WGTL
WISSENSCHAFTLICHE GESELLSCHAFT
FÜR TECHNISCHE LOGISTIK E.V.

TAGUNGSBAND

12.

FACH-
KOLLOQUIUM
28. + 29.
September
2016

Universität Stuttgart

IFT

Karl-Heinz Wehking / Universität Stuttgart IFT

Tagungsband zum 12. Fachkolloquium der Wissenschaftlichen Gesellschaft für Technische Logistik e. V. (WGTL)

Stuttgart, 28. und 29. September 2016

Durchsatzoptimierung von Shuttle-Systemen mithilfe eines analytischen Berechnungsmodells

Throughput optimization of shuttle systems with an analytical calculation model

Michael Eder
Georg Kartnig

Institut für Konstruktionswissenschaften und Technische Logistik (IKTL)
Forschungsbereich: Konstruktionslehre und Fördertechnik
Technische Universität Wien

Für Hochleistungshochregellager werden in den letzten Jahren immer häufiger Shuttle-Systeme verwendet. Dieser Lagertyp ermöglicht höchste Umschlagleistungen. Bis vor kurzem war kein analytischer Ansatz zur Berechnung der Umschlagleistung von Shuttle-Systemen verfügbar. Dieses Manko konnte durch das IKTL der TU Wien behoben werden. In mehreren Publikationen wurden Verfahren zur Berechnung der Umschlagleistung von Shuttle-Systemen beschrieben. In der vorliegenden Publikation soll speziell auf die Berechnung der Umschlagleistung von einfachtiefen Lagern unter Berücksichtigung der Verteilungsfunktionen von Zwischenankunftszeit und Bedienzeit eingegangen werden: Die bisherigen Veröffentlichungen des IKTL basieren alle auf einem M|M|1|K-Modell, da sich dieses mit vergleichsweise einfachen Gleichungen berechnen lässt. Hier sollen Shuttle-Systeme erstmals mit dem exakteren M|G|1|K-Modell beschrieben und mit dem M|M|1|K-Modell verglichen werden. Mithilfe der vorgestellten Modelle lässt sich auch eine – hinsichtlich Durchsatz – optimale Geometrie des Shuttle-Lagers (L x H) berechnen.

[Schlüsselwörter: Shuttle-Systeme, Hochregallager, analytische Berechnung, diskrete Simulation]

For high-performance automated storage/retrieval unit load systems shuttle systems are used in recent years with increasing frequency. This type of storing system reaches maximum throughput. Until recently, no analytical approach to calculating the handling capacity of shuttle systems was available. This shortcoming could be eliminated by the IKTL TU Vienna. In several publications methods for calculating the performance of shuttle systems have been described. This publication is intended specifically to calculating the handling performance of single-depth storage taking into account the distribution function of arriving and service times are discussed: The previous releases of IKTL all based on a M|M|1|K model because it can be calculated with relatively simple equations. For the first time shuttle systems will be described with the more exact M|G|1|K model and compared with the M|M|1|K model. Using these queuing models an optimal geometry of the rack (L x H) - in terms of throughput - can be calculated.

[Keywords: shuttle-system, storage/retrieval unit load systems, analytical calculation, discrete simulation]

1 Einleitung und Aufgabenstellung

Die nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich auf das einfachtiefe Shuttle-System nach Abbildung 1. Für dieses System soll die Umschlagleistung analytisch berechnet und mittels diskreter Simulation validiert werden. Der analytische Ansatz ermöglicht auch eine geometrische Optimierung von Shuttlesystemen hinsichtlich Durchsatz.

Im Einzelnen wurden folgende Forschungsfragen behandelt:

- Welche Umschlagleistung ergibt sich bei Verwendung unterschiedlicher Warteschlangenmodelle?
- Was ist bei gegebener Lagerkapazität die optimale Lagergeometrie (L x H) hinsichtlich Umschlagleistung?

2 Beschreibung des untersuchten Shuttle-Systems

Die Untersuchungen in dieser Arbeit beziehen sich auf ein Shuttle-System mit Behälterliften. Das bedeutet, die Lifte können Behälter transportieren aber keine Shuttle-Fahrzeuge. Die Lifte befinden sich an deiner Stirnseite des Regals und es gibt jeweils einen Lift für das Einlagern und einen für das Auslagern. Daraus folgt, dass die Lifte Einzelspiele ausführen. In jeder Lagerebene befindet sich ein Shuttle-Fahrzeug. Dieses führt eine Mischung aus Einzel- und Doppelspielen aus, wobei das Ziel ein mög-

lichst hoher Anteil von Doppelspielen ist. Ausschließlich Doppelspiele durchzuführen ist jedoch nicht möglich, da es dann zu Deadlock-Situationen kommen kann [Kar14].

In jeder Ebene befindet sich je ein Pufferplatz für das Einlagern und für das Auslagern. Die Fördermittel (Lifte und Shuttles) besitzen je ein Lastaufnahmemittel.

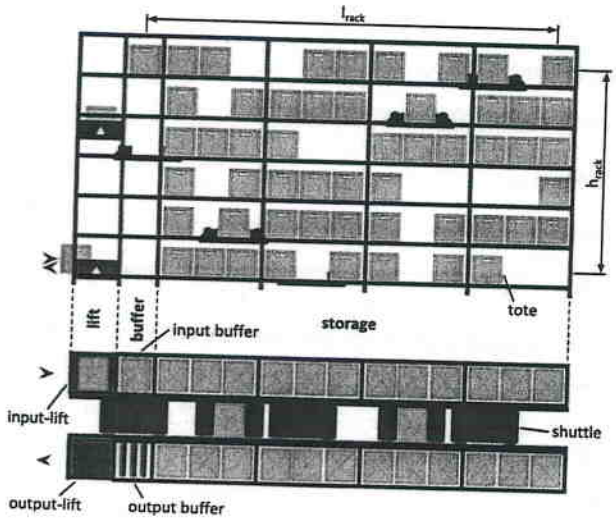

Abbildung 1. Aufbau des Untersuchten Shuttle-Systems [Kar14]

2.1 Kinematische Daten des untersuchten Shuttle-Systems

Die geometrischen und kinematischen Daten, die in weiterer Folge für die Berechnung wie auch für die diskrete Simulation verwendet wurden, setzen sich wie folgt zusammen:

Regalgeometrie:

horizontale Teilung..... $\Delta x = 0{,}5$ m
vertilkale Teilung..... $\Delta y = 0{,}4$ m

Lifte:

Geschwindigkeit ..... $v_{Lift} = 5$ m/s
Beschleunigung ..... $a_{Lift} = 7$ m/s²
Beladezeit ..... $t_{BeladenLift} = 1{,}4$ s
Entladezeit ..... $t_{EntladenLift} = 1{,}4$ s

Shuttles:

Geschwindigkeit ..... $v_{Shuttle} = 2$ m/s
Beschleunigung ..... $a_{Shuttle} = 2$ m/s²
Beladezeit ..... $t_{BeladenShuttle} = 4{,}4$ s
Entladezeit ..... $t_{EntladenShuttle} = 4{,}0$ s

3 Analytische Berechnung der Umschlagleistung für einfachtiefe Lagerung

Für die Berechnung der Umschlagleistung von Shuttle Systemen wurden in dieser Arbeit zwei Berechnungsansätze verwendet. Gemeinsam ist ihnen, dass nur der Einlagerprozess betrachtet wird. Der Auslagerprozess erfolgt gleich aber in umgekehrter Richtung, deshalb gelten die Ergebnisse auch für diesen. In den anschließenden Betrachtungen wird zunächst nur eine einzelne Ebene des Shuttle-Systems betrachtet. Diese kann hinsichtlich der Warteschlangentheorie als ein offenes Wartesystem mit beschränkter Kapazität betrachtet werden (Abbildung 2). Das bedeutet, dass ankommende Fördereinheiten, die die Kapazität des Wartesystems überschreiten, abgewiesen werden. In der Literatur finden sich für dieses Wartesystem-Modell drei Berechnungsansätze:

- M|M|1|K-Modell
- M|G|1|K-Modell
- G|G|1|K-Modell

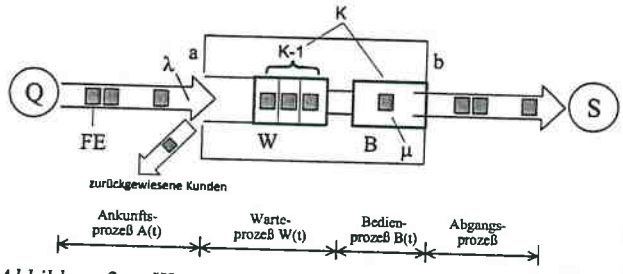

Abbildung 2. Warteschlangenmodell M|M|1|K bzw. M|G|1|K

3.1 Berechnung der Ankunftsrate für die Warteschlangenmodelle

Der Ankunftsprozess wird durch den Einlagerlift ausgeführt. Demzufolge definiert die Spielzeit des Liftes die Ankunftsrate λ. Der Erwartungswert der Spielzeit des Liftes ergibt sich nach Gleichung 1 [Ede15]. In Abbildung 3 ist der Erwartungswert des Liftweges dargestellt.

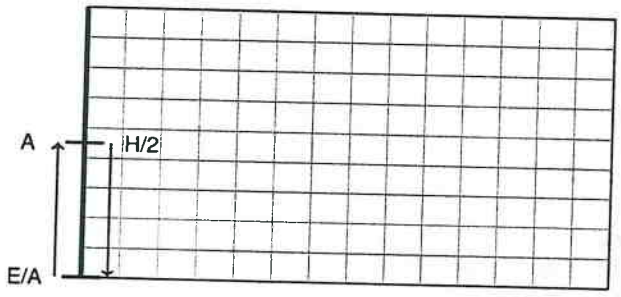

Abbildung 3. Erwartungswert des Liftweges für Einzelspiele

$$t_{Lift} = \frac{H}{v_{Lift}} + 2 \cdot \frac{v_{Lift}}{a_{Lift}} + t_{Beladen_{Lift}} + t_{Entladen_{Lift}} \qquad (1)$$

t_{Lift} ..... Erwartungswert der Spielzeit des Liftes für ein Einzelspiel

H ..... Regalhöhe

v_{Lift} ..... Geschwindigkeit der Lifte

a_{Lift} ..... Beschleunigung der Lifte

$t_{BeladenLift}$..... Zeit, die der Lift braucht, um eine Fördereinheit aufzunehmen

$t_{EntladenLift}$.... Zeit, die der Lift braucht, um eine Fördereinheit abzugeben

Für die Berechnung der mittleren Zwischenankunftszeit t_a bezogen auf eine einzelne Regalebene muss t_{Lift} noch mit der Anzahl der Regalebenen n_{Ebenen} multipliziert werden [Ede15].

$$t_a = t_{Lift} \cdot n_{Ebenen} \qquad (2)$$

n_{Ebenen} ..... Anzahl der Ebenen des Lagers

3.2 Berechnung der Bedienrate für die Warteschlangenmodelle

Der Bedienprozess wird durch die Shuttles ausgeführt. Demzufolge definiert die Spielzeit des Shuttles die Bedienrate μ. Nachdem die Shuttles sowohl Einzel- als auch Doppelspiele ausführen können, werden hier die Zeiten für beide Spielarten angeführt:

3.2.1 Einzelspiel

$$t_{Shuttle} = \frac{L}{v_{Shuttle}} + 2 \cdot \frac{v_{Shuttle}}{a_{Shuttle}} + t_{Beladen_{Shuttle}} + t_{Entladen_{Shuttle}} \qquad (3)$$

t_{Lift} ..... Spielzeit eines Shuttles für ein Einzelspiel

L..... Regallänge

$v_{Shuttle}$..... Geschwindigkeit der Shuttle

$a_{Shuttle}$..... Beschleunigung der Shuttle

$t_{BeladenShuttle}$. Zeit, die das Shuttle braucht, um eine Fördereinheit aufzunehmen

$t_{EntladenShuttle}$ Zeit, die das Shuttle braucht, um eine Fördereinheit abzugeben

Die geometrischen Zusammenhänge sind gleich wie beim Lift nur in horizontaler Richtung.

3.2.2 Doppelspiel

Der Erwartungswert des Weges beim Doppelspiel ergibt sich zu 2 x 2/3 L (siehe Abbildung 4). Demzufolge ergibt sich die Shuttlespielzeit beim Doppelspiel zu:

$$t_{Shuttle} = \frac{4}{3} \frac{L}{v_{Shuttle}} + 3 \cdot \frac{v_{Shuttle}}{a_{Shuttle}} + 2 \cdot t_{Beladen_{Shuttle}} + 2 \cdot t_{Entladen_{Shuttle}} \qquad (4)$$

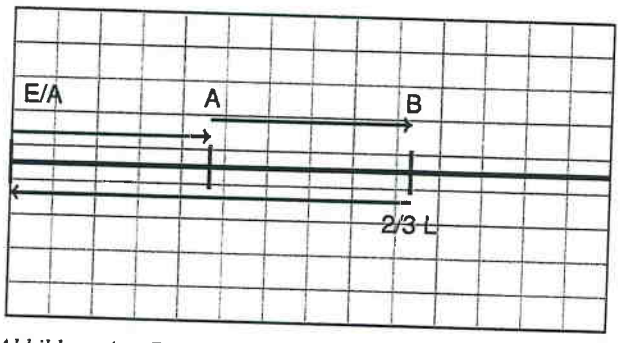

Abbildung 4. Erwartungswert des Shuttleweges für Doppelspiele

3.3 Berechnungsansatz M|M|1|K

Das Wartesystem-Modell mit der Bezeichnung M|M|1|K beruht auf der Annahme, dass sowohl die Zwischenankunftszeit als auch die Bedienzeit exponentialverteilt sind.

Der Durchsatz ϑ für ein solches Modell ergibt sich nach [Bau13] zu:

$$\vartheta = \frac{1}{t_a} \cdot \frac{1-\rho^K}{1-\rho^{K+1}} \qquad (5)$$

ϑ..... Umschlagleistung einer Regalebene

t_a..... mittlere Zwischenankunftszeit in der jeweiligen Regalebene

ρ..... Auslastungsgrad einer Regalebene

K..... Kapazität einer Regalebene

Der Auslastungsgrad ρ einer Ebene errechnet sich als Quotient aus Ankunftsrate λ und Bedienrate μ oder als Quotient aus Bedienzeit t_b und Zwischenankunftszeit t_a:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{t_b}{t_a} \qquad (6)$$

t_b ..... mittlere Bedienzeit durch das Shuttle

λ..... Ankunftsrate in die Regalebene

μ..... Bedienrate der Regalebene

Die mittlere Zwischenankunftszeit t_a lässt sich aus der Spielzeit der Lifte errechnen. Die Bedienzeit t_b ist gleichbedeutend mit der Spielzeit der Shuttles. Der Faktor K in Gleichung (5) beschreibt die Kapazität des betrachteten Systems und setzt sich aus der Anzahl der Pufferplätze und der Ladeplätze pro Shuttle zusammen. Im vorliegenden Fall gilt K = 2.

Um die Umschlagleistung des gesamten Shuttle-Systems zu erhalten, muss die Umschlagleistung einer Ebene mit der Anzahl der Ebenen multipliziert werden.

$$\vartheta_{System} = \vartheta \cdot n_{Ebenen} \qquad (7)$$

ϑ_{System} ..... Umschlagleistung des gesamten Shuttle-Systems

n_{Ebenen} ..... Anzahl der Regalebenen

Die Abbildung 5 zeigt den Verlauf der Umschlagleistung über die Lagerhöhe bei verschiedenen Lagerlängen. Das Diagramm zeigt, dass es ein ausgeprägtes Maximum der Umschlagleistung für jede Lagerlänge gibt.

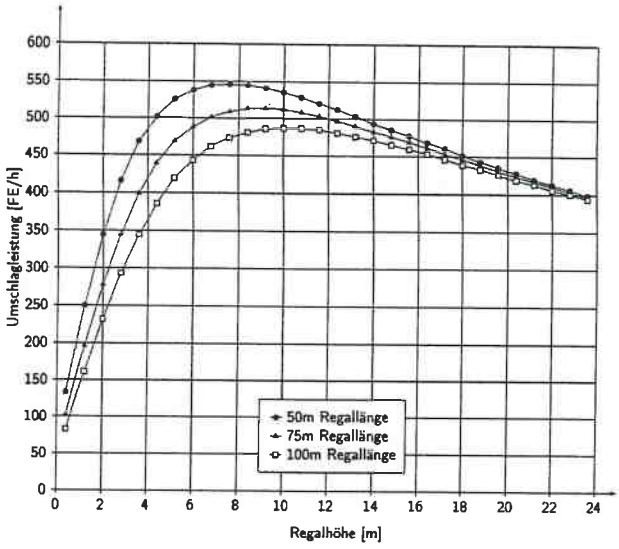

Abbildung 5. Umschlagleistung eines Shuttle-Systems über die Lagertiefe mit M|M|1|K

3.4 Verteilungsfunktionen von Zwischenankunftszeiten und Bedienzeiten

Nachdem die tatsächlichen Verteilungsfunktionen weder für die Zwischenankunftszeiten noch für die Bedienzeiten bekannt sind, wurden diese mit der Materialflusssimulations-Software SIMIO ermittelt. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 6 bis 8 dargestellt.

Abbildung 6 zeigt, dass die Zwischenankunftszeiten für eine einzelne Regalebene sehr gut durch eine Exponentialverteilung angenähert werden können. Abweichungen ergeben sich nur bei sehr kurzen Zeiten, da die Zwischenankunftszeiten immer einen fixen Zeitanteil für die Behälterübergabe beinhalten (4 s bzw. 4,4 s).

Die Verteilungsfunktion der Bedienzeiten entspricht für Shuttle-Einzelspiele einer Gleichverteilung (Abbildung 7) und für Shuttle-Doppelspiele einer Dreieckverteilung (Abbildung 8).

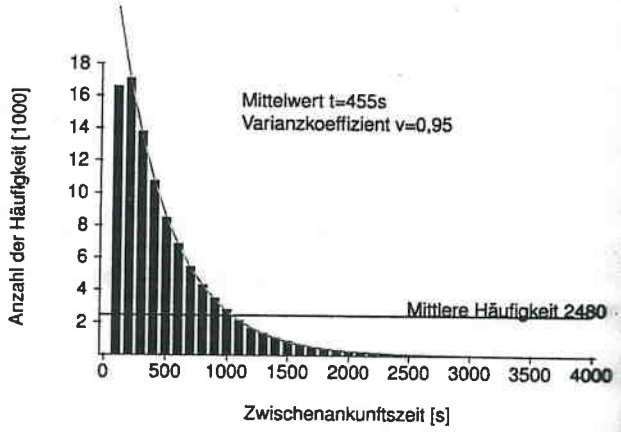

Abbildung 6. Häufigkeitsverteilung der Zwischenankunftszeiten des Liftes bezogen auf eine einzelne Regalebene für ein Regal mit 56 Ebenen

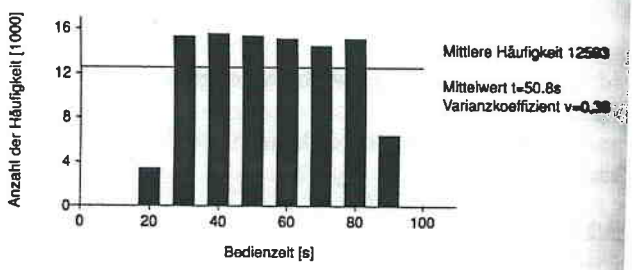

Abbildung 7. Häufigkeitsverteilung der Bedienzeiten durch das Shuttle in einer Regalebene (Einzelspiel)

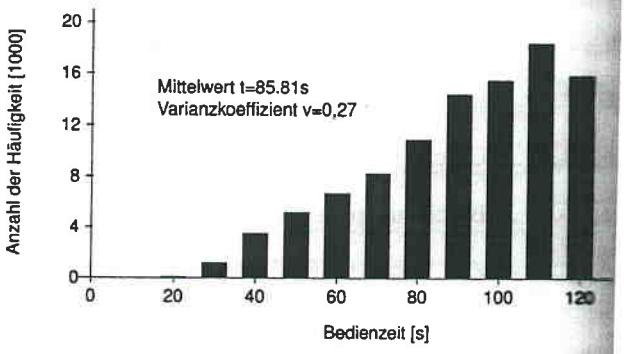

Abbildung 8. Häufigkeitsverteilung der Bedienzeiten durch das Shuttle in einer Regalebene (Doppelspiel)

3.5 Berechnungsansatz M|G|1|K

Basierend auf den Ergebnissen von 3.4 soll nun das Shuttle-System zusätzlich als M|G|1|K-System berechnet werden. Für ein solches System ergibt sich der Durchsatz nach [Mac04] zu:

$$\vartheta = \frac{1}{t_a} \cdot (1 - p_K) = \frac{1}{t_b} \cdot (1 - p_0) \qquad (10)$$

ϑ ..... Umschlagleistung einer Regalebene

t_a ..... mittlere Zwischenankunftszeit in der jeweiligen Regalebene

t_b ..... mittlere Bedienzeit der jeweiligen Regalebene

p_K ..... Blockierwahrscheinlichkeit der Regalebene

p_0 ..... Wahrscheinlichkeit, dass keine Fördereinheit im System ist

Der Auslastungsgrad ρ der einzelnen Ebenen errechnet sich gleich wie beim Warteschlangenmodell M|M|1|K nach Gleichung (6).

Die Blockierwahrscheinlichkeit p_K ergibt sich nach [Mac04] zu:

$$p_K = \frac{\rho^{\left(\frac{\sqrt{\rho}\cdot v^2 - \sqrt{\rho} + 2K}{2+\sqrt{\rho}\cdot v^2 - \sqrt{\rho}}\right)} \cdot (\rho - 1)}{\rho^{\left(\frac{2\cdot\sqrt{\rho}\cdot v^2 - \sqrt{\rho} + K + 1}{2+\sqrt{\rho}\cdot v^2 - \sqrt{\rho}}\right)} - 1} \qquad (11)$$

ρ ..... Auslastungsgrad einer Regalebene

K ..... Kapazität einer Regalebene

v ..... Variationskoeffizient der Bedienzeit durch das Shuttle

Die Leerwahrscheinlichkeit p_0 ergibt sich nach [Mac04] zu:

$$p_0 = \frac{(\rho - 1)}{\rho^{\left(\frac{2\cdot\sqrt{\rho}\cdot v^2 - \sqrt{\rho} + K + 1}{2+\sqrt{\rho}\cdot v^2 - \sqrt{\rho}}\right)} - 1} \qquad (12)$$

Für die Ermittlung des Variationskoeffizienten der Bedienzeit muss unterschieden werden, ob die Shuttles Einzelspiele oder Doppelspiele ausführen.

Für Einzelspiele ergibt sich der Variationskoeffizient nach [Rös16] zu:

$$v = \frac{\sqrt{\frac{\left(2 \cdot \frac{L}{v_{Shuttle}}\right)^2}{12}}}{t_b}) \qquad (13)$$

bzw. für Doppelspiele zu:

$$v = \frac{\sqrt{\frac{\left(2 \cdot \frac{L}{v_{Shuttle}}\right)^2}{18}}}{t_b}) \qquad (14)$$

3.6 Vergleich der Berechnungsmodelle zueinander und Validierung mittels Simulation

In Abbildung 9 ist die Umschlagleistung eines Shuttle-Systems in Abhängigkeit von der Regalhöhe bei einer Lagerlänge von 100 m aufgetragen und in Abbildung 10 für eine Lagerlänge von 50 m. Die Kurve mit den weißen Quadraten stellt das Ergebnis der Simulation mittels SIMIO dar. Diese Kurve dient der Validierung der analytischen Berechnungsmodelle. Die Kurve mit den roten Kreisen zeigt die Ergebnisse des Berechnungsansatzes mit dem Warteschlangenmodell M|M|1|K unter der Annahme, dass die Shuttles ausschließlich Doppelspiele ausführen. Das Modell M|G|1|K mit Doppelspielen der Shuttles wird durch die Kurve mit blauen Dreiecken und Modell M|G|1|K mit Einzelspielen der Shuttles durch die Kurve mit grünen Rauten dargestellt.

Sowohl in Abbildung 9 als auch in Abbildung 10 erkennt man die sehr gute Übereinstimmung der Warteschlangenmodelle untereinander sowie die ebenfalls sehr gute Übereinstimmung zwischen Warteschlangenmodellen und Simulationsergebnis.

Man erkennt auch, dass die Simulationsergebnisse bis ca. 12 m Regalhöhe zwischen den Kurven für Einzel- und Doppelspiel der Shuttles liegt. Dies bestätigt die Richtigkeit des Berechnungsansatzes, da die Shuttles in der Simulation immer einen Mix aus Einzel- und Doppelspielen ausführen. Der Doppelspiel-Anteil hängt stark von der Steuerung ab und ist daher nur schwer zu bestimmen. Verschiedene Simulationen mit unterschiedlichen Steuerungsarten haben gezeigt, dass der Anteil an Doppelspielen der Shuttles in einem Bereich von 20 bis zu 90% schwanken kann.

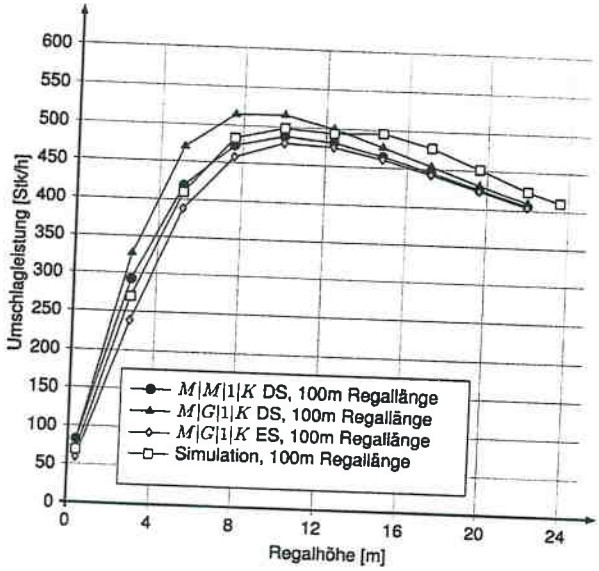

Abbildung 9. Umschlagleistung eines Shuttle-Systems in Abhängigkeit von der Regalhöhe; Regallänge = 100 m

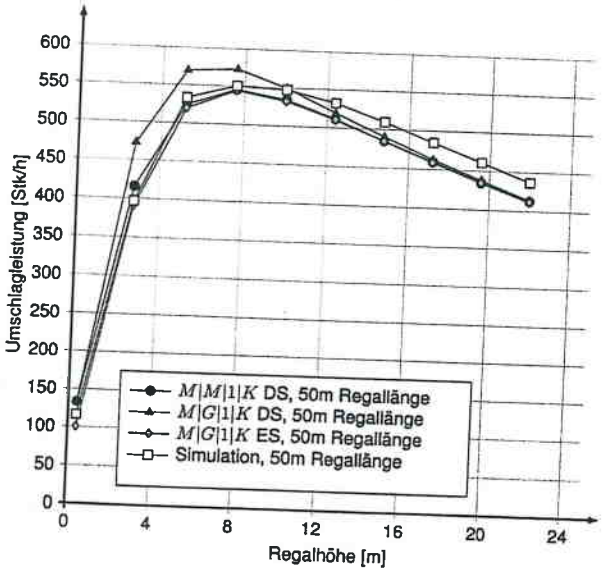

Abbildung 10. Umschlagleistung eines Shuttle-Systems Abhängigkeit von der Regalhöhe; Regallänge = 50 m

4 Durchsatzoptimierung von Shuttle-Systemen

Mit den beschriebenen analytischen Berechnungsmodellen ist eine geometrische Optimierung des Lagers hinsichtlich Durchsatz möglich. Für die Optimierung wird das M|M|1|K-Modell herangezogen. Dieses ist hinreichend genau und die Extremwertaufgabe (Gleichung 5) um einiges leichter und schneller zu lösen als beim M|G|1|K-Modell. Die Gleichung zur Berechnung der Durchsatz-optimalen Geometrie lautet:

$$\frac{\partial \vartheta_{System}}{\partial L} = 0 \qquad (14)$$

In Abbildung 11 sind die Ergebnisse dieser Optimierung zu sehen. Die Linie mit roten Punkten gibt – unter Verwendung der geometrischen und kinematischen Daten von 2.1 – bei gegebener Lagerlänge die jeweils optimale Lagerhöhe an. Zusätzlich sind hier konkrete Lager mit 10.000 bzw. 20.000 Stellplätzen dargestellt.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird dem bestehenden M|M|1|K-Berechnungsmodell für Shuttle-Systeme das M|G|1|K-Modell gegenübergestellt. Letzteres hat gegenüber ersterem den Vorteil, dass es die Exponentialverteilung der Zwischenankunftszeit sowie die Gleichverteilung bzw. Dreiecksverteilung, die bei der Bedienzeit vorliegt, genau abbildet.

Der Vergleich zwischen analytischen Rechenergebnissen und Simulation zeigt eine gute Übereinstimmung sowohl der analytischen Ansätze untereinander als auch mit der Simulation. Basierend auf diesen Erkenntnissen wurde mittels M|M|1|K-Modell eine Durchsatz-Optimierung der Lagergeometrie durchgeführt. Diese liefert bei gegebener Lagerlänge die Lagerhöhe, die den höchsten Durchsatz ermöglicht.

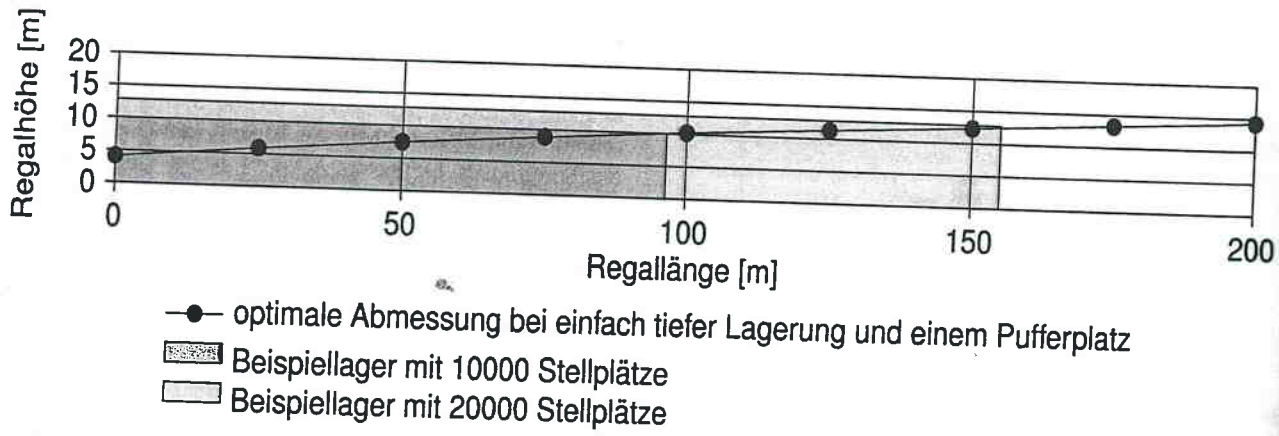

Abbildung 11. Optimierte Lagergeometrie für maximale Umschlagleistung

LITERATUR

[Bau13] Baum, Dieter; *Grundlagen der Warteschlangentheorie*, Springer, 2013

[Ede15] Eder, Michael; Kartnig, Georg; *Throughput analysis of S/R shuttle systems and ideal geometry for high performance*, In: *FME Transactions, Vol. 44, 2016; S.174-179*

[Ede16] Eder, Michael; Kartnig, Georg; *Geometrieoptimierung von Shuttle-Systemen mit Hilfe eines analytischen Berechnungsmodells*, In: *25. Deutscher Materialfluss-Kongress*, Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 2016, ISBN 978-3-18-092275-1, S. 113-126

[Kar14] Kartnig, Georg; Oser, Jörg: *Throughput analysis of S/R shuttle systems*, In: *International Material Handling Research Colloquium 2014, 2014*

[Kar15] Kartnig, Georg; Eder, Michael: *Spielzeitberechnung von Shuttle-Systemen – Analytischer Ansatz durch numerische Simulation verifiziert*, In: *24. Deutscher Materialfluss-Kongress*, Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 2015, ISBN 978-3-18-092234-8, S. 203-212

[Mac04] MacGregor Smith J.: *Optimal design and performance modelling of $M|G|1|K$ queueing systems*. In: *Mathematical and computer modelling 39*, 2004, Nr.9, S. 1049-1081

[Rös16] Rössler, Irene; Ungerer, Albrecht: *Statistik für Wirtschaftswissenschaftler: Eine anwendungsorientierte Darstellung.*, Springer Berlin Heidelberg., 2008, ISBN 978-3-662-48412-8, S. 137-187

Dipl.-Ing. Michael Eder, Research Assistant at the Institute for Engineering Design and Logistics Engineering, Vienna University of Technology.

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Georg Kartnig, Professor at the Institute for Engineering Design and Logistics Engineering, Vienna University of Technology.

Address: Institut für Konstruktionswissenschaften und Technischer Logistik, Technische Universität Wien, Getreidemarkt 9/BD/4.OG, 1060 Wien, Österreich, Phone: +43 1 58801-30742, Fax: +49 1 58801-30799, E-Mail: michael.e307.eder@tuwien.ac.at