenbilder, zeigen die Entwicklung des Strömungsbildes bei veränderten Randbedingungen. Abschließend werden die Ergebnisse zusammengefasst und Empfehlungen für nachfolgende Arbeiten gegeben.

# Abstract

This thesis makes the numerical simulation of the flow in an axial turbine cascade at subsonic and transonic conditions a subject of discussion. Beginning with ideas concerning the use of so called transonic turbomachines, theoretical principles of sonic and transonic flows through turbine cascades are approached. The characteristics of transitional flows are discussed and different modes of transition are listed. A description of the used blade geometry, as well as one of the applied methodologies for modelling, for numerical simulation and for the analysis of the flow through a converging turbine nozzle at subsonic and transonic conditions is provided afterwards. Comparisons between measurements and calculations with varying turbulence models resp. models for transition are drawn. One-dimensional, analytical theories for the calculation of the flow angle downstream of the cascade are collated with the results of simulations additionally. Contour plots for Mach number and pressure distribution together with numerical Schlieren images show the evolution of the flow at different boundary conditions. As a last point conclusions and recommendations for future work are made.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Formel- und Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1 Transsonische Strömungen in Turbinengittern . . . . .	4
2.1.1 Blockage-Machzahl . . . . .	4
2.1.2 Strahlablenkung . . . . .	6
2.1.3 Stoßsysteme . . . . .	8
2.2 Transitionale Strömungen in Turbomaschinen . . . . .	11
<b>3 Allgemeines</b>	<b>14</b>
3.1 Profilgeometrie und Gitter . . . . .	14
3.2 Stoffwerte . . . . .	20
3.3 Numerische Methodik . . . . .	20
3.3.1 Turbulenzmodelle . . . . .	20
3.3.2 Allgemeine Randbedingungen . . . . .	20
3.3.3 Diskretisierungsverfahren und Solver . . . . .	21
3.3.4 Unterdrückung von Reflexionen . . . . .	22
3.4 Numerisches Schlierenbild . . . . .	23
3.5 Verfahren zur Teilungsmittelung . . . . .	24
3.5.1 Flächenmittelung . . . . .	24
3.5.2 Massenmittelung . . . . .	25

<b>4</b>	<b>Subsonischer Fall</b>	<b>26</b>
4.1	Versuch am IET . . . . .	26
4.2	Numerische Simulation . . . . .	27
4.2.1	Randbedingungen . . . . .	27
4.2.2	Nachlauf . . . . .	27
4.2.3	Profildruckverlauf . . . . .	32
4.2.4	Beschleunigungsparameter . . . . .	32
4.2.5	Teilungsgemittelte Größen . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Transsonische Fälle</b>	<b>35</b>
5.1	Versuche von Perdicizzi und Dossena . . . . .	35
5.2	Numerische Simulation . . . . .	36
5.2.1	Randbedingungen . . . . .	36
5.2.2	Nachlauf und Strömungsbild . . . . .	37
5.2.3	Isentrope Machzahl-Verläufe . . . . .	42
5.2.4	Teilungsgemittelte Größen . . . . .	45
5.2.5	Serie der Konturplots . . . . .	50
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>62</b>
6.1	Ergebnisse . . . . .	62
6.2	Empfehlungen für weitere Arbeiten . . . . .	63
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>64</b>
	<b>Anhang A</b>	<b>66</b>
A.1	Teilungsgemittelte Ergebnisse für die transsonischen Fälle . . . . .	66
A.2	User Defined Function . . . . .	71
A.3	Profilkoordinaten . . . . .	72

# Formel- und Abkürzungsverzeichnis

## Lateinische Formelzeichen

Symbol	Beschreibung	Einheit
$A$	Mündungsweite	m
$a$	Schallgeschwindigkeit	m/s
$C$	Hilfsgröße	-
$C_p$	Druckkoeffizient	-
$c$	Geschwindigkeit im Absolutsystem bzw. Sehnenlänge	m/s bzw. m
$c_{pL}$	spez. isobare Wärmekapazität v. Luft	J/(kg K)
$c_x$	axiale Sehnenlänge	m
$\mathbf{D}$	Dehnratentensor	1/s
$d$	Bohrungsabstand d. Dreilochsonde	m
$E$	Ablösepunkt	-
$\vec{e}$	Einheitsvektor	-
$i$	Inzidenzwinkel	°
$K$	Beschleunigungsparameter	-
$K_{grad}$	dimensionsloser Totaldruckgradient	-
$k$	turbulente kin. Energie	J/kg
$l_t$	turbulentes Längenmaß	m
$M_L$	molekulare Masse v. Luft	kg/mol
$Ma$	Machzahl	-
$\dot{m}$	Massenstrom pro Längeneinheit	kg/(s m)
$n$	Exponent	-
$p$	Druck	Pa
$R$	Gaskonstante bzw. Rekomppressionspunkt	J/(kg K) bzw. -
$Re$	Reynoldszahl	-
$r$	Radius	m
$T$	Temperatur	K
$Tu$	Turbulenzgrad	-
$t$	Teilung bzw. Zeit	m bzw. s
$w$	Geschwindigkeit im Relativsystem	m/s
$w_\delta$	Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht	m/s

Symbol	Beschreibung	Einheit
$x$	x-Koordinate	m
$x_c$	Sehnenkoordinate	m
$x_s$	Kurvenlänge	m
$y$	y-Koordinate	m
$y_c$	Koordinate normal zur Sehnenlänge	m
$y^+$	dimensionsloser Wandabstand	-

## Griechische Formelzeichen

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\beta$	relativer Strömungswinkel	°
$\gamma$	Staffelungswinkel	°
$\Delta$	Differenz	-
$\Delta\epsilon$	Korrekturwinkel	°
$\delta$	Strahlablenkungswinkel	°
$\delta_V$	Verdrängungsgrenzschichtdicke	m
$\delta^{**}$	Impulsverlust-Grenzschichtdicke	m
$\epsilon$	turb. Dissipationsrate	J/(kg s)
$\zeta_t$	Totaldruckverlustkoeffizient	-
$\eta$	linksläufige Charakteristik bzw. dynamische Viskosität	- bzw. kg/(m s)
$\vartheta$	Temperatur	°C
$\kappa$	Isentropenexponent	-
$\lambda$	Arbeitszahl	-
$\lambda_L$	thermische Leitfähigkeit v. Luft	W/(m K)
$\nu$	kinematische Viskosität	m <sup>2</sup> /s
$\xi$	rechtsläufige Charakteristik	-
$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
$\phi$	massengemittelte Größe	-
$\psi$	flächengemittelte Größe	-
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit bzw. spez. turbulente Dissipation	1/s
$\omega_t$	Totaldruckverhältnis	-

## Häufige Indizes

Symbol	Beschreibung
$+$	komplementäre Größe (hochgestellt)
$'$	Druckseite (hochgestellt)
$''$	Saugseite (hochgestellt)
$0$	Referenz-Zustand
$1$	Zustand in der Zuströmung
$2$	Zustand in der Abströmung
$a$	Zustand im engsten Querschnitt bzw. außen
$B$	Blockage
$c$	Größe im Absolutsystem
$eff$	effektiv
$G$	Grenzdruck
$grad$	Gradient
$i$	innen bzw. am Punkt $i$
$is$	isentrop
$k$ bzw. $krit$	kritisch
$L$	Luft
$m$	Meridiankomponente
$M$	Mess-Größe
$N$	Nenn-Größe
$t$	total
$u$	Umfangskomponente
$w$	Größe im Relativsystem

## Abkürzungsverzeichnis

Symbol	Beschreibung
AUSM	Advection Upstream Splitting Method
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
DS	Druckseite
FDS	Flux Difference Splitting
IET	Institut für Energietechnik und Thermodynamik
LES	Large Eddy Simulation
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SOU	Second Order Upwind
SS	Saugseite
SST	Shear Stress Transport
TTM	Thermische Turbomaschinen
TVD	Total Variation Diminishing

# Kapitel 1

## Einleitung

Numerische Strömungssimulationen (CFD, Computational Fluid Dynamics) sind aus den Ingenieurwissenschaften nicht mehr wegzudenkende Hilfsmittel, welche erlauben, Aussagen über Strömungen, komplementär zu experimentellen Methoden, zu tätigen. Die Auslegung und Nachrechnung von Thermischen Turbomaschinen (TTM) nimmt hier im Maschinenbau einen besonderen Platz ein, da der Einsatz dieser Herangehensweise stetig an Wichtigkeit gewinnt. Neben der Verwendung von RANS-Modellen (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) werden mittlerweile feinskaligere und komplexere Methoden wie beispielsweise LES (Large Eddy Simulation) bis hin zur DNS (Direct Numerical Simulation) angewandt, um Strömungen in Turbomaschinen zu untersuchen. Die Simulation von Strömungen bei hohen Machzahlen, welche stark von Kompressibilitätseffekten wie Verdichtungsstößen oder Expansionswellen beeinflusst werden, stellt hohe Anforderungen an die verwendeten numerischen Methoden und die generierten Rechengitter. Verdichtungsstöße besitzen irreversiblen Charakter, da sie die Entropie des Mediums erhöhen und daher Verluste in der Strömung verursachen. Somit ergibt sich die Frage wann und weshalb es nötig bzw. sogar sinnvoll ist, Thermische Turbomaschinen in Schallnähe bzw. bei Überschall zu betreiben, was im Folgenden diskutiert werden soll.

### Gründe für das Auftreten von Überschallströmungen in TTM

Zur Argumentation gehen wir von der Definition der Machzahl eines idealen Gases im Relativ- bzw. Absolutsystem,

$$Ma_w = \frac{w}{a} = \frac{w}{\sqrt{\kappa RT}} \quad \text{bzw.} \quad Ma_c = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{\kappa RT}}, \quad (1.1)$$

aus. Daraus kann gefolgert werden, dass das Auftreten von hohen Machzahlen in einer Thermischen Turbomaschine durch

- das Verwenden von hochmolekularen bzw. schweren Gasen im Prozess (niedriges  $\kappa R$ ),
- den Betrieb bei niedrigen Temperaturen oder
- das Vorhandensein hoher Geschwindigkeiten  $w$  (bzw.  $c$ )

hervorgerufen werden kann. Trotz der bereits erwähnten Tatsache, dass es in Strömungen bei hohen Machzahlen häufig zum Auftreten von Verdichtungsstößen kommen kann, ergeben sich folgende Vorteile bzw. Notwendigkeiten:

Es ist beispielsweise möglich durch den Betrieb bei hohen Geschwindigkeiten eine Reduzierung der Stufenzahl durch erhöhten Massenstrom und hohe Arbeitszahlen  $\lambda$  zu erreichen. Dies wird beispielsweise bei *Regelstufen von Dampfturbinen* gewünscht, um deren Baugröße zu beschränken und ein hohes Stufengefälle zu verarbeiten.

Ein weiterer Vertreter der sog. transsonischen Turbomaschinen ist bei gewissen Betriebszuständen der Fan eines *Mantelstromtriebwerkes*. Da in der modernen zivilen Luftfahrt Reise-Machzahlen von ca. 0,8 und höher üblich sind, ist die Zuströmung zum Triebwerk bereits im Schallnahen Bereich angesiedelt. Da sich die Zuströmgeschwindigkeit im mitdrehenden Koordinatensystem  $\vec{w}_1$  aus einer Überlagerung einer meridionalen ( $w_{m1}$ ) und einer Umfangs-Geschwindigkeitskomponente ( $u(r) = r\omega$ ) zusammensetzt, variiert die Machzahl über die relativ große Schauffellänge, was zu einem nahezu linearen Machzahlverlauf in der Zuströmung führt. Daher ist es häufig der Fall, dass es an den Schaufelendbereichen von Turbofans zu Überschallströmungen kommt (siehe Abb. 1.1).

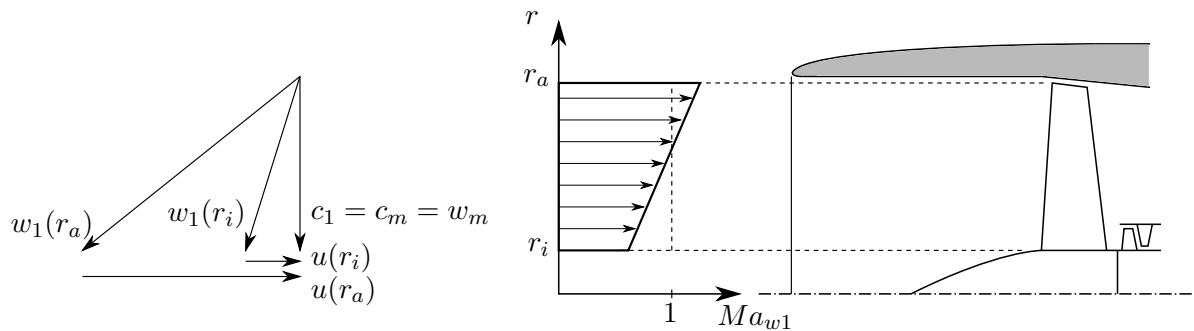


Abbildung 1.1: Skizze zu den Strömungsverhältnissen am Einlauf eines Mantelstromtriebwerkes nach Böls und Suter [3]; links: Geschwindigkeitsdreiecke; rechts: Machzahlverlauf über dem Radius

Auch Endstufen von *Kondensationsdampfturbinen* weisen durch ihre großen Abmessungen in Verbindung mit moderaten Dampftemperaturen die Tendenz zu hohen Machzahlen auf. Somit ist es auch hier Aufgabe bei der Auslegung Rücksicht auf die Erfordernisse von transsonischen Strömungen zu nehmen und geeignete Maßnahmen bei der Auswahl der Profil- und Schaufelgeometrien zu treffen (siehe Weiss [18]).

Als weitere Vertreter der transsonischen Turbomaschinen können auch noch

- *Verdichter von Strahltriebwerken,*
- *Industriegasturbinen,*
- *Industrie-Axialverdichter* und
- *Radialverdichter*

genannt werden, bei denen es ebenso zu Überschallströmungen kommen kann (siehe Böls und Suter [3]).



# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die für diese Arbeit wichtigen Strömungsphänomene. Die Aussagen beziehen sich hauptsächlich auf den Fall der axialen Turbinenstufe.

### 2.1 Transsonische Strömungen in Turbinengittern

Je nach Machzahl kann man Strömungen in

- subsonische ( $Ma < 1$ ),
- sonische ( $Ma = 1$ ) und
- supersonische Strömungen ( $Ma > 1$ )

unterteilen. Der Begriff „transsonisch“ charakterisiert eine Strömung, in welcher alle drei vorher genannten Strömungszustände vorherrschen, weshalb ein Turbinengitter, welches eine Strömung von sub- auf supersonische Geschwindigkeiten beschleunigt, als transsonisch zu bezeichnen ist.

Im Folgenden wird auf die Unterscheidung zwischen Machzahl im Relativ- und Absolutsystem verzichtet und nur mehr die Bezeichnung  $Ma$  verwendet. Somit gelten alle Betrachtungen in einem ruhenden Koordinatensystem bezüglich des Schaufelgitters. Die Bezeichnungsmethodik für die Bilanzebenen ist in Abb. 2.1 dargestellt. Der Index 1 kennzeichnet stets den Zustand vor, der Index 2 nach dem Turbinengitter. Der Zustand  $a$  herrscht im Mündungsquerschnitt des Schaufelkanals, welcher in einem rein konvergenten Schaufelkanal mit dem engsten Querschnitt im Kanal zusammenfällt.

#### 2.1.1 Blockage-Machzahl

Die Blockage-Machzahl  $Ma_{1B}$  ist jene Machzahl, ab der ein Turbinengitter sperrt und somit kein höherer reduzierter Massenstrom durch das Gitter hindurchtreten kann, da im

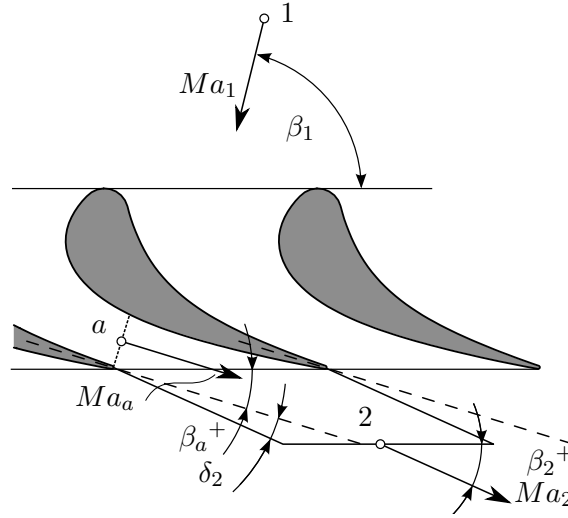


Abbildung 2.1: Skizze zur Bezeichnungsmethodik und Strahlablenkung

engsten Querschnitt (Zustand  $a$ ) Schallgeschwindigkeit erreicht wird. Bei einer rein konvergenten Schaufelanordnung, wie jener in Abb. 2.1, ist der Massenstrom pro Längeneinheit im Mündungsquerschnitt begrenzt mit

$$\dot{m}_a = a_a \rho_a A_{eff}, \quad (2.1)$$

wobei die effektive Mündungsweite mit der gesamten Verdrängungsgrenzschichtdicke  $\delta_V$  und dem Totaldruckverhältnis  $\omega_t = p_{ta}/p_{t1}$  korrigiert werden muss (siehe Bölcs und Suter [3]), sprich

$$A_{eff} = A_a \omega_t - \delta_V. \quad (2.2)$$

Der gleiche Massenstrom muss auch in das Gitter eintreten, weshalb sich mit

$$\dot{m}_1 = w_1 \rho_1 t \sin(\beta_1) \quad (2.3)$$

die Abhängigkeit

$$\sin(\beta_1) = \frac{a_a \rho_a A_{eff}}{w_1 \rho_1 t} \quad (2.4)$$

zwischen Zustandsgrößen, Geometrie und Eintrittswinkel ergibt. Diese kann durch die gasdynamischen Beziehungen in eine implizite, stark nichtlineare Gleichung für die Blockage-Machzahl überführt werden und in der Form

$$\sin(\beta_1) = \frac{A_{eff}}{t} \frac{1}{Ma_{1B}} \left[ 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} (Ma_{1B}^2 - 1) \right]^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}} \quad (2.5)$$

dargestellt und iterativ gelöst werden. Somit ist die Blockage-Machzahl in Abhängigkeit des Eintrittswinkel bzw. des Inzidenzwinkels  $i = \beta_{1N} - \beta_1$  als Abweichung zum Nenn-Eintrittswinkel  $\beta_{1N}$ , bestimmbar (siehe Bölcs und Suter [3]). Ergebnisse zu dieser Rechnung und eine Gegenüberstellung mit den später angeführten numerischen Ergebnissen sind in Abb. 5.12 in Kap. 5 dargestellt.

### 2.1.2 Strahlablenkung

Um eine Strömung auf Überschall zu beschleunigen, muss das Druckverhältnis  $p_2/p_{t1}$  unter dem kritischen Wert liegen, bei dem erstmals Schallgeschwindigkeit im engsten Querschnitt auftritt. Bei einer isentropen Beschleunigung tritt dieser bei

$$\left(\frac{p}{p_t}\right)_k = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2\right)^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad \text{mit } Ma = 1 \quad (2.6)$$

auf. Für ein ideales Gas mit  $\kappa = 1,4$  liegt dieser Wert bei 0,5282818. Will man die Strömung weiter beschleunigen, ohne irreversible Verdichtungsstöße hervorzurufen, muss eine konvergent/divergente Schaufelanordnung vorgesehen werden, bei der die Strömung ähnlich einer Lavaldüse auf Überschallgeschwindigkeit beschleunigt wird. Die Geometrie kann jedoch nur für den Auslegungsfall optimal gestaltet werden, denn beim Betrieb bei einem von  $(p_2/p_{t1})_k$  abweichenden Druckverhältnis liegt ein über- bzw. unterexpandierter Zustand vor (vergl. Strömung in einer Lavaldüse in Kuhlmann [10]).

Beim Betrieb bei überkritischen Bedingungen erfährt die Strömung am Austritt aus dem Schaufelkanal eine Umlenkung infolge der Nachexpansion (siehe Willinger [20]). Die dadurch resultierende sog. Strahlablenkung bezeichnet die Winkelabweichung  $\delta_2$  vom Austrittswinkel aus dem Schaufelkanal  $\beta_a^+$ . Die Vorhersage des Abströmwinkels ist für die Auslegung von Turbomaschinen von großer Bedeutung, weshalb sich der folgende Abschn. mit den dazu entwickelten analytischen Methoden beschäftigt. Es wird dabei der Schwerpunkt auf Schaufelgitter mit rein konvergentem Kanal gesetzt.

#### Sinusregel

Aus der Massenbilanz für eine Zustandsänderung von  $a$  nach 2 erhält man analog zu Gl. 2.4

$$\sin(\beta_2^+) = \frac{w_a \rho_a}{w_2 \rho_2} \frac{A_{eff}}{t}. \quad (2.7)$$

Herrscht in  $a$  Schallgeschwindigkeit ( $w_a = a_a$ ), gilt für die sog. Stromdichte näherungsweise

$$a_a \rho_a \approx w_2 \rho_2, \quad (2.8)$$

da diese bei  $Ma = 1$  ein Maximum besitzt, womit sich die Stromdichte in Schallnähe nur wenig ändert. Dies führt zur klassischen Sinusregel,

$$\sin(\beta_2^+) = \frac{A_{eff}}{t}, \quad (2.9)$$

welche in Schallnähe (führ eine eindimensionale Strömung) exakt gilt (vergl. Traupel [16]).

#### Theorien nach Baer und Gretler

Es existieren eine Reihe von theoretischen Modellen, welche in ihrer Komplexität variieren. Eine Übersicht dazu gibt Perissutti [14], wobei zwei Verfahren durch ihre Einfachheit in dieser Arbeit angewandt wurden:

- Verfahren nach Gretler

- Verfahren nach Baer

Beide Rechenmethoden haben gemein, dass es sich um explizite, eindimensionale Verfahren handelt.

Das Verfahren nach **Gretler** berücksichtigt laut Perissutti [14] Verluste und ähnelt in seinen Ergebnissen stark dem in Traupel [16] erwähnten Verfahren. Der Ablenkwinkel berechnet sich danach aus

$$\tan(\delta_2) = -\frac{1}{\kappa-1} \frac{p_2}{p_a} \frac{1}{Ma_a^2 C} \cot(\beta_a^+) + \sqrt{\left(\frac{1}{\kappa-1} \frac{p_2}{p_a} \frac{1}{Ma_a^2 C} \cot(\beta_a^+)\right)^2 - 1 + \frac{1}{C^2} - \frac{2}{\kappa-1} \frac{1}{Ma_a^2 C^2} \left(\frac{p_2}{p_a} C - 1\right)}, \quad (2.10)$$

wobei die Hilfsgröße

$$C = 1 + \frac{1}{\kappa Ma_a^2} \left(1 - \frac{p_2}{p_a}\right) \quad (2.11)$$

ist.

**Baer** entwickelte laut Perissutti [14] eine verlustfreie Methode. Die Strahlablenkung folgt hier zu

$$\sin(\delta_2 + \beta_a^+) = \sin(\beta_2^+) = \left[ \sqrt{\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{2}{\kappa-1}} \frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \sqrt{\left(\frac{p_2}{p_{t1}}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_{t1}}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \right]^{-1} \sin(\beta_a^+). \quad (2.12)$$

### Abström-Machzahl

Aus der Massenbilanz für eine Schaufelpassage,

$$\dot{m} = Ma_a a_a \rho_a \sin(\beta_a^+) = Ma_2 a_2 \rho_2 \sin(\beta_2^+), \quad (2.13)$$

erhält man über die bereits bekannten Abströmwinkel  $\beta_2^+ = \delta_2 + \beta_a^+$  die Abström-Machzahl

$$Ma_2 = Ma_a \frac{\sin(\beta_a^+)}{\sin(\delta_2 + \beta_a^+)} \frac{a_a}{a_2} \frac{\rho_a}{\rho_2}. \quad (2.14)$$

Für eine rein konvergente Schaufelpassage ist  $Ma_a = 1$ . Mittels gasdynamischer Beziehungen folgt

$$Ma_2 = Ma_a \frac{\sin(\beta_a^+)}{\sin(\delta_2 + \beta_a^+)} \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (2.15)$$

Da das Verfahren nach Baer verlustfreie Strömung als Annahme zugrundelegt, liefert dieses

gleiche Abström-Machzahlen wie sie mit

$$Ma_2 = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_{t1}} \right)^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (2.16)$$

direkt aus der Gasdynamik folgen würden. Hervorzuheben ist, dass der Winkel  $\beta_a^+$  nicht der Düsenneigungswinkel, sondern der mit der Sinusregel (Gl. 2.9) berechnete Winkel ist.

Ergebnisse dieser Berechnungen mit

- einem Abströmwinkel aus dem Schaufelkanal  $\beta_a^+ = \arcsin(10,25/40,296) = 14,736^\circ$ ,
- einer rein konvergenter Schaufelpassage ( $Ma_a = 1$ ) und
- einem idealen Gas mit einem Isentropenexponent von  $\kappa = 1,4$

befinden sich, verglichen mit numerischen Ergebnissen, in Abb. 5.14 bis 5.18 in Kap. 5.

### 2.1.3 Stoßsysteme

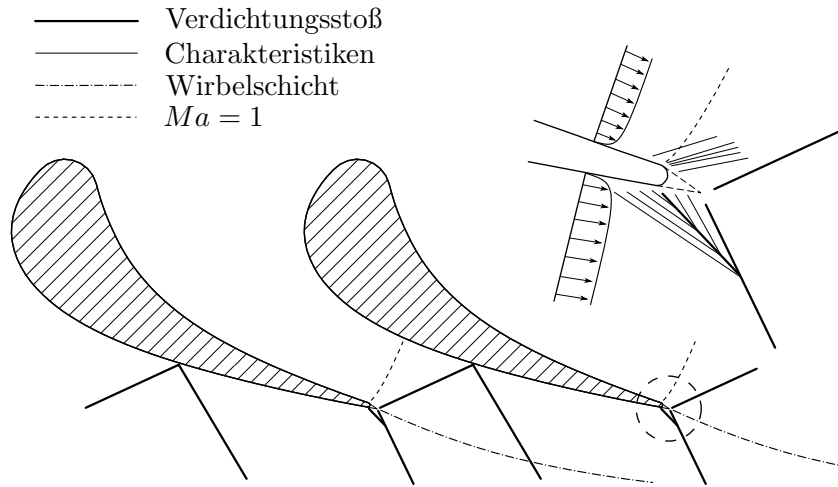


Abbildung 2.2: Skizze zu den Stoßsystemen in einem überkritisch betriebenen, rein konvergenten Turbinengitter

#### Hinterkantenströmung

Bei transsonischen Strömungen durch Turbinengitter können sich, wie bereits erwähnt, Systeme von schiefen Verdichtungsstößen ausbilden. Um deren Ursachen genauer betrachten zu können, müssen die Strömungsverhältnisse an der Schaufelhinterkante eines Turbinenprofils genauer betrachtet werden. Abbildung 2.2 zeigt eine Skizze zu den hier auftretenden Strömungsverhältnissen. Es zeigt sich, dass sich durch die endliche Hinterkantendicke ( $2r$ )

ein keilförmiges Totwassergebiet ausbildet. Die Grenzschichten an Saug- und Druckseite folgen der Krümmung um die Hinterkante bis zu deren jeweiligen Ablösepunkten ( $E''$  bzw.  $E'$ ). Am Ende des Totwassergebietes vereinigen sich die Strömung von Saug- und Druckseite, was den Rekompansionspunkt  $R$  kennzeichnet (siehe Abb. 2.3).

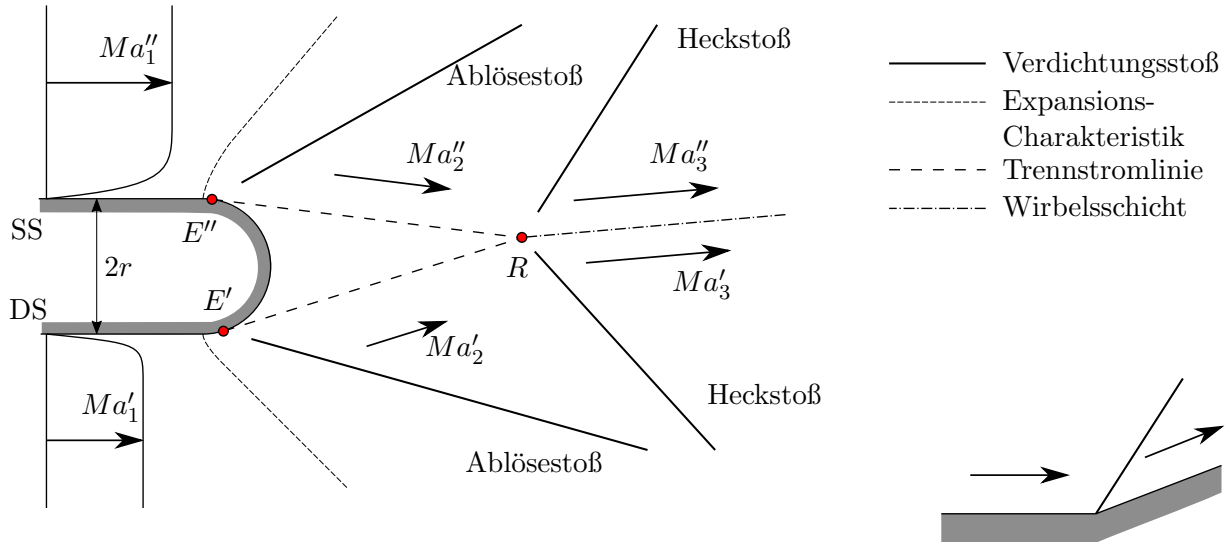


Abbildung 2.3: Skizze zu den Strömungsverhältnissen an der Hinterkante eines Turbinengitters bei Überschallabströmung nach Böls und Suter [3]

### Ablösestoß

Am Übergang zwischen dem annähernd geraden Abschnitt und dem Halbkreis der Hinterkante wird das Medium, ähnlich einer Prandtl-Meyer-Expansion, um die Kante beschleunigt. Durch das Vorhandensein von Wandgrenzschichten, d.h. Schichten mit unterschiedlicher Entropie, Totaldruck und Geschwindigkeit bei näherungsweise gleichem statischen Druck, bilden sich die Charakteristiken in gekrümmter Form aus (siehe Abb. 2.4). Expansionswellen, welche sich ausgehend von Gebieten höherer in Gebiete mit niedrigerer Machzahl ausbreiten, werden im Bereich  $Ma < \sqrt{2}$  als Kompressionswellen reflektiert, welche Ursache für das Auftreten des sog. Ablösestoßes sind (vergl. Böls und Suter [3]). Dieser breitet sich somit vom Ablösepunkt  $E''$  an der Saugseite (SS) bzw. von  $E'$  an der Druckseite (DS) aus und kann sich häufig mit dem Hauptstoß, dem Heckstoß, vereinigen.

### Heckstoß

Die beiden Heckstöße gehen in gedachter Verlängerung vom Rekompansionspunkt  $R$  aus. Grund für das Auftreten dieser Stöße ist die zwangsweise Umlenkung beim Zusammentreffen der zwei Teilströmungen am Rekompansionspunkt, vergleichbar mit der Umströmung einer Rampe (siehe Abb. 2.3 rechts unten). Durch die niedrigen Machzahlen im Nachlauf der Grenzschichten enden auch die Heckstöße vor dem Rekompansionspunkt  $R$  und gehen in Machlinien über. Ab  $R$  werden die beiden Strömungen durch eine Wirbelsschicht getrennt, in der sich ein hoher Geschwindigkeitsgradient ergibt. Bei gewissen Strömungszuständen können an diesen auch weitere Reflexionen von Verdichtungsstößen hervorgerufen werden (Böls und Suter [3]).

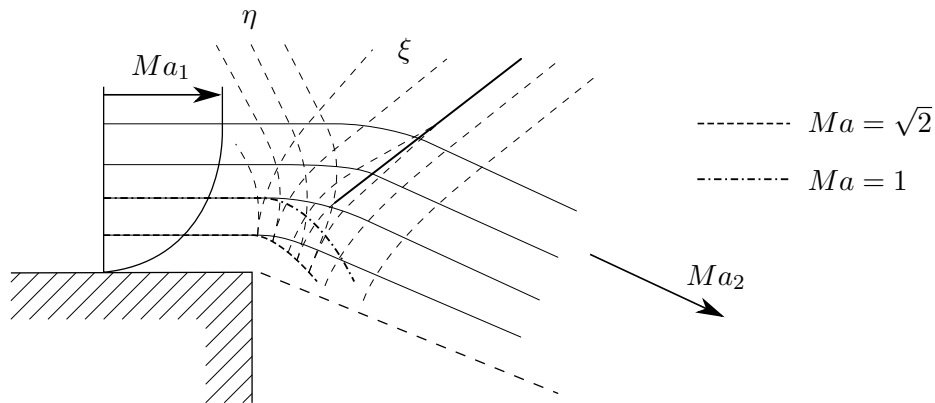


Abbildung 2.4: Skizze zum Ablösestoß an einer scharfen Hinterkante nach Böls und Suter [3]

### Ablösungen

Ähnliche Auswirkungen haben auch vorzeitige Ablösungen auf die Strömung, da sie ähnliche Merkmale wie eine Keilumströmung aufweisen. Trifft ein Verdichtungsstoß auf eine Wandgrenzschicht, führt dies allgemein zum Aufdicken der Grenzschicht bzw. sogar zu deren Ablösen, was auf die Außenströmung ebenso wie eine Kontraktion wirkt (Böls und Suter [3]).

### Reflexion eines Verdichtungsstoßes

Ein schiefer Verdichtungsstoß kann an einer Wand reflektiert werden, wobei dieser wiederum mit der Wandgrenzschicht interagiert. Da in der Grenzschicht zwangsweise ein Unterschallgebiet enthalten ist, kann sich die Drucksteigerung bis vor den Verdichtungsstoß ausbreiten, was Ursache für einen verschmierten Druckanstieg direkt an der Wand ist. Bildet sich durch den Verdichtungsstoß eine Ablöseblase aus, kann an deren Ende ebenso ein zweiter Stoß auftreten (Böls und Suter [3]).

### Grenzdruckverhältnis

Das Grenzdruckverhältnis ist laut Böls und Suter [3] jenes Druckverhältnis  $(p_2/p_{t1})_G$ , bei dem ein Verdichtungsstoß erstmalig die Hinterkanten zweier Nachbarprofile verbindet und daher die Axialkomponente der Machzahl hinter dem Gitter mit  $Ma_{2m} = 1$  begrenzt ist. Man spricht hier vom Grenzlastzustand. Die Strömung im Gitter wird bei weiterem Absenken des Druckverhältnisses nicht mehr beeinflusst (wenn kein radiales Aufweiten des Strahles möglich ist). Eine Skizze hierzu zeigt Abb. 2.5.

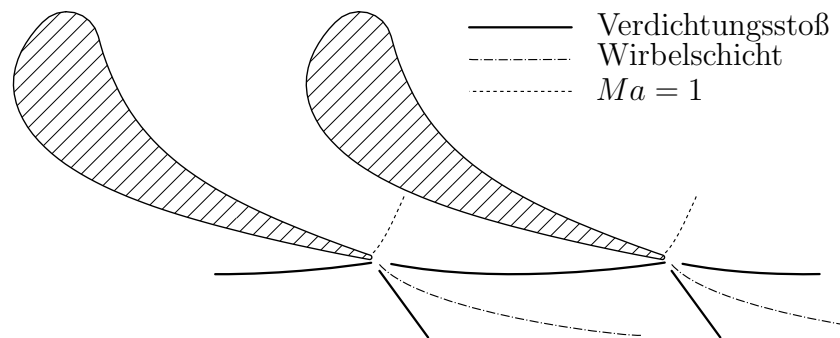


Abbildung 2.5: Skizze zum Grenzlastzustand eines Turbinengitters nach Böls und Suter [3]

## 2.2 Transitionale Strömungen in Turbomaschinen

Transitionsphänomene haben großen Einfluss auf die Funktionalität von Turbomaschinen, da sie viele Vorgänge wie beispielsweise den Wärmeübergang zwischen der Strömung und umströmten Bauteilen, die Ausprägung von Sekundärströmungen, die Dicke von Grenzschichten oder den Impulstransport, maßgeblich beeinflussen. Transition bezeichnet den Vorgang des Umschlages einer Strömung von laminar zu turbulent (Vorwärts-Transition) bzw. umgekehrt (Rückwärts-Transition oder Relaminarisierung). Dieser Prozess geschieht nicht schlagartig, sondern ist vielmehr ein stochastisch dominierter Vorgang, welcher durch Instabilität der bis dahin vorherrschenden Strömungsform hervorgerufen wird (siehe Avila et al. [2]). Eingebraachte Störungen führen somit zur Initiierung dieses Übergangs zur unter den vorherrschenden Strömungszuständen stabilen Strömungsform. Wie dieser Übergang vonstattengeht, wird von Strömungseigenschaften wie

- der Freistromturbulenz,
- der Anwesenheit von Stromlinienkrümmungen (Druckgradienten),
- der Reynoldszahl,
- vorhandener Beschleunigung und
- der Oberflächenrauigkeit

beeinflusst (vergl. Mayle [11]). Das Zusammenspiel dieser Faktoren führt zur Ausprägung unterschiedlicher Formen des Übergangs, den sog. „Modi“ der (Vorwärts-)Transition, welche sich nach Mayle [11] in

- Natürliche Transition,
- Bypass-Transition und
- Transition durch eine Ablöseblase



gliedern lassen. Auch instationäre Strömungsvorgänge wie beispielsweise Nachlaufströmungen in Turbomaschinen oder Verdichtungsstöße können Transition begünstigen. Abbildung 2.6 zeigt experimentelle Ergebnisse zum Zusammenhang zwischen Turbulenzgrad  $Tu$ , Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\delta^{**}}$ , der Beschleunigung (ausgedrückt über den Beschleunigungsparameter  $K$  - siehe Gl. 2.17) und dem dadurch hervorgerufenen Transitions-Modus. Die durch „Separation Criterion“ gekennzeichnete Linie grenzt das Gebiet der abgelösten Strömung von jenem mit natürlicher Transition als dominierenden Effekt ab. Bei steigendem Turbulenzgrad bzw. höherem Beschleunigungsparameter oder sinkender Impulsverlustdicken-Reynoldszahl weist die Strömung die Tendenz zum Modus der Bypass-Transition auf („Stability Criterion“). Zwischen diesen beiden Gebieten liegt das Gebiet der natürlichen Transition. Für genauere Information über die Eigenschaften und Teilprozesse der einzelnen Transitions-Modi wird auf Willinger [19] und einschlägige Fachliteratur verwiesen.

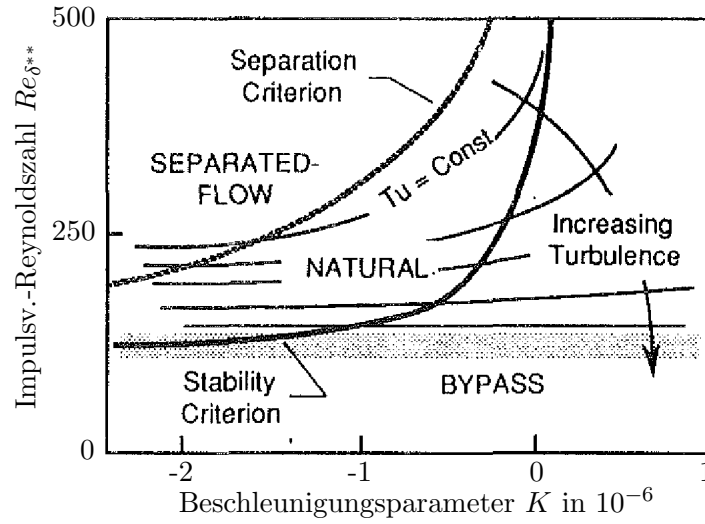


Abbildung 2.6: Modi der Transition in Abhängigkeit von Turbulenzgrad  $Tu$ , Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\delta^{**}}$  und Beschleunigungsparameter  $K$  aus Mayle [11]

Der Beschleunigungsparameter  $K$  ist nach Mayle [11] definiert als

$$K = \frac{\nu}{w_{\delta}^2} \frac{dw_{\delta}}{dx_s}, \quad (2.17)$$

wobei  $w_{\delta}$  die Strömungsgeschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht und  $x_s$  die Kurvenlänge entlang der Oberfläche ist (siehe Abb. 4.7). Nach Willinger [19] ist ab einem Beschleunigungsparameter  $K_{krit} < -3,8 \cdot 10^{-6}$ , sprich starker Verzögerung, mit einer laminaren Ablösung mit anschließender Transition zu rechnen. Ab  $K > 3 \cdot 10^{-6}$  kommt es hingegen zu Relaminarisierung. Österreicher zeigt in [15], dass  $K$  für eine verlustfreie, inkompressible Strömung in

$$K = -\frac{c}{2 Re_1} \frac{1}{(1 - C_p)^{\frac{3}{2}}} \frac{dC_p}{d(x_s)} \quad (2.18)$$

überführt werden kann.  $Re_1$  ist dabei die Profil-Reynoldszahl in der Zuströmung vor dem

Turbinengitter

$$Re_1 = \frac{w_1 c}{\nu}, \quad (2.19)$$

$c$  die Profillehnenlänge und der statische Druckkoeffizient

$$C_p(x_s) = \frac{p(x_s) - p_1}{\frac{1}{2} \rho_1 w_1^2}. \quad (2.20)$$

Wird Gl. 2.18 auf einen diskret vorliegenden Datensatz, z.B. aus einer Messung oder einer CFD-Berechnung angewandt, muss die Ableitung numerisch durchgeführt werden. Mit zentralen Differenzen lautet diese am Punkt  $i$

$$\left( \frac{dC_p}{d(x_s)} \right)_i \approx \frac{C_{p,i+1} - C_{p,i-1}}{x_{s,i+1} - x_{s,i-1}}. \quad (2.21)$$

# Kapitel 3

## Allgemeines

Im Folgenden werden alle Schritte betreffend der untersuchten Geometrie, Methodik und Modellierung angeführt. Die numerischen Simulationen werden dabei als zweidimensionale und stationäre RANS-Simulationen ausgeführt.

### 3.1 Profilgeometrie und Gitter

Das für alle Berechnungen herangezogene Profil und die dazugehörigen Gitterdaten stammen aus Perdichizzi und Dossena [13]. Es handelt sich um ein stark umlenkendes, konvergentes Turbinengitter. Die Profilkordinaten sind in skalierten Form im Anhang A.3 angeführt. Für die später erwähnten Simulationen wurden zwei unterschiedliche Größen des Turbinengitters verwendet:

- Turbinengitter für den Laborfall am IET mit  $c_x = 61,594\text{mm}$
- Turbinengitter laut Originalgeometrie nach Perdichizzi und Dossena [13] mit  $c_x = 34\text{mm}$

Die Skalierung zwischen den beiden Turbinengittern wurde somit mit dem Faktor  $(1/0,552)$  bewerkstelligt. Tabelle 3.1 gibt eine Zusammenfassung über die Gitterparameter mit den Bezeichnungen nach Abb. 3.1.

Die Profilgeometrie wurde mithilfe der Software CATIA erstellt. Die Gitterpunkte wurden mittels mehrerer Bézier-Kurven höherer Ordnung approximiert und der dadurch erhaltene Krümmungsverlauf so angepasst, dass dieser keine Oszillationen am Profilende aufwies. Die Hinterkante wurde stets durch einen Kreisbogenabschnitt abgeschlossen. Abbildung 3.2 zeigt die Krümmungsverläufe für die Approximation der Profilkordinaten durch mehrere Bézier-Kurven und eine unkontrollierte Spline-Funktion. Durch das Verwenden mehrerer Bézier-Kurven traten Unstetigkeiten in der Krümmungsableitung auf, welche aber von geringer Bedeutung für die Ergebnisse der numerischen Simulationen sind. Für alle Berechnungen wurde die Variante mit den Bézier-Kurven gewählt.

Tabelle 3.1: Parameter des Turbinengitters

axiale Sehnenlänge			Laborfall IET		Original [13]
$c_x$			61,594mm		34mm
Sehnenlänge	$c/c_x$	1,62353	$c$	100mm	55,2mm
Teilung	$t/c_x$	1,18518	$t$	73mm	40,296mm
	$t/c$	0,73			
Staffelungswinkel in °	$\gamma$	39,9			
Nenn-Eintrittswinkel in °	$\beta_{1N}$	76,1			
Nenn-Austrittswinkel in °	$\beta_{2N}^+$	14,5			
Nenn-Umlenkswinkel in °	$\Delta\beta_N^+$	89,4			

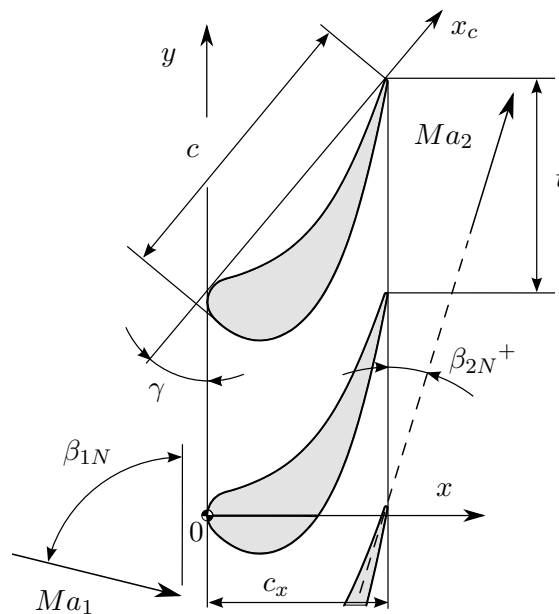


Abbildung 3.1: Skizze zur Geometrie des Turbinengitters

Die vorher beschriebene Kontur wurde im nächsten Schritt in den Gittergenerator ANSYS ICEM CFD geladen und drei an die jeweiligen Randbedingungen angepasste, blockstrukturierte Gitter erstellt, welche in Abb. 3.3 bis 3.5 dargestellt sind (Gitter A, B und C). Gitter C wurde für die Berechnung der Überschallfälle verwendet und enthält deshalb zusätzlich einen Dämpfungsblock, der hier nicht dargestellt ist. Dessen Funktion wird im Abschnitt 3.3.4 erläutert. In den Detail-Ansichten ist zu erkennen, dass die Bereiche um die Hinterkante relativ fein aufgelöst wurden, was sich laut Denton [5] nachteilig auf das physikalisch richtige Abbilden des Ablöseverhaltens der Grenzschichten auswirkt, jedoch für das Auflösen der Verdichtungsstöße in dieser Region notwendig ist. Da alle eingesetzten Turbulenzmodelle wandauflösende Turbulenzmodelle sind und somit nicht mit Wandfunktionen arbeiten, wurde auf die Anpassung des Netzes in Wandnähe geachtet. Tabelle 3.2 zeigt einen Überblick über die erzielten dimensionslosen Wandabstände  $y^+$  für alle Berechnungen. Es wurde darauf geachtet, die Mittelwerte und Maximalwerte in der Größenordnung von 1 zu halten.

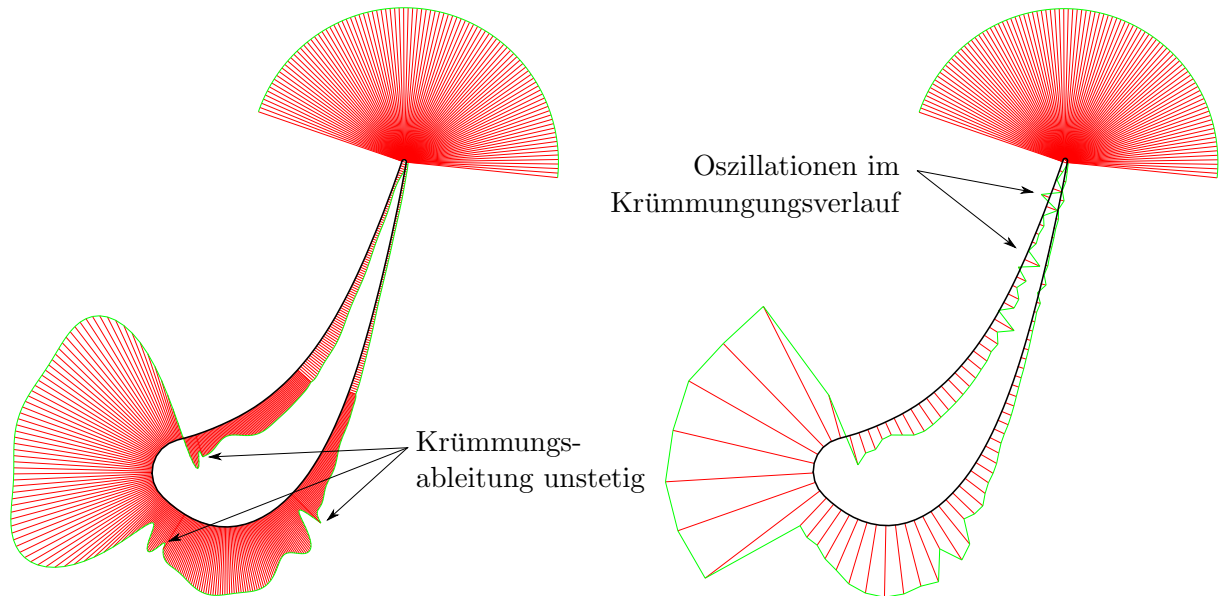


Abbildung 3.2: Krümmungsverlauf über die Profiloberfläche; links: Approximation mittels mehreren Bézierkurven; rechts: (unkontrollierter) Spline durch alle Punkte

Tabelle 3.2: Dimensionsloser Wandabstand der ersten wandnahen Zelle - Oberflächenmittelwert  $\bar{y}^+$  und maximaler Wert  $\max(y^+)$ ; Turbulenzmodellierung:  $k-\omega$  SST

Gitter	A	B	B	B	B	C
$Ma_2 \approx$	0,2	0,688	0,7	0,8	0,9	1
$\bar{y}^+$	0,5089	0,7704	0,7649	0,7424	0,7192	0,7077
$\max(y^+)$	0,9040	1,1910	1,1862	1,1687	1,1542	1,1648

Gitter	C	C	C	C	C	C
$Ma_2 \approx$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55
$\bar{y}^+$	0,7171	0,7143	0,7105	0,7131	0,7214	0,7423
$\max(y^+)$	1,1909	1,3682	1,4529	1,4912	1,5747	1,6411

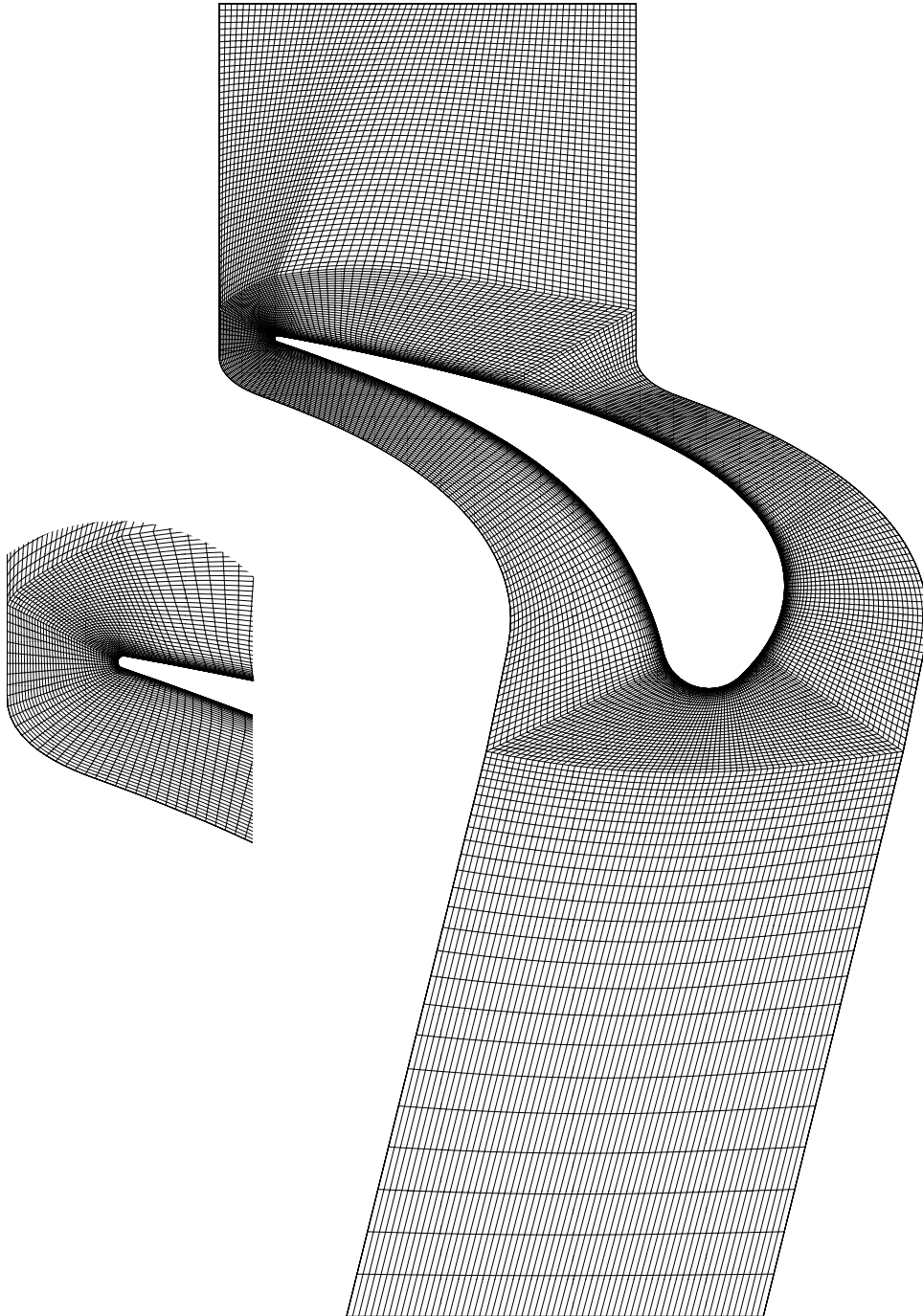


Abbildung 3.3: Gitter A zur Berechnung des Laborfalles -  $Ma_2 \approx 0,2$ ; 21875 Zellen

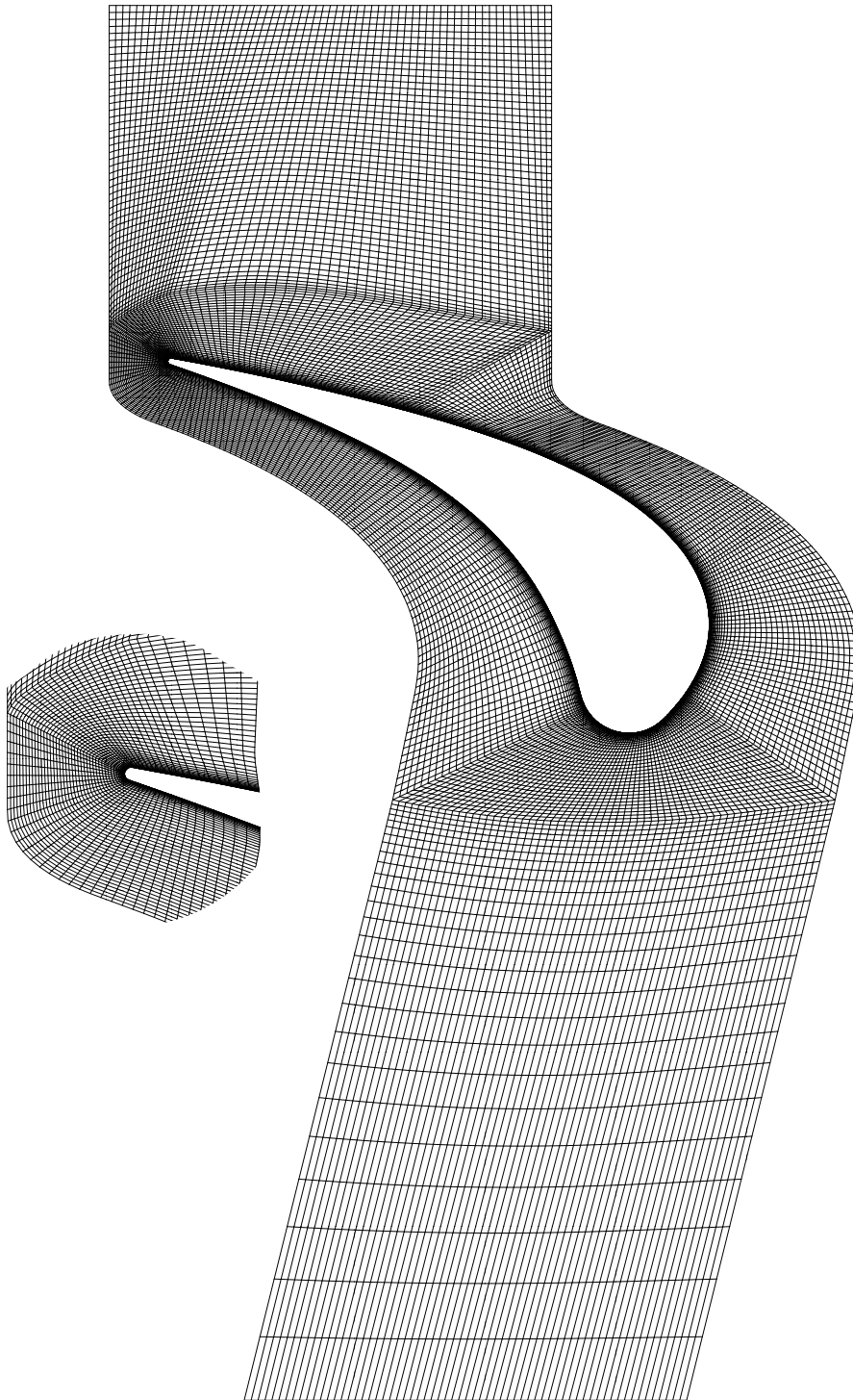


Abbildung 3.4: Gitter B zur Berechnung der Unterschallfälle -  $Ma_2$  zwischen 0,688 und 0,9; 21000 Zellen

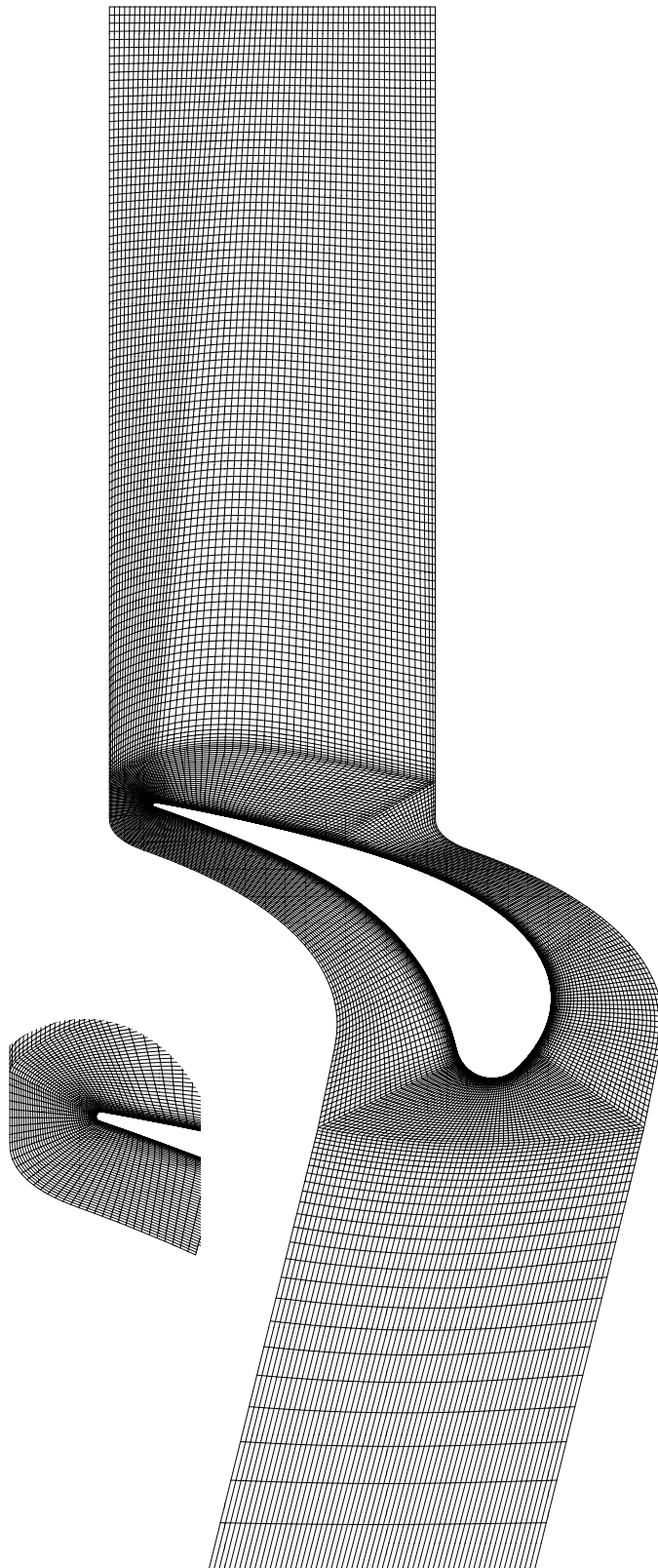


Abbildung 3.5: Gitter C zur Berechnung der Überschallfälle (dargestellt ohne Dämpfungsblock) -  $Ma_2$  zwischen 1,0 und 1,55; 25736 Zellen inkl. Dämpfungsblock



## 3.2 Stoffwerte

Als Medium diente in allen Berechnungen trockene Luft, welche als ideales Gas modelliert wurde. Durch die relativ großen Temperaturänderungen, die bei den Berechnungen bei hohen Machzahlen auftraten, wurde ab  $Ma_2 \approx 0,688$  die dynamische Viskosität durch die Potenzgleichung (vgl. FLUENT User's Guide [1])

$$\eta = \eta_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^n \quad (3.1)$$

mit  $\eta_0 = 1,716 \cdot 10^{-5} \text{kg}/(\text{m s})$ ,  $T_0 = 273,11 \text{K}$  und  $n = 0,666$  angenähert. Für den Fall  $Ma_2 \approx 0,2$  wurde  $\eta = 1,8195 \cdot 10^{-5} \text{kg}/(\text{m s})$  gesetzt. Weitere, vorgegebene Stoffwerte sind:

- spezifische Wärmekapazität  $c_{pL} = 1007 \text{ J}/(\text{kg K})$ ,
- thermische Leitfähigkeit  $\lambda_L = 0,02569 \text{ W}/(\text{m K})$ ,
- molekulare Masse  $M_L = 28,96 \text{ kg}/\text{kmol}$ ;

## 3.3 Numerische Methodik

Die Herangehensweise wurde stark an die jeweiligen Randbedingungen bzw. an das zu erwartende Verhalten der Strömung angepasst.

### 3.3.1 Turbulenzmodelle

Für die Berechnung des Laborfalls im tiefen Unterschall wurden alle in Tab. 3.3 angeführten Turbulenzmodelle mit den vermerkten Einstellungen verwendet. Für die Berechnungen im hohen Unterschall bzw. im transsonischen Bereich wurde nur das  $k-\omega$  SST Turbulenzmodell verwendet. Die mit \* gekennzeichneten Zusatzeinstellungen dienen der Unterdrückung der Staupunktsanomalie (vergl. Durbin [7], Walters und Leylek [17]).

### 3.3.2 Allgemeine Randbedingungen

Die Berandungen der Rechengebiete bestehen allgemein aus den in Tab. 3.4 angegebenen Zonen mit deren Randbedingungen.

Tabelle 3.3: Übersicht zu den verwendeten Turbulenzmodellen und die dazugehörigen Zusatzeinstellungen

Turbulenzmodell	Zusatzeinstellungen
$k-\omega$ SST (2 Gl.)	Low- $Re$ Corrections Curvature Corrections Compressibility Effects Production Kato-Launder* Production Limiter*
realizable $k-\epsilon$ (2 Gl.)	Enhanced Wall Treatment Curvature Corrections Compressibility Effects Production Limiter*
transition SST (4 Gl.)	Curvature Corrections Production Kato-Launder* Production Limiter*

Tabelle 3.4: Randbedingungen zum Rechengebiet

Zone	Bedingung/Vorgabe
Eintritt	Totaldruck, Totaltemperatur und Turbulenzgrößen
Austritt	statischer Druck als Flächenmittelwert
Schaufelprofil	adiabate, starre Wand; Haftbedingung
Schaufelkanal-Berandung	Periodizität

### 3.3.3 Diskretisierungsverfahren und Solver

Tabelle 3.5 gibt einen Überblick über die in ANSYS FLUENT verwendeten Solver-Einstellungen. Dabei wurde abermals darauf geachtet, die Diskretisierungs- und Solver-Verfahren an die zu erwartenden Strömungsverhältnisse anzupassen.

Der Einsatz des Pressure-Based Solvers erweist sich im tiefen Unterschallbereich durch das gute Konvergenzverhalten als sinnvoll, wodurch dieser für den Laborfall verwendet wurde. Bei höheren Machzahlen gewinnen Kompressibilitäts-Effekte stark an Bedeutung, weswegen hier die Verwendung des Density-Based Solvers von Nöten ist, da dieser für den Gebrauch bei hohen Machzahlen entwickelt wurde und somit bedeutende Vorteile in der Auflösung von Verdichtungsstößen aufweist (vergl. FLUENT User's Guide [1]).

An die Druck-Geschwindigkeits Kopplung wurde bei den Unterschall-Fällen keine besonderen Anforderungen gestellt, weswegen hier nur die Standard-Einstellungen (SIMPLE bzw. Roe-FDS), zugehörig zum jeweiligen Solver, angewandt wurden. Ab dem Überschreiten der Schallgeschwindigkeit wurde hingegen auf die sog. Advection Upstream Splitting Method (AUSM) zurückgegriffen, welche beim Auftreten von Verdichtungsstößen große Vorteile hinsichtlich des Oszillationsverhaltens und der Auflösung der Stöße bietet (vergl. FLUENT User's Guide [1]).

Tabelle 3.5: Einstellungen zu den Lösungs- bzw. Diskretisierungsverfahren

Verfahren/Gleichung	Schema
<b>Laborfall IET</b>	
Solver	Pressure-Based
Druck-Geschwindigkeits Kopplung	SIMPLE
Gradienten	Least Squares Cell Based
Druck	Standard
weitere Gleichungen**	Second Order Upwind

\*\* für Dichte, Impuls, turbulente kinetische Energie, spezifische Dissipationsrate und Energie;

Verfahren/Gleichung	Schema	
Solver	Density-Based; implizit	
$Ma_2$	<b>bis inkl. 0,9</b>	<b>ab inkl. 1,0</b>
Transportgrößen (Flux Type)	Roe-FDS	AUSM
Gradienten	Least Squares Cell Based	Green-Gauss Node Based
Strömung (Flow)***	Second Order Upwind	
turbulente kinetische Energie	Second Order Upwind	
spezifische Dissipationsrate	Second Order Upwind	
räuml. Diskretisierungs-Limiter	kein Limiter Filter	Limiter Filter angewandt

\*\*\* für Druck, Impuls und Energie

Da die Anforderungen an die Genauigkeit des Gradientenverfahrens bei höheren Machzahlen steigen, wurde hier das Verfahren zu Green-Gauss Node Based gewechselt, welches jedoch laut FLUENT User's Guide [1] einen höheren numerischen Aufwand verursacht.

Bei allen Anwendungen des Second Order Upwind Verfahrens (SOU) kommt standardmäßig ein räumlicher Diskretisierungs-Limiter (Total Variation Diminishing - TVD) zur Anwendung, um durch die Reduktion der Ordnung des Diskretisierungsverfahrens Oszillationen nahe der Verdichtungsstöße zu unterdrücken. Da dieser jedoch nur im Bereich der Verdichtungsstöße, d.h. bei hohen Gradienten, zur Anwendung kommen sollte, wurde das Verfahren gefiltert (Limiter Filter angewandt), um auch in der Hauptströmung eine räumliche Diskretisierung zweiter Ordnung zu erhalten (vergl. FLUENT User's Guide [1]).

Um Konvergenzprobleme zu vermeiden, wurde jede Rechnung stets von einer Anfangslösung (z.B. einer reibungsfreien oder benachbarten Lösung des Problems) aus gestartet. Ebenso wurde, wenn nötig, die Courant-Zahl für die ersten Iterationen herabgesetzt und im weiteren Lösungsverlauf erhöht. Angepasste Unter-Relaxationsfaktoren führten zu verbessertem Konvergenzverhalten.

### 3.3.4 Unterdrückung von Reflexionen

Große Probleme im Konvergenzverhalten verursachte jedoch ab dem Überschreiten der Schallgrenze das Auftreten von Reflexionen von Verdichtungsstößen am Austritt des Rech-

engebietes. Rechtsläufige Verdichtungsstöße wurden, bei Verwendung der gleichen Einstellungen und des gleichen Gitters wie für den Unterschallbereich, unphysikalisch reflektiert. Dies war der Grund für das Anbringen des bereits erwähnten Dämpfungsblockes und dem Vergrößern des Nachlaufes hinter dem Gitter. Im Dämpfungsblock wurde die dynamische Viskosität  $\eta$  künstlich erhöht, um die einfallenden Verdichtungsstöße zu dissipieren und so deren Reflexion am Austritt zu verhindern. Abbildung 3.6 zeigt die eingestellte Viskositätsverteilung. Dabei wurde die Viskosität linear vom physikalischen Niveau auf das 10000-Fache angehoben, da ein sprunghaftes Anheben ebenso zu Reflexionen an der Sprungstelle geführt hätte.

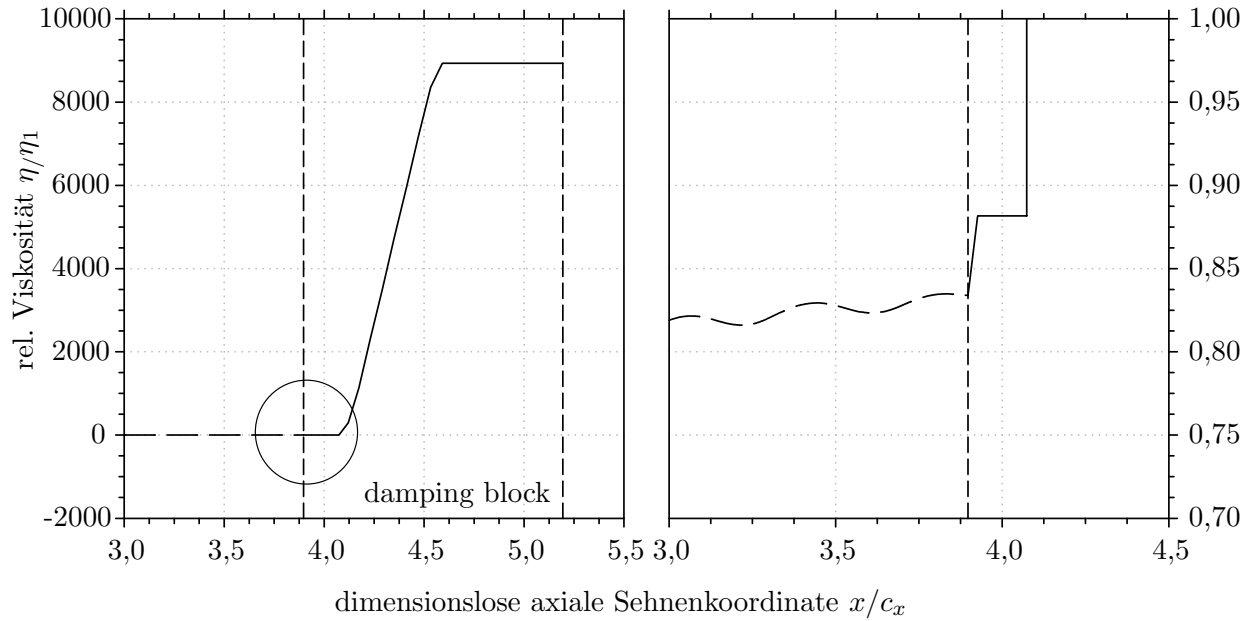


Abbildung 3.6: Erhöhung der dynamischen Viskosität  $\eta_2$  im Dämpfungsblock zur Unterdrückung unphysikalischer Reflexionen; links: globales Verhalten; rechts: Ausschnitt am Übergang

### 3.4 Numerisches Schlierenbild

Um die Lage und Ausprägung der auftretenden Verdichtungsstöße besser darstellen zu können, müssen Zonen mit hohem Einfluss von Kompressibilitätseffekten hervorgehoben werden. Dies lässt sich durch ein sog. „numerisches Schlierenbild“ bewerkstelligen. Mit  $\vec{w} = w_m \vec{e}_x + w_u \vec{e}_y$  lautet die Massenbilanz

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{w}) = 0. \quad (3.2)$$

Für eine stationäre Strömung verschwindet die zeitliche Ableitung. Führt man die partielle Differentiation aus, erhält man

$$\nabla \cdot (\rho \vec{w}) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho w_m) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_u) \quad (3.3)$$

$$= \frac{\partial \rho}{\partial x} w_m + \frac{\partial \rho}{\partial y} w_u + \rho \frac{\partial w_m}{\partial x} + \rho \frac{\partial w_u}{\partial y} = 0. \quad (3.4)$$

Umformung dieser Gleichung liefert

$$-\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{w_m}{\rho} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{w_u}{\rho} = \frac{\partial w_m}{\partial x} + \frac{\partial w_u}{\partial y} = \text{tr}(\mathbf{D}), \quad (3.5)$$

wobei der linke Teil der Gleichungen die räumliche Veränderung der Dichte, skaliert mit den Geschwindigkeitskomponenten und der Dichte selbst, beinhaltet. Dies drückt somit den Einfluss der Kompressibilität aus. Die rechte Seite stellt die räumliche Geschwindigkeitsänderung dar, die sich als Spur des sog. Dehnratentensors  $\mathbf{D}$  deuten lässt. Dieser ist definiert als

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \vec{w} + (\nabla \vec{w})^T] \quad (3.6)$$

und beinhaltet Normal- und Tangentialdehnungen pro Zeiteinheit (vergl. Durst [8]). Ein Konturplot von  $\text{tr}(\mathbf{D})$  liefert folglich die räumliche Verteilung des Kompressibilitätseinflusses bzw. der lokalen Dehn- oder Stauchrate. Eine weitere, häufig verwendete Variante zur Erzeugung eines numerischen Schlierenbildes, bietet die alleinige Betrachtung der Dichtegradienten.

## 3.5 Verfahren zur Teilungsmittelung

Um globale Aussagen treffen zu können, ist es häufig wichtig, gemessene Daten oder numerische Ergebnisse an Messebenen zu mitteln. Dies kann durch viele Methoden geschehen, wobei für Strömungen in Turbomaschinen die Flächenmittelung und die Massenmittelung die wichtigsten Methoden darstellen.

### 3.5.1 Flächenmittelung

Bei der Flächenmittelung wird eine räumlich verteilte Größe  $\psi(\vec{x})$  über eine Teilungs- bzw. Messebene 2 gemittelt. Im zweidimensionalen Fall wird durch

$$\bar{\psi}_2 = \frac{1}{t} \int_0^t \psi_2 dy \quad (3.7)$$

über die Teilungskoordinate  $y$  gemittelt, wobei  $t$  hier die Teilung ist. Im Allgemeinen ist es sinnvoll, Drücke durch das Flächenmittlungs-Verfahren zu mitteln, zumal Drücke in der Impulsbilanz in Form von Oberflächenintegralen eingehen.

### 3.5.2 Massenmittelung

Bei der Massenmittelung wird die betrachtete Größe  $\phi(\vec{x})$  mit der Massenstromdichte in axiale Richtung  $\vec{e}_x$  gewichtet. Die Mittelungsvorschrift lautet somit

$$\bar{\phi}_2 = \frac{1}{\dot{m}} \int_0^t \rho_2 w_2 \sin(\beta_2^+) \phi_2 dy \quad (3.8)$$

mit dem Massenstrom pro Meter Profiltiefe

$$\dot{m} = \int_0^t \rho_2 w_2 \sin(\beta_2^+) dy \quad (3.9)$$

über die Teilungskoordinate  $y$  gemittelt. Größen, welche mit der axialen Massenstromdichte gewichtet in die Impulsbilanz eingehen (Strömungsgeschwindigkeiten, Machzahlen, Winkel), aber auch (Total-)Temperaturen, werden mit diesem Mittelungsverfahren vorzugsweise gemittelt.

Für diskrete Probleme wie sie bei punktweisen Messungen oder numerischen Ergebnissen an Gitterpunkten vorliegen, werden die Integrationen mit Summationen gemäß der Rechtecksregel vertauscht. Dabei geht auch  $dy$  in  $\Delta y$  über.

# Kapitel 4

## Subsonischer Fall

Zur Validierung der verwendeten Methodik wurde eine am Institut für Energietechnik und Thermodynamik (IET) der Technischen Universität Wien durchgeführte Messung an einem linearen Schaufelgitter im tiefen Unterschallbereich herangezogen. Zusätzlich konnte dadurch die Größe eines auftretenden systematischen Messfehlers in der Erfassung des Abströmwinkels  $\beta_2^+$  quantifiziert und somit eine Offset-Korrektur vorgenommen werden. Die Ergebnisse könnten auch zur Anpassung des Verfahrens zur Gradientenkorrektur nach Willinger und Haselbacher [21] herangezogen werden. Da die aus den gemessenen Größen bestimmte Profil-Reynoldszahl im Nachlauf mit  $Re_2 = 0,451 \cdot 10^6$  im niedrigen Bereich lag, wurde ebenso der Einfluss von Transition mittels des in ANSYS FLUENT implementierten transition SST Modells untersucht.

### 4.1 Versuch am IET

Alle Angaben in diesem Abschn. beziehen sich auf die Messung mit der internen Bezeichnung 29011501. Bei diesem Versuch wurde ein Turbinengitter mit den Daten laut Tab. 3.1 in einem linearen Gitterwindkanal verwendet. Hierbei wurden die Strömungsgrößen im Nachlauf mittels einer pneumatischen Dreiloch-Messsonde erfasst. Die Messebene lag dabei um 18,15mm versetzt zur Hinterkantenebene, was einem dimensionslosen Abstand  $x/c_x = 1,295$  ab der Profilverderrkante entspricht. Darüber hinaus konnte die Profildruckverteilung am Mittelschnitt über 22 saugseitige und 16 druckseitige Bohrungen bestimmt werden.

Das bereits erwähnte Verfahren zur Gradientenkorrektur wird bei der Messung des Abströmwinkels angewandt. Es dient zur Beseitigung eines systematischen Messfehlers, welcher durch Totaldruckgradienten in der Anströmung der Dreilochsonde verursacht wird. Dabei wird ein Korrekturwinkel  $\Delta\epsilon$  eingeführt, welcher für die hier beschriebene Messung nach dem linearen Zusammenhang

$$\Delta\epsilon = 20^\circ K_{grad} \text{ mit } K_{grad} = \frac{dp_t}{dy} \frac{2d}{\rho w^2} \quad (4.1)$$

berechnet wurde, wobei  $K_{grad}$  der dimensionslose Totaldruckgradient in der Anströmung, entdimensionalisiert mit der Anströmgeschwindigkeit  $w$ , der als konstant angenommenen Dichte  $\rho$  und dem Abstand der äußeren Bohrungen der Dreilochsonde  $d = 1,6\text{mm}$  ist.

## 4.2 Numerische Simulation

Die numerische Simulation wurde mit den in Abschn. 3.3 beschriebenen Einstellungen durchgeführt.

### 4.2.1 Randbedingungen

Als Randbedingungen dienten Teile der Ergebnisse aus der Nachlaufmessung. So wurden

- der Totaldruck  $p_{t1}$ ,
- die Temperatur  $\vartheta_1$ ,
- der Zuströmwinkel  $\beta_1$  sowie
- der flächengemittelte Wert des statischen Druckes  $p_2$

als Randbedingungen aufgeprägt. Messungen von Derflinger [6] und Mijailovic [12] liefern Aufschluss über das turbulente Längenmaß  $l_{t1}$  und die Turbulenzintensität  $Tu_1$  in der Zuströmung. Diese Messungen sind jedoch nur näherungsweise für den hier untersuchten Betriebszustand des Gitterwindkanals gültig, da sie ohne eingebautes Turbinengitter durchgeführt wurden und sich somit höhere Volumenströme als im betrachteten Fall eingestellt haben. Eine Zusammenfassung der Randbedingungen zeigt Tab. 4.1.

Tabelle 4.1: Randbedingungen für  $Ma_2 \approx 0,2$

Totaldruck in Pa	$p_{t1}$	100530
Temperatur in °C	$\vartheta_1$	19,1
Zuströmwinkel in °	$\beta_1$	76,1
Turbulenzintensität in %	$Tu_1$	3,5
turb. Längenmaß in mm	$l_{t1}$	30
statischer Druck in Pa	$p_2$	97708,4

### 4.2.2 Nachlauf

Abbildung 4.1 zeigt die gemessene und errechnete Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf. Der Wert  $y/t = 0,5$  liegt dabei an jener Position, an welcher die Mitte der Nachlaufdelle bei Abströmung unter  $\beta_{2N}^+$  zu liegen käme. Man erkennt, dass die Ergebnisse der Rechnung unter Verwendung des  $k-\omega$  SST Turbulenzmodells, aber besonders jene des realizable  $k-\epsilon$



Modells ein ausgeprägtes Geschwindigkeitsdefizit im Bereich der Nachlaufdüse aufweisen. Beide Modelle zeigen ebenso im Saugseitenbereich größere Abweichungen zur Messung. Die Verwendung des SST Transitionsmodells konnte eine Reduzierung dieses Verhaltens erwirken. Im Bereich von  $y/t = 0,7$  bis  $1,0$  liefern jedoch alle drei Rechnungen eine erhöhte Geschwindigkeit verglichen mit der Messung.

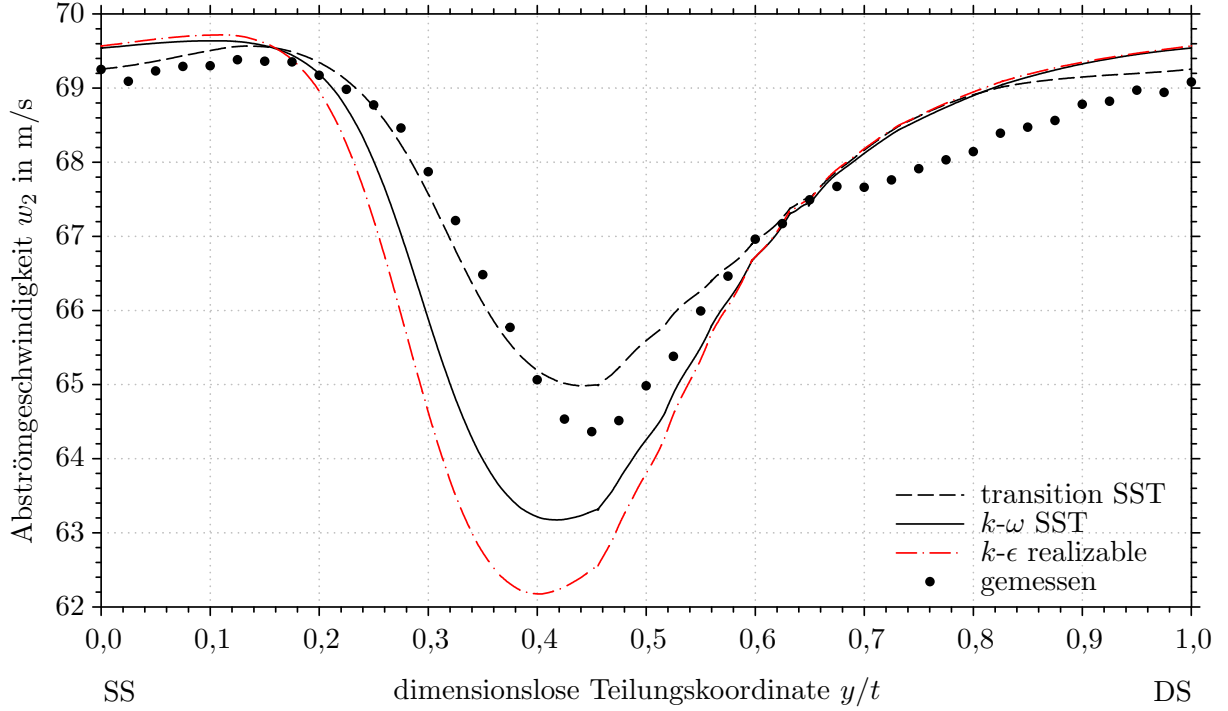


Abbildung 4.1: Geschwindigkeitsverlauf bei  $x/c_x = 1,295$  und  $Ma_2 \approx 0,2$

Einen Vergleich zwischen dem errechneten Abströmwinkel  $\beta_2^+$  der verschiedenen Turbulenzmodelle zeigt Abb. 4.2. Hier fällt auf, dass die Rechnungen mit dem  $k-\omega$  SST Modell und dem realizable  $k-\epsilon$  Modell nahezu selbe Ergebnisse liefern, die Rechnung mit dem SST Transitionsmodell wiederum stark von diesen abweicht. Dies lässt sich durch das realistischer abgebildete Grenzschichtverhalten durch das Transitionsmodell erklären, welches bei relativ niedrigen Reynoldszahlen auch etwaige laminare Grenzschichtzonen, insbesondere an der Druckseite, berücksichtigt.

Da eine Winkelmessung mittels pneumatischer Dreiloch-Messsonden durch die mit einem Totaldruckgradienten beaufschlagte Sonde stets Messabweichungen beinhaltet, wurde das bereits erwähnte Verfahren zur Gradientenkorrektur nach Willinger und Haselbacher [21] angewandt (siehe Abb. 4.3). Durch die Gegenüberstellung der teilungsgemittelten Werte für  $\bar{\beta}_2^+$  aus der gradientenkorrigierten Messung und der Simulation mittels SST Transitionsmodells wurde der zusätzlich auftretende systematische Messfehler auf  $\Delta\beta_2^+ = 2,096^\circ$  abgeschätzt.

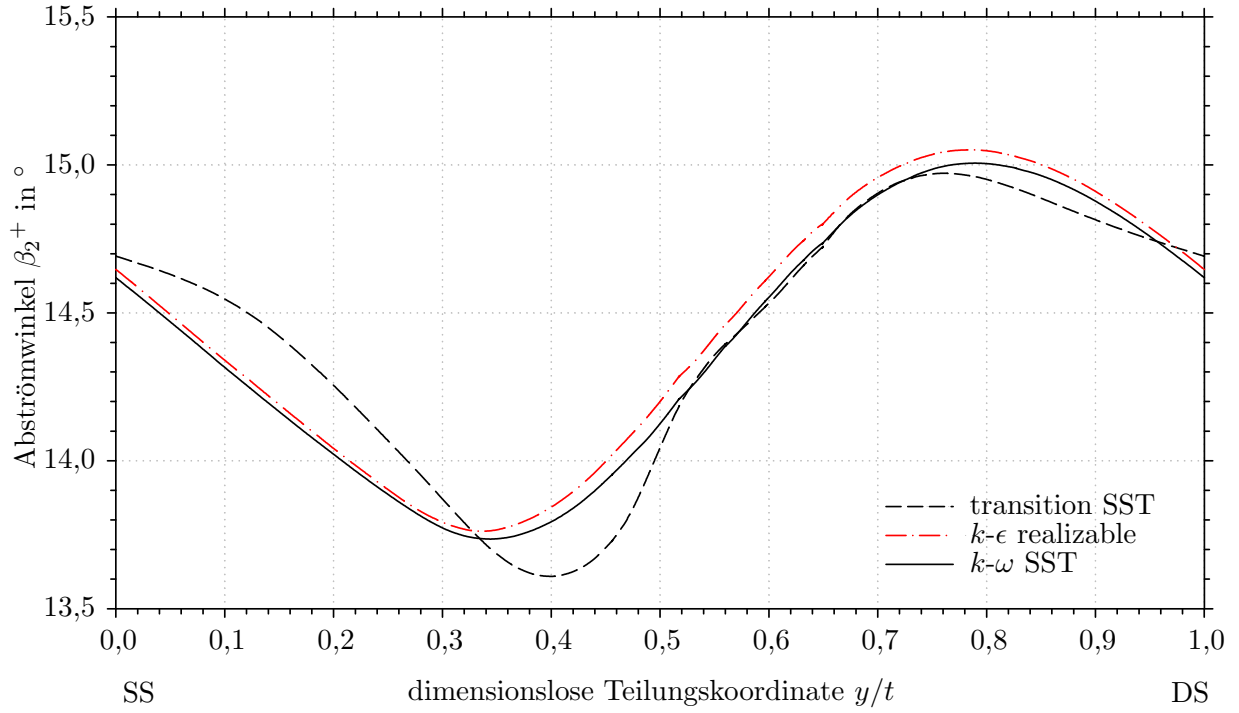


Abbildung 4.2: Verlauf des Abströmwinkels  $\beta_2^+$  bei  $x/c_x = 1,295$  und  $Ma_2 \approx 0,2$  für verschiedene Turbulenzmodelle

Die Verteilung des statischen Druckabbaus in der Messebene zeigt wieder deutliche Unterschiede zwischen den Messergebnissen, dem Transitionsmodell und dem  $k-\omega$  SST bzw.  $k-\epsilon$  Modell (siehe Abb. 4.4).

Beim Totaldruckverlust  $p_{t1} - p_{t2}$  ist anzumerken, dass die Ergebnisse der Rechnung mit dem transition SST Modell sehr gute Übereinstimmung mit der Messung aufweisen (Abb. 4.5). Dies deutet darauf hin, dass bei der geringen Abström-Reynoldszahl  $Re_2 = 0,451 \cdot 10^6$  Transitions-Phänomene großen Einfluss auf das Verlustverhalten der Profilmströmung haben und die herkömmlichen Turbulenzmodelle daher einen zu großen Verlust in der Nachlaufdüse und in der Grenzschicht prognostizieren, was zu einem überschätzten Geschwindigkeitsdefizit in der Nachlaufdüse führt (vergl. Abb.4.1). Das Auftreten eines Totaldruckverlustes von ca. 20 Pa außerhalb der Nachlaufdüse deutet auf einen geringen Messfehler hin. Aus den zusammenfallenden Totaldruckverläufen lässt sich weiters folgern, dass auch die Abströmwinkel aus der Simulation und der Messung übereinstimmen, was die Richtigkeit der Offset-Korrektur  $\Delta\beta_2^+$  untermauert.

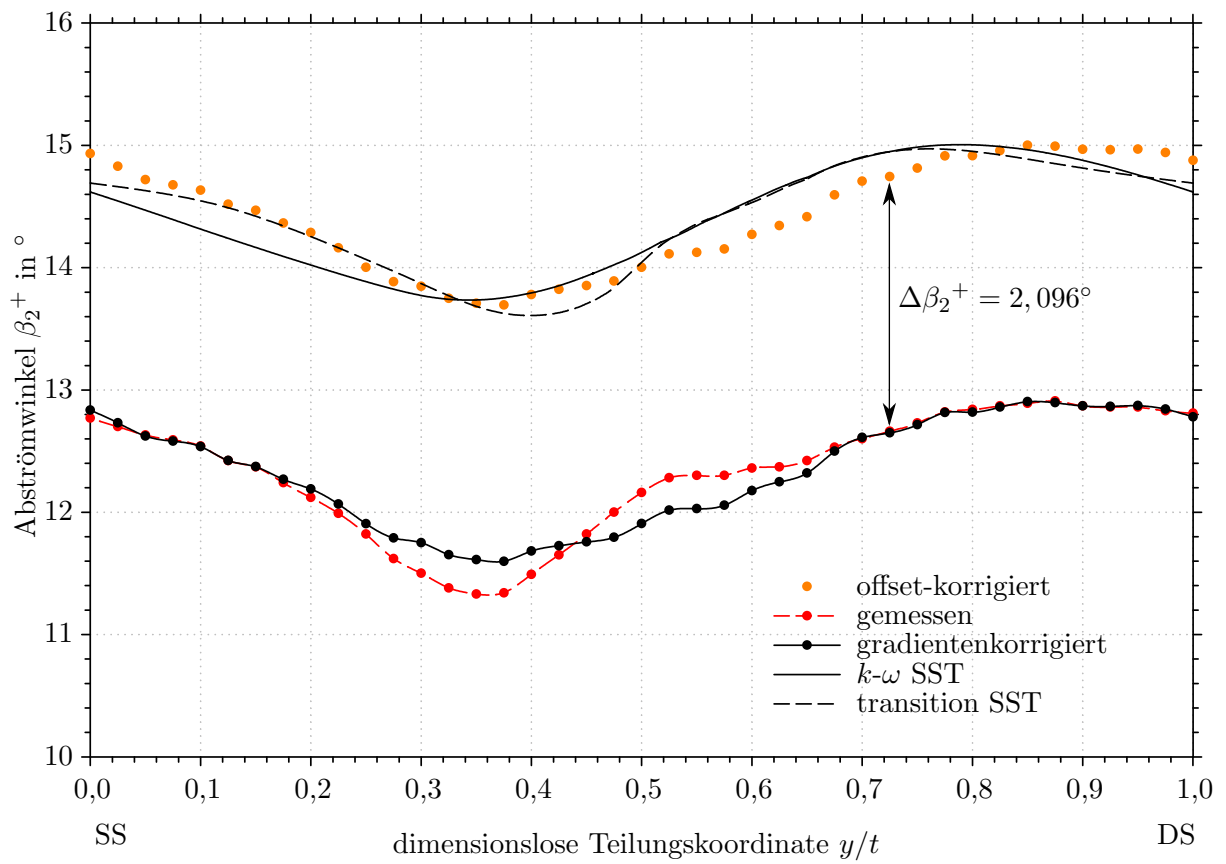


Abbildung 4.3: Verlauf des Abströmwinkels  $\beta_2^+$  bei  $x/c_x = 1,295$  und  $Ma_2 \approx 0,2$  im Vergleich zur Messung: direkt, gradientenkorrigiert, offset-korrigiert

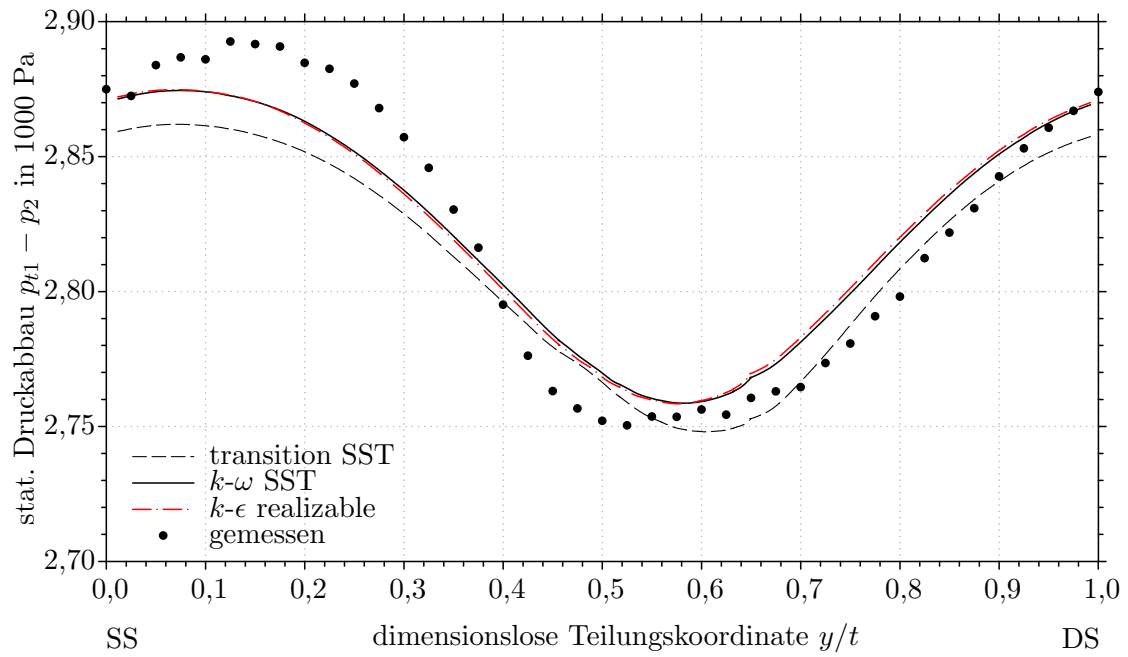


Abbildung 4.4: Verlauf des statischen Druckabbaus in der Abströmung bei  $x/c_x = 1,295$  und  $Ma_2 \approx 0,2$

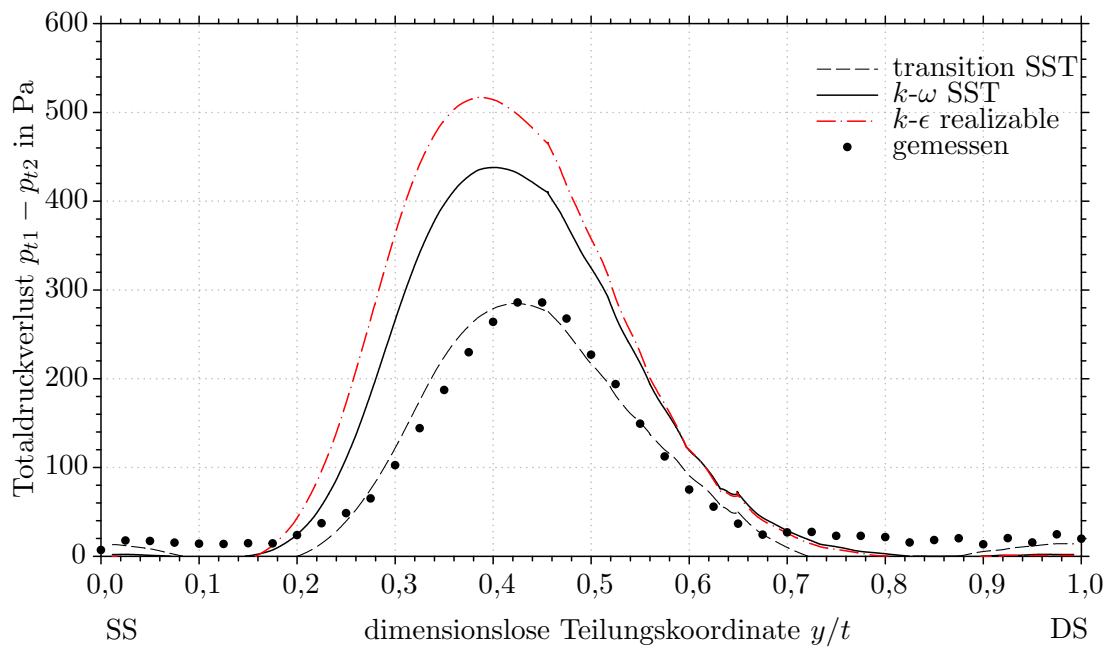


Abbildung 4.5: Verlauf des Totaldruckverlustes in der Abströmung bei  $x/c_x = 1,295$  und  $Ma_2 \approx 0,2$

### 4.2.3 Profildruckverlauf

Die Ergebnisse zur Verteilung des statischen Druckes an der Profiloberfläche zeigt Abb. 4.6, wobei besonders im vorderen Bereich des Profils Stimmigkeit zwischen den Simulationen und der Messung erzielt werden konnte. Somit kann davon ausgegangen werden, dass der Zuströmwinkel  $\beta_1$  in Messung und Simulation zusammenpasst. Ab  $x/c_x \approx 0,7$  weichen die Simulationsergebnisse an Saug- und Druckseite von den Messpunkten nach unten ab. Ebenso lassen sich im Profildruckverlauf aus der Rechnung mit  $k-\omega$  SST und realizable  $k-\epsilon$  Modell an der Saugseite unphysikalische Oszillationen ausmachen, welche unter Verwendung des Transtitionsmodells nicht mehr auftreten.

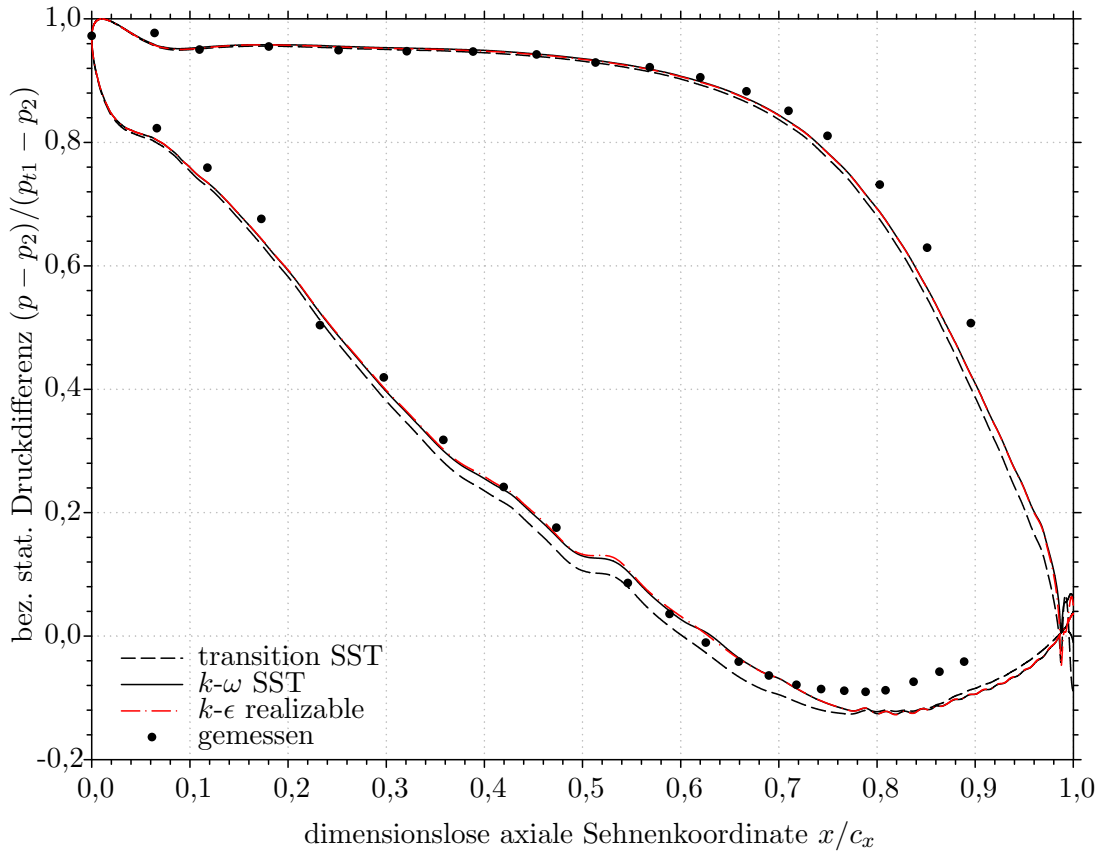


Abbildung 4.6: Profildruckverlauf verglichen mit der Messung am Mittelschnitt

### 4.2.4 Beschleunigungsparameter

Der in Abschn. 2.2 beschriebene Beschleunigungsparameter  $K$ , ausgewertet für die Simulation mittels  $k-\omega$  SST Modells, ist in Abb. 4.7 dargestellt. Zu beobachten ist das typische Abfallen des Beschleunigungsparameters im vorderen Profilbereich an der Saugseite. An der Druckseite ist ebenso ein rasches Abfallen gefolgt von einem Wiederanstieg im Bereich  $x_c/c = 0,15$  zu erkennen. Im Bereich von  $x_c/c = 0,26$  befindet sich hier ein zweiter Ein-

bruch von  $K$ , der von einer Unstetigkeit des Krümmungsverlaufes des Schaufelprofils in diesem Bereich herrührt (siehe Abschn. 3.1). Durch das hohe Beschleunigungsniveau an der Druckseite kommt es an dieser zur Relaminarisierung der Grenzschicht, weshalb diese an der Druckseite überwiegend laminar bleibt. An der Saugseite ist die Beschleunigung hauptsächlich im Bereich  $3 \cdot 10^{-6} \leq K \leq -3,8 \cdot 10^{-6}$  und folglich ist die Grenzschicht auch hier teils laminar. Die Auswertung der Rechnung mittels Transitionsmodell liefert konsistente Ergebnisse.

#### 4.2.5 Teilungsgemittelte Größen

Mit der idealen Gasgleichung wird die unbekannte Dichte am Austritt, welche für die Mittelung der gemessenen Ergebnisse notwendig ist, näherungsweise zu

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R_L T_2} \approx \frac{p_2}{R_L T_1} = 1,165 \frac{kg}{m^3}. \quad (4.2)$$

Die teilungsgemittelten Ergebnisse und deren Abweichungen zu den gemessenen Größen (Index  $M$ ) sind in Tab. 4.2 angeführt. Es zeigt sich, dass alle Größen, mit Ausnahme des Totaldruckverlustes, in sehr guter Übereinstimmung mit den Messergebnissen sind. Die Abweichung beim errechneten Totaldruckverlust mittels transition SST Modells lässt sich durch den bereits erwähnten Totaldruckverlust in der Messung außerhalb der Nachlaufdüse erklären (siehe Abb. 4.5) der durch die Teilungsmittelung mit aufsummiert wird.

Tabelle 4.2: Teilungsgemittelte Ergebnisse für  $Ma_2 \approx 0,2$

	transition SST	$k$ - $\omega$ SST	realizable $k$ - $\epsilon$	Messung
Massenstrom $\dot{m}$ in $kg/(ms)^*$	1,451	1,438	1,437	1,439
Abströmwinkel $\bar{\beta}_2^+$ in $^\circ$	14,44	14,42	14,46	14,44
Abströmgeschwind. $\bar{w}_2$ in $m/s$	68,02	67,58	67,35	67,77
Totaldruckverl. $p_{t1} - \bar{p}_{t2}$ in Pa	68,00	113,00	131,00	76,00
<b>Abweichungen zur Messung</b>				
$\dot{m}/\dot{m}_M - 1$	0,80%	-0,06%	-0,17%	-
$\bar{\beta}_2^+/\bar{\beta}_{2M}^+ - 1$	0,04%	-0,10%	0,20%	-
$\bar{w}_2/\bar{w}_{2M} - 1$	0,37%	-0,27%	-0,62%	-
$(p_{t1} - \bar{p}_{t2})/(p_{t1} - \bar{p}_{t2M}) - 1$	-10,52%	48,69%	72,38%	-

\* Massenströme pro Längeneinheit werden fortan nur mehr als Massenströme bezeichnet

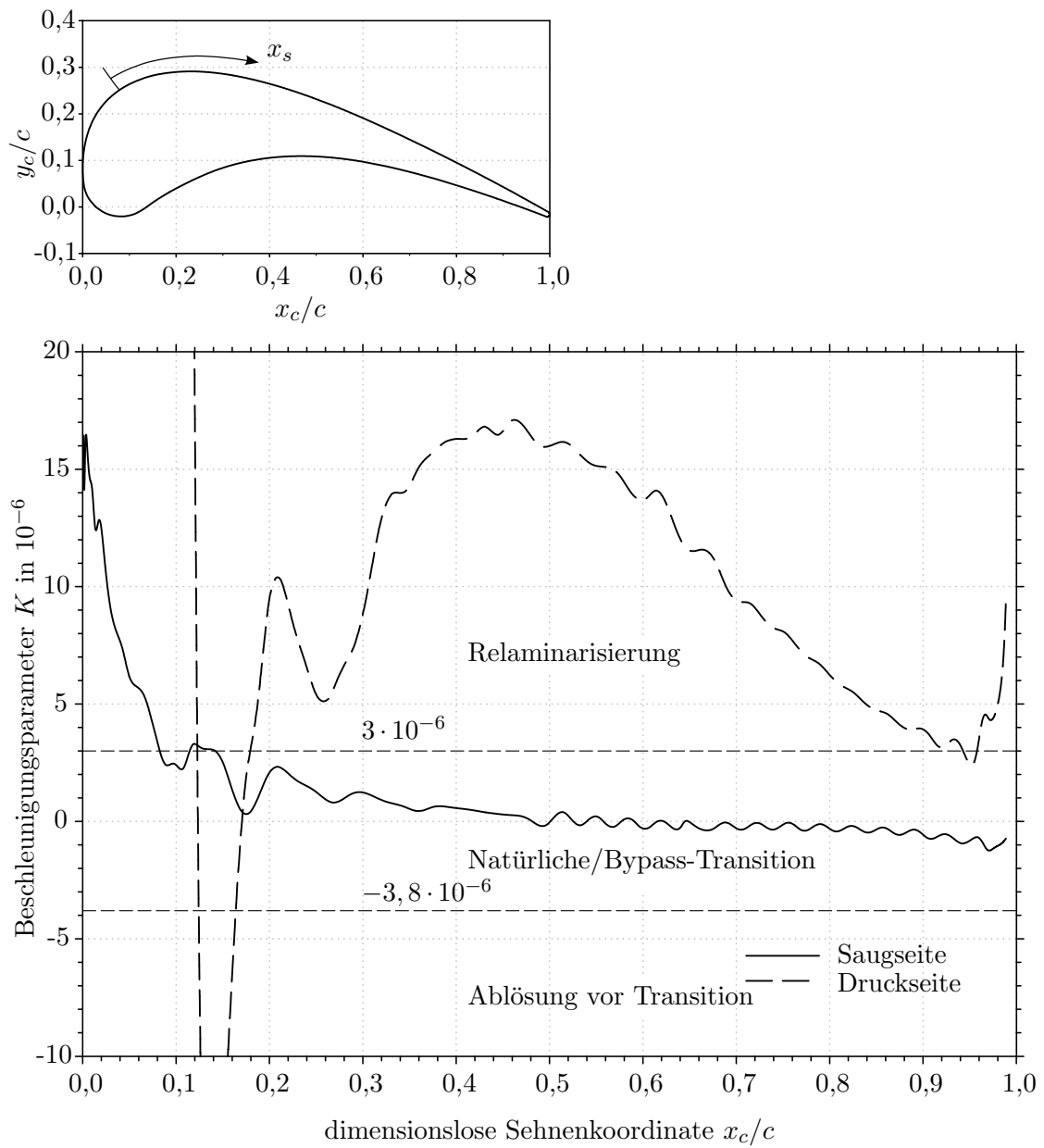


Abbildung 4.7: Beschleunigungsparameter  $K$  errechnet aus den Ergebnissen des  $k-\omega$  SST Modells

# Kapitel 5

## Transsonische Fälle

Ziel der Betrachtungen in diesem Kapitel ist, das Verhalten der Strömung durch das lineare Schaufelgitter mit einer Geometrie nach Abschn. 3.1 zu untersuchen, wobei die Randbedingungen so gewählt wurden, dass die Machzahl in der Abströmung von ca. 0,688 bis auf 1,55 erhöht wurde. Dadurch sollten die auftretenden gasdynamischen Phänomene durch numerische Methoden so gut wie möglich wiedergegeben werden. Die Resultate wurden mit experimentellen Daten und analytischen Theorien (siehe Abschn. 2.1) verglichen und dabei das Hauptaugenmerk auf die teilungsgemittelte Strahlablenkung und die Abström-Machzahl gerichtet.

### 5.1 Versuche von Perdichizzi und Dossena

Um die Ergebnisse der Simulation auch im Bereich hohen Unterschalls mit experimentellen Ergebnissen vergleichen zu können, wurden die Ergebnisse aus den Versuchen von Perdichizzi und Dossena [13] herangezogen. Die Versuche zielten hauptsächlich darauf ab, Abhängigkeiten der sich ausbildenden Sekundärströmungen vom Zuströmwinkel und vom Teilungsverhältnis  $t/c$  zu untersuchen. Die Messungen wurden in einem linearen Gitterwindkanal bei einer isentropen Abström-Machzahl  $Ma_{2is} = 0,7$  und einer Abström-Reynoldszahl  $Re_2 = 0,84 \cdot 10^6$  durchgeführt. Ebenso wurden die Sekundärströmungseffekte mittels Öl-Anstrichen an den Seitenwänden visualisiert. Relevante Ergebnisse waren die gemessene isentrope Machzahlverteilung am Mittelschnitt bei der in diesem Kapitel herangezogenen Geometrie aus Abschn. 3.1, der teilungsgemittelte Abströmwinkel  $\bar{\beta}_2^+$  am Mittelschnitt und die angegebene Zuström-Machzahl. Durch den großen Einfluss der Sekundärströmungen auf den Abströmwinkel ergibt sich eine Abweichung zwischen dem teilungsgemittelten Abströmwinkel am Mittelschnitt aus der Messung (ca.  $15,7^\circ$ ) und dem aus den Simulationsergebnissen ( $14,32^\circ$ ). Somit ist die Vergleichbarkeit durch die Dreidimensionalität der im Experiment beobachteten Strömung und der zweidimensionalen numerischen Simulation nur eingeschränkt möglich.



Tabelle 5.1: Allgemeine Randbedingungen für die sub- und transsonischen Fälle am Eintritt

Totaldruck in bar	$p_{t1}$	1,4
Zuströmwinkel in °	$\beta_1$	76,1
Turbulenzintensität in %	$Tu_1$	3,5
turb. Längenmaß in mm	$l_{t1}$	5,52

Tabelle 5.2: Randbedingungen für verschiedene Machzahlen bis inkl.  $Ma_2 \approx 1$ 

Fall:	$Ma_2 \approx$	0,677	0,7	0,8	0,9	1,0
Druckverhältnis	$p_2/p_{t1}$	0,7210	0,7065	0,6429	0,5794	0,5124
stat. Druck in bar	$p_2$	1,0093	0,9891	0,9001	0,8112	0,7174
Totaltemp. in K	$T_{t1}$	324,84	330,43	351,05	365,95	372,28
is. Abström-Machzahl	$Ma_{2is}$	0,7	0,722	0,820	0,919	1,026

Tabelle 5.3: Randbedingungen für verschiedene Machzahlen ab inkl.  $Ma_2 \approx 1,1$ 

Fall:	$Ma_2 \approx$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55
Druckverhältnis	$p_2/p_{t1}$	0,4510	0,3918	0,3393	0,2922	0,2492	0,2094
stat. Druck in bar	$p_2$	0,6314	0,5485	0,4750	0,4091	0,3489	0,2931
Totaltemp. in K	$T_{t1}$	374,78	371,12	365,00	356,07	343,33	325,87
is. Abström-Machzahl	$Ma_{2is}$	1,130	1,239	1,345	1,451	1,561	1,678

## 5.2 Numerische Simulation

Alle Berechnungen in diesem Kapitel wurden mit den Einstellungen aus Abschn. 3.3 durchgeführt. Da hier höhere Reynoldszahlen als in der Strömung aus Kap. 4 auftreten, wurde nur das  $k-\omega$  SST Turbulenzmodell verwendet. Die Fälle wurden in ihrer Bezeichnung durch die gerundete, teilungsgemittelte Abström-Machzahl  $Ma_2$  unterschieden.

### 5.2.1 Randbedingungen

Um das Verhalten der Strömung bei transsonischen Strömungszuständen im Turbinengitter zu untersuchen, wurde das Verhältnis von statischem Druck nach dem Gitter zum Totaldruck vor dem Gitter  $p_2/p_{t1}$  sukzessive abgesenkt (siehe Tab. 5.2 und 5.3). Dabei wurde darauf geachtet, strömungsmechanische Ähnlichkeit im Sinne vergleichbarer Reynoldszahlen um  $0,84 \cdot 10^6$ , einzustellen. Dies geschah durch das Anpassen der Totaltemperatur  $T_{t1}$  bei festgehaltenem Totaldruck  $p_{t1}$ . Das turbulente Längenmaß  $l_{t1}$  wurde mit 10% der Sehnenlänge  $c$  abgeschätzt. Der Turbulenzgrad  $Tu_1$  wurde für alle Rechnungen auf 3,5% gesetzt (siehe Tab. 5.1).

### 5.2.2 Nachlauf und Strömungsbild

Als Beispiel für das Strömungsbild bei transsonischen Bedingungen wurde der Fall mit  $Ma_2 \approx 1,4$  herangezogen. Die Verteilung der Machzahl ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Das Vorhandensein von schiefen Verdichtungsstößen führt zu plötzlichen Verzögerungen und Umlenkungen der Strömung. Der wellige Verlauf der Iso-Machlinien resultiert aus den Geschwindigkeitsschwankungen infolge der Nachlaufdellen. Der Verlauf, der von der Hinterkante ausgehenden Trennstromlinie, ist gut zu erkennen. An der Vorderkante ist die Lage des Staupunktes mit  $Ma = 0$  ersichtlich. Ein Aufweiten der Grenzschicht in der Reflexionszone des linksläufigen Hauptstoßes kann ebenso durch die Simulation abgebildet werden.

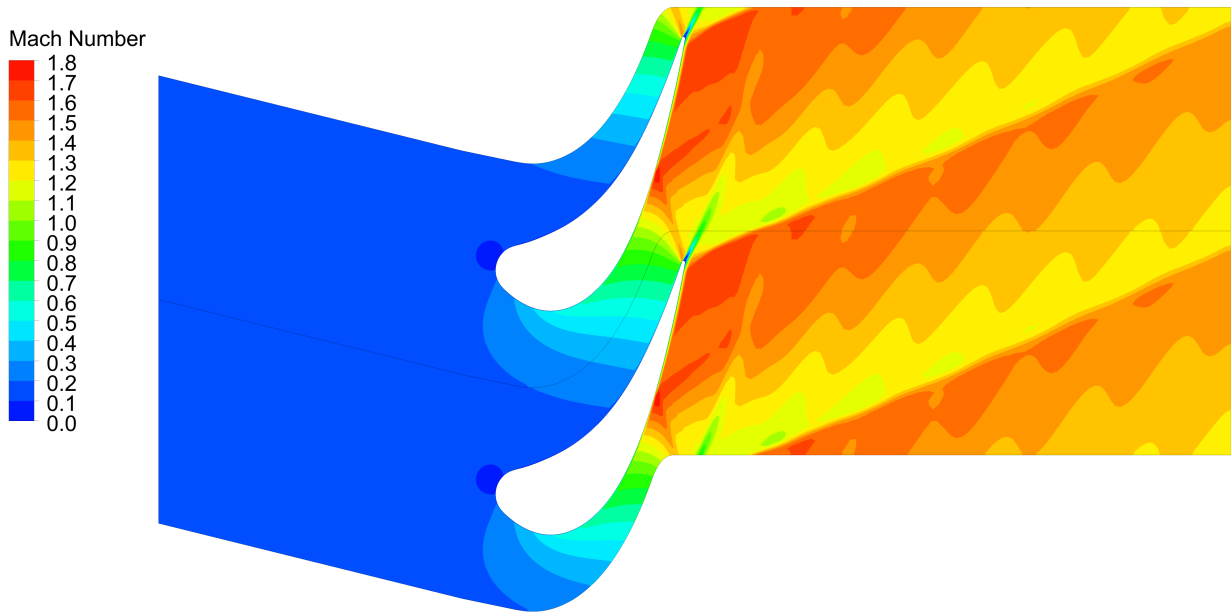
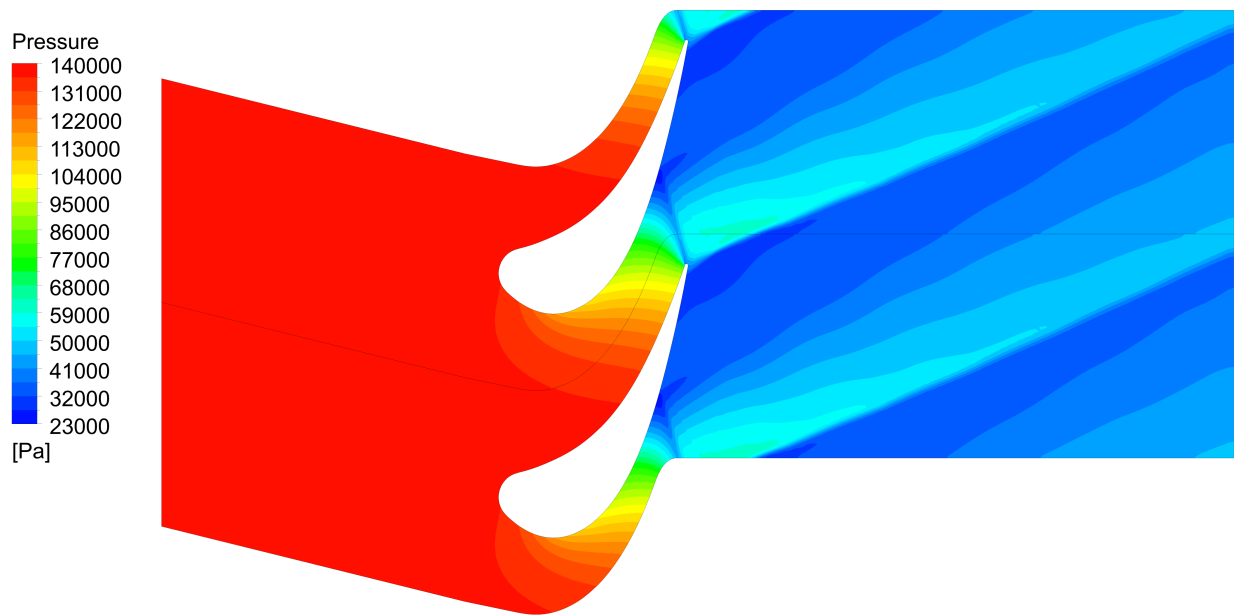


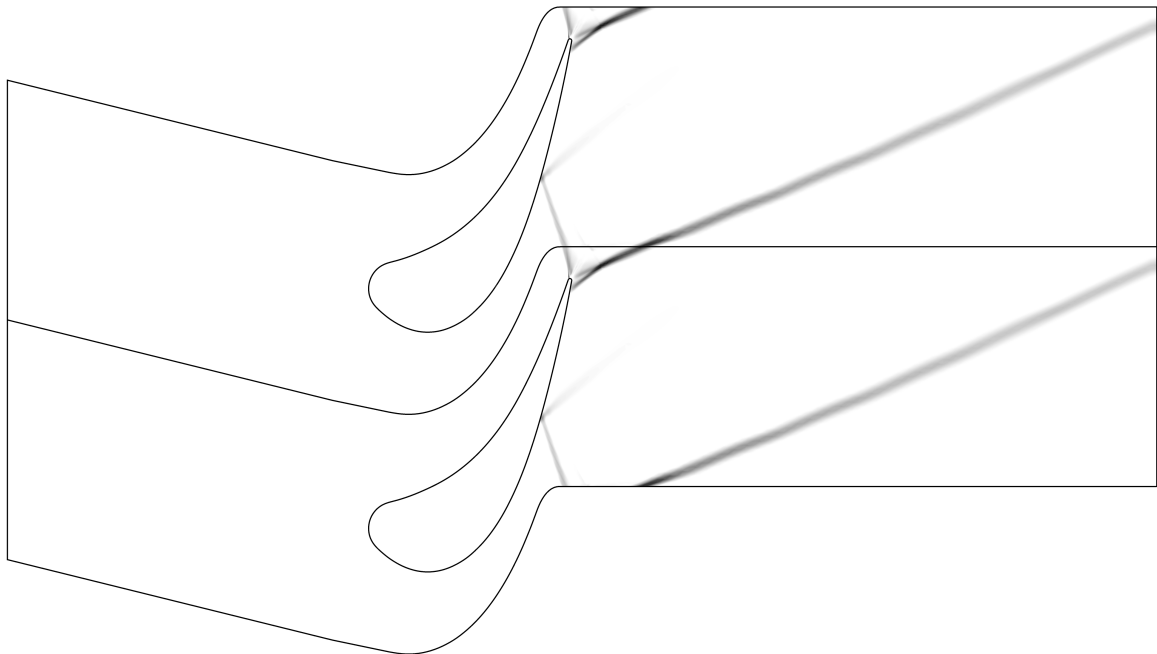
Abbildung 5.1: Machzahl-Konturplot bei  $Ma_2 \approx 1,4$

Den Konturplot des statischen Druckes zeigt Abb. 5.2. Ab dem schiefen Verdichtungsstoß am Mündungsende bilden die Iso-Drucklinien annähernd Geraden, an deren gedachten Schnittpunkten sich Verdichtungsstöße ausbilden.

Abbildung 5.3 beinhaltet ein numerisches Schlierenbild nach Abschn. 3.4. Das sich ausbildende System aus Verdichtungsstößen ähnelt dem in Abschn. 2.1.3 beschriebenen. Der rechte der zwei Hauptstöße, ausgehend vom Rekompansionspunkt nahe der Hinterkante, setzt sich gerade in das Strömungsgebiet hinter dem Gitter fort. Dabei verliert er kontinuierlich an Stärke, womit sich die Strömung vergleichmäßigt. Der linksläufige Hauptstoß wird an der Nachbarschaufel reflektiert. Durch die für eine feine Auflösung des Stoßes zu hohe Gitterweite in Verbindung mit einer konvexen Krümmung der Nachbarschaufel, verliert der Stoß nach der Reflexion rasch an Stärke und wird verschmiert. Zusätzlich zu den beiden Hauptstößen bilden sich zwei weitere Stöße an bzw. kurz vor der Hinterkante aus. Jener an der Druckseite entsteht, wie bereits in Abschn. 2.1.3 erläutert, infolge der Ablösung an der Hinterkante. Der Nebenstoß an der Saugseite entsteht durch eine Strömungsablösung

Abbildung 5.2: Druck-Konturplot bei  $Ma_2 \approx 1,4$ 

bereits vor der Hinterkante und ist in seiner räumlichen Ausdehnung deutlich größer als der Ablösestoß, welcher in Abb. 5.4 besser auszumachen ist. Beide vereinigen sich mit den beiden Hauptstößen.

Abbildung 5.3: Numerisches Schlierenbild -  $\text{tr}(\mathbf{D})$  bei  $Ma_2 \approx 1,4$

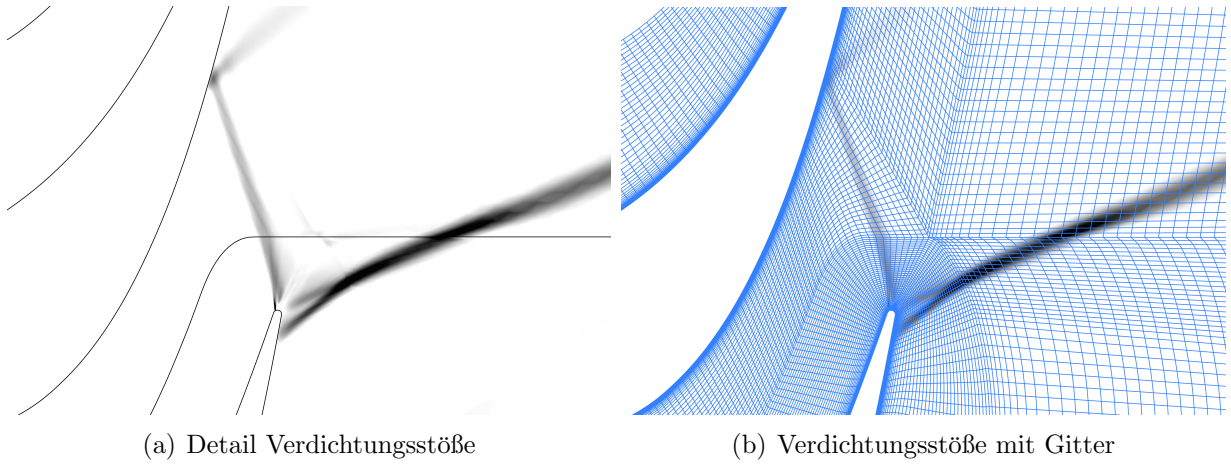


Abbildung 5.4: Detail  $\text{tr}(\mathbf{D})$  bei  $Ma_2 \approx 1,4$  - Relation der Zellengröße zur Auflösung der Verdichtungsstöße

Mehr Informationen zu den Strömungsgrößen im Nachlauf zeigen die Abb. 5.5 bis 5.8, wobei der Nullpunkt der Auswertungsebene so gewählt wurde, dass der Stoß in der Mitte der jeweiligen Messebene liegt. Es zeigt sich, dass sich der Verdichtungsstoß durch die relativ grobe Auflösung über mehrere Zellen verschmiert. Eine grobe Auflösung des Gitters beeinflusst laut Ferziger und Perić [9] zwar die räumliche Ausdehnung des Stoßes, allerdings nicht seine Lage. Somit kann davon ausgegangen werden, dass sich die relativ grobe Auflösung des Stoßes nicht stark auf die teilungsgemittelten Werte auswirkt. In Abb. 5.5 ist der Hauptverdichtungsstoß gut sichtbar. Durch das angewandte Diskretisierungsverfahren ergibt sich ein leichtes Überschwingverhalten vor und ein Unterschwingverhalten nach dem Verdichtungsstoß, was jedoch durch Reibungseffekte gedämpft wird und folglich erhöhte Dissipation in diesen Zonen hervorruft. Wesentlich schlechter lässt sich der über viele Zellen verschmierte, dispers reflektierte Verdichtungsstoß bei  $y/t \approx 0,1$  bis  $0,2$  für  $x/c_x = 1,5$  ausmachen. Betrachtet man die Strömungsgrößen im Nachlauf in beiden Messebenen, erkennt man ebenso die Vergleichmäßigung der Abströmung durch dissipative Effekte.

Die weiteren Abb. 5.6 und 5.7 zeigen ähnliche Merkmale, Abb. 5.8 verdeutlicht die Irreversibilität des Verdichtungsstoßes, welche sich durch das rasche Abfallen des Totaldruckes über den Verdichtungsstoß äußert. Für  $x/c_x = 2,5$  ist dieses Verhalten schon deutlich abgeklungen.

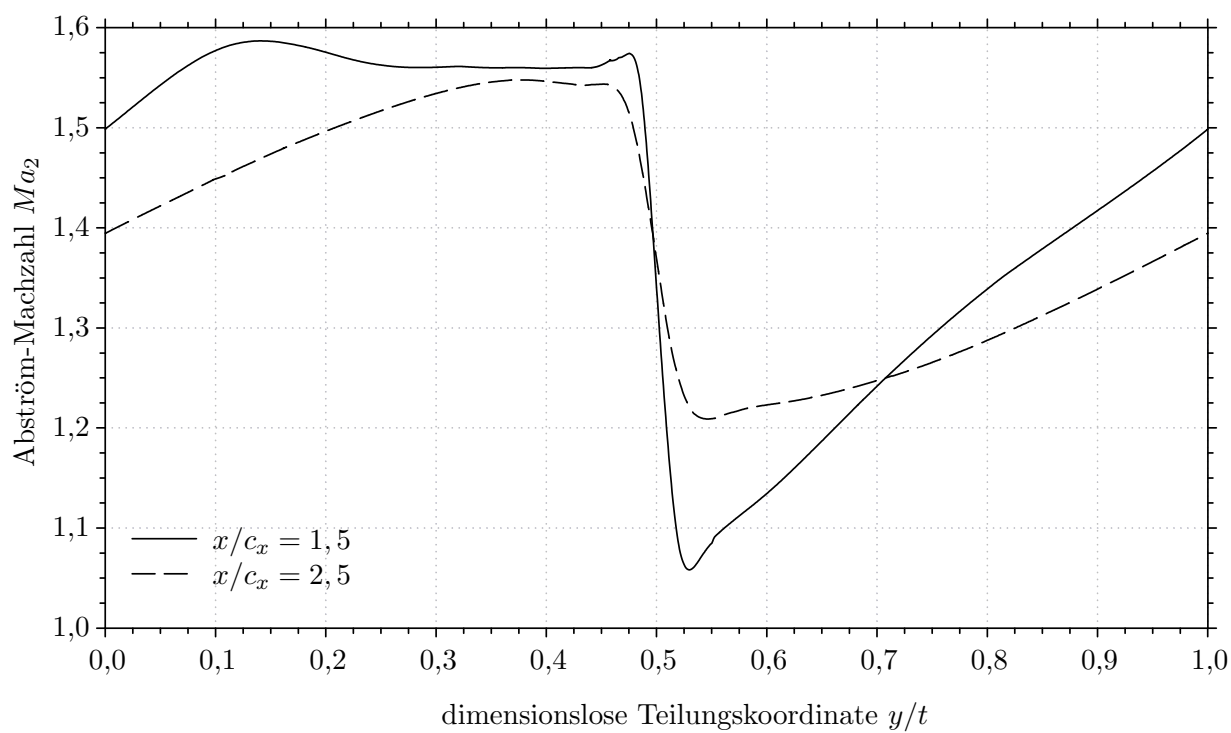


Abbildung 5.5: Machzahlverlauf  $Ma_2$  bei  $x/c_x = 1,5$  und  $2,5$  für  $Ma_2 \approx 1,4$

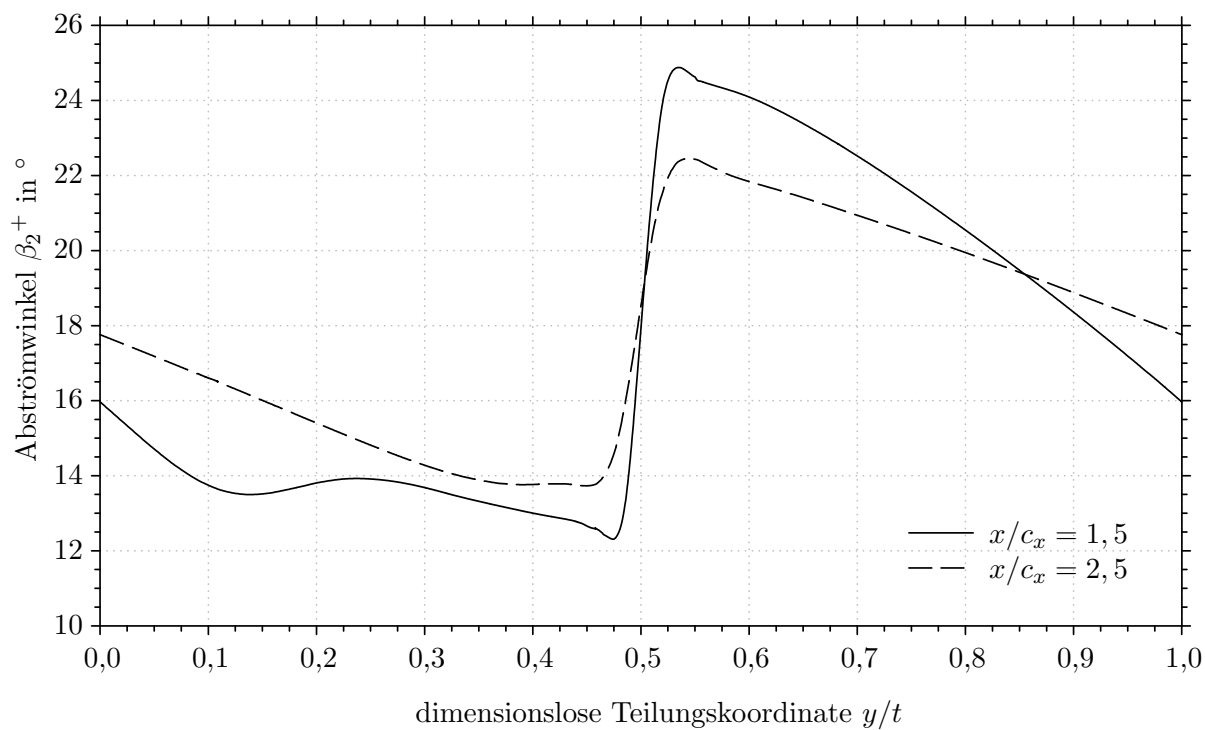


Abbildung 5.6: Abströmwinkel  $\beta_2^+$  bei  $x/c_x = 1,5$  und  $2,5$  für  $Ma_2 \approx 1,4$

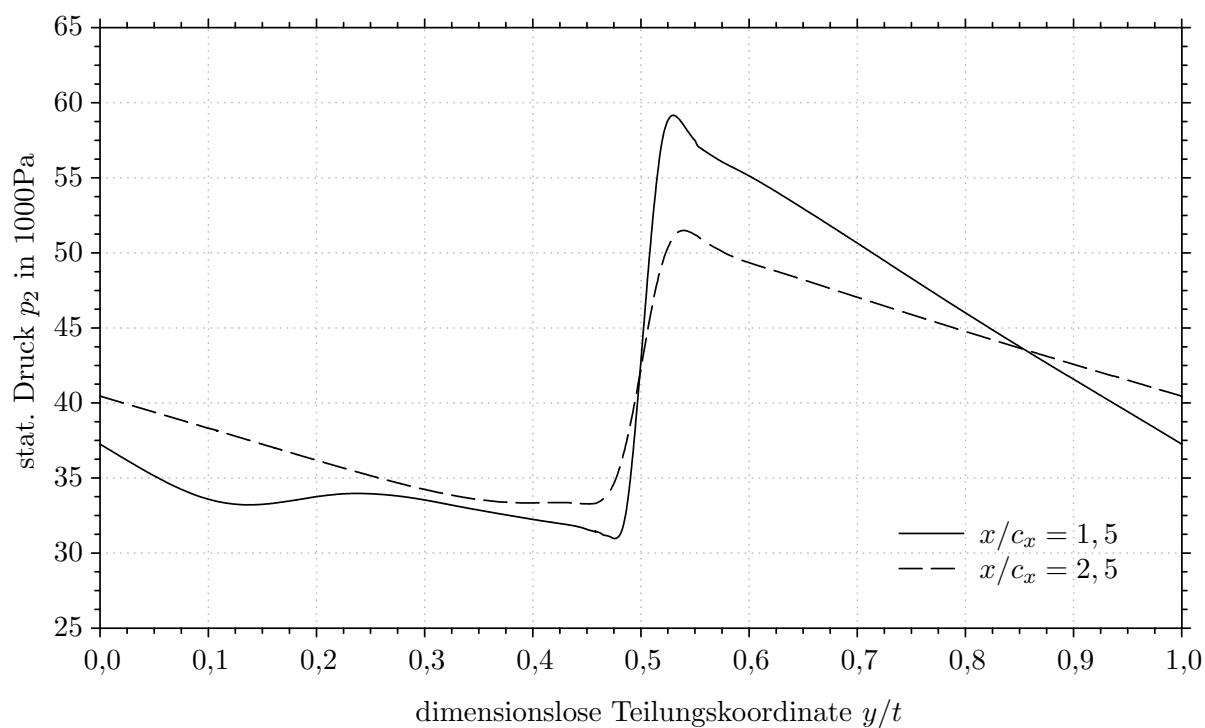


Abbildung 5.7: Verlauf des stat. Drucks  $p_2$  bei  $x/c_x = 1,5$  für 2,5 bei  $Ma_2 \approx 1,4$

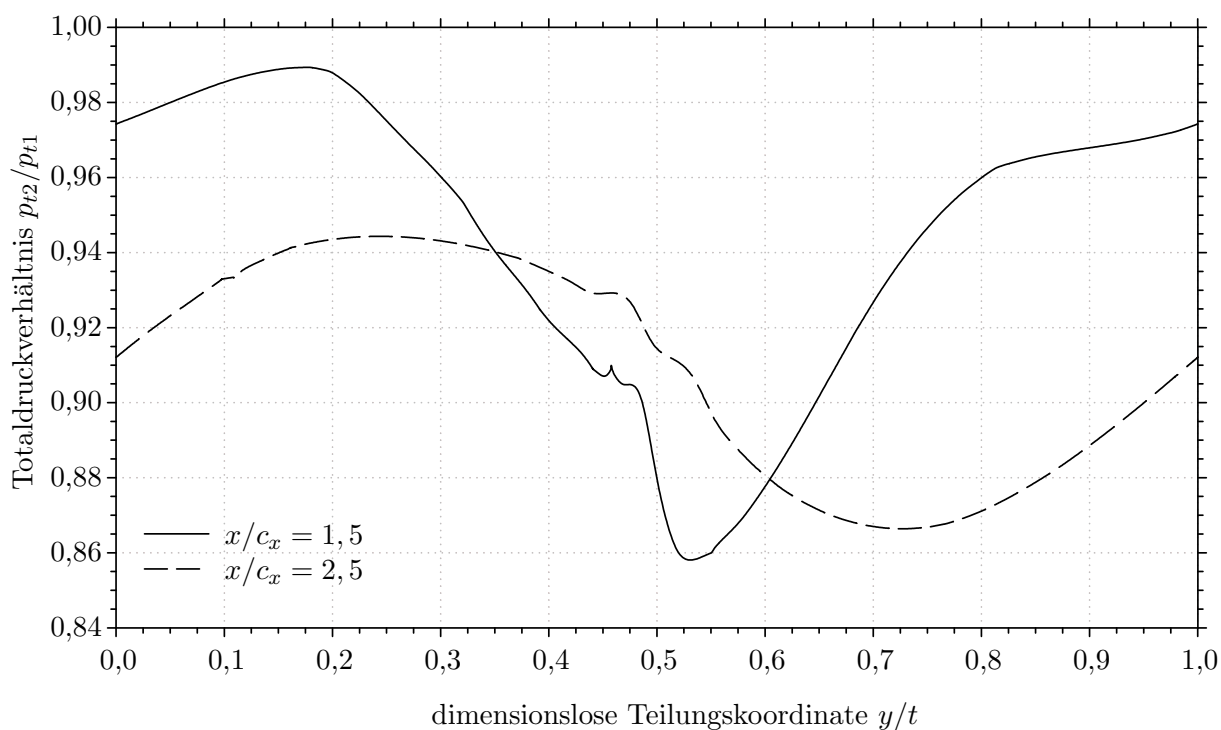


Abbildung 5.8: Totaldruckverhältnis  $p_{t2}/p_{t1}$  bei  $x/c_x = 1,5$  und 2,5 für  $Ma_2 \approx 1,4$

### 5.2.3 Isentrope Machzahl-Verläufe

Bei Strömungen im höheren Machzahl-Bereich bietet es sich an, von der Angabe von Profildruckverläufen zu isentropen Machzahl-Verläufen am Turbinenprofil überzugehen. Die Geschwindigkeit an der Profiloberfläche ist infolge der Haftbedingung stets null, jedoch kann über die Beziehung

$$Ma_{is}^2 = \frac{2}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p}{p_{t1}} \right)^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \quad (5.1)$$

jedem Druckverhältnis  $p/p_{t1}$  an der Schaufeloberfläche eine isentrope Machzahl  $Ma_{is}$  zugeordnet werden, welche sich bei isentroper Expansion von  $p_{t1}$  auf  $p$  ergäbe. Dies hat den Vorteil, dass man vom Profildruck auf ungefähre Werte der Machzahl außerhalb der Grenzschicht schließen kann.

Eine Gegenüberstellung vom errechneten und aus Messungen bestimmten isentropen Machzahlverlauf (siehe Perdichizzi und Dossena [13]) zeigt Abb. 5.9. An der Druckseite konnte eine relativ gute Übereinstimmung mit den gemessenen Ergebnissen erreicht werden. An der Saugseite ergibt sich eine Diskrepanz zwischen Messung und Rechnung, ähnlich jener des Falles aus Kap. 4. Diese könnte einerseits aus Abweichungen in den Randbedingungen oder auch durch dreidimensionale Strömungseffekte resultieren. Zusätzlich können ohne Angaben von Messunsicherheiten die Größenordnungen von Messfehlern in den Randbedingungen nicht abgeschätzt werden.

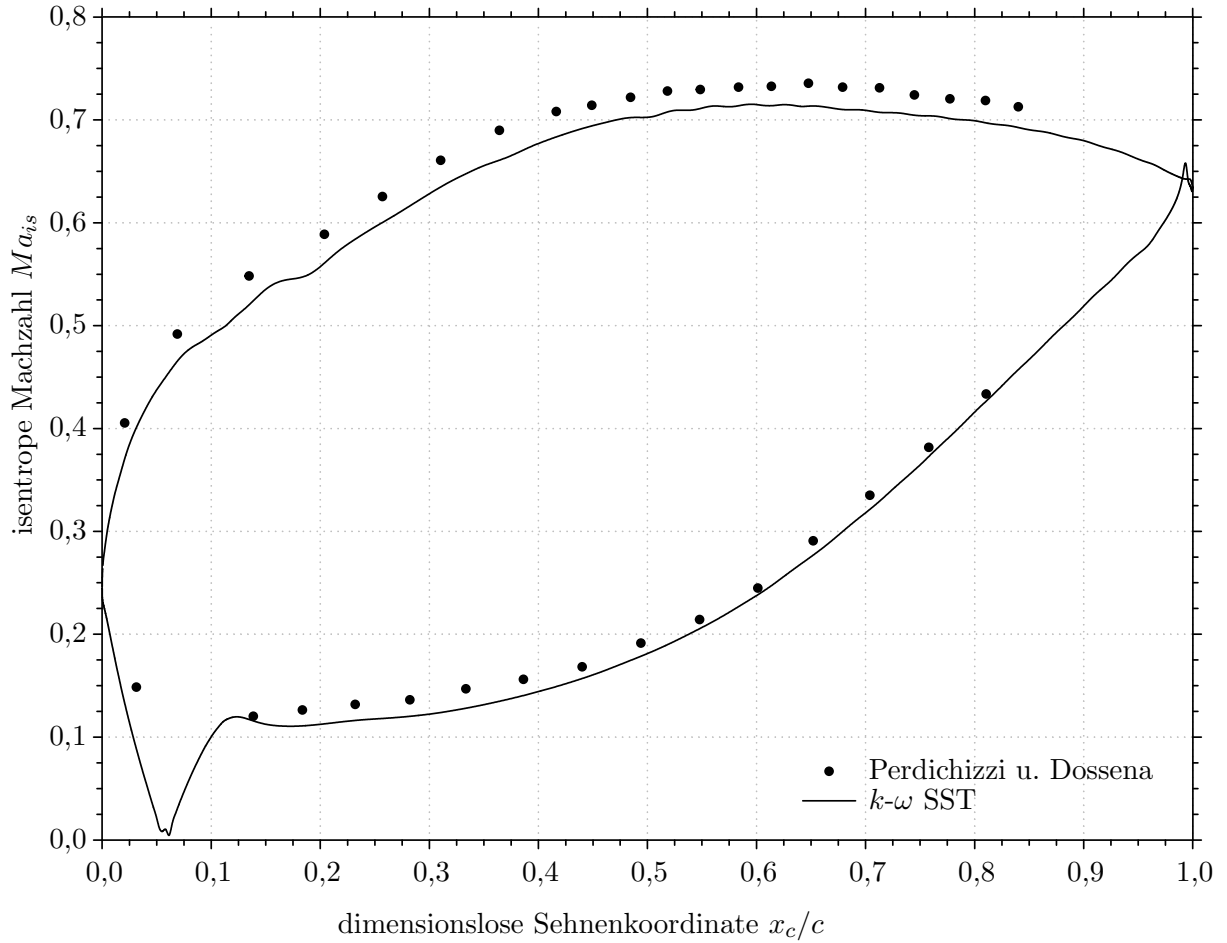


Abbildung 5.9: Isentroper Machzahlverlauf für  $Ma_{2is} \approx 0,7$  - Vergleich mit der Messung nach Perdicizzi und Dossena [13]

Die isentropen Machzahl-Verläufe in Abb. 5.10 ergaben sich durch weiteres Absenken des Druckverhältnisses  $p_2/p_{t1}$ . Für die subsonischen Fälle zeigt sich, dass sich die Stelle der maximalen isentropen Machzahl an der Saugseite mit steigender Abström-Machzahl  $Ma_2$  nach hinten verschiebt. An der Druckseite nähern sich die isentropen Machzahl-Verläufe an jenen bei  $Ma_2 \approx 1,0$  an.

Zwischen  $Ma_2 \approx 0,9$  und  $1,0$  ändert sich der Verlauf der isentropen Machzahl stark. Es kommt zum erstmaligen Auftreten von Geschwindigkeiten über der Schallgeschwindigkeit und zu Verdichtungsstößen, weshalb der Verlauf für  $Ma_2 \approx 1,0$  einen raschen Abfall im hinteren Profilbereich aufweist. Dieser Stoß ist im schallnahen Bereich gerade und befindet sich noch in großem Abstand stromauf der Hinterkante. Da die Strömung in der Grenzschicht durch die Haftbedingung immer einen Unterschallbereich beinhaltet, kann der Druckanstieg, ausgelöst durch den Stoß, auch bei Überschallbedingungen in der Außenströmung eine Stromaufwirkung hervorrufen. Durch diese ist der Stoß nur verschmiert zu erkennen. Bei weiterem Erhöhen von  $Ma_2$  ist auch der linksläufige Hauptstoß an seiner Reflexionszone



zu erkennen, welche mit steigender Abström-Machzahl Richtung Profilhinterkante wandert.

Bemerkenswert ist, dass sich der isentrope Machzahlverlauf an der Saugseite ab  $Ma \approx 1,1$  bis zur Reflexionszone nicht mehr ändert, da mit dem Erreichen der Schallgeschwindigkeit keine Beeinflussung des Unterschallgebietes von der Überschallströmung mehr zu erwarten ist. Dies gilt auch für die Druckseite, an welcher sich die Machzahl-Verläufe ab  $Ma \approx 1,1$  ebenso überlappen. Würde das Druckverhältnis  $p_2/p_{t1}$  weiter abgesenkt werden, ergäbe sich ab dem Grenzdruckverhältnis  $(p_2/p_{t1})_G$  keine weitere Veränderung des isentropen Machzahlverlaufes und die sich ergebende Kurve wäre eine Hüllkurve um die anderen Machzahl-Verläufe.

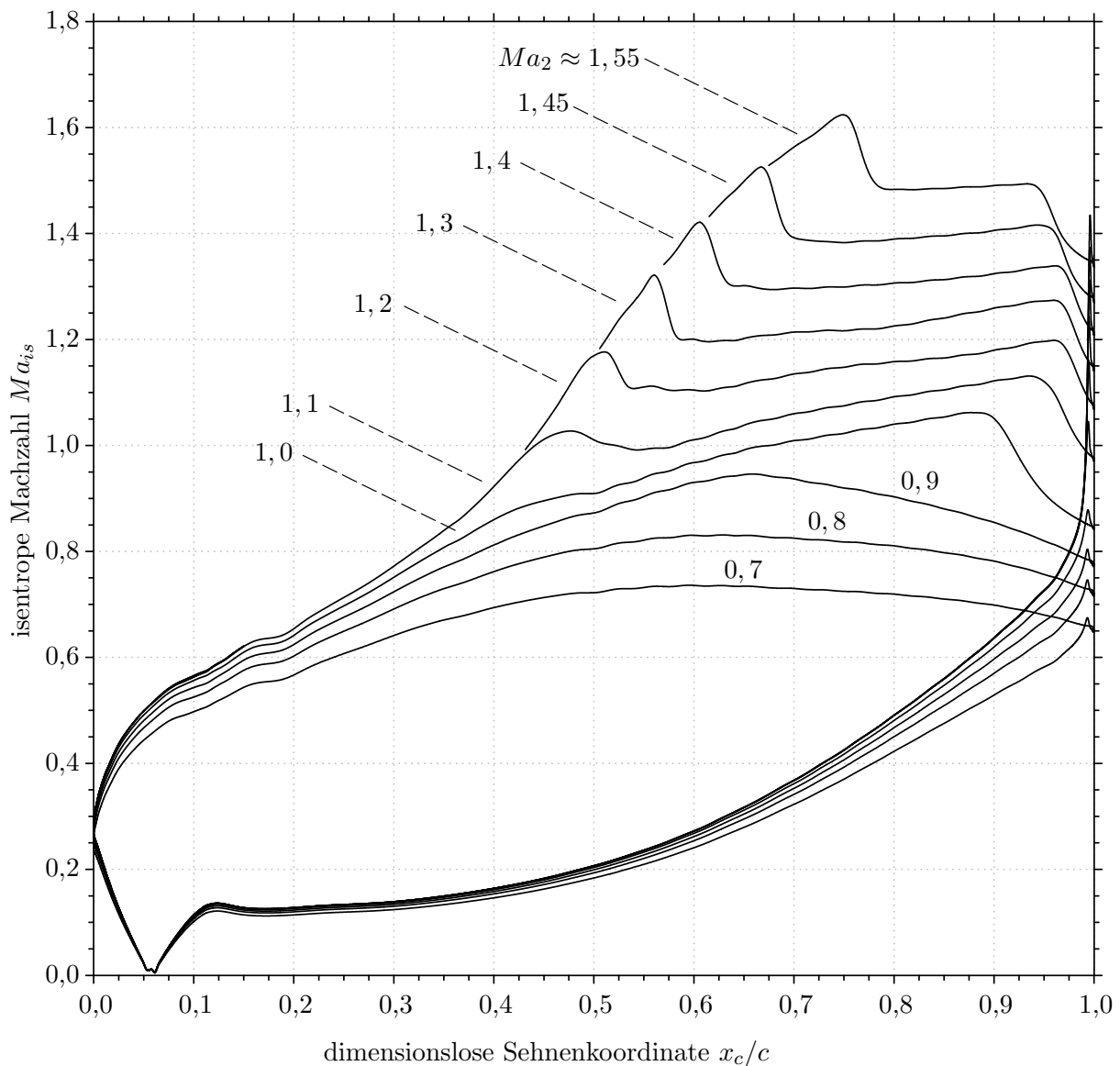


Abbildung 5.10: Isentrope Machzahl-Verläufe der simulierten Fälle

### 5.2.4 Teilungsgemittelte Größen

Aus Gründen der Leserlichkeit wurden die in diesem Abschnitt betrachteten teilungsgemittelten Größen ohne Querstrich dargestellt (z.B.  $\overline{Ma}_2 = Ma_2$ ). Die Teilungsmittelung erfolgte für Drücke nach Gl. 3.7, für alle anderen Größen durch Gl. 3.8. Die detaillierten Ergebnisse befinden sich im Anhang A.1.

Abbildung 5.11 zeigt links das Verhalten der Zuström-Machzahl über der Abström-Machzahl. Dies verdeutlicht das „Sperren“ des Gitters, was bedeutet, dass die Zuström-Machzahl  $Ma_1$  ab einer Abström-Machzahl von  $Ma_2 \approx 1$  nicht mehr erhöht werden kann. Für das Teillastverhalten bzw. bei variierendem Zuströmwinkel  $\beta_1$  ändert sich diese, da nur die Axialkomponente für den Massenstrom bestimmend ist. Abbildung 5.12 gibt einen Vergleich zwischen analytischen Berechnungen nach Abschn. 2.1.1 und den Ergebnissen der Simulationen. Es ergibt sich ein Widerspruch zur in Perdichizzi und Dossena [13] angegebenen Zuström-Machzahl von  $Ma_1 = 0,15$  bei  $Ma_{2is} = 0,7$ , da somit bei subsonischer Abströmung bereits eine Zuström-Machzahl in Höhe der Blockage-Machzahl auftreten würde. Rechts in Abb. 5.11 sind die sich bei den Randbedingungen aus Abschn. 5.2.1 einstellenden Abström-Reynoldszahlen  $Re_2$  aufgetragen.

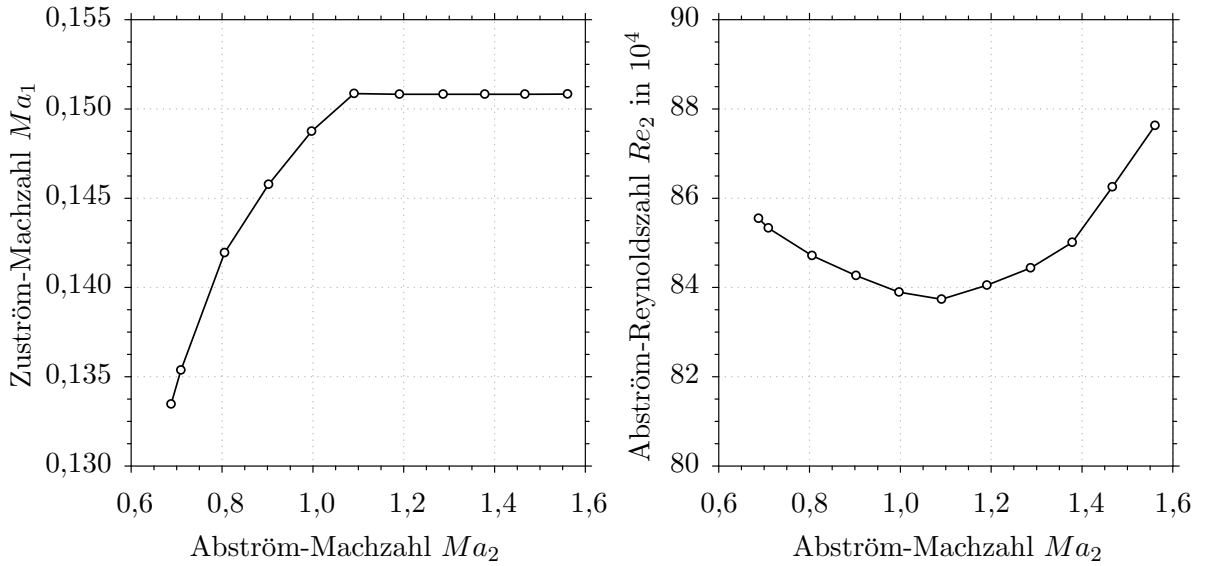


Abbildung 5.11: Verhalten von Zuström-Machzahl  $Ma_1$  und Reynoldszahl in der Abströmung  $Re_2$  (ausgewertet bei  $x/c_x = 1,5$ ) bei variierender Abström-Machzahl  $Ma_2$

Der Totaldruckverlustbeiwert ist definiert als

$$\zeta_{t2} = \frac{p_{t1} - p_{t2}}{\frac{1}{2} \rho_2 w_2^2}. \quad (5.2)$$

Die Auswertung ergibt, dass der Totaldruckverlustbeiwert für steigende Abström-Machzahlen

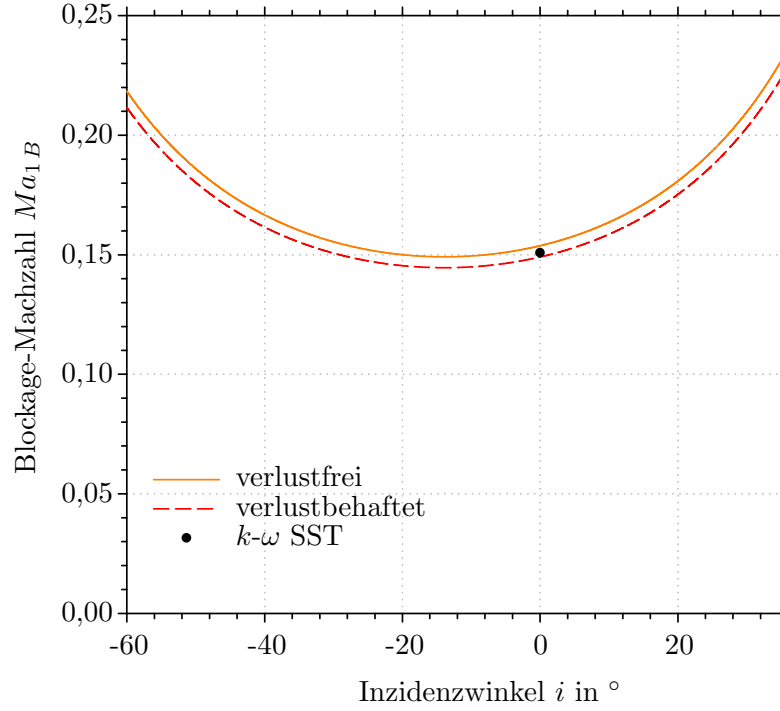


Abbildung 5.12: Blockage-Machzahl  $Ma_{1B}$  - Vergleich zwischen analytischen und numerischen Ergebnissen;  $i = 76,1^\circ - \beta_1$ ; Verlustbehaftet: Totaldruckverhältnis  $\omega_t = 0,98$  und Verdrängungsgrenzschichtdicke  $\delta_V = 0,1\text{mm}$  bei  $A_a = 10,25\text{mm}$

stark ansteigt (Abb. 5.13). Ebenso erkennt man die schnelle Zunahme der Ausmischungsverluste ab der Schallgrenze, was sich in auseinanderlaufenden Linien für die unterschiedlichen Auswertungsebenen niederschlägt.

Durch die Nachexpansion nach der Mündung weicht der Abströmwinkel bei überkritischen Druckverhältnissen von dem bei Auslegungszustand stark ab (vergl. Abschn. 2.1.2). Die massengemittelte Strahlablenkung  $\delta_2$ , verglichen mit dem Austrittswinkel  $\beta_a^+ = 14,736^\circ$  laut Sinusregel, ist in Abb. 5.14 als Funktion des Druckverhältnisses  $p_2/p_{t1}$  dargestellt. Der statische Druck wurde dabei für dieses und die folgenden Diagramme durch Flächenmittelung erhalten. Bei subsonischen Abströmbedingungen ist bis  $p_2/p_{t1} \approx 0,6$  keine nennenswerte und danach nur eine geringe Abhängigkeit der Strahlablenkung vom Gesamtdruckverhältnis auszumachen. Beim kritischen Druckverhältnis  $p_2/p_{t1} = 0,52828$  tritt keine Strahlablenkung auf. Ab dem Überschreiten des kritischen Gesamtdruckverhältnisses steigt der Abströmwinkel stark an. Der Vergleich zwischen den analytischen Ergebnissen nach Gretler und Baer (siehe Perissutti [14]) zeigt deutliche Abweichungen. Bemerkenswert ist auch, dass die Steigungen der aus den analytischen Theorien erhaltenen Ergebnisse bei kritischem Druckverhältnis gleich Null, bei den Simulationsergebnissen jedoch von Null verschieden sind. Die Unterschiede ergeben sich zum einen dadurch, dass die Blockagewirkung der Grenzschichten nicht miteinbezogen wird, zum anderen durch die Eindimensionalität der Theorien. Durch die Eindimensionalität können der Einfluss einer endlichen Hinterkan-

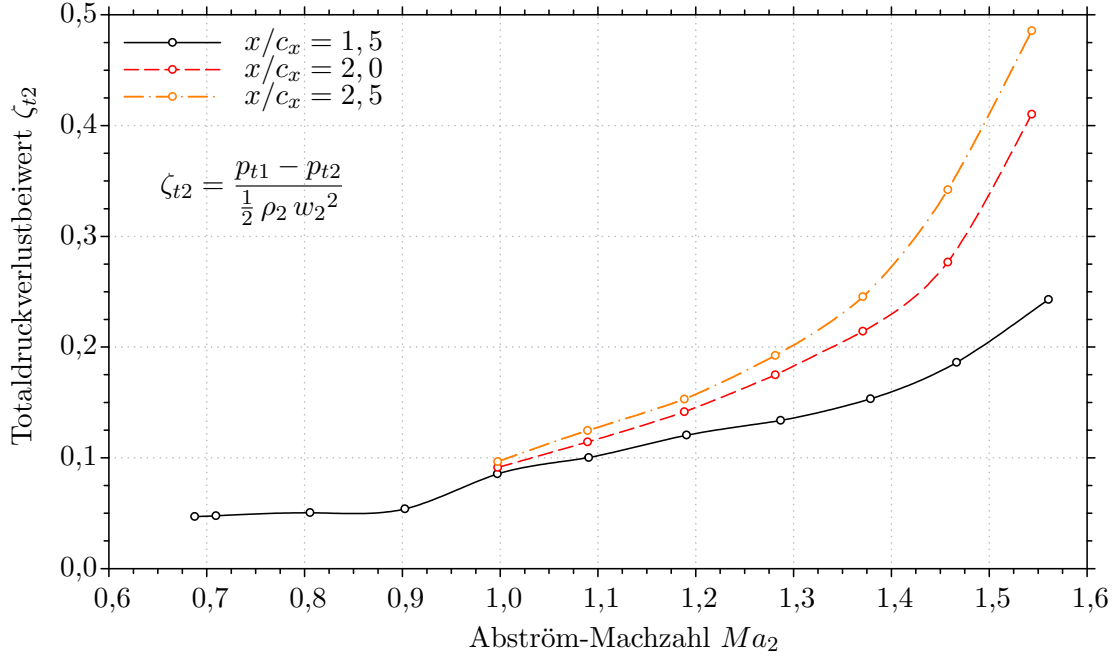


Abbildung 5.13: Totaldruckverlustbeiwert  $\zeta_{t2}$  über der Abström-Machzahl  $Ma_2$  für verschiedene Auswertungsebenen

tendicke sowie der Krümmung des Schauffeprofils hinter der Mündung nicht berücksichtigt werden (vergl. Christiani [4]). Baer nimmt in seiner Theorie zusätzlich Verlustfreiheit der Strömung an.

Zu den bereits erwähnten Einschränkungen der Theorien nach Gretler und Baer kommt hinzu, dass diese ihre Gültigkeit nur für unendlichen Abstand zum Gitter bzw. bei vollkommener Ausmischung der Strömung behalten. Abbildung 5.15 veranschaulicht die Tendenz der numerischen Ergebnisse für die Strahlablenkung, sich mit zunehmendem Abstand zum Gitter an die analytischen Ergebnisse anzunähern. Das Druckverhältnis ist hier das Mündungsdruckverhältnis  $p_2/p_a$ , welches aus den Simulationsergebnissen mittels

$$\frac{p_2}{p_a} = \frac{p_2}{p_{t1}} \frac{p_{t1}}{p_{ta}} \left( \frac{p_{ta}}{p_a} \right)_k \approx \frac{p_2}{p_{t1}} \frac{1}{0,52828} \quad (5.3)$$

berechnet wurde. Folglich wurden Totaldruckverluste vor der Mündung vernachlässigt.

Der Versatz der Linien in Abb. 5.16 bzw. 5.17 ist Folge dieses vernachlässigten Totaldruckverlustes, weswegen die analytischen Theorien höhere Abström-Machzahlen prognostizieren. Die Theorie nach Gretler liefert auch für die Berechnung der Abström-Machzahl Ergebnisse näher an den Simulationsergebnissen als jene nach Baer.

Abbildung 5.18 zeigt den Zusammenhang zwischen Strahlablenkung und Abström-Machzahl. Man erkennt, dass die Ergebnisse aus den Simulationen, trotz der Auswertung an verschiedenen Ebenen, auf einer gemeinsamen Linie bleiben.

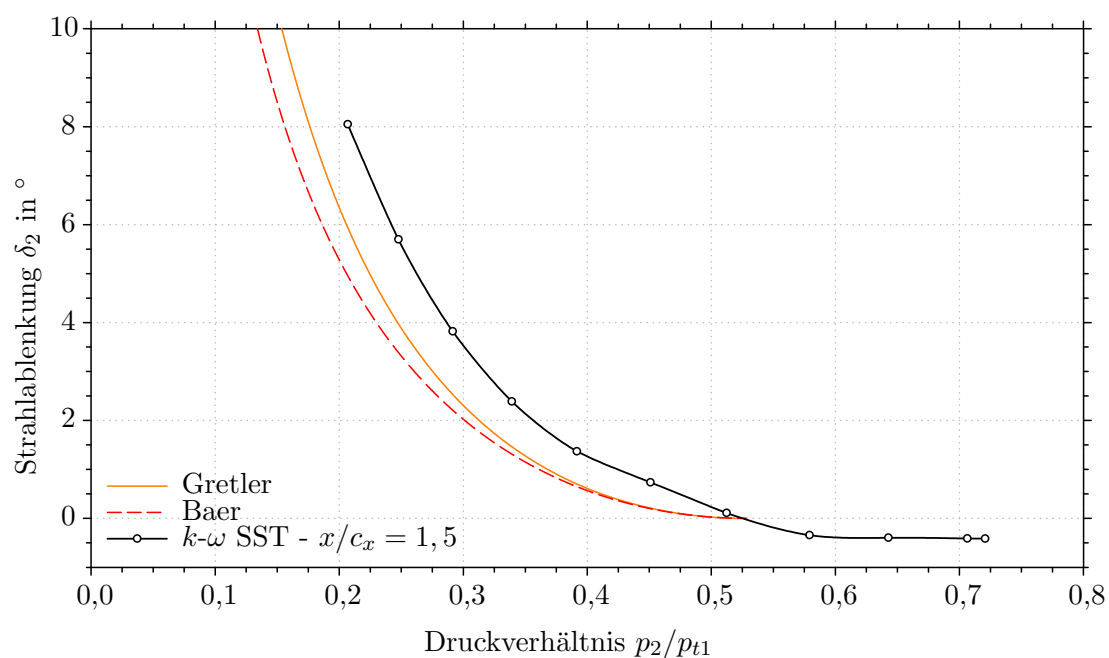


Abbildung 5.14: Strahlablenkung  $\delta_2$  verglichen mit  $\beta_a^+ = 14,736^\circ$  in Abhängigkeit des Druckverhältnisses  $p_2/p_{t1}$  - analytische Lösung nach Gretler bzw. Baer und numerische Ergebnisse

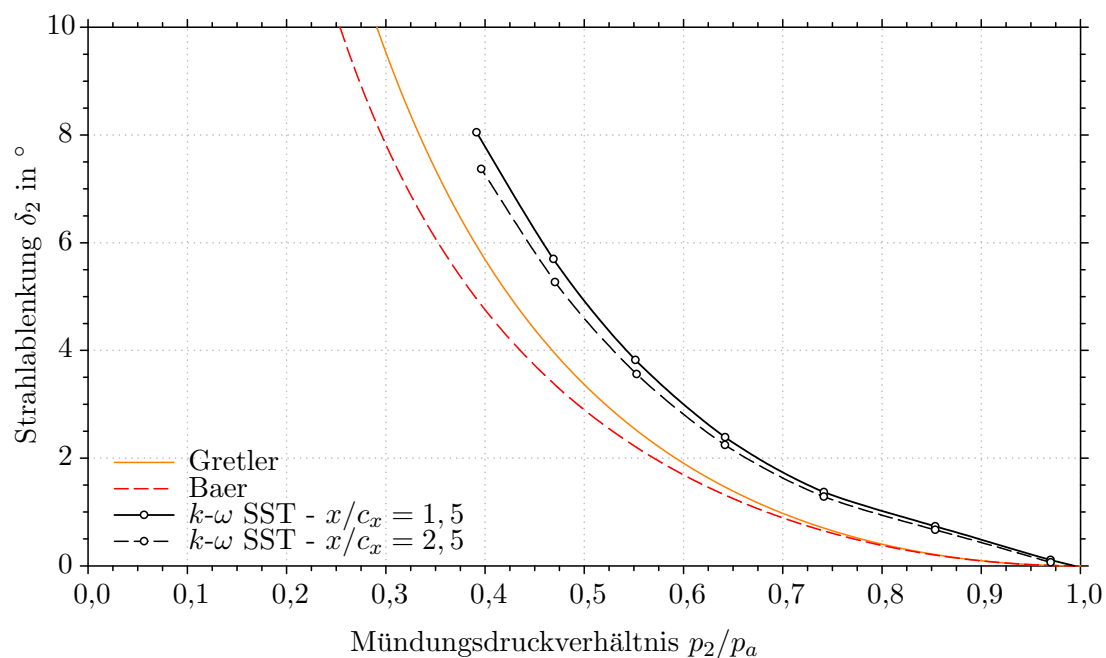


Abbildung 5.15: Strahlablenkung  $\delta_2$  verglichen mit  $\beta_a^+ = 14,736^\circ$  in Abhängigkeit des Mündungsdruckverhältnisses  $p_2/p_a = (p_2/p_{t1}) (1/0,52828)$  - analytische Lösung nach Gretler bzw. Baer und numerische Ergebnisse

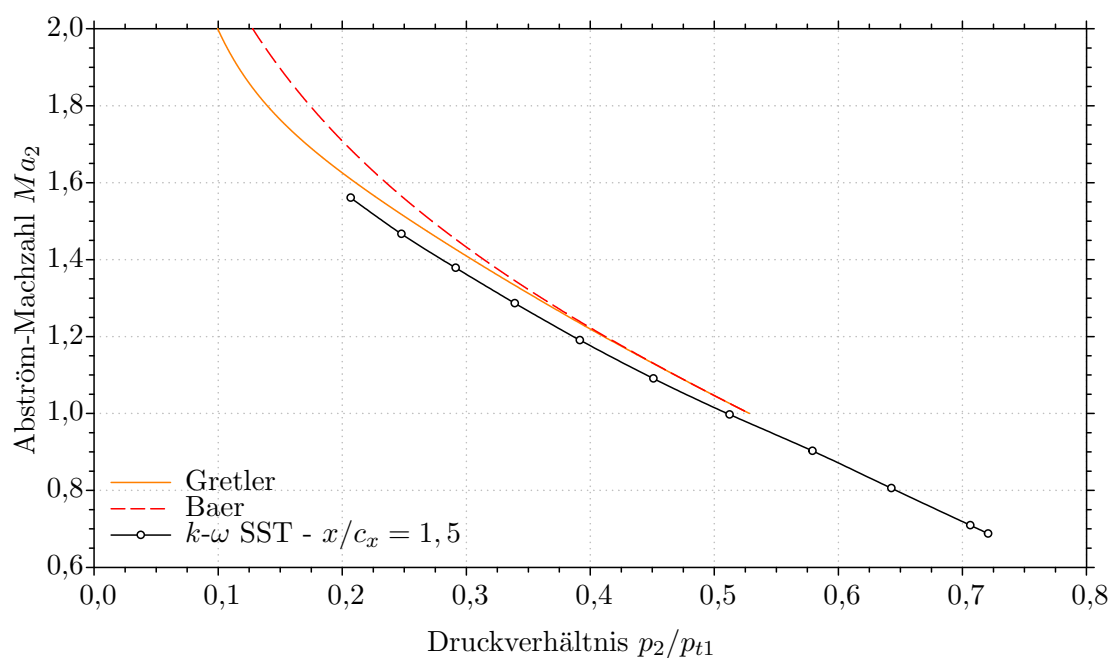


Abbildung 5.16: Abström-Machzahl  $Ma_2$  in Abhängigkeit des Druckverhältnisses  $p_2/p_{t1}$  - analytische Lösung nach Gretler bzw. Baer und numerische Ergebnisse

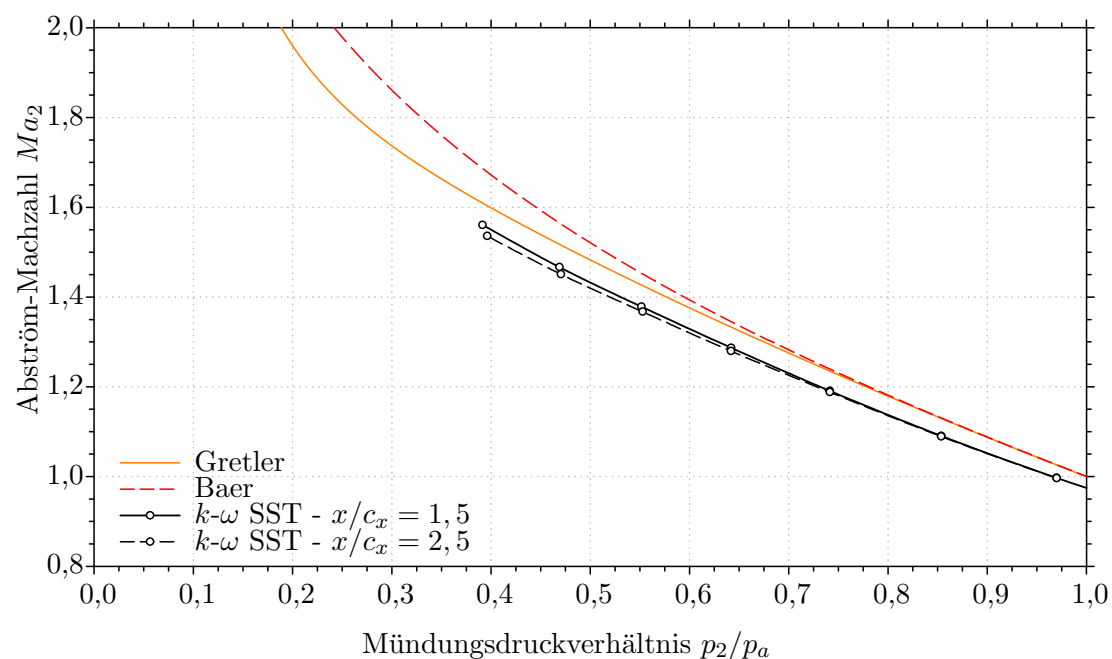


Abbildung 5.17: Abström-Machzahl  $Ma_2$  in Abhängigkeit des Mündungsdruckverhältnisses  $p_a/p_{t1} = (p_2/p_{t1}) (1/0,52828)$  - analytische Lösung nach Gretler bzw. Baer und numerische Ergebnisse

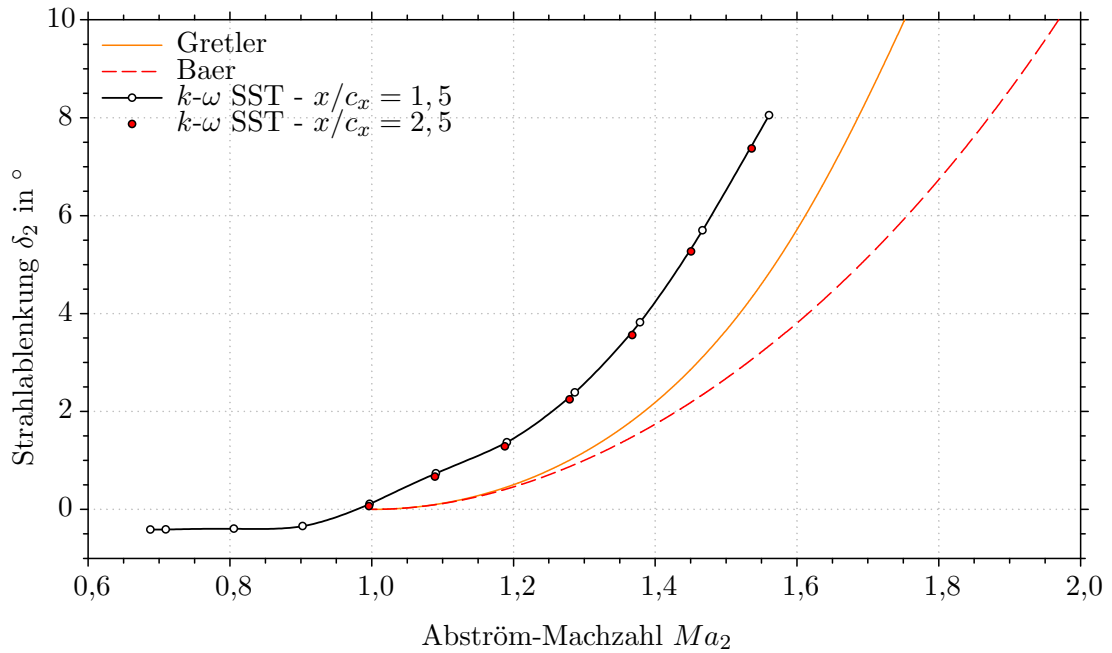
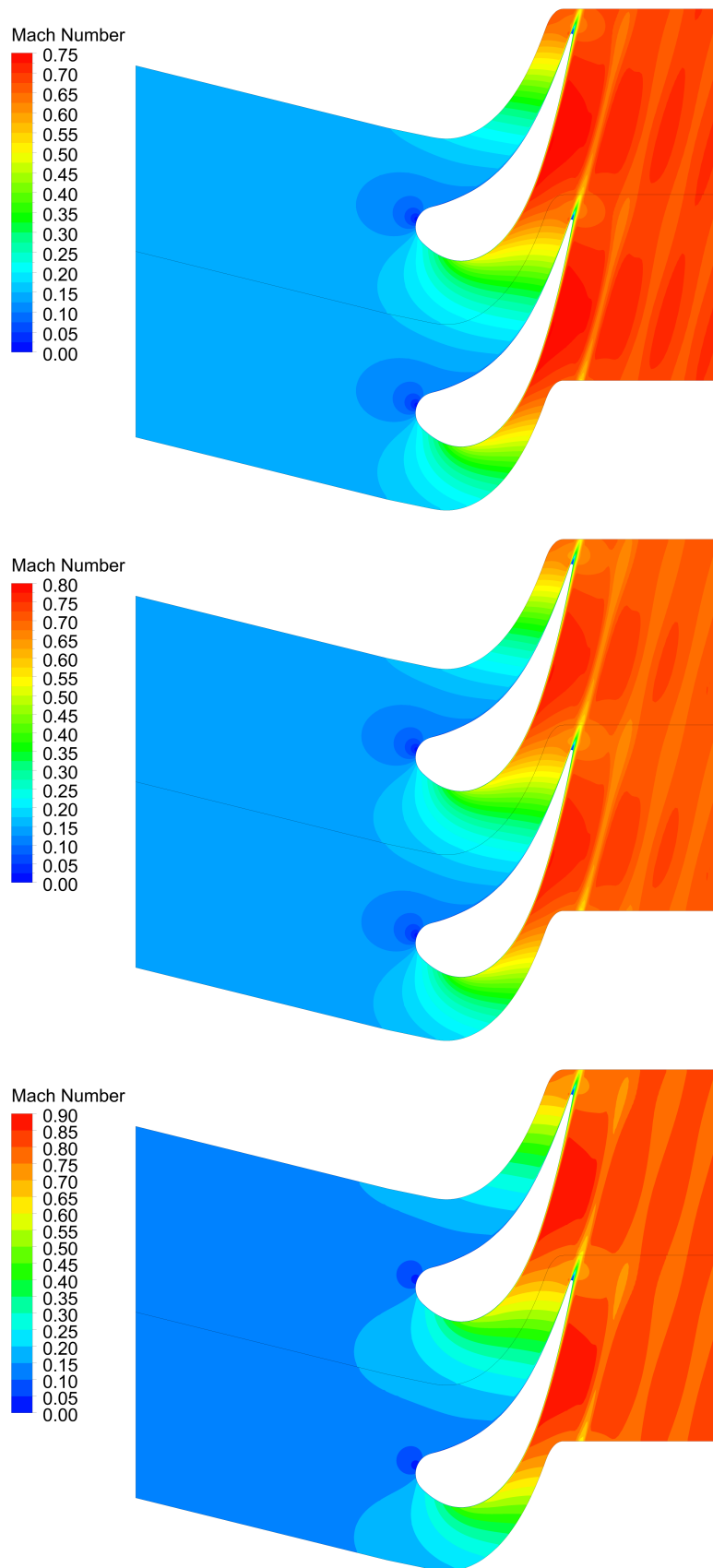


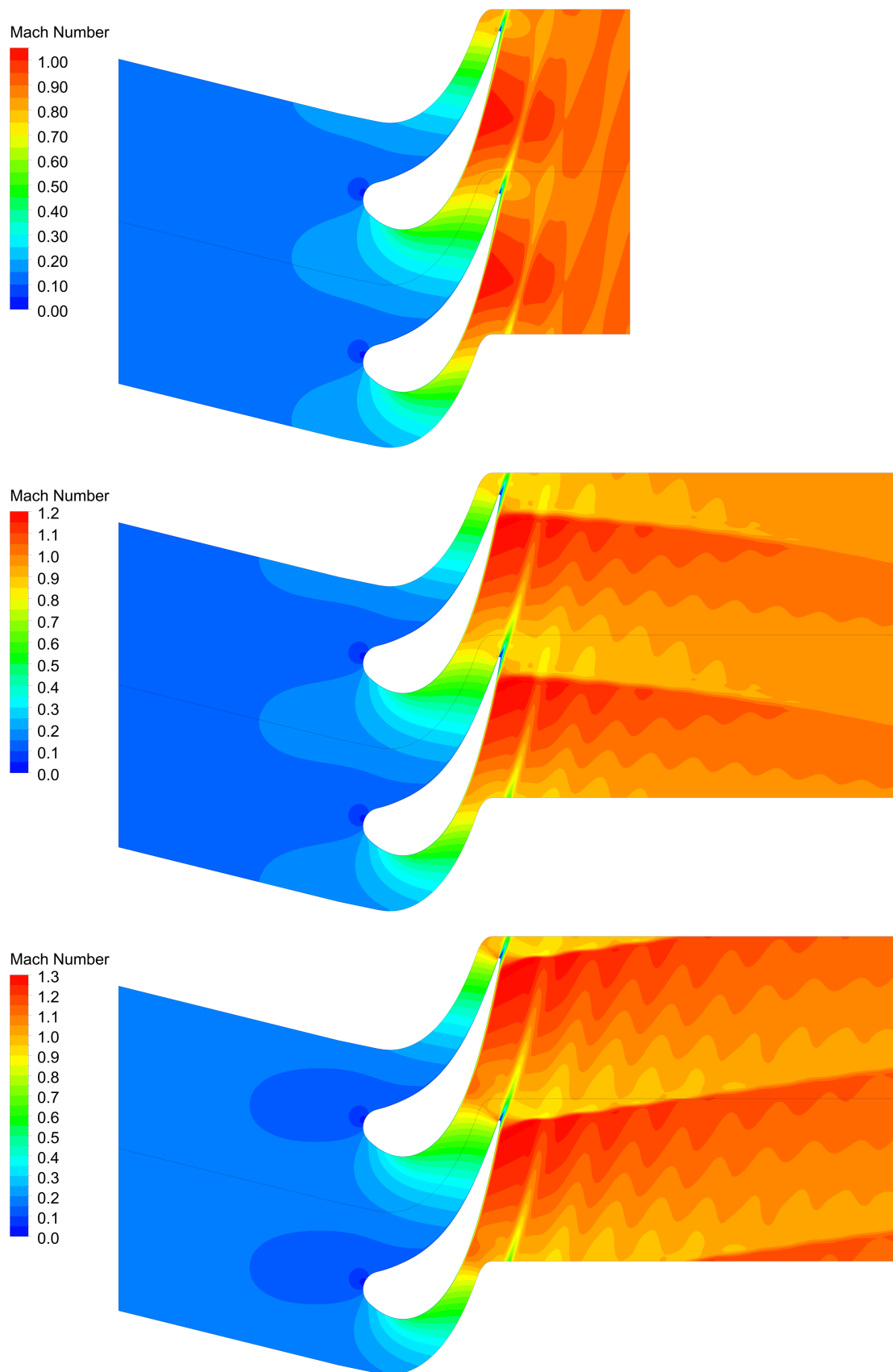
Abbildung 5.18: Strahlablenkung  $\delta_2$  verglichen mit  $\beta_a^+ = 14,736^\circ$  in Abhängigkeit der Abström-Machzahl  $Ma_2$  - analytische Lösung nach Gretler bzw. Baer und numerische Ergebnisse

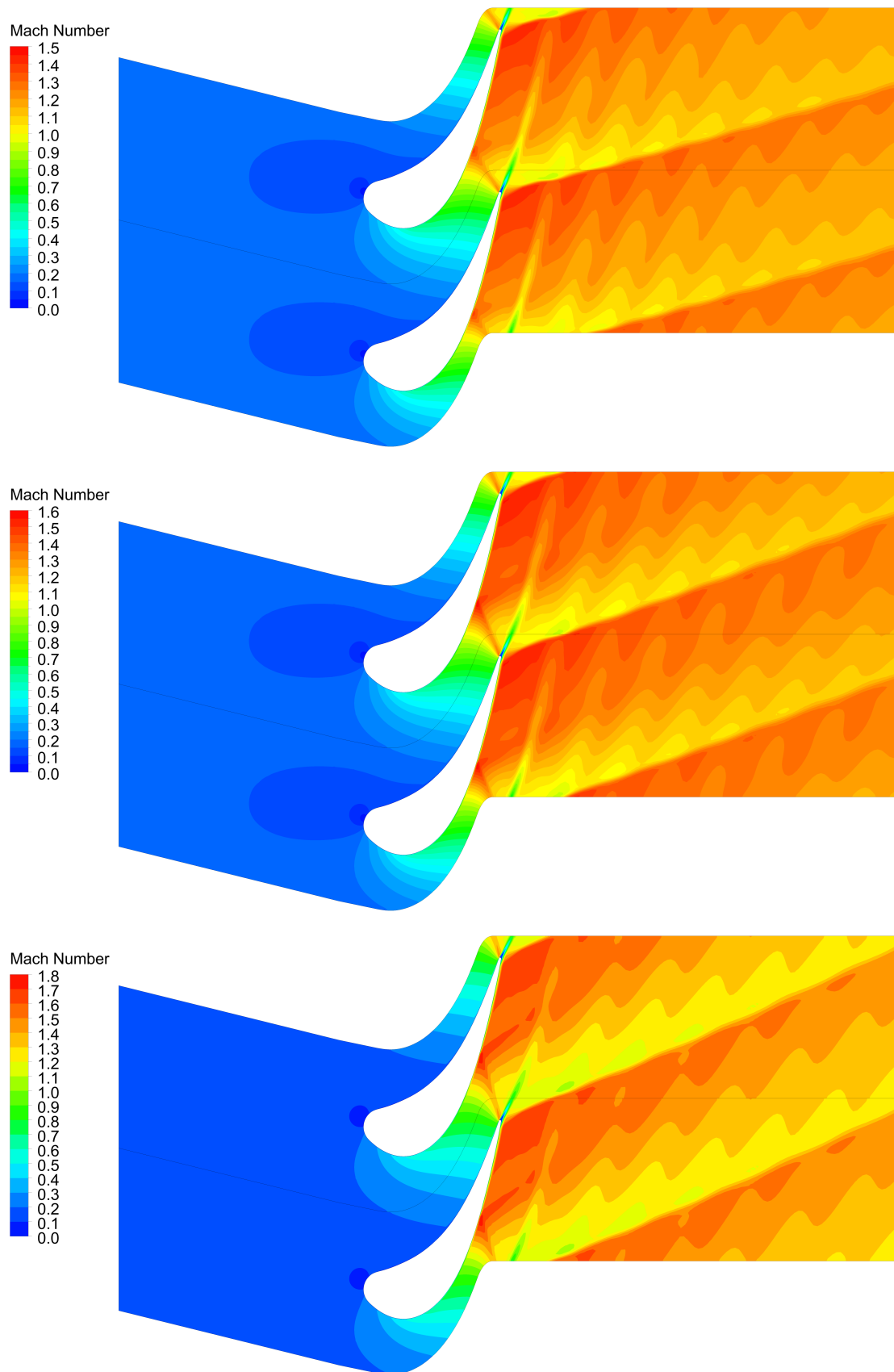
### 5.2.5 Serie der Konturplots

Die folgende Abbildungsserie 5.19 bis 5.29 zeigt Konturplots der Machzahl- und Druckverteilung sowie die numerischen Schlierenbilder für alle durchgeführten Berechnungen von  $Ma_2 \approx 0,688$  bis  $1,55$ . Im Unterschallbereich kann mit steigender Abström-Machzahl die zunehmende Ausprägung der Nachlaufdüellen ausgemacht werden. Es bildet sich auch ein Gebiet mit hoher Geschwindigkeit bzw. niedrigem Druck an der Saugseite aus, welches ebenso mit sinkendem Druckverhältnis an Ausprägung gewinnt. Ab dem Überschreiten der Schallgeschwindigkeit kann erstmals ein gerader Verdichtungsstoß kurz vor der Hinterkante beobachtet werden. Bei weiterem Absenken des Druckverhältnisses neigt sich der Verdichtungsstoß und es können zusätzlich die zwei weiteren Nebenstöße ausgemacht werden. Der linksläufige Hauptstoß tritt hingegen erst ab dem Fall  $Ma_2 \approx 1,2$  auf. Durch die Interaktion der Nachlaufdüellen mit dem schiefen Verdichtungsstoß erhält dieser im niedrigen Überschallbereich eine wellige Struktur, was jedoch mit steigender Abström-Machzahl abklingt. Die Gestalt der Isobaren in den Druck-Konturplots wechselt gleichermaßen von wellig zu gerade. Der wellige Charakter der Iso-Machlinien wird auch durch die Nachlaufdüellen bestimmt, ist jedoch auch im hohen Überschallbereich noch deutlich zu erkennen. Im Machzahl-Konturplot ist das stark zunehmende Abdriften der Nachlaufdüelle direkt hinter der Profilhinterkante gut sichtbar. Es wird veranschaulicht, wie sich die Strahlablenkung mit abnehmendem Druckverhältnis  $p_2/p_{t1}$  stark erhöht.

Abbildung 5.19: Machzahl-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 0,688$ ,  $0,7$  und  $0,8$



Abbildung 5.20: Machzahl-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 0,9$ ,  $1,0$  und  $1,1$

Abbildung 5.21: Machzahl-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 1, 2, 1, 3$  und  $1, 4$

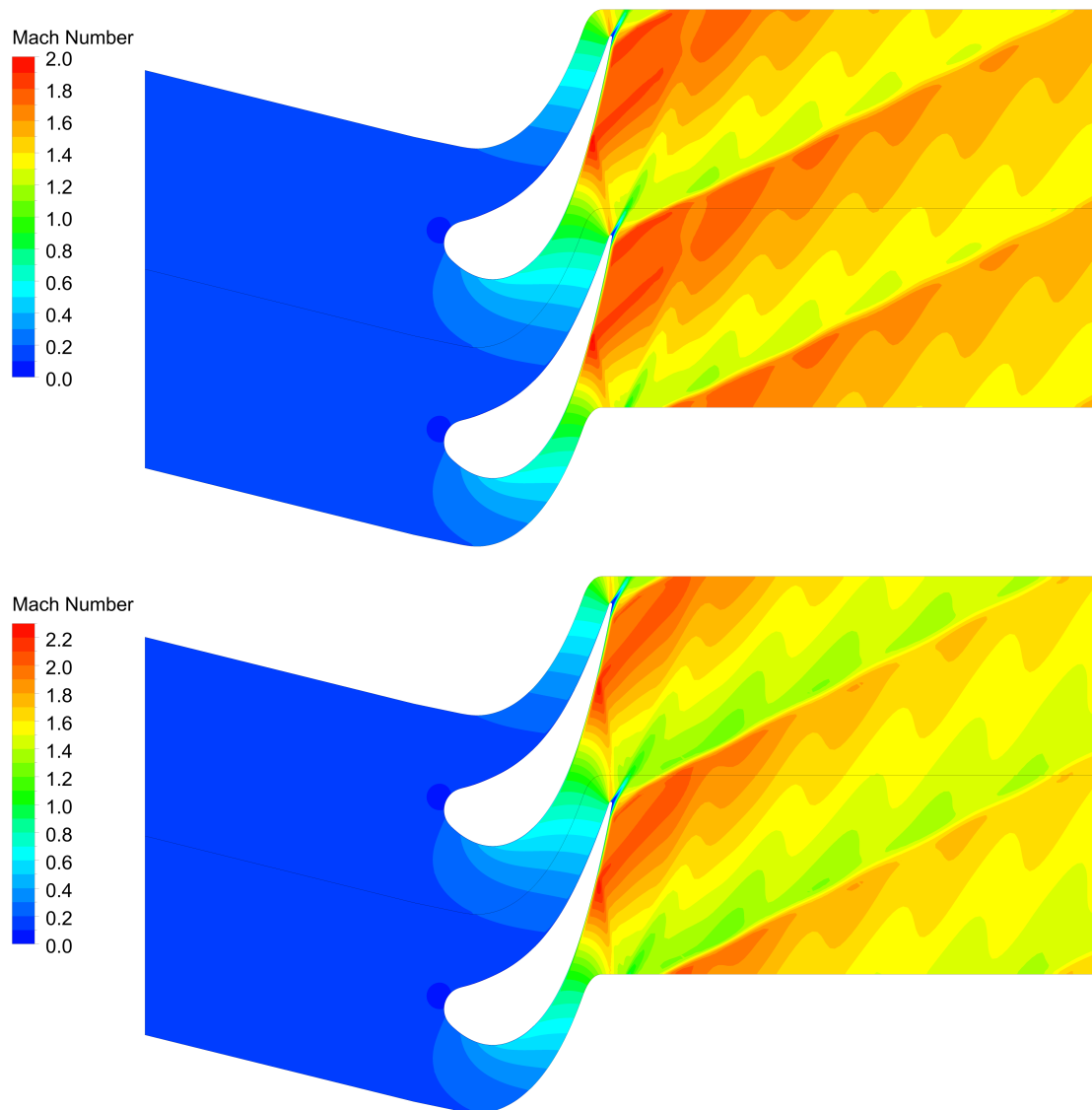
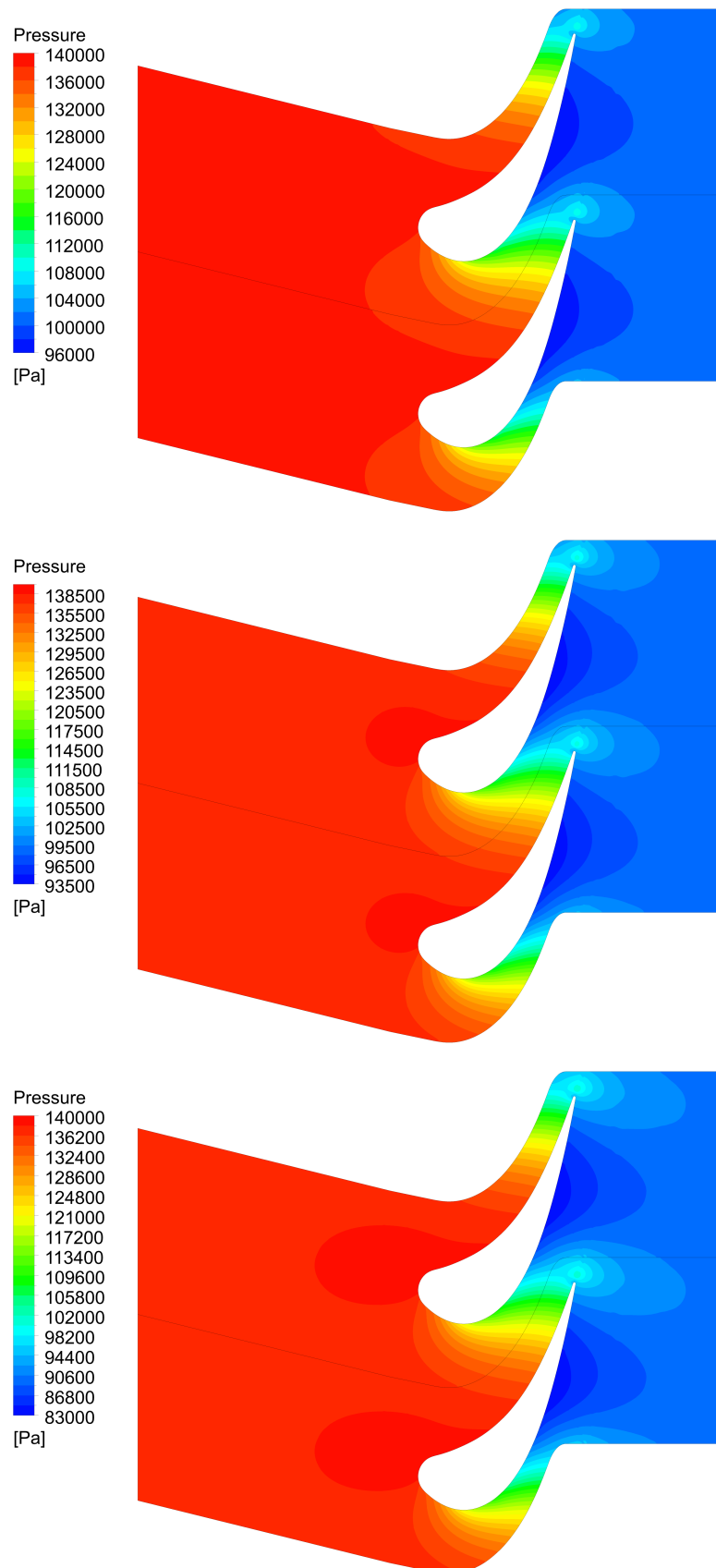
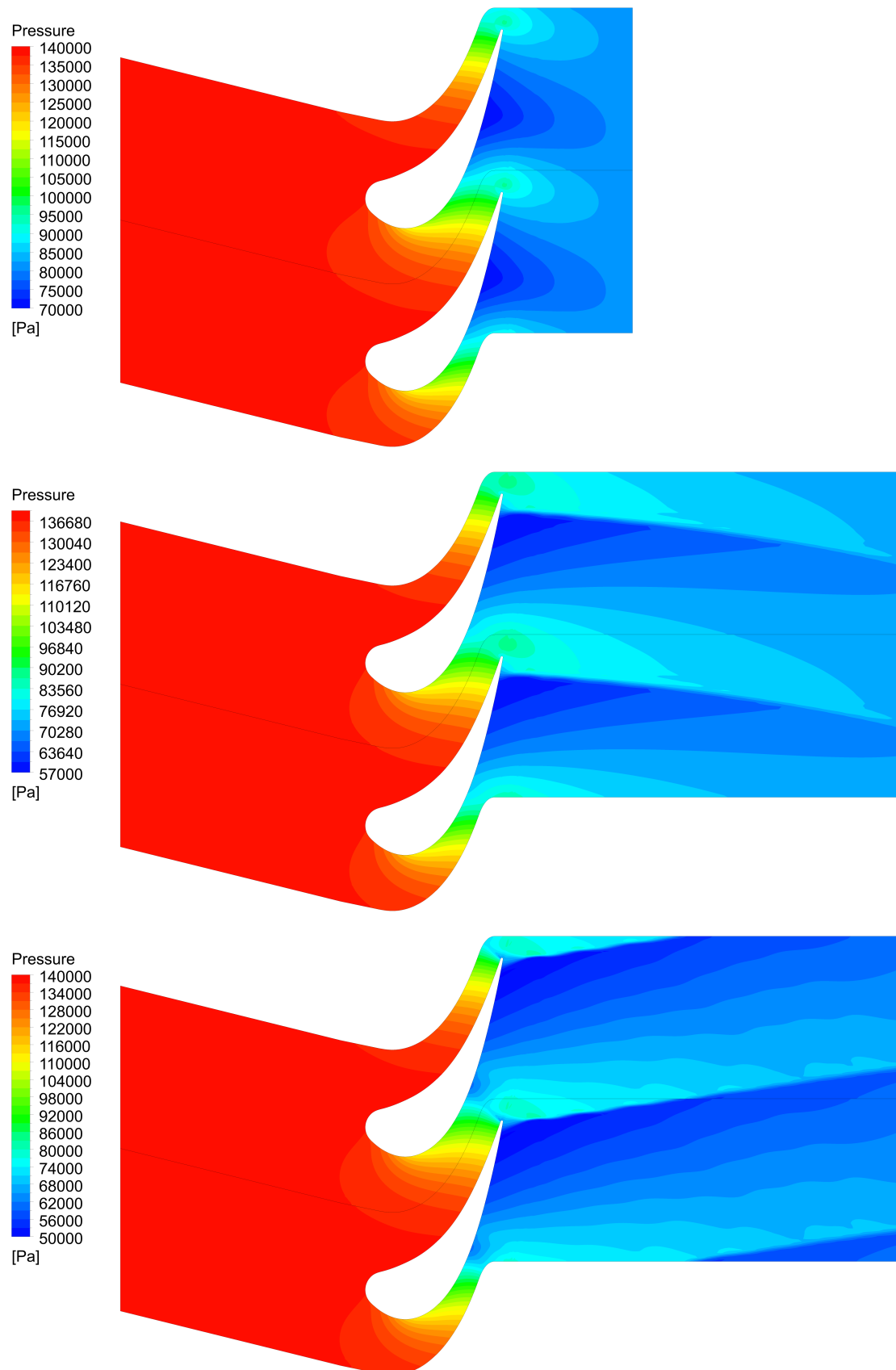
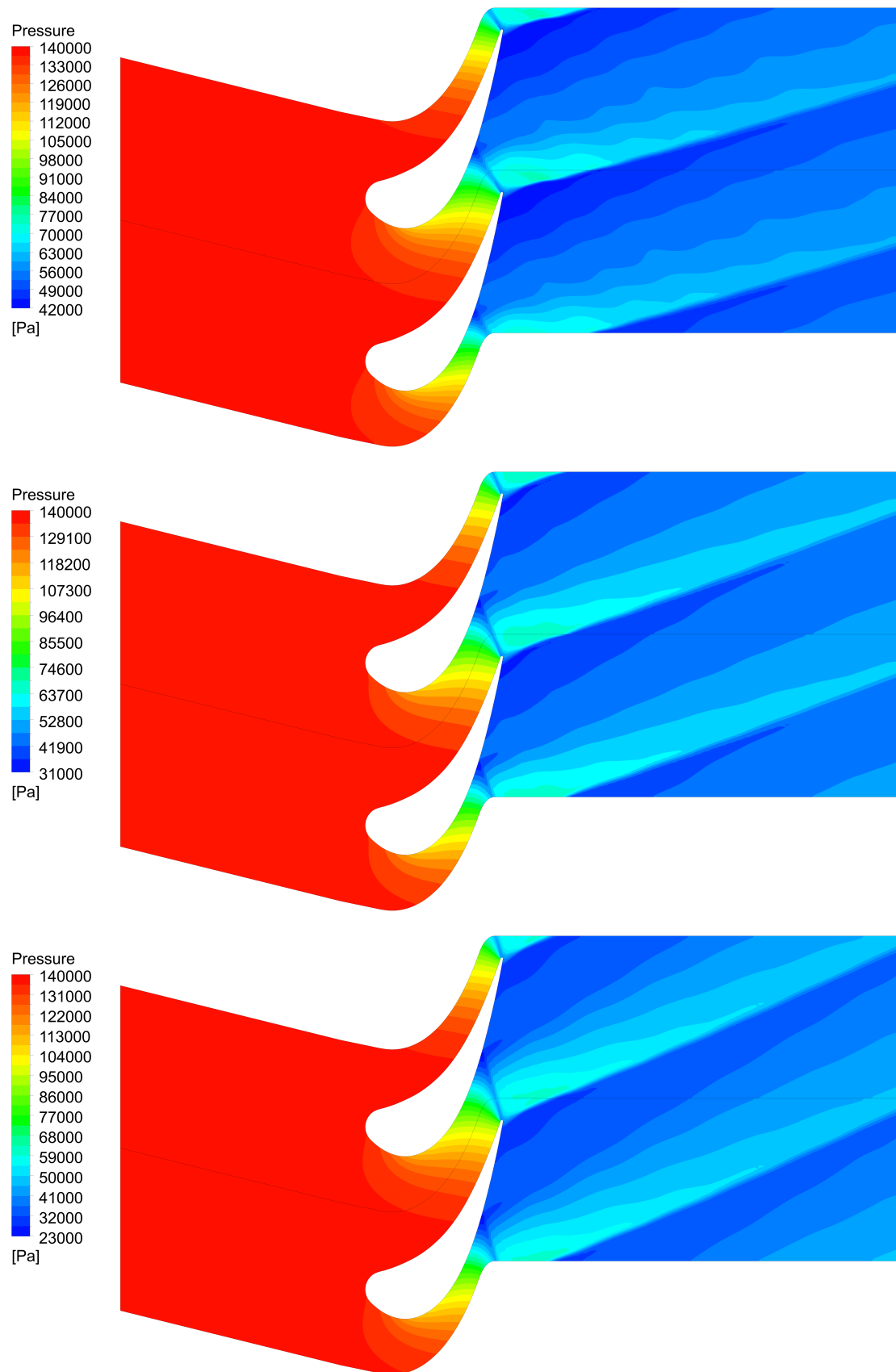
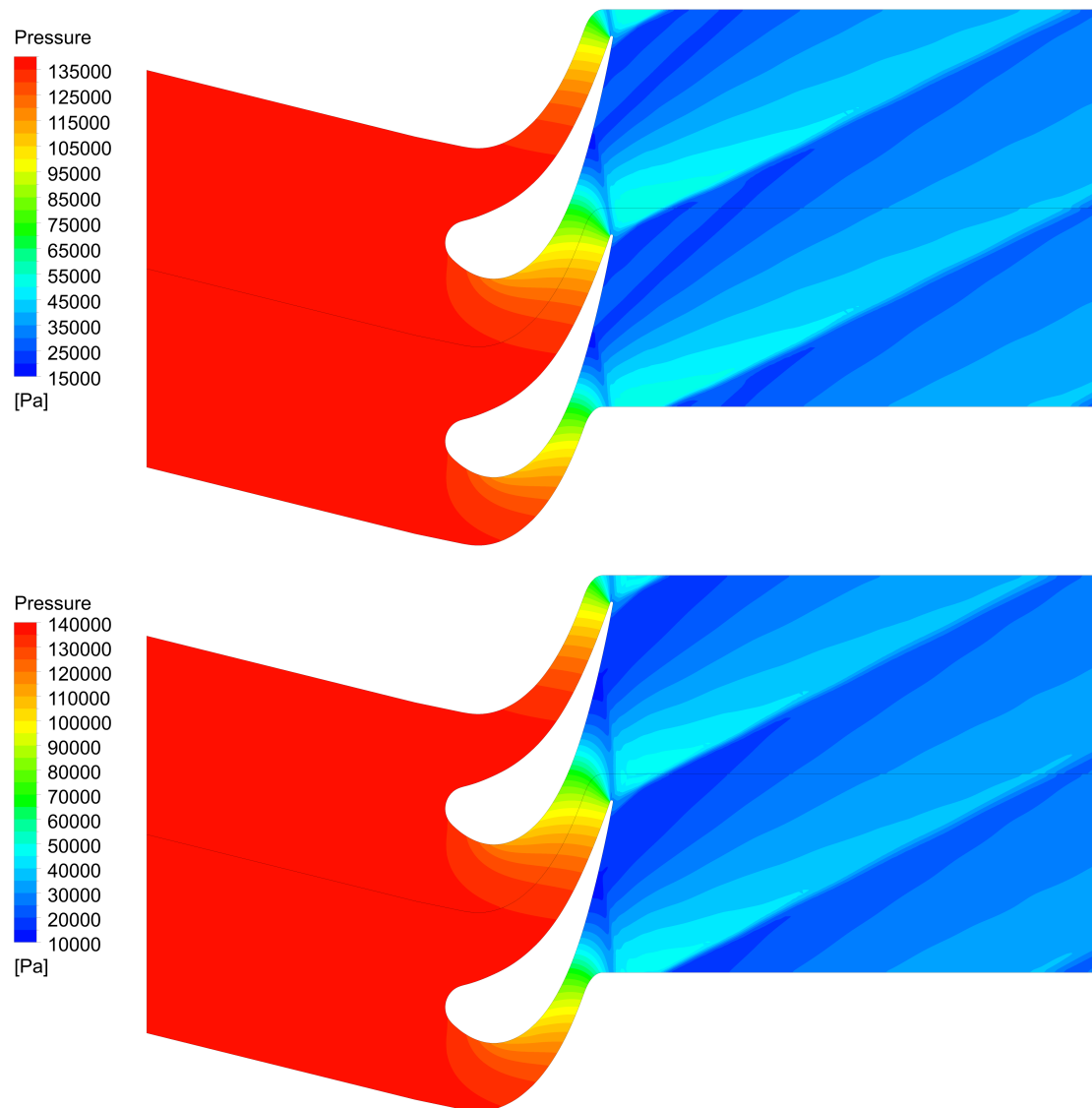


Abbildung 5.22: Machzahl-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 1,45$  und  $1,55$

Abbildung 5.23: Druck-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 0,688$ ,  $0,7$  und  $0,8$

Abbildung 5.24: Druck-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 0,9$ ,  $1,0$  und  $1,1$

Abbildung 5.25: Druck-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 1,2$ ,  $1,3$  und  $1,4$

Abbildung 5.26: Druck-Konturplots bei  $Ma_2 \approx 1,45$  und  $1,55$

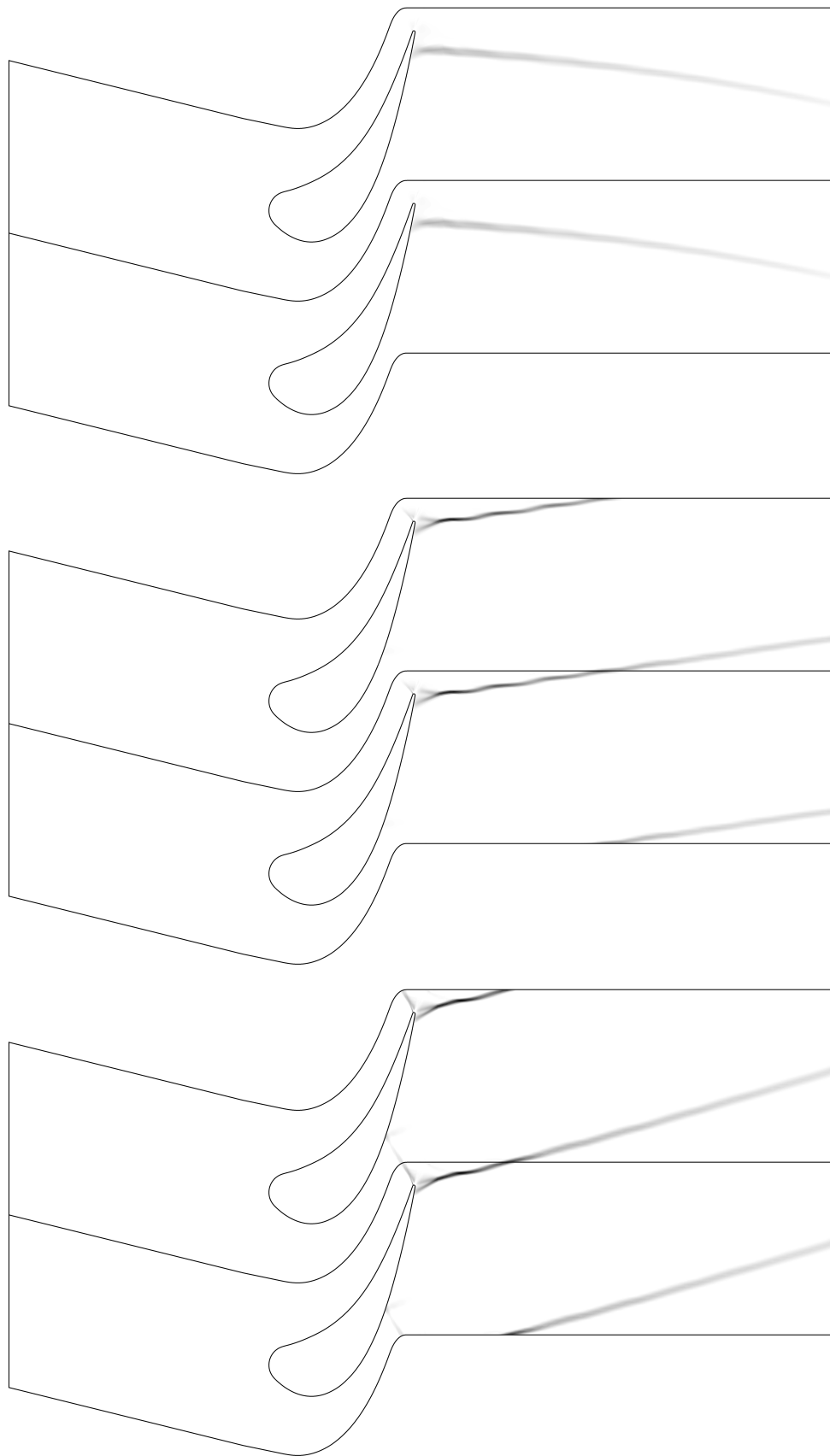


Abbildung 5.27: Numerische Schlierenbilder -  $\text{tr}(\mathbf{D})$  bei  $Ma_2 \approx 1,0$ ,  $1,1$  und  $1,2$



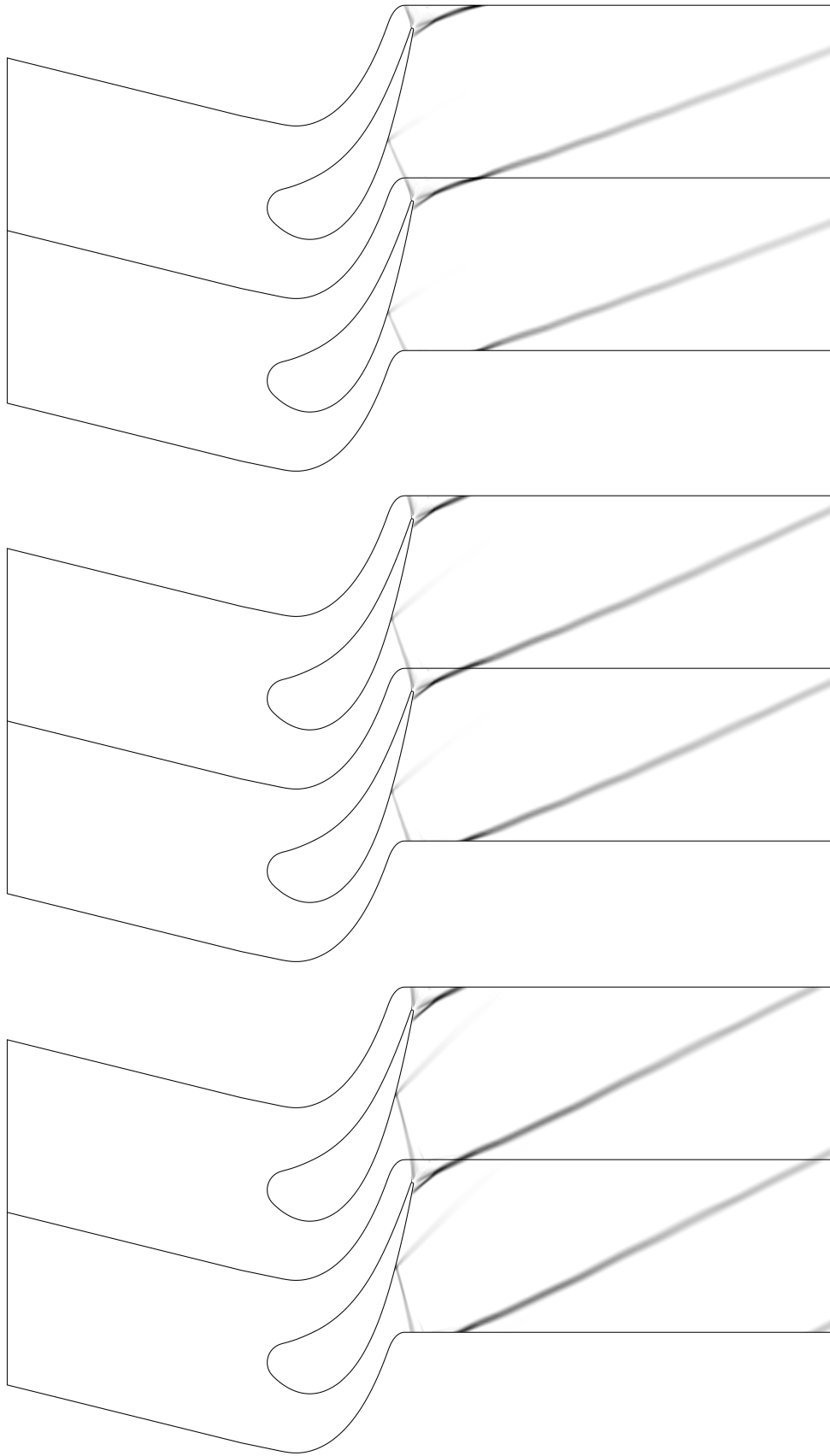


Abbildung 5.28: Numerische Schlierenbilder -  $\text{tr}(\mathbf{D})$  bei  $Ma_2 \approx 1,3$ ,  $1,4$  und  $1,45$

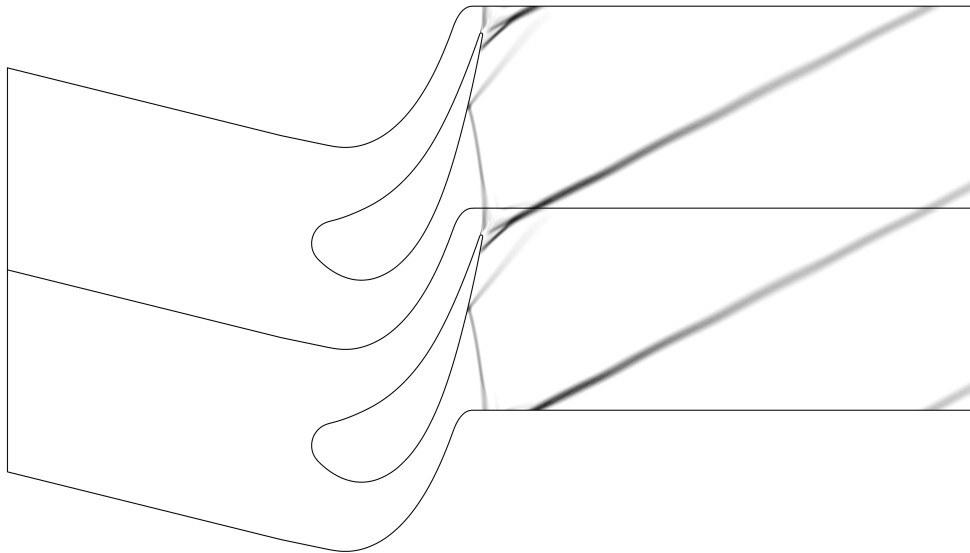


Abbildung 5.29: Numerisches Schlierenbild -  $\text{tr}(\mathbf{D})$  bei  $Ma_2 \approx 1,55$

# Kapitel 6

## Schlussfolgerungen

### 6.1 Ergebnisse

Die Simulationen im tiefen Unterschall haben gezeigt, dass das ausgewählte Turbulenzmodell großen Einfluss auf eine realitätsnahe Abbildung der Strömung durch ein Turbinengitter bei relativ niedriger Abström-Reynoldszahl von  $Re_2 \approx 0,45 \cdot 10^6$  hat. So konnte durch die Verwendung des transition SST Transitionsmodells eine deutliche Verbesserung in der Berechnung des Totaldruckverlustes, verglichen mit dem  $k-\omega$  SST bzw. realizable  $k-\epsilon$  Modell, erreicht werden. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Nachlaufströmung wurde folglich ebenso realistischer abgebildet. Es gelang auch den Offset-Fehler in der Messung des Abströmwinkels von  $\beta_2^+ = 2,096^\circ$  nachzuweisen. Durch die Berechnung des Beschleunigungsparameters  $K$  und die Verwendung eines Transitionsmodells konnte bestätigt werden, dass die Strömung stark von Transitions-Phänomenen beeinflusst wird.

Bei den Rechnungen mit höheren Machzahlen hat sich gezeigt, dass die Auswahl der numerischen Methoden mit großer Sorgfalt getroffen werden muss. Der Density-Based Solver erwies sich als vorteilhaft gegenüber dem Pressure-Based Solver und die notwendige Methodik im Überschallbereich wurde stark von der im Unterschall abgeändert (siehe Abschn. 3.3.3). Die Gestaltung der Gitter beim Auftreten von Verdichtungsstößen bedarf ausreichender Auflösung, besonders im Hinterkantenbereich. Um Machzahl-Effekte isoliert betrachten zu können, ist es notwendig die Reynoldszahl möglichst konstant zu halten.

Das Ablöseverhalten der Strömung und somit das angewandte Turbulenzmodell beeinflussen die Position der Verdichtungsstöße stark. Der Anstieg der Totaldruckverluste bei steigender Machzahl konnte durch die Simulationen abgebildet werden, wobei verdeutlicht wurde, dass die Entwicklung des Totaldruckverlustkoeffizienten  $\zeta_{t2}$  sehr von der Position abhängt. Dieser liegt im schallnahen Bereich bei ca. 10% für alle drei Auswertungsebenen. Bei hohen Machzahlen verstärkt sich der ortsabhängige Charakter jedoch deutlich. Die Gegenüberstellung der eindimensionalen Theorien zur Berechnung der Strahlablenkung  $\delta_2$  hat ergeben, dass es besonders in Schallnähe Abweichungen in der Steigung zwischen den analytischen und numerischen Ergebnissen gibt. Die Methode nach Gretler liefert mit einer maximalen Abweichung von ca.  $2^\circ$  Ergebnisse, welche näher an den numerischen Resultaten liegen als die Rechnung nach Baer (mit ca.  $2,5^\circ$ ).

## 6.2 Empfehlungen für weitere Arbeiten

Für weitere Arbeiten könnten folgende Überlegungen als Anreiz dienen:

- Um Verdichtungsstöße besser auflösen und feinskalige Strukturen abbilden zu können, wäre es für nachfolgende Arbeiten wünschenswert, Gitter mit feinerer Auflösung in der Nähe von Stößen bzw. an deren Reflexionszonen zu generieren. Dies wäre von Vorteil, wenn nicht globale Größen, sondern Detail-Ergebnisse von Interesse sind.
- Eine Untersuchung zum Einfluss des Turbulenzmodelles bzw. der Transition auf die Lage von Verdichtungsstößen wäre ebenso sinnvoll, um die Ergebnisse dieser Arbeit weiter eruieren zu können.
- Da sich der Charakter der Strömung besonders in Schallnähe ändert, wären Simulationen, welche in kleineren Machzahl-Schritten um  $Ma_2 = 1,0$  durchgeführt werden, durch die feinere Auflösung von Interesse.
- Die Simulation könnte auch dahingehend abgeändert werden, dass dreidimensionale bzw. instationäre Effekte miteinbezogen werden, was den Einfluss von Sekundärströmungen bzw. eine genauere Berechnung des Hinterkantendruckes liefern könnte.
- Eine Untersuchung zur Wechselwirkung einer Leitrad/Laufrad-Paarung und die dabei auftretende Interaktion der Verdichtungsstöße könnte auch in weiteren Arbeiten auf diesem Gebiet durchgeführt werden.
- Für alle genannten Vorschläge ist es ratsam, Schaufelprofile zu wählen, zu denen große Messdatensätze bzw. Daten aus anderen Simulationen (womöglich aus DNS) zur Verfügung stehen, um die Ergebnisse zu validieren.
- Transsonische Strömungen durch Verzögerungsgitter oder Radial-Maschinen könnten ebenso Inhalt weiterer Arbeiten sein.

# Literaturverzeichnis

- [1] *ANSYS FLUENT 15.0 User's Guide*. ANSYS, Inc., 2013.
- [2] K. Avila, D. Moxey, A. de Lozar, M. Avila, D. Barkley, und B. Hof. The Onset of Turbulence in Pipe Flow. *Science*, (Vol. 333), 2011.
- [3] A. Böles und P. Suter. *Transsonische Turbomaschinen*. G. Braun, Karlsruhe (Wissenschaft und Technik), 1986.
- [4] J. Christiani. Überlegungen zur Bestimmung der Abströmwinkel aus Turbinengittern. *VDI Berichte; Thermische Strömungsmaschinen '85*, (572.1/149), September 17-18, 1985.
- [5] J. D. Denton. Some Limitations of Turbomachinery CFD. *Proceedings of the ASME Turbo Expo*, (GT2010-22540), 2010.
- [6] S. Derflinger. *Beurteilung der Zuströmung im Schaufelgitterwindkanal mittels integraler Strukturlänge und Anisotropie-Invarianzkarte, Diplomarbeit*. Technische Universität Wien, Institut für Energietechnik und Thermodynamik, 2014.
- [7] P. A. Durbin. On the  $k$ - $\epsilon$  stagnation point anomaly. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, (17), 1996.
- [8] F. Durst. *Grundlagen der Strömungsmechanik; Eine Einführung in die Theorie der Strömungen von Fluiden*. Springer Berlin, Heidelberg, New York, 2006.
- [9] J. H. Ferziger und M. Perić. *Computational Methods for Fluid Dynamics; third, rev. edition*. Springer, 2002.
- [10] H. C. Kuhlmann. *Strömungsmechanik*. Pearson Studium, 2007.
- [11] R. E. Mayle. The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. *ASME - Journal of Turbomachinery*, (Vol. 113/509), 1991.
- [12] P. Mijailovic. *Messung der Zuströmung im Schaufelgitterwindkanal mittels 3D-Hitzdrahtanemometrie, Diplomarbeit*. Technische Universität Wien, Institut für Energietechnik und Thermodynamik, 2013.
- [13] A. Perdichizzi und V. Dossena. Incidence Angle and Pitch-Chord Effects on Secondary Flows Downstream of a Turbine Cascade. *ASME - Journal of Turbomachinery*, (Vol. 115/383), 1993.

- [14] L. C. Perissutti. *Vergleich eindimensionaler Verfahren zur Berechnung der Strahlablenkung in axialen Turbinengittern, Diplomarbeit*. Technische Universität Wien, Institut für Energietechnik und Thermodynamik, 2013.
- [15] W. Österreicher. *Messung des laminar/turbulent-Übergangs an Turbinenschaufeln mittels Heißfilmanemometrie, Diplomarbeit*. Technische Universität Wien, Institut für Thermische Energieanlagen, 2004.
- [16] W. Traupel. *Thermische Turbomaschinen; Erster Band: Thermodynamisch-strömungstechnische Berechnung. 3., neubearbeitete und erweiterte Auflage*. Springer Berlin, Heidelberg, New York, 1977.
- [17] D. K. Walters und J. H. Leylek. Impact of Film-Cooling Jets on Turbine Aerodynamic Losses. *ASME - Journal of Turbomachinery*, (Vol. 122/537), 2000.
- [18] A. P. Weiss. Aerodynamische Auslegung moderner Niederdruck-Dampfturbinen. *ABB Technik*, (5/1998), 1998.
- [19] R. Willinger. *Skriptum zur Vorlesung Numerische Strömungsberechnung von Thermischen Turbomaschinen*. Technische Universität Wien, Institut für Energietechnik und Thermodynamik, 2012.
- [20] R. Willinger. *Skriptum zur Vorlesung Thermische Turbomaschinen*. Technische Universität Wien, Institut für Energietechnik und Thermodynamik, 2014.
- [21] R. Willinger und H. Haselbacher. A Three-Hole Pressure Probe Exposed to Velocity Gradient Effects - Experimental Calibration and Numerical Investigation. *CMFF - Conference on Modelling Fluid Flow*, September 3 - 6, 2003.

# Anhang A

## A.1 Teilungsgemittelte Ergebnisse für die transsonischen Fälle

Tabelle A.1: Größen am Eintritt für verschiedene Fälle

$Ma_2 \approx$	0,688	0,7	0,8	0,9	1,0
$\beta_1$ in °	76,1	76,1	76,1	76,1	76,1
$p_{t1}$ in Pa	140000	140000	140000	140000	140000
$p_1$ in Pa	138270	138220	138045	137939	137855
$T_{t1}$ in K	324,84	330,43	351,05	365,95	372,28
$T_1$ in K	323,69	329,22	349,65	364,40	370,65
$\rho_1$ in kg/m <sup>3</sup>	1,4879	1,4624	1,3752	1,3185	1,2955
$w_1$ in m/s	48,117	49,221	53,190	55,767	57,391
$Ma_1$	0,13346	0,13537	0,14195	0,14578	0,14876
$\eta_1$ in 10 <sup>-5</sup> Pa s	1,92158	1,94342	2,02289	2,07936	2,10302

Tabelle A.2: Größen am Eintritt für verschiedene Fälle - Fortsetzung

$Ma_2 \approx$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55
$\beta_1$ in °	76,1	76,1	76,1	76,1	76,1	76,1
$p_{t1}$ in Pa	140000	140000	140000	140000	140000	140000
$p_1$ in Pa	137794	137795	137795	137795	137795	137795
$T_{t1}$ in K	374,78	371,12	365,00	356,07	343,33	325,87
$T_1$ in K	373,09	369,45	363,35	354,46	341,77	324,40
$\rho_1$ in kg/m <sup>3</sup>	1,2865	1,2991	1,3209	1,3541	1,4043	1,4795
$w_1$ in m/s	58,395	58,097	57,615	56,904	55,879	54,444
$Ma_1$	0,15086	0,15083	0,15083	0,15082	0,15083	0,15084
$\eta_1$ in 10 <sup>-5</sup> Pa s	2,11223	2,09848	2,07537	2,04140	1,99245	1,92441

Tabelle A.3: Größen bei  $x/c_x = 1,5$  für verschiedene Fälle und globale Größen

$Ma_2 \approx$	0,688	0,7	0,8	0,9	1,0
$\beta_2$ in $^\circ$	165,6771	165,6762	165,6610	1655,6083	165,1544
$\beta_2^+$ in $^\circ$	14,3229	14,3238	14,3390	14,3917	14,8456
$\delta_2$ in $^\circ$	-0,41322	-0,41232	-0,39712	-0,34442	0,10948
$p_{t2}$ in Pa	138432	138344	137942	137516	135728
$p_2$ MG in Pa	100905	98905	90008	81113	72141
$p_2$ FG in Pa	100899	98898	89996	81087	71734
$T_{t2}$ in K	324,84	330,43	351,05	365,95	372,28
$T_2$ in K	296,84	300,29	310,83	314,82	310,59
$\rho_2$ in kg/m <sup>3</sup>	1,1840	1,1473	1,0086	0,8974	0,8076
$w_2$ in m/s	237,43	246,36	284,59	320,87	351,79
$Ma_2$	0,68768	0,70943	0,80552	0,90245	0,99710
$\eta_2$ in $10^{-5}$ Pa s	1,81390	1,82788	1,87037	1,88628	1,86933
<hr/>					
$p_2/p_{t1}$ MG	0,72075	0,70647	0,64291	0,57938	0,51529
$p_2/p_{t1}$ FG	0,72070	0,70642	0,64283	0,57919	0,51239
$p_{t2}/p_{t1}$	0,98880	0,98817	0,98530	0,98226	0,96949
$p_{t1} - p_{t2}$ in Pa	1568	1656	2058	2484	4272
$\zeta_{t2}$ in %	4,70	4,76	5,04	5,38	8,55
<hr/>					
$F_x$ in N/m	1466,60	1541,59	1875,50	2209,44	2565,16
$F_y$ in N/m	-686,01	-715,11	-836,72	-944,69	-1029,60
$\dot{m}$ in kg/(s m)	2,80047	2,81550	2,86122	2,87613	2,90826
$\Delta \dot{m}$ in kg/(s m)	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-5}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$	$9,9 \cdot 10^{-5}$	$-3,6 \cdot 10^{-7}$
<hr/>					
$Re_1$ in $10^6$	0,20566	0,20444	0,19960	0,19519	0,19515
$Re_2$ in $10^6$	0,85551	0,85352	0,84716	0,84266	0,83894

MG...massengemittelt; FG...flächengemittelt



Tabelle A.4: Größen bei  $x/c_x = 1, 5$  für verschiedene Fälle und globale Größen - Fortsetzung

$Ma_2 \approx$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55
$\beta_2$ in $^\circ$	164,5313	163,8952	162,8779	161,4437	159,5664	157,2162
$\beta_2^+$ in $^\circ$	15,4687	16,1048	17,1221	18,5563	20,4336	22,7838
$\delta_2$ in $^\circ$	0,73258	1,36868	2,38598	3,82018	5,69748	8,04768
$p_{t2}$ in Pa	134698	133387	132518	131390	129617	126817
$p_2$ MG in Pa	64028	55901	49048	43138	37959	32746
$p_2$ FG in Pa	63136	54840	47478	40796	34675	28949
$T_{t2}$ in K	374,77	371,12	365,00	356,08	343,35	325,88
$T_2$ in K	302,83	289,25	274,37	258,30	240,47	219,71
$\rho_2$ in kg/m <sup>3</sup>	0,7344	0,6706	0,6187	0,5762	0,5430	0,5111
$w_2$ in m/s	379,60	404,75	425,39	441,69	453,41	460,77
$Ma_2$	1,09052	1,19063	1,28674	1,37857	1,46672	1,56055
$\eta_2$ in $10^{-5}$ Pa s	1,83794	1,78248	1,72062	1,65258	1,57561	1,48345
$p_2/p_{t1}$ MG	0,45734	0,39929	0,35035	0,30813	0,27114	0,23390
$p_2/p_{t1}$ FG	0,45097	0,39171	0,33913	0,29140	0,24768	0,20678
$p_{t2}/p_{t1}$	0,96213	0,95276	0,94656	0,93850	0,92583	0,90583
$p_{t1} - p_{t2}$ in Pa	5302	6613	7482	8610	10383	13183
$\zeta_{t2}$ in %	10,02	12,04	13,37	15,32	18,60	24,30
$F_x$ in N/m	2879,20	3180,30	3437,30	3656,95	3844,31	3999,10
$F_y$ in N/m	-1116,64	-1189,62	-1249,76	-1299,40	-1340,75	-1373,48
$\dot{m}$ in kg/(s m)	2,93848	2,95231	2,97692	3,01396	3,06948	3,15080
$\Delta \dot{m}$ in kg/(s m)	$-6,0 \cdot 10^{-7}$	$-9,9 \cdot 10^{-6}$	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$1,8 \cdot 10^{-15}$	$-8,9 \cdot 10^{-16}$	$4,9 \cdot 10^{-11}$
$Re_1$ in $10^6$	0,19632	0,19854	0,20242	0,20835	0,21740	0,23105
$Re_2$ in $10^6$	0,83733	0,84050	0,84434	0,85013	0,86256	0,87628

MG...massengemittelt; FG...flächengemittelt

Tabelle A.5: Größen bei  $x/c_x = 2,0$  für verschiedene Fälle

$Ma_2 \approx$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55
$\beta_2$ in $^\circ$	75,1812	74,5734	73,9467	72,9694	71,6162	69,8176	67,6874
$\beta_2^+$ in $^\circ$	14,8188	15,4266	16,0533	17,0306	18,3838	20,1824	22,3126
$\delta_2$ in $^\circ$	0,08268	0,69048	1,31718	2,29448	3,64768	5,44628	7,57648
$p_{t2}$ in Pa	135449	133973	132256	130332	128230	125089	119106
$p_2$ MG in Pa	71840	63738	55573	48517	42333	36762	31035
$p_2$ FG in Pa	71743	63139	54818	47472	40878	34723	29167
$T_{t2}$ in K	372,28	374,78	371,12	365,00	356,07	343,34	325,86
$T_2$ in K	310,58	303,00	289,55	274,97	259,07	241,26	221,10
$\rho_2$ in kg/m <sup>3</sup>	0,8049	0,7316	0,6674	0,6125	0,5657	0,5268	0,4848
$w_2$ in m/s	351,98	379,72	404,94	425,03	440,67	452,36	458,46
$Ma_2$	0,99741	1,08946	1,18840	1,28134	1,37086	1,45779	1,54360
$\eta_2$ in $10^{-5}$ Pa s	1,86932	1,83877	1,78401	1,72347	1,656165	1,57944	1,49019
$p_2/p_{t1}$ MG	0,51314	0,45527	0,39695	0,34655	0,30238	0,26259	0,22168
$p_2/p_{t1}$ FG	0,51245	0,45100	0,39155	0,33908	0,29199	0,24802	0,20833
$p_{t2}/p_{t1}$	0,96749	0,95695	0,94469	0,93094	0,91593	0,89349	0,85076
$p_{t1} - p_{t2}$ in Pa	4551	6027	7744	9668	11770	14911	20894
$\zeta_{t2}$ in %	9,13	11,43	14,15	17,48	21,43	27,67	41,01

MG...massengemittelt; FG...flächengemittelt

Tabelle A.6: Größen bei  $x/c_x = 2, 5$  für verschiedene Fälle

$Ma_2 \approx$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55
$\beta_2$ in $^\circ$	75,1995	74,5968	73,9810	73,0216	71,7066	69,9957	67,8954
$\beta_2^+$ in $^\circ$	14,8005	15,4032	16,0190	16,9784	18,2934	20,0043	22,1046
$\delta_2$ in $^\circ$	0,06438	0,66708	1,28288	2,24228	3,55728	5,26818	7,36848
$p_{t2}$ in Pa	135194	133464	131678	129415	126665	122006	115999
$p_2$ MG in Pa	71810	63439	55271	48265	41910	36018	30287
$p_2$ FG in Pa	71739	63131	54840	47471	40885	34805	29297
$T_{t2}$ in K	372,28	374,78	371,12	365,00	356,07	343,33	325,87
$T_2$ in K	310,76	303,04	289,60	275,19	259,40	241,90	221,75
$\rho_2$ in kg/m <sup>3</sup>	0,8045	0,7283	0,6640	0,6096	0,5604	0,5164	0,4730
$w_2$ in m/s	351,82	379,62	404,83	424,94	440,34	451,41	457,15
$Ma_2$	0,99618	1,08913	1,18791	1,27929	1,36756	1,45072	1,53610
$\eta_2$ in $10^{-5}$ Pa s	1,87008	1,83893	1,78422	1,72457	1,65771	1,58248	1,49323
$p_2/p_{t1}$ MG	0,51293	0,45313	0,39479	0,34475	0,29936	0,25727	0,21634
$p_2/p_{t1}$ FG	0,51242	0,45093	0,39171	0,33908	0,29203	0,24861	0,20926
$p_{t2}/p_{t1}$	0,96567	0,95331	0,94056	0,92440	0,90475	0,87147	0,82856
$p_{t1} - p_{t2}$ in Pa	4806	6536	8322	10585	13335	17994	24001
$\zeta_{t2}$ in %	9,65	12,45	15,30	19,23	24,54	34,20	48,56

MG...massengemittelt; FG...flächengemittelt

## A.2 User Defined Function

```

/*****
/* User Defined Function for space dependent viscosity */
/*
/* Author: Lukas Waldner */
*****/

#include "udf.h"

DEFINE_PROPERTY(user_vis, cell, thread)
{
    real x[ND_ND], mu;
    real mum;
    real xmin;
    xmin = 0.14;
    mum = 0.1824;

    C_CENTROID(x, cell, thread);
    {
        if (x[0] < xmin)                                /* constant mu here */
            mu = 1.8e-05;

        else if (0.155 > x[0] >= xmin) /* mu increases linearly */
            mu = 1.8e-05 + (mum-1.8e-05)*(x[0]-xmin)/(0.155-xmin);

        else                                            /* maximum value for mu */
            mu = mum;
    }
    return mu;
}

```

## A.3 Profilkoordinaten

Tabelle A.7: Mit  $c_x$  skalierte Profilkoordinaten:  $c_x = (34/0,552)$ mm für den Laborfall am IET;  $c_x = 34$ mm für die Originalgeometrie nach Perdichizzi und Dossena [13]

Nr.	$x/c_x$	$y/c_x$	Nr.	$x/c_x$	$y/c_x$	Nr.	$x/c_x$	$y/c_x$
1	0,0000	0,0000	39	0,8971	0,9892	77	0,8331	0,4927
2	0,0037	0,0353	40	0,9107	1,0238	78	0,8226	0,4583
3	0,0167	0,0684	41	0,9240	1,0585	79	0,8118	0,4239
4	0,0380	0,0968	42	0,9368	1,0933	80	0,8005	0,3897
5	0,0661	0,1186	43	0,9499	1,1282	81	0,7889	0,3556
6	0,0990	0,1321	44	0,9625	1,1631	82	0,7767	0,3216
7	0,1349	0,1416	45	0,9749	1,1982	83	0,7641	0,2879
8	0,1706	0,1521	46	0,9871	1,2333	84	0,7508	0,2544
9	0,2057	0,1643	47	0,9882	1,2356	85	0,7369	0,2211
10	0,2402	0,1779	48	0,9900	1,2374	86	0,7224	0,1882
11	0,2744	0,1925	49	0,9923	1,2387	87	0,7071	0,1555
12	0,3081	0,2081	50	0,9948	1,2392	88	0,6911	0,1232
13	0,3414	0,2247	51	0,9973	1,2391	89	0,6743	0,0914
14	0,3738	0,2427	52	0,9997	1,2381	90	0,6565	0,0601
15	0,4054	0,2623	53	1,0018	1,2366	91	0,6376	0,0294
16	0,4360	0,2834	54	1,0033	1,2345	92	0,6175	-0,0005
17	0,4656	0,3059	55	1,0041	1,2321	93	0,5962	-0,0296
18	0,4941	0,3297	56	1,0042	1,2295	94	0,5734	-0,0575
19	0,5216	0,3547	57	0,9978	1,1941	95	0,5491	-0,0841
20	0,5481	0,3808	58	0,9911	1,1586	96	0,5234	-0,1094
21	0,5735	0,4079	59	0,9843	1,1233	97	0,4963	-0,1331
22	0,5978	0,4360	60	0,9773	1,0877	98	0,4672	-0,1544
23	0,6212	0,4648	61	0,9702	1,0526	99	0,4362	-0,1725
24	0,6436	0,4945	62	0,9629	1,0173	100	0,4037	-0,1882
25	0,6651	0,5248	63	0,9554	0,9820	101	0,3698	-0,2003
26	0,6856	0,5558	64	0,9478	0,9468	102	0,3346	-0,2080
27	0,7054	0,5873	65	0,9400	0,9116	103	0,2987	-0,2113
28	0,7243	0,6192	66	0,9321	0,8765	104	0,2628	-0,2098
29	0,7422	0,6518	67	0,9240	0,8414	105	0,2273	-0,2036
30	0,7601	0,6844	68	0,9157	0,8063	106	0,1928	-0,1931
31	0,7770	0,7174	69	0,9073	0,7713	107	0,1598	-0,1788
32	0,7935	0,7508	70	0,8987	0,7363	108	0,1282	-0,1614
33	0,8094	0,7843	71	0,8900	0,7017	109	0,0984	-0,1413
34	0,8249	0,8181	72	0,8811	0,6664	110	0,0701	-0,1189
35	0,8403	0,8520	73	0,8720	0,6315	111	0,0437	-0,0944
36	0,8548	0,8861	74	0,8626	0,5967	112	0,0207	-0,0673
37	0,8692	0,9204	75	0,8531	0,5620	113	0,0058	-0,0351
38	0,8833	0,9548	76	0,8433	0,5273	114	0,0000	0,0000