

DIPLOMARBEIT

**Berechnung der ebenen
kompressiblen turbulenten Strömung
in einem Turbinengitter**

ausgeführt am Institut für
Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen
an der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von
O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. H.HASELBACHER
und
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. R.WILLINGER

durch
Markus WIDHALM
Wolfshoferamt 16
A-3572 St. Leonhard/Hw.

Wien, 21. März 2000

Vorwort

Dem Institutsvorstand Herrn *o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hermann Haselbacher* danke ich für die Vergabe der Diplomarbeit und die Möglichkeit, diese am Institut abzufassen.

Mein Betreuer Herr *Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr. techn. Reinhard Willinger* ist jederzeit mit tatkräftiger Unterstützung und Geduld hinter der Ausarbeitung der Diplomarbeit gestanden. Für das Lösen meiner Schwierigkeiten im Bereich der elektronischen Datenverarbeitung gilt ihm und *Univ.Ass. Dipl.-Ing. Klaus Leeb* ein besonderer Dank.

Mein Dank gilt auch allen Mitarbeiterinnen, Mitarbeitern und in diesem Zeitraum ebenfalls am Institut tätigen Diplomanden für die wertvolle Zusammenarbeit.

Gewidmet ist diese Arbeit meinen Eltern und den Studienkollegen Christian, Lukas, Michál und Werner für die gemeinsam verbrachte Studienzeit.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Berechnung der ebenen, turbulenten, kompressiblen Strömung in einem Turbinengitter. Zum Vergleich der numerischen Ergebnisse lagen Messungen von Abströmwinkel, Nachlaufdüse, statischem Druckverlauf und Totaldruckverteilung vor.

Einige für analytische Berechnungen wichtige Details, wie Nasengeometrie, engster Querschnitt und Hinterkantenform werden aus der Angabe der Profilpunkte ermittelt.

Die Grenze, ab wann Kompressibilität zu tragen kommt wird mit einer Fehlerabschätzung behandelt. Die in Folge durch die Kompressibilität benötigten Gleichungen werden angeführt. Weiters wird auf die Möglichkeit die Strömung durch dimensionslose Kennzahlen zu berechnen sowie auch die Grundgleichungen dimensionslos anzuschreiben, eingegangen.

Modellierung der Grenzschicht und Turbulenz bilden die Grundlage für die Anwendung des $k - \epsilon$ Modells, das mit Hilfe der Finite-Elemente Methode den Strömungsverlauf berechnet. Im Anschluß findet sich eine Erklärung zur Auswahl der Feinheit des Netzes.

Eine theoretische Analyse des Profils wurde mit Profildruckverteilung, Staupunktlage und Abströmwinkel durchgeführt. Im hohen Unterschallbereich verhelfen die berechneten Abströmwinkel nach *Traupel* die numerischen Ergebnisse zu verifizieren. Auch ein Hinweis auf die Ausbildung des Hinterkantenunterdruckes wird angegeben.

Der Vergleich der Meßdaten mit den numerischen Ergebnissen gibt einen Einblick in die Verwendbarkeit des verwendeten CFD-Programms FIDAP. Abströmwinkel, Nachlaufdüse und statischer Druckverlauf sind qualitativ gut gelungen. Eine unbefriedigende Berechnung trat nur im Totaldruckverlauf auf, dessen Verlauf ein Maß für den Verlust ist, der deutlich zu hoch errechnet wurde. Die Variation des Anströmwinkels belegte den aus der Theorie bekannten gleichbleibenden Verlauf des Abströmwinkels.

Die aus dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse bilden Vorschläge für weitere Themen im Gebiet der Turbinengitterberechnung.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Aufgabenstellung	1
2	Beschreibung der Geometrie	2
2.1	Bezeichnungen am Turbinengitter	2
2.2	Profilgeometrie	3
2.3	Kanalverlauf	3
3	Grundgleichungen	6
3.1	Abgrenzung inkompressibel-kompressibel	6
3.2	Gasgleichung	8
3.3	Kontinuitätsgleichung	8
3.4	Bewegungsgleichung	9
3.5	Energiegleichung	10
3.6	Andere Darstellungen der Grundgleichungen	12
3.7	Dimensionslose Darstellung	12
4	Die Lösungsmethodik	14
4.1	Mathematische Klassifizierung der Strömung	14
4.2	Modellierung	14
4.2.1	Grenzschicht	14
4.2.2	Turbulenz	17
4.2.3	Anfangs- und Randbedingungen	18
4.3	Das Diskretisierungsmodell - Finite Elemente	22
4.3.1	Konvergenz	25
4.4	Netzgenerierung	26
5	Analytik des Turbinenprofils	30
5.1	Profildruckverteilung	30
5.2	Staupunktlage	33
5.3	Unterschallströmung im ebenen Turbinengitter	34
5.3.1	Abströmwinkel	35
5.4	Transsonische Strömung im ebenen Turbinengitter	37
5.4.1	Strömungsverlauf	37
5.4.2	Abströmwinkel	40
5.5	Berücksichtigung des Hinterkantenunterdruckes	42

6	Berechnungsergebnisse	44
6.1	Auswertungsebene	44
6.2	Mittelungsverfahren	45
6.3	Vergleich der Meßwerte mit den numerischen Ergebnissen	45
6.3.1	Teilung $t/s = 0.7$	45
6.3.2	Teilung $t/s = 0.8$	48
6.3.3	Teilung $t/s = 0.9$	51
6.4	Variabler Anströmwinkel	54
6.4.1	Abströmwinkel	54
6.4.2	Profildruckverteilung	54
6.4.3	Verluste	56
7	Zusammenfassung und Ausblick	58
A	FIDAP-Eingabefile für reibungsbehaftete Strömung	60
B	FIDAP-Eingabefile für reibungslose Strömung	71

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

a	$[m]$	Abstand im engsten Querschnitt
a	$[m]$	Abstand
A	$[m^2]$	Querschnittsfläche
A_o	$[1]$	Konstante im <i>van Driest</i> -Gesetz
c	$[m/s]$	Schallgeschwindigkeit
c	$[m/s]$	Absolutgeschwindigkeit
c_p	$[J/kgK]$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_v	$[J/kgK]$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
C, C^+	$[1]$	Konstanten im logarithmischen Überlappungsgesetz
C_p	$[1]$	statischer Druckkoeffizient
C_{pt}	$[1]$	Totaldruckkoeffizient
C_1, C_2, C_μ	$[1]$	Konstanten im $k - \epsilon$ Modell
D	$[1]$	Differentialoperator
$DTOL$	$[1]$	Konvergenzschranke
e	$[J/kg]$	spezifische innere Energie
\vec{e}	$[1]$	Einheitsvektor
E_t	$[J]$	gesamte Energie
E_k	$[J]$	kinetische Energie
E_p	$[J]$	potentielle Energie
Ec	$[1]$	Eckertzahl
$F(z)$	$[1]$	komplexes Potential
\vec{F}	$[1]$	Vektor mit Randbedingungen
F	$[1]$	Einflußfunktion der Machzahl
g	$[m/s^2]$	Erdbeschleunigung
g	$[1]$	Gewichtsfunktionen
h	$[J/kg]$	spezifische Enthalpie
Δh	$[J/kg]$	spezifische Enthalpiedifferenz
i, j, k	$[1]$	Laufvariablen
\mathbf{J}	$[1]$	Jacobimatrix
k	$[m^2/s^2]$	turbulente kinetische Energie
k	$[1]$	Hinterkantenunterdruckbeiwert
\tilde{k}	$[1]$	Upwindingfaktor
$\tilde{\mathbf{k}}$	$[1]$	Upwindingtensor
\mathbf{K}	$[1]$	Systemmatrix
\vec{K}	$[1]$	Kraftvektor
l	$[m]$	Mischungsweglänge
\mathcal{M}	$[kg/kmol]$	Molmasse

Ma	[1]	Machzahl
\vec{n}	[1]	Normalenvektor
O	$[m^2]$	Oberfläche
p	$[N/m^2]$	statischer Druck
p_d	$[N/m^2]$	dynamischer Druck
p_t	$[N/m^2]$	totaler Druck
p_{exit}	$[N/m^2]$	Austrittsdruck (Rechengebiet)
P	$[m^2/s^3]$	turbulente Produktionsrate
Pe	[1]	Pecletzahl
Pr	[1]	Prandtlzahl
Pr_k, Pr_ϵ	[1]	Konstanten im $k - \epsilon$ Modell
q_i	[1]	unbekannte Konstanten im Ritzschen Ansatz
\vec{q}	$[W/m^2]$	Wärmestromdichte
q	$[m^2/s]$	Quellstärke
\dot{Q}	$[J/s]$	zugeführte Wärme pro Zeit
r, s	[1]	lokale Koordinaten im Einheitsraum
r	$[m]$	Radius
R	$[J/kgK]$	spezielle Gaskonstante
R	$[m]$	Radius
R	[1]	Residuum
\mathcal{R}	$[J/kmolK]$	allgemeine Gaskonstante
Re, Re_S, Re_V	[1]	Reynoldszahl
R_ν	[1]	Viskositätsverhältnis
s	$[J/kgK]$	spezifische Entropie
s	$[m]$	Sehnenlänge
s^*	[1]	normierte Bogenlänge
t	$[s]$	Zeit
t	$[m]$	Schaufelteilung
t	$[^\circ C]$	Temperatur
T	$[K]$	Temperatur
Tu	[1]	Turbulenzgrad
u	$[m/s]$	Umfangsgeschwindigkeit
u	$[m/s]$	Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung
u^+	[1]	dimensionslose Geschwindigkeit
u_τ	$[m/s]$	Schubspannungsgeschwindigkeit
\vec{U}	[1]	Vektor des Lösungsverfahrens
v	$[m/s]$	Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung
\vec{v}	$[m/s]$	Geschwindigkeitsvektor
V	$[m^3]$	Volumen
w	$[m/s]$	Relativgeschwindigkeit
\dot{W}	$[J/s]$	Leistung
x, y, z	[1]	kartesische Koordinate
y^+	[1]	dimensionsloser Wandabstand
z	[1]	komplexe Zahl

Griechische Formelzeichen

α	$[^\circ]$	Strömungswinkel im Absolutsystem, gemessen von der positiven Umfangsrichtung
α	$[^\circ]$	Relaxationsfaktor
β	$[^\circ]$	Strömungswinkel im Relativsystem, gemessen von der positiven Umfangsrichtung
β^+	$[^\circ]$	Strömungswinkel im Relativsystem, gemessen von der negativen Umfangsrichtung

β	$[1/K]$	Wärmeausdehnungskoeffizient
γ	$[^\circ]$	Staffelungswinkel
ϵ	$[m^2/s^3]$	turbulente Dissipationsrate
δ	$[m]$	Hinterkantendicke
δ	$[m]$	Bezugslänge
$\delta_{i,j}$	$[1]$	Kronecker-Symbol
Θ	$[kg/m^2s]$	Massenstromdichte
κ	$[1]$	Isentropenexponent
κ	$[1]$	Kármán-Konstante
λ	$[m^2/s]$	Proportionalitätsfaktor
λ	$[J/msK]$	Wärmeleitfähigkeit
μ	$[Pas]$	dynamische Viskosität
μ_t	$[Pas]$	turbulente dynamische Viskosität
ν	$[m^2/s]$	kinematische Viskosität
ν_V	$[m^2/s]$	Volumenviskosität („bulk viscosity“)
ν_t	$[m^2/s]$	Wirbelviskosität
ρ	$[kg/m^3]$	Dichte
σ	$[1]$	Spannungsmatrix
τ	$[N/m^2]$	Schubspannung
$\tau_{i,j}$	$[1]$	Spannungsmatrix
τ_w	$[N/m^2]$	Wandschubspannung
ψ	$[1]$	Stromfunktion
φ_i	$[1]$	Ansatzfunktionen
$\vec{\varphi}$	$[1]$	Interpolationsvektor der Geschwindigkeit
ϕ	$[1]$	Potentialfunktion
$\vec{\psi}$	$[1]$	Interpolationsvektor des Druckes
ϕ	$[J/m^3s]$	Dissipation

Tiefgestellte Indizes

a	engster Querschnitt
n	Normalenrichtung
p	bei konstantem Druck
R	Referenzzustand
u	Umfangsrichtung
t	Totalzustand, turbulent, Tangentialrichtung
x	x -Richtung
y	y -Richtung
z	z -Richtung
1	Ebene vor dem Laufschaufelgitter
2	Ebene nach dem Laufschaufelgitter
∞	Größen der ungestörten Anströmung

Hochgestellte Indizes

$(.)^*$	dimensionslose Größe
$(.)'$	turbulente Schwankungsgröße
$\overline{(.)}$	zeitlich gemittelte Größe
$\overline{(.)}$	über der Teilung gemittelte Größe
$\hat{(.)}$	Größen des Verdichtungsstoßes

Kapitel 1

Einleitung und Aufgabenstellung

Die Grundgleichungen zur Beschreibung von reibungsbehafteten Strömungen (Massenbilanz, Impulsbilanz, Energiebilanz) sind seit über einem Jahrhundert bekannt. Bis jetzt ist es schwer geblieben, deren Lösungen direkt in technische Entwicklungen weiterzuverarbeiten. Eine Strömung wird mit partiellen Differentialgleichungen beschrieben, die nur für einfache spezielle Fälle analytisch berechenbar sind. Bei technisch relevanten Geometrien ist man daher auf die numerische Lösung der Gleichungen angewiesen. Die Treffsicherheit der Methode der Computational Fluid Dynamics (CFD) konnte in den letzten Jahren wesentlich verbessert werden, wodurch die Notwendigkeit von Versuchen zurückgedrängt wird. Die algebraischen Gleichungen eines Diskretisierungsmodells stehen für eine numerische Approximation zur Verfügung. Als Diskretisierungsmodelle haben heutzutage die Finite-Elemente Methode (FE) und Finite-Volumen Methode (FV) größtenteils die Finite-Differenzen Methode (FD) abgelöst.

Die vorliegende Aufgabenstellung eines Turbinengitters soll ebenfalls auf Grund der komplexen Geometrie und des stark umlenkenden Strömungsfeldes numerisch (FE-Methode) berechnet werden. Die aus Messungen bekannten Werte der Nachlaufdelle, Abströmwinkel und Verluste sollen numerisch nachvollzogen werden. Die Möglichkeit eines Vergleichs zwischen den gemessenen und den errechneten Werten ist ein wichtiger Bestandteil der Arbeit, um später die Leistungsfähigkeit des verwendeten Programmes FIDAP 7.61 zu klassifizieren. Zu Beginn der Arbeit stellen sich Fragen in Bezug auf Auswahl eines Umström- oder Durchströmgitters. Wie sich zeigen läßt, hat die Netzverfeinerung eine besondere Bedeutung. Das gewählte Netz wird daher ausführlich behandelt. Das Programm FIDAP ist ausgelegt für Berechnungen im inkompressiblen wie auch kompressiblen Gebiet bis $Ma = 1$. Um FIDAP an seine Berechnungsgrenze zu bringen, ist eine kompressible Berechnung unausweichlich, da schon bei $Ma > 0.3$ Kompressibilitätseffekte auftreten. Das Strömungsfeld ist turbulent und es wird das Standard $k - \epsilon$ Turbulenzmodell verwendet. Nicht zu vergessen ist die Möglichkeit, einige analytische Nachrechnungen anzustellen über die Staupunktlage und Profildruckverteilung der Schaufel. Ein Zusatz zur numerischen Untersuchung ist die Wirkung einer veränderlichen Teilung auf die jeweiligen Abströmgrößen. Welche Änderungen sich aus der Kanalerweiterung am Austritt auf das Strömungsfeld ergeben und mögliche Ablösungen, die auftreten können, sind nachzuvollziehen. Mit der Variation des Anströmwinkels β_1 ($60^\circ/70^\circ/80^\circ/90^\circ/100^\circ/110^\circ/120^\circ$) kann der Einfluß auf den Verlust bei Rückenstoß und Bauchstoß simuliert werden. Von Interesse ist dabei, bei welchem Anströmwinkel der Verlust sein Minimum erreicht. Auf die nachfolgende Leitschaufelreihe hat die Änderung des Abströmwinkels großen Einfluß. Der Bereich, in dem sich der Abströmwinkel ändert, soll verifiziert werden.

Kapitel 2

Beschreibung der Geometrie

2.1 Bezeichnungen am Turbinengitter

Aufgrund der Vielzahl von verschiedenen Bezeichnungen ist es notwendig, diese gleich von Beginn an übersichtlich darzustellen, um im Laufe dieser Arbeit die Orientierung zu erleichtern. Aus Abb. 2.1 wird die Anordnung der Laufschaufeln und die Bezeichnung der Geschwindigkeitsvektoren am Ein- und Austritt ersichtlich. Das ebene Schaufelgitter entsteht durch die Abwicklung eines Zylinderschnittes durch das Leit- oder das Laufrad. Die Nabe und das Gehäuse sind zylindrisch und die Schaufeln weisen konstante Sehnenlänge auf. Auf Grund der Fächerung nimmt die Teilung t von der Nabe bis zum Gehäuse stetig zu. Bei kurzen Schaufeln im Verhältnis zum Durchmesser genügt die Untersuchung eines mittleren Schnittes. Bei längeren Mitteldruck- oder Niederdruckschaufeln ist die Variation der Teilung zu berücksichtigen. Im vorliegenden Fall wurden drei verschiedene Verhältnisse von Teilung zu Sehnenlänge ($t/s = 0.7, 0.8$ und 0.9) untersucht. Wichtige Daten einer Turbinenstufe können

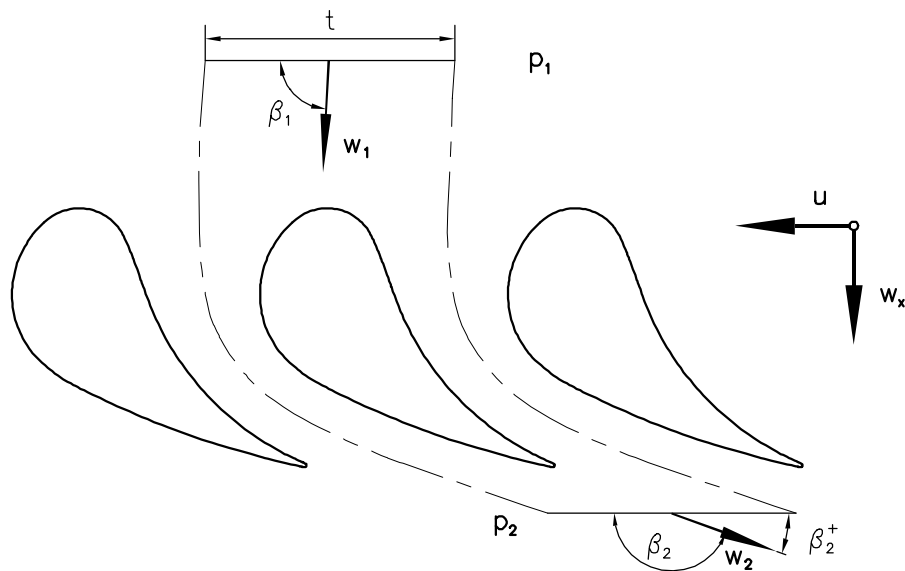


Abbildung 2.1: Schaufelgitter

aus dem Geschwindigkeitsdreieck lt. Abb. 2.2 abgelesen werden. Für spätere Betrachtungen sind besonders w_1 und β_1 bzw. w_2 und β_2^+ von großer Bedeutung. Die axialen Komponenten w_x der Geschwindigkeiten w_1 und w_2 bleiben, wie später gezeigt wird, nur bei inkompressibler Betrachtung konstant.

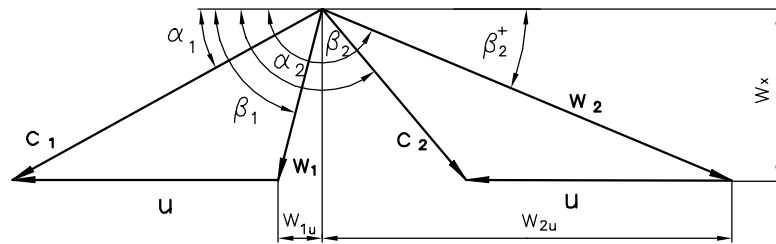


Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsdreiecke

2.2 Profilgeometrie

Das zu untersuchende Profil wird in der Hoch- und Mitteldruckbeschaufelung von Industriedampfturbinen eingesetzt. Die Profilpunkte sind in Bezug auf die Lage in Abb. 2.3 angegeben. Auch für das Rechengebiet wurde diese Lage beibehalten. Die Sehnenlänge s ist mit 100mm gegeben.

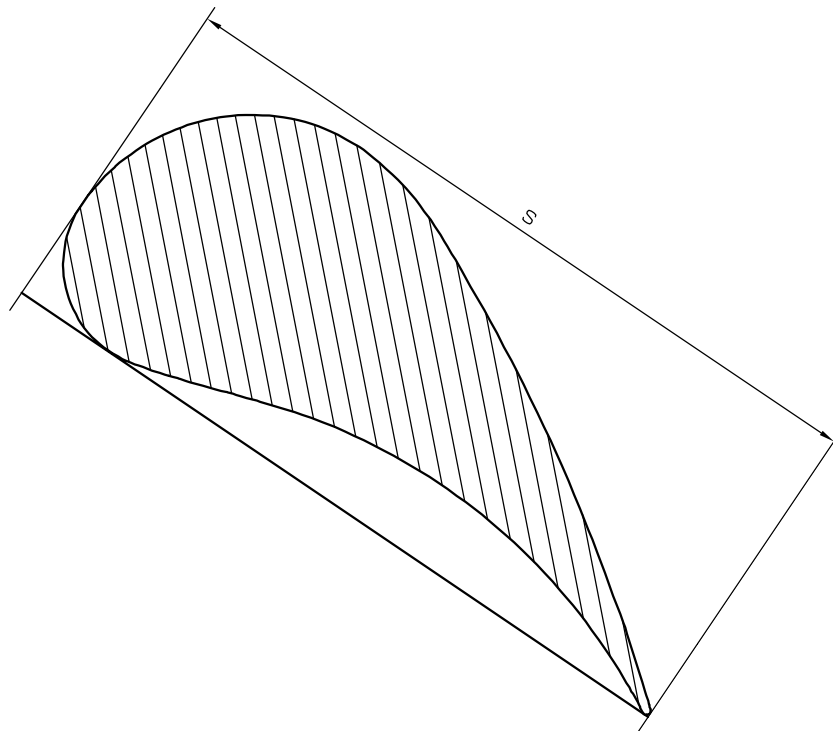


Abbildung 2.3: Profilform der Schaufel

2.3 Kanalverlauf

Bei Turbinengittern mit kleiner Teilung ist der Kanalverlauf ausschlaggebend. Eine Konstruktion ist mit der Stromfadentheorie möglich. Diese Theorie folgt der Vorstellung, daß zwei benachbarte Schaufeln einen Strömungskanal mit gekrümmter Mittellinie bilden, in dem die Umlenkung der Strömung unter möglichst stetiger Beschleunigung erfolgt. Demzufolge kann man längs der gestreckten Kanalmittellinie eine Düsenform für das Beschleunigungsgitter vorgeben. Zusätzlich ist auch noch mit der Kontinuitätsgleichung eine gewünschte Geschwindigkeit in der Ein- und Austrittsebene möglich.

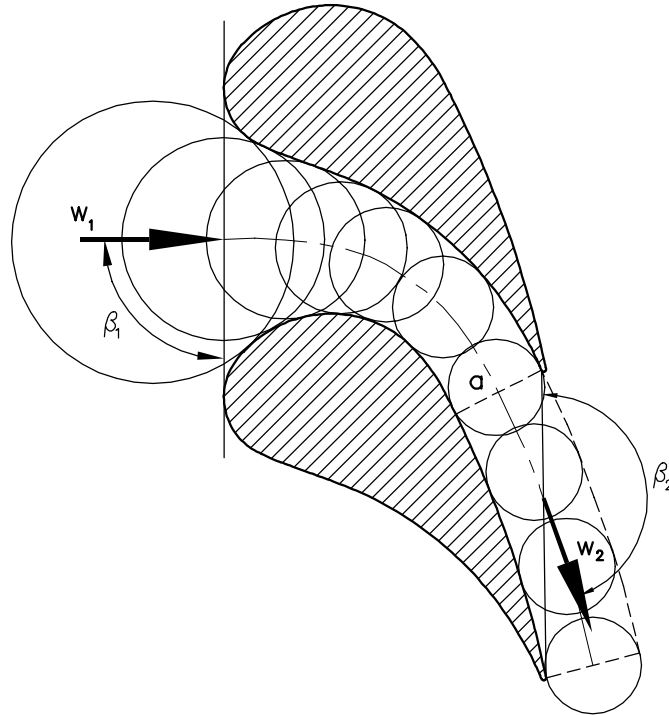
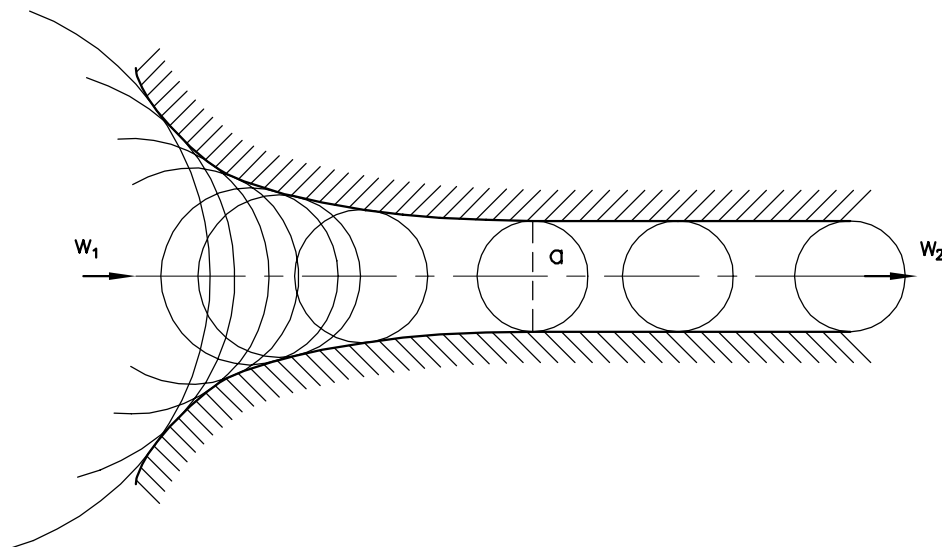


Abbildung 2.4: Gekrümmte Kanalmittellinie

Die eingezeichneten Schaufelformen in Abb. 2.4 sind aus den vorgegebenen Profilpunkten entstanden. Aus dieser Konstruktion folgen der Eintrittswinkel $\beta_1 \approx 90^\circ$ und der Austrittswinkel $\beta_2 \approx 160^\circ$. Obwohl die Annahme der konstanten Geschwindigkeit über dem Querschnitt senkrecht zur Kanalmittellinie, die bei dieser Theorie Voraussetzung war, nicht stimmt, ist sie hier zur Bestimmung der Mittellinie verwendet worden. Durch die Krümmung des Kanals tritt ein Druckgradient quer zur Kanalachse auf, der den Geschwindigkeitsverlauf quer zur Kanalachse nicht konstant läßt. Damit ist die Kanaltheorie strömungsphysikalisch unbedeutend, da keine Aussagen der örtlichen Geschwindigkeitsvektoren und keine große Freiheit in der Wahl der Profilform möglich ist.

Abbildung 2.5: Gestreckte Kanalachse und engster Querschnitt a

Aus Abb. 2.5 ist noch eine entscheidende Konstruktion sichtbar. Der Kanal ist als Düse ausgebildet mit dem engsten Querschnitt a an der Austrittskante. a ist aus dem Turbinengitter abgemessen worden. Die erhaltenen Abstände für a sind in Tab. 2.1 zusammengefasst.

$t/s[-]$	0.7	0.8	0.9
$a[mm]$	22.5	27.5	32.5

Tabelle 2.1: Zusammenfassung der engsten Querschnitte a

Ein wichtiges Detail ist die Ausbildung der Hinterkante, die je nach ihrer Größe ein dementsprechendes Unterdruckgebiet entstehen lässt. Beim vorliegenden Turbinenprofil ist die Hinterkante als Halbkreis mit einem Durchmesser von 1mm ausgeführt (Abb. 2.6).

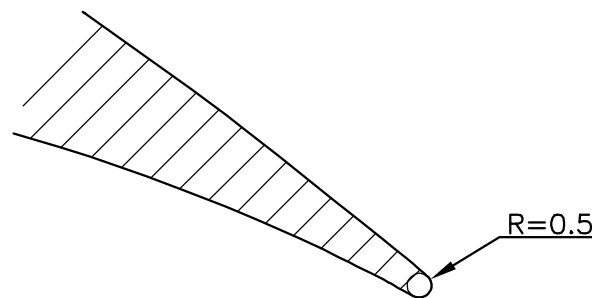


Abbildung 2.6: Hinterkante des Turbinenprofils

Kapitel 3

Grundgleichungen

3.1 Abgrenzung inkompressibel-kompressibel

Die Frage, ab welcher Geschwindigkeit Kompressibilität zu tragen kommt, soll im folgenden mit einer Fehlerabschätzung beantwortet werden. Um diesen Effekt darzustellen ist es notwendig eine machzahlabhängige Funktion des Druckes zu erstellen. Entscheidend für die Strömungsgeschwindigkeit ist die Änderung des dynamischen Druckes p_d .

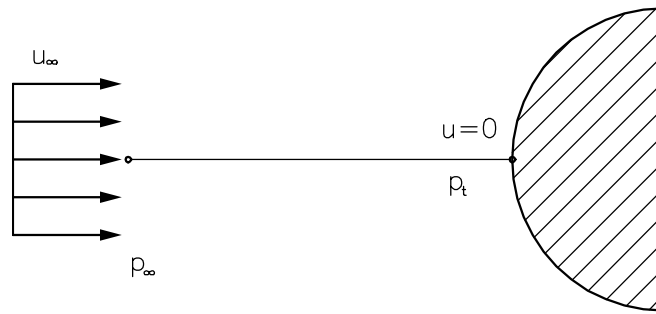


Abbildung 3.1: Staupunktsstromlinie

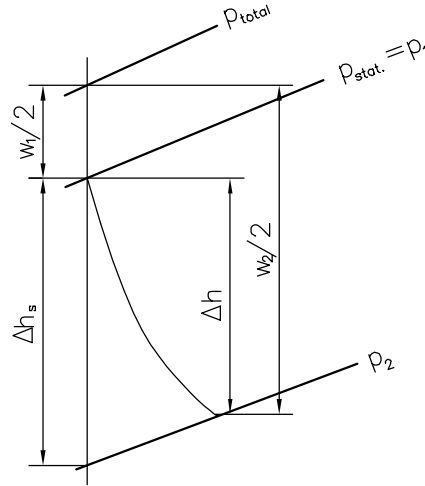
Wird entlang der Stromlinie in Abb. 3.1 die Bernoulli-Gleichung im inkompressiblen Fall aufgestellt, so ergibt sich

$$p_\infty + \underbrace{\rho \frac{u_\infty^2}{2}}_{\text{dynam. Druck}} = \underbrace{p_t}_{\text{Totaldruck}} \rightarrow p_\infty + p_d = p_t. \quad (3.1)$$

Die Größe des dynamischen Druckes hängt somit nur von der Umwandlung der Geschwindigkeitsenergie in Druck ab, die im Punkt ∞ ihr Maximum und im Staupunkt ihr Minimum erreicht. Der Totaldruck ist als Höchstdruck bei einer Verminderung der Geschwindigkeit auf Null definiert, also fällt hier mit dem Staupunktsdruck zusammen. Der Druck p_∞ wird als statischer Druck bezeichnet. Eine weitere Gleichung für den dynamischen Druck mit der Strömungsgeschwindigkeit läßt sich aus der Energiegleichung herleiten. Für eine adiabate Verzögerung gilt somit

$$c_p T + \frac{u_\infty^2}{2} = c_p T_t. \quad (3.2)$$

Im h/s -Diagramm Abb. 3.2 sind die Unterschiede zwischen statischem und totalem Druck nochmals erkenntlich.

Abbildung 3.2: Statischer Zustand und Totalzustand im h/s -Diagramm

Unter der Verwendung der Machzahl

$$Ma = \frac{u_\infty}{c} = \frac{u_\infty}{\sqrt{\kappa RT}} \quad (3.3)$$

und der Isentropenbeziehung

$$\frac{p_t}{p} = \left(\frac{T_t}{T} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (3.4)$$

folgt daraus für den dynamischen Druck nach *Wuest* [?]

$$p_d = \frac{2}{\kappa Ma^2} \left[\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} - 1 \right] \rho \frac{w^2}{2} = F(Ma, \kappa) \rho \frac{w^2}{2}. \quad (3.5)$$

Entwickelt man den Ausdruck $\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$ in einer Taylorreihe, so ist es mit der Bedingung für Machzahlen $Ma \ll 1$ möglich auf den inkompressiblen Fall zu schließen.

$$\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1 + \frac{\kappa}{2} Ma^2 + \frac{\kappa}{8} Ma^4 \dots \approx 1 + \frac{\kappa}{2} Ma^2 \quad (3.6)$$

Für den dynamischen Druck folgt dann ebenfalls

$$p_d = \rho \frac{w^2}{2}. \quad (3.7)$$

Die Funktion $F(Ma, \kappa)$ beschreibt den Einfluß der Kompressibilität des Strömungsmediums auf den dynamischen Druck (Abb. 3.3). $F(Ma, \kappa)$ gilt nur für $\kappa = 1.4$.

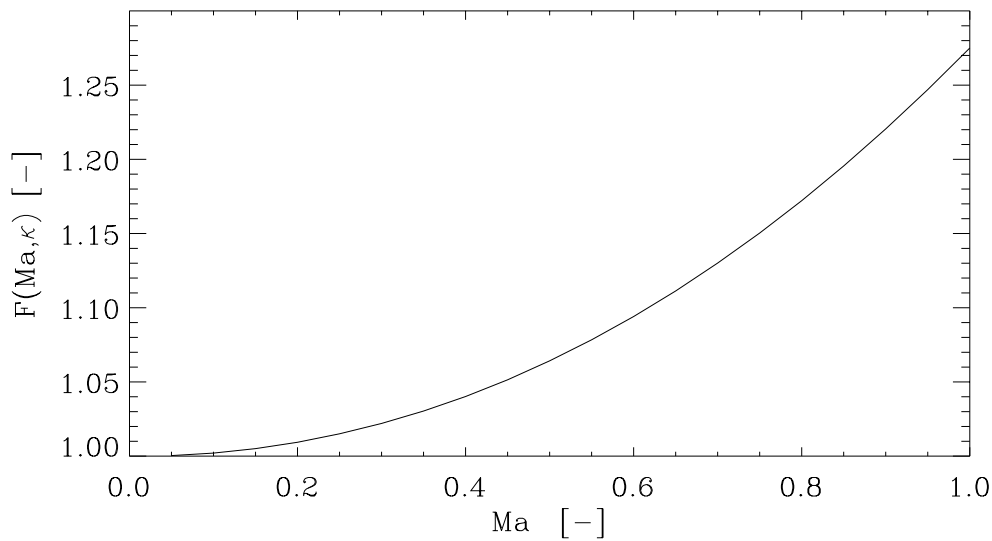


Abbildung 3.3: Einfluß der Machzahl auf den dynamischen Druck

Läßt man für den dynamischen Druck einen Fehler von 1 Prozent zu, so kann bis zu Machzahlen $Ma = 0.2$ mit Gleichung 3.7 gerechnet werden. Bei höheren Machzahlen ($Ma = 0.2 \div 1$) ist die Gleichung 3.5 anzuwenden.

3.2 Gasgleichung

Die Gleichung für ein ideales und homogenes Gas wird beschrieben mit der thermischen Zustandsgleichung oder idealen Gasgleichung

$$p = \rho R T = \rho \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T, \quad (3.8)$$

in der \mathcal{M} die molare Masse und \mathcal{R} die universelle Gaskonstante sind.

3.3 Kontinuitätsgleichung

Beschreibung des Strömungsfeldes: Die Bewegungsgleichungen werden mit einem Newtonschen Fluid aufgestellt, das als Kontinuum angesehen wird. Aus der Bedingung, nur eine ebene Strömung zu behandeln, ist das Strömungsfeld bestimmt durch den Geschwindigkeitsvektor

$$\vec{v} = \vec{e}_x u + \vec{e}_y v, \quad (3.9)$$

durch den Druck p und die Temperatur T . Diese drei Größen lassen sich mit den Gleichungen zur Erhaltung der Masse, des Impulses und der Energie berechnen.

Die Bedingung, daß die pro Zeiteinheit durch den Querschnitt A_1 in das Kontrollvolumen einströmende Masse und die durch den Querschnitt A ausströmende Masse gleich bleiben muß, nennt man die Kontinuitätsgleichung.

$$\oint_O \rho \vec{v} \vec{n} dO = 0 \quad (3.10)$$

In differentiell kleinen Flächen $dA = dxdy$ folgt für den instationären und kompressiblen Fall

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = \\ & = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \vec{v} \operatorname{grad} \rho = \frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Der Ausdruck $D\rho/Dt$ stellt die totale Ableitung der Dichte dar, mit dem lokalen Anteil $\partial\rho/\partial t$ für die instationäre Strömung und $(\partial u_i/\partial x_i)$ zufolge der Ortsänderung.

3.4 Bewegungsgleichung

Aus der Impulsbilanz mit reibungsbehafteter Strömung gilt für das Gleichgewicht der Trägheitskräfte zu den Druck-, Reibungs- und Massenkräften die Beziehung

$$\oint_O \rho v_n v_i dO = - \oint_O p n_i dO + \oint_O \tau_{ij} dO + \int_V \rho g_i dV. \quad (3.12)$$

Unter Anwendung des Gaußschen Satzes und anschließender Benützung der Kettenregel entsteht folgende Bewegungsgleichung:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i \rho \quad (3.13)$$

Die Massenkräfte $g_i \rho$ sind als äußere Kräfte anzusehen und sind um das Kontrollvolumen konstant. Sie fallen deshalb aus der Bilanzgleichung heraus. In den Reibungsspannungen τ_{ij} sind auch die Materialeigenschaften enthalten, und sind für eine Newtonsche Flüssigkeit definiert als

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) + \mu_V \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k}. \quad (3.14)$$

Die Hypothese von *Stokes* $3\lambda + 2\mu = 0$ steckt ebenfalls in dieser Gleichung. Dieser Ansatz ermöglicht es, die Anzahl der Materialgrößen, die das Feld der Spannungen charakterisieren, von zwei auf eine zu reduzieren. In dieser symbolischen Schreibweise ist δ_{ij} der Kronecker-Einheitstensor, in dem gilt: $\delta_{ij} = 1$, für $i = j$ und $\delta_{ij} = 0$, für $i \neq j$. Die „Volumenviskosität“ μ_V oder auch „bulk viscosity“ tritt nur bei Normalspannungen auf und ist bei mehratomigen Gasen größer als null ($\mu_V > 0$). Sie stellt die Eigenschaft einer Energiedissipation eines kompressiblen, isotropen Newtonschen Fluids dar. Aufgeteilt in die jeweilige Strömungsrichtung x und y sind die Bewegungsgleichungen in x -Richtung:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \nu_V \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.15)$$

und für die y -Richtung

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \nu_V \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (3.16)$$

Diese beiden Gleichungen 3.15 und 3.16 werden auch *Navier-Stokes* Gleichungen genannt.

3.5 Energiegleichung

Neben den vorhergenannten Gleichungen ist noch die Energiegleichung erforderlich, die den ersten Hauptsatz der Thermodynamik zum Inhalt hat. Dieser Hauptsatz beinhaltet die Bilanz der Energien. Die folgende Darstellung der Energiegleichung entstand in Anlehnung an *Schlichting* und *Gersten* [?]. Die Gesamtenergie E_t pro Zeiteinheit, die sich aus der zugeführten Wärme \dot{Q} und der verrichteten Arbeit \dot{W} pro Massenelement summiert, ist

$$\frac{DE_t}{Dt} = \dot{Q} + \dot{W}. \quad (3.17)$$

Die pro Flächeneinheit und Zeiteinheit übertragenen Wärme \dot{Q} wird durch den Wärmestromdichtevektor \vec{q} gekennzeichnet. Die gesamte Wärmezufuhr ergibt sich zu

$$\dot{Q} = -dV \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = -dV \operatorname{div} \vec{q}. \quad (3.18)$$

Die Totalenergie E_t besteht aus drei Teilen (innere Energie E , kinetische Energie E_k und potentielle Energie E_p).

$$dE_t = dE + dE_k + dE_p = e_t dm = \left(e + \frac{1}{2} \vec{v}^2 + z \right) dm \quad (3.19)$$

z ist der vertikale Abstand der Masseteilchen zur Bezugsebene. Die substantielle (totale) Änderung der Gesamtenergie ist

$$\frac{DE_t}{Dt} = \frac{De_t}{Dt} dm = dV \rho \frac{D(e + \frac{1}{2} \vec{v}^2 + z)}{Dt}. \quad (3.20)$$

Die gesamte von allen Normal- und Tangentialspannungen geleistete Arbeit pro Zeiteinheit läßt sich schreiben als

$$\dot{W} = dV \operatorname{div}(\sigma \vec{v}). \quad (3.21)$$

Der Spannungstensor σ ist durch neun verschiedene skalare Größen bestimmt. Die Gesamtheit dieser Komponenten nennt man die Spannungsmatrix.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Die erste Invariante des Spannungstensors wird als Druck p bezeichnet.

$$p = -\frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (3.23)$$

Mit einer Aufspaltung in einen Anteil der gleichen Normalspannung $-p$ und einen Anteil, der davon abweicht, gibt dies

$$\tau_{ii} = \sigma_i + p \quad \text{bzw.} \quad \sigma = -\delta_{i,j} p + \tau \quad (3.24)$$

Der viskose Spannungstensor τ enthält nur die Deviatorspannungen und ist ebenfalls symmetrisch.

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

In weiterer Folge ergeben jetzt die Gleichungen 3.18 und 3.21 eingesetzt in die Glg. 3.17 die Energiegleichung.

$$\rho \frac{D(e + \frac{1}{2}\vec{v}^2 + z)}{Dt} = -\operatorname{div}\vec{q} + \operatorname{div}(\sigma\vec{v}) \quad (3.26)$$

Mit der Energiegleichung für die mechanische Energie nach *Schlichting* und *Gersten* [?]

$$\rho \frac{D(\frac{1}{2}\vec{v}^2 + z)}{Dt} = -\vec{v}\operatorname{grad}p + \vec{v}\operatorname{Div}\tau \quad (3.27)$$

kann die innere spezifische Energie durch subtrahieren der Glg. 3.27 von Glg. 3.26 erhalten werden

$$\rho \frac{De}{Dt} = -\operatorname{div}\vec{q} - p\operatorname{div}\vec{v} + \phi, \quad (3.28)$$

mit der Dissipationsfunktion ϕ

$$\phi = \operatorname{div}(\tau\vec{v}) - \vec{v}\operatorname{Div}\tau. \quad (3.29)$$

Eine andere Form die Energiegleichung aufzustellen bietet die Bilanz der spezifischen Enthalpie

$$h = e + \frac{p}{\rho}. \quad (3.30)$$

In differentieller schreibweise erhält man

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \rho \frac{De}{Dt} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}. \quad (3.31)$$

Unter Zuhilfenahme der Kontinuitätsgleichung 3.11 folgt

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \rho \frac{De}{Dt} + \frac{Dp}{Dt} + p\operatorname{div}\vec{v}. \quad (3.32)$$

Jetzt kann die Glg. 3.28 in Glg. 3.32 eingesetzt werden und es folgt

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = -\operatorname{div}\vec{q} + \frac{Dp}{Dt} + \phi. \quad (3.33)$$

Der Zusammenhang der Enthalpie h mit der Temperatur T und dem Druck p nach *Baehr* [?] ist beschrieben durch

$$\frac{Dh}{Dt} = c_p \frac{DT}{Dt} + \frac{1 - \beta T}{\rho} \frac{Dp}{Dt} \quad \text{mit} \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (3.34)$$

in dem β den Wärmeausdehnungskoeffizienten darstellt. Die Bilanz für das Temperaturfeld ist nun

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = -\operatorname{div}\vec{q} + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \phi. \quad (3.35)$$

Die fehlende Transportgleichung, die die Wärmestromdichte \vec{q} mit dem Temperaturfeld verbindet, ist nach dem Wärmeleitgesetz von *Fourier* und mit der Wärmeleitfähigkeit λ

$$\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad}T \quad (3.36)$$

Die Energiegleichung ist in der endgültigen Form

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad}T) + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \phi. \quad (3.37)$$

3.6 Andere Darstellungen der Grundgleichungen

Für die weitere Betrachtung werden häufig reibungsfreie und inkompressible Strömungen vorausgesetzt. Dies ist notwendig, um auch analytische Lösungen zu erzielen, denn kompressible Gleichungen sind meist zu komplex für ein explizites Ergebnis. Auf eine Herleitung aus den allgemeinen Gleichungen wurde verzichtet. Danach folgt für die reibungsfreie und inkompressible Energiegleichung

$$c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{w_2^2}{2}. \quad (3.38)$$

Aus der Bewegungsgleichung entsteht unter den gleichen Voraussetzungen nach deren Integration die Bernoulligleichung

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} = konst. \quad (3.39)$$

3.7 Dimensionslose Darstellung

Die in dieser Arbeit behandelten Turbinenschaufeln sind ein geometrisch vergrößertes Modell, um eine meßtechnische Untersuchung zu ermöglichen. Das Ziel besteht darin, die Strömung durch geeignete Referenzgrößen zu charakterisieren, d.h die Kenntnis von Ähnlichkeitszahlen ist von grundlegender Bedeutung für die Durchführung von Modellversuchen. Stimmen alle Kennzahlen zweier Strömungen an ähnlichen Geometrien überein, nennt man sie physikalisch ähnlich. Eine dieser Ähnlichkeiten ist für Strömungen, die der Gleichheit der Reynoldszahlen. Diese dynamische Ähnlichkeit oder Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz ist ein Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Reibungskräften. Als Referenzgrößen werden eine typische Körperabmessung s (Sehnenlänge), die Schallgeschwindigkeit c wie auch eine Referenztemperatur T_R und ein Referenzdruck p_R gewählt. Die dazugehörigen Referenzstoffwerte sind ρ_R , c_{pR} , μ_R , λ_R , und β_R . Die Kennzahlen lauten somit

$$\text{Reynoldszahl} \quad Re_s = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Reibungskraft}} = \frac{\rho_R c s}{\mu_R} \quad (3.40)$$

$$\text{Prandtlzahl} \quad Pr = \frac{\text{Reibung}}{\text{Wärmeleitung}} = \frac{\mu_R c_{pR}}{\lambda_R} \quad (3.41)$$

$$\text{Pecletzahl} \quad Pe = \frac{\text{Konvektion}}{\text{Wärmeleitung}} = Pr \cdot Re = \frac{c s c_{pR} \rho_R}{\lambda_R} \quad (3.42)$$

$$\text{Eckertzahl} \quad Ec = \frac{\text{Geschwindigkeitsenergie}}{\text{Wärmezufuhr}} = \frac{c^2}{c_{pR} T_R} \quad (3.43)$$

Weitere dimensionslose Größen sind

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{s} & y^* &= \frac{y}{s} & t^* &= \frac{t c}{s} & T^* &= \frac{T}{T_R} \\ w^* &= \frac{w}{c} = Ma & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_R} & \mu^* &= \frac{\mu}{\mu_R} \\ \lambda^* &= \frac{\lambda}{\lambda_R} & c_p^* &= \frac{c_p}{c_{pR}} & \beta^* &= \frac{\beta}{\beta_R} \\ \text{grad}^*(\dots) &= s \text{ grad}(\dots) & \text{div}^*(\dots) &= s \text{ div}(\dots) & \phi^* &= \phi \frac{s^2}{\mu_R c^2} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Die Reynoldszahl wird hier Re_S bezeichnet, da sie mit der Schallgeschwindigkeit gebildet wird. Der Druck p tritt nur in Form von Ableitungen auf. Daher ist es zulässig, die Differenz gegenüber dem Referenzdruck, der dem statischen Druck entspricht, der am Beginn der gewählten Zulaufstrecke (siehe Abb. 6.1) zum Profil herrscht, zu verwenden.

$$p^* = \frac{p - p_\infty}{\rho_R c^2} \quad (3.45)$$

Mit diesen dimensionslosen Größen ergeben sich die Grundgleichungen zu

- Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{D\rho^*}{Dt^*} + \rho^* \operatorname{div}^* \vec{v}^* = 0 \quad (3.46)$$

Wie zu erwarten war, bleibt die Massenbilanz für beide Strömungen erhalten, d.h die Massenbilanz ist uneingeschränkt anwendbar.

- Bewegungsgleichungen:

Für die x -Richtung gilt

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \\ - \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} - \frac{2}{3} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} \right) + \frac{1}{Re_V} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} \end{aligned} \quad (3.47)$$

und für die y -Richtung gilt

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = \\ - \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} - \frac{2}{3} \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{1}{Re_V} \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \end{aligned} \quad (3.48)$$

- Energiegleichung:

$$\rho^* c_p^* \frac{DT^*}{Dt^*} = \frac{1}{Pe} \operatorname{div}^* (\lambda^* \operatorname{grad}^* T^*) - \beta_R T_R Ec \beta^* T^* \frac{Dp^*}{Dt^*} + \frac{Ec}{Re} \psi^* \quad (3.49)$$

Für ideale Gase gilt

$$p = \rho R T \quad \text{und} \quad \beta T = 1 \quad \text{mit} \quad [\beta] = \frac{1}{K} \quad (3.50)$$

und es vereinfachen sich die Kennzahlen des Druckterms in Glg. 3.49 zu

$$Ec \frac{Dp^*}{Dt^*} \quad (3.51)$$

Eine Reduktion der Kennzahlen in diesen Gleichungen wird erreicht durch die Untersuchung asymptotischer Grenzen. Für $Re \rightarrow \infty$ gehen die Bewegungsgleichungen 3.47 und 3.48 und die Energiegleichung 3.49 in die Grundgleichungen für reibungslose Strömungen über. Sie erfüllen zwar nicht mehr die Haftbedingung an der Wand sind aber für hohe Reynoldszahlen ($Re > 2 \cdot 10^5$) uneingeschränkt verwendbar.

Kapitel 4

Die Lösungsmethodik

4.1 Mathematische Klassifizierung der Strömung

hyperbolische Strömungen: Eine Eigenschaft von kompressiblen Fluiden liegt darin, Schall und Stoßwellen zu transportieren. Da diese Fluide Informationen nur in eine Richtung weitergeben, finden diese Gleichungen hauptsächlich im Überschallgebiet und bei instationärer kompressibler Strömung ihre Anwendung.

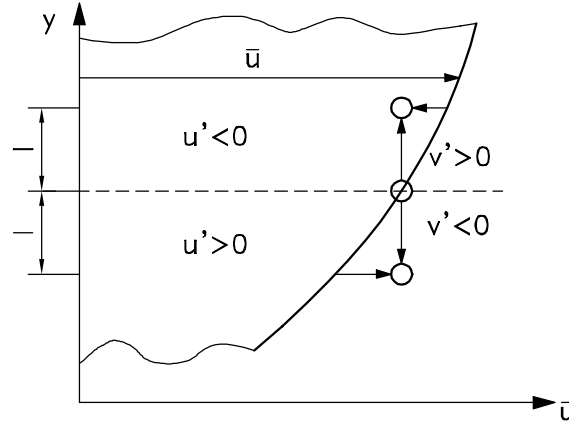
parabolische Strömungen: Diese Fluide geben Informationen ebenfalls nur in eine Richtung ab. Parabolische Gleichungen finden sich im transsonischen Bereich.

elliptische Strömungen: Im Unterschallgebiet werden Informationen stromaufwärts und -abwärts transportiert. Daher sind hier die viel komplexeren elliptischen Gleichungen anzuwenden. Jedoch sind instationäre Probleme nie elliptisch. Der große Aufwand liegt in der simultanen Berechnung aller Bilanzen für das Strömungsgebiet, das durch Randbedingungen abgegrenzt werden muß. Diese Art der Strömung findet hier hauptsächlich ihre Anwendung, da außer einem kleinen Bereich um $Ma \approx 1$ meistens im Unterschall berechnet wird.

4.2 Modellierung

4.2.1 Grenzschicht

Die turbulenten Strömungen besitzen bei hohen Reynolds-Zahlen einen Grenzschichtcharakter. Das gesamte Strömungsfeld besteht somit aus einer reibungslosen Außenströmung und einer wandnahen, dünnen turbulenten Grenzschicht. In dieser Schicht gilt das logarithmische Überlappungsgesetz, das mit dem Ansatz von *van Driest* erweitert wird. Die turbulente Grenzschicht unterteilt sich nochmals in eine viskose oder laminare Wandschicht und eine vollturbulente Außenschicht. Der Ansatz für das universelle Wandgesetz kann nach *Prandtl* als Zusammenhang von turbulenter Scheinschubspannung τ_t und dem Geschwindigkeitsgradienten $\partial \bar{u} / \partial y$ hergestellt werden. Als Verbindung wird die Mischungsweglänge l , die der mittleren freien Weglänge der Molekülbewegung des Gases quer zur Hauptströmungsrichtung entspricht, herangezogen. Die vereinfachte Abb. 4.1 zeigt den Ansatz der Geschwindigkeitsdifferenz als Maß für die Schwankungsgeschwindigkeit in Strömungsrichtung.

Abbildung 4.1: Erklärung der Mischungsweglänge l

Damit folgt für Δu nach der Entwicklung in eine Taylorreihe

$$\Delta u = l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \dots \quad (4.1)$$

Durch die gleiche Größenordnung von u' und v' kann mit $-(\overline{u'v'}) = (\Delta u)^2$ der Zusammenhang mit τ_t nach *Schlichting* und *Gersten* [?] geschrieben werden:

$$\tau_t = -\rho(\overline{u'v'}) = \rho l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4.2)$$

Durch den Absolutwert von $\partial \bar{u} / \partial y$ wird ein gleichzeitiger Vorzeichenwechsel bei τ_t gewährleistet. Mit dem Ansatz von *Boussinesq* für die Wirbelviskosität (eddy viscosity), deren Aufbau eine Analogie zum Newtonschen Reibungsgesetz erkennen läßt, folgt :

$$\tau_t = -\rho \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4.3)$$

Die Wirbelviskosität ν_t ist eine Funktion des Ortes, $\nu_t = \nu_t(x, y)$, und ist somit abhängig von der Strömung und somit keine Stoffkonstante mehr. Mit dem Gleichsetzen der Gleichungen 4.2 und 4.3 ergibt sich ν_t mit dem Mischungsweglängenansatz zu

$$\nu_t = l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}. \quad (4.4)$$

Nahe der Wand kann der lineare Zusammenhang von l und Abstand y beschrieben werden durch

$$\lim_{y \rightarrow 0} l = \kappa y. \quad (4.5)$$

Die *Karman*-Konstante κ ist nach experimentellen Versuchen 0.41. Weiters gilt, daß der Gradient $\partial \bar{u} / \partial y$ bei den vorhandenen Grenzschichten größer null ist. Mit der Schubspannungsgeschwindigkeit

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}} \quad (4.6)$$

und mit der konstanten Wandschubspannung τ_W entsteht die Differentialgleichung

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{u_\tau(x)}{\kappa y}. \quad (4.7)$$

Nach der Integration ist damit das universelle Wandgesetz

$$\lim_{y \rightarrow 0} \bar{u} = u_\tau(x) \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_\tau(x) y}{\nu} + C \right) \quad \text{bzw.} \quad \lim_{y \rightarrow 0} \bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \quad (4.8)$$

bestimmt. Aus umfangreichen Messungen geht hervor, daß für glatte Oberflächen C^+ den Wert 5.0 annimmt.

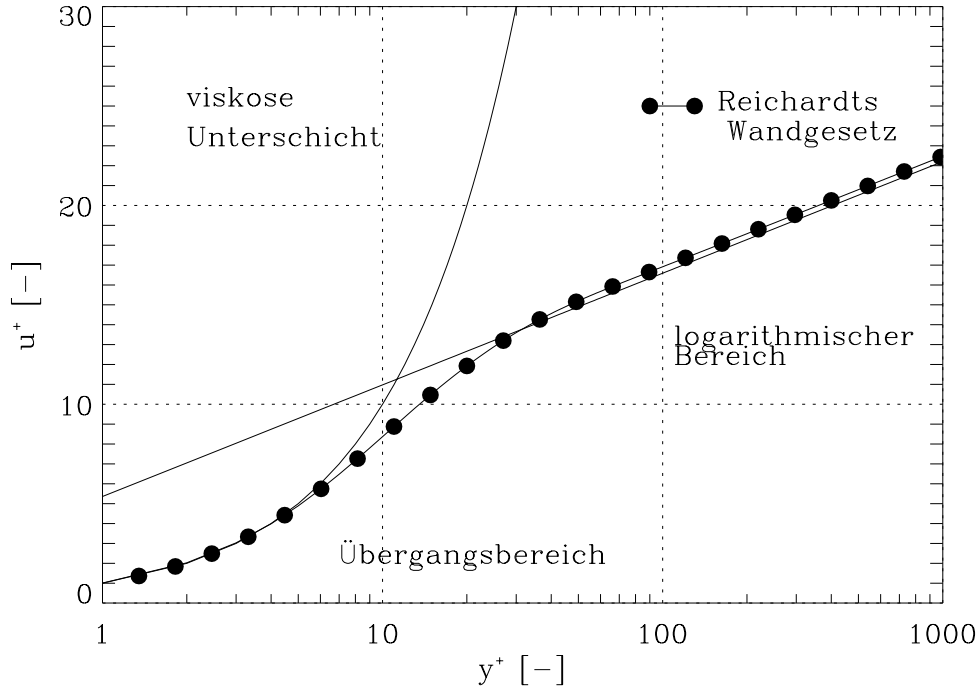


Abbildung 4.2: Verteilung von u^+ über dem dimensionslosen Wandabstand y^+

Die Grenzschicht läßt sich nach Abb. 4.2 in drei Bereiche unterteilen

$$\text{viskose Unterschicht} \quad 0 < y^+ < 5 \quad u^+ = y^+ \quad (4.9)$$

$$\text{Übergangsbereich} \quad 5 < y^+ < 30 \quad (4.10)$$

$$\text{logarithmischer Bereich} \quad 30 < y^+ \quad u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \quad (4.11)$$

Die Glg. 4.8 ist nur für inkompressible Strömungen und bei der Annahme, daß die Trägheitskräfte und Druckkräfte sehr viel kleiner sind als die Reibkräfte, zulässig. Ein Gesetz, das die viskose Unterschicht, den Übergangsbereich und den logarithmischen Bereich verbindet stammt von *Reichardt* [?, ?] (siehe Abb. 4.2). Es wird aber auch noch eine Funktion gesucht, die die Änderung der turbulenten Viskosität μ_t nahe der Wand beschreibt, da hier das verwendete Zweigleichungsmodell keine Lösung bringt. μ_t ist unter anderem abhängig von der Mischungsweglänge und lautet

$$\mu_t = \rho l^2 \sqrt{(u_{i,j} + u_{j,i}) u_{i,j}}. \quad (4.12)$$

Eine solche Gleichung für die Mischungsweglänge in der Wandschicht lautet nach *van Driest*

$$l = \kappa y \left(1 - e^{\left(-\frac{y^+}{A_0} \right)} \right). \quad (4.13)$$

Die Konstante A_0 hat den Wert 26 und ist das Ergebnis von Versuchen. Der Ausdruck für u^+ wird somit erheblich komplexer. Bei diesem Modell wird die gesamte Grenzschicht mit der viskosen Wandschicht berechnet. Ein Vorteil sind die besonders einfachen Randbedingungen an der Wand, da alle Geschwindigkeiten verschwinden und somit sind die Haftbedingungen erfüllt. Damit ist es nun möglich, mit geeigneten Randbedingungen die in *Wilcox* [?], *Hallmann et al.* [?] und *Haroutunian* und *Engelman* [?] ausführlich beschrieben sind, einen Übergang von den Wandelementen zu den Elementen im Strömungsgebiet herzustellen.

4.2.2 Turbulenz

Ihr hervorstechendstes Merkmal sind die über einem festen Raumpunkt auftretenden Oszillationen von Geschwindigkeit und Druck. Diese Schwankungen laufen in makroskopischen Größen ab und sind daher nicht mit den Schwingungen in der kinetischen Gastheorie zu verwechseln. Die Bewegung des Fluides kann charakterisiert werden mit dem Entstehen und Zerfallen von kleinen Fluidvolumina. Für die rechnerische Behandlung ist es zweckmäßig, die turbulente Bewegung zu unterteilen in eine mittlere Bewegung und eine Schwankungsbewegung. Die Geschwindigkeitskomponenten und der Druck sind damit:

$$u = \bar{u} + u' \quad v = \bar{v} + v' \quad p = \bar{p} + p' \quad (4.14)$$

Zusätzlich für die kompressible turbulente Strömung sind die Schwankungen der Dichte und Temperatur

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad T = \bar{T} + T' \quad (4.15)$$

zu berücksichtigen. Eine im Mittel stationäre turbulente Strömung, wie in Abb. 4.3 dargestellt, ist durch die Randbedingungen vorgegeben. In diesem Fall ist die mittlere Bewegung

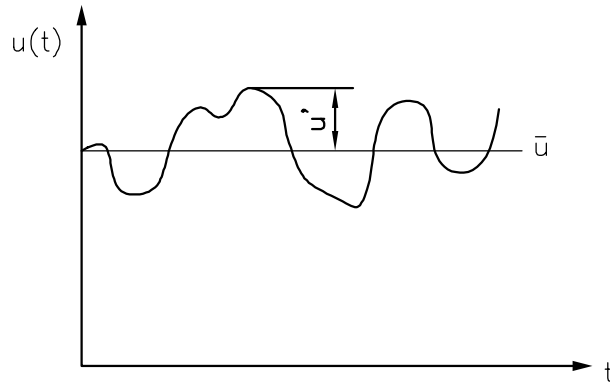


Abbildung 4.3: stationäre turbulente Strömung

unabhängig von der Zeit. Damit vereinfachen sich die Mittelwerte der Schwankungsbewegungen zu

$$\overline{u'} = \overline{v'} = \overline{p'} = \overline{\rho'} = \overline{T'} = 0. \quad (4.16)$$

Eine weitere wichtige Rolle spielt die Bilanz der kinetischen Energie k mit

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}. \quad (4.17)$$

Diese Gleichung kann aus den *Navier-Stokes* Gleichungen abgeleitet werden und es findet sich eine Größe die die Dissipation beschreibt. Die Dissipationsrate der kinetischen Energie ϵ ist somit

$$\epsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}. \quad (4.18)$$

Die Berechnung der gemittelten Größen (Geschwindigkeiten \bar{u} und \bar{v} , Druck \bar{p} , Temperatur \bar{T}) folgt aus den Grundgleichungen. Es müssen jedoch Gleichungen für die zusätzlich entstandenen Unbekannten, wie Reynolds-Spannungen, Geschwindigkeits- Temperatur Korrelation $\overline{v''T''}$ und turbulente Dissipation bereitgestellt werden. Die dafür entstandenen Bilanzgleichungen von k (Glg. 4.17) und ϵ bergen wieder neue unbekannte Korrelationen. Demnach ist das Gleichungssystem durch hinzunehmen der Bilanzgleichungen nicht zu schließen. Auch die in der Grenzschichtmodellierung bestehenden Gleichungen 4.8 mit den Haftbedingungen sind nicht ausreichend, da an der Wand alle Schwankungskomponenten verschwinden und damit ebenfalls die Reynolds-Spannungen $\overline{\rho u'v'}$. Dieses Schließungsproblem muß mit zusätzlichen Modellgleichungen umgangen werden in denen empirische Elemente enthalten sind. Dazu wird ein Turbulenzmodell benötigt, das Gleichungen bereitstellt um die turbulente Schubspannung τ_t mit der mittleren Geschwindigkeit in Verbindung zu bringen. Die turbulente Energie k und die Dissipationsrate ϵ benötigen daher noch für hohe Reynoldszahlen Transportgleichungen. Diese Gleichungen nach *Launder* und *Spalding* [?] sind

$$\bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\nu_t}{Pr_k} \left(\frac{\partial k}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\nu_t}{Pr_k} \left(\frac{\partial k}{\partial y} \right) \right] + P - \epsilon, \quad (4.19)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\nu_t}{Pr_\epsilon} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\nu_t}{Pr_\epsilon} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) \right] + C_1 \frac{\epsilon}{k} P - C_2 \frac{\epsilon^2}{k}. \quad (4.20)$$

Der Produktionsterm P ist mit dem Ansatz von *Boussinesq*

$$P = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k}. \quad (4.21)$$

Der Zusatz, daß die Wirbelviskosität ν_t nur eine Funktion von k und ϵ sein soll, bringt mit dem II-Theorem der Dimensionsanalyse

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}. \quad (4.22)$$

Die Modellkonstanten $Pr_k, Pr_\epsilon, C_1, C_2$ und C_μ müssen so gewählt werden, daß die Geschwindigkeitsverteilung von der viskosen Wandschicht in das logarithmische Gesetz übergeht. Für diesen Zusammenhang sind die Werte der Konstanten in Tab. 4.1 zusammengefaßt.

$Pr_k [-]$	$Pr_\epsilon [-]$	$C_1 [-]$	$C_2 [-]$	$C_\mu [-]$
1.0	1.3	1.44	1.92	0.09

Tabelle 4.1: Empirische Konstanten für das $k - \epsilon$ Modell

Die in Tab. 4.1 angeführten Konstanten bleiben nur dann Konstanten, wenn sich die Berechnungen auf Plattenströmungen (plane jets) oder die hier durchgeführte Durchströmung eines Kanals beschränkt. Bei Ausblasungen (axisymmetric jets) müssen diese Konstanten neu modifiziert werden.

4.2.3 Anfangs- und Randbedingungen

Wie schon im ersten Abschnitt dieses Kapitels besprochen, sind im Unterschallgebiet Randbedingungen an allen Seiten des Rechenraumes notwendig. Aus der Aufgabenstellung können zwei verschiedenen Berechnungen eingeschlagen werden.

1. Um die Vergleiche mit den Laborversuchen durchzuführen muß die reibungsbehaftete Strömung berechnet werden, da nur dann Verluste berücksichtigt sind (siehe Anhang A). Zur Erfassung der turbulenten Scheinreibung wird das $k - \epsilon$ Turbulenzmodell angewendet.

2. Eine reibungsfreie Strömung für den hohen Unterschallbereich (siehe Anhang B). Hier ist nur das Strömungsbild und sein charakteristisches Verhalten ausschlaggebend. Auf eine Verlustberechnung wird wegen der erreichten Berechnungsgrenze von FIDAP nicht mehr eingegangen.

Die Randbedingungen für beide Fälle unterscheiden sich nur am Profil. Die reibungsbehaftete Strömung fordert an der Wand (Wall-Boundarys) für die Geschwindigkeit

$$v_n = 0 \quad \text{und} \quad v_t = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{v} = 0 \quad (4.23)$$

Damit ist die Bedingung für die Grenzschichtmodellierung erfüllt und die Schubspannung wird

$$\lim_{y \rightarrow 0} \tau = \tau_W = \text{konst.} \quad (4.24)$$

Es ergeben sich erhebliche Vereinfachungen für den zweiten Fall. Zum einen fällt das aufwendige $k - \epsilon$ Modell weg und es verringert sich die Rechenzeit deutlich. Die reibungsfreie Strömung hat entsprechende Slip-Boundarys. Um eine undurchlässige Wand zu erhalten muß gelten

$$v_n = 0 \quad \text{und somit bleibt} \quad v_t \neq 0 \quad (4.25)$$

Eine solche Randbedingung gilt auch für hochverdünnte Gase. Es fällt auch die zusätzliche Grenzschichtmodellierung weg. Eine detaillierte Angabe findet sich in dem FIDAP-Eingabefile im Anhang B.

Das Rechengelände liegt zwischen zwei Schaufeln, wie aus Abb. 4.6 ersichtlich ist. Der Versuch ist jedoch in einer Kaskade mit mehreren Schaufeln abgelaufen. Durch das Ansetzen von periodischen Randbedingungen an den in Strömungsrichtung laufenden Grenzen, ist eine Reduktion auf einen einzelnen Durchströmkanal möglich. Für die dimensionslose Darstellung der Geschwindigkeiten am Eintritt kam als Kennzahl die Machzahl Ma zur Anwendung. Sie ist das Verhältnis der Anströmgeschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit.

$$Ma_1 = \frac{w_1}{\sqrt{\kappa R T_1}} \quad (4.26)$$

Der Isentropenexponent κ ist für Luft 1.4. Die spezifische Gaskonstante R ergibt sich zu 287 J/(kg K) . Der in seine Komponenten aufgeteilte Geschwindigkeitsvektor \vec{w}_1 ist damit

$$\vec{w}_1 = \vec{w}_{1x} + \vec{w}_{1y} \quad \text{bzw.} \quad \vec{w}_1^* = Ma_1 (\sin \beta_1 \vec{e}_x + \cos \beta_1 \vec{e}_y) \quad (4.27)$$

Die Zuströmgeschwindigkeit w_1 und die Temperatur T_1 ändern sich geringfügig mit den verschiedenen Teilungen der Gitter. Am Eintritt sind weiters die turbulente Energie k und die Dissipation ϵ als Anfangswerte vorzugeben. k ist auch mittels des Turbulenzgrades Tu

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{w_1} \quad (4.28)$$

zu definieren. In der hier durchgeführten Rechnung wird vor dem Gitter eine isotrope Turbulenz, d.h. die mittleren Geschwindigkeitsschwankungen in allen drei Richtungen sind gleich, vorausgesetzt. Damit kann vereinfacht, allein mit der Längsschwankung u' der Turbulenzgrad geschrieben werden als

$$Tu = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{w_1}. \quad (4.29)$$

Um die dimensionslose Darstellung fortzusetzen gilt für k mit der Eintrittsgeschwindigkeit w_1

$$k^* = \frac{k}{w_1^2}. \quad (4.30)$$

Damit folgt der einfache Zusammenhang für k^*

$$k^* = \frac{3}{2}(Tu)^2. \quad (4.31)$$

Die dimensionslose Form ist für ϵ^* mit der Sehnenlänge s und w_1

$$\epsilon^* = \frac{\epsilon s}{w_1^3} \quad (4.32)$$

Die Bestimmung von ϵ kann nach zwei Möglichkeiten erfolgen. Beide Möglichkeiten sind Abschätzungen die auf Versuchen basieren.

1. Die erste Annahme ist nach dem Vorschlag von *Shabbir* und *Zhu* [?] über das Viskositätsverhältnis R_ν gegeben. Der Bereich von R_ν läßt bereits einen sehr großzügigen Umgang erahnen. Die Grenzen liegen bei

$$10 < R_\nu < 1000$$

und sind somit schwer abschätzbar. R_ν ist das Verhältnis

$$R_\nu = \frac{\nu_t}{\nu} \quad (4.33)$$

Die Gleichung 4.22 wird mit einsetzen von Glg. 4.30 und R_ν zu

$$\epsilon^* = C_\mu \frac{k^{*2}}{R_\nu} Re_1 \quad (4.34)$$

Re_1 stellt die Reynoldszahl mit den Ausgangsdaten in Tab. 6.1 dar

2. Eine weitere Annahme kann über eine charakteristische Geometriegröße getroffen werden. In vielen technischen Abhandlungen findet man die Länge δ mit einem Prozent der Sehnenlänge s definiert

$$\delta = 0.01 s \quad (4.35)$$

δ hat folgenden Zusammenhang mit ϵ

$$\epsilon = C_\mu \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\delta} \quad (4.36)$$

Wird für δ^* ebenfalls die Sehnenlänge als Kenngröße herangezogen, entsteht somit

$$\epsilon^* = C_\mu \frac{k^{*\frac{3}{2}}}{0.01} \quad (4.37)$$

Für die erste Abschätzung sind diese empirischen Gleichungen sehr hilfreich. Wichtige Aussagen über das Verhalten von k und ϵ liefern jedoch durchgeführte Berechnungen. Hilfreich ist das Verfolgen von Veränderungen der Startwerte im Zulaufbereich. Der Turbulenzgrad war mit 5% vorgegeben, mußte aber im Laufe der Berechnungen herabgesetzt werden, um eine konvergierende Lösung zu erhalten. Die Tab. 4.2 zeigt die berechneten Anfangswerte und

Tab. 4.4 anschließend die für die verschiedenen Anströmwinkel bei einem Teilungsverhältnis von $t/s = 0.7$

$k^*[-]$	$\epsilon^*[-]$	$Tu[\%]$	$R_\nu[-]$	$\delta^*[-]$
3.75e-3	1.7e-3	5	100	-
3.75e-3	2.07e-3	5	-	0.01

Tabelle 4.2: Startwerte der Turbulenzgrößen

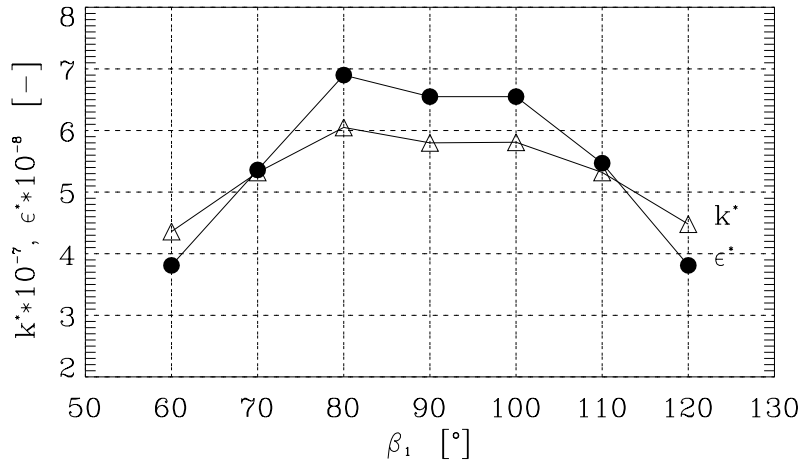


Abbildung 4.4: Turbulenzgrößen bei verschiedenen Anströmrichtungen

Eine Randbedingung ist auch am Austrittsquerschnitt des Rechengebietes zu definieren. FIDAP setzt automatisch für den Austrittsdruck p_{exit} bei kompressibler Berechnung den Default-Wert 1.0. Wird p_{exit} auf null gesetzt, können Störungen, die zum Referenzdruck aufsummiert werden, auftreten. p_{exit} ist damit auf 1 bar angehoben worden.

Wie zuvor schon gezeigt, ist die dimensionslose Errechnung von Bezugsgrößen besonders hilfreich, da sie sich leicht parametrisieren lassen oder sogar Konstanten entstehen können. Zusätzlich zu den Glgn. 3.44 sind noch mit $\mathcal{M}_R = 28.966 \text{ kg/kmol}$ die Molmasse und die universelle Gaskonstante sowie die spezifischen Wärmekapazitäten definiert als

$$\mathcal{M}^* = \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_R} = 1 \quad \mathcal{R}^* = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M} c_v} = \kappa - 1 = 0.4 \quad (4.38)$$

$$c_p^* = \kappa \quad c_v^* = 1 \quad (4.39)$$

Die weiteren Kenngrößen stützen sich häufig auf die Gleichung zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit $c^2 = \kappa R T$. Die Temperatur T^* ergibt sich zu

$$T^* = \frac{c_v T_R}{c^2} = \frac{1}{\kappa(\kappa - 1)} = 1.78696 \quad (4.40)$$

Die Referenzdichte ρ_R kann mit dem idealen Gasgesetz ausgedrückt werden

$$\rho_R = \frac{p_{exit}}{R T_R} \quad \text{bzw.} \quad p_R = \rho_R c^2 \quad (4.41)$$

Es erfolgt dadurch eine einfache Relation von Referenzdruck zu Austrittsdruck, die lautet

$$\frac{p_R}{p_{exit}} = \kappa \quad (4.42)$$

Die Werte ρ^* und p^* ergeben sich zu

$$c^2 = \kappa \frac{p}{\rho} \quad 1 = \kappa \frac{1}{\rho^*} \underbrace{\frac{p_R}{\rho_R c^2}}_{p^*=1} \quad \text{bzw.} \quad \rho^* = \kappa \quad (4.43)$$

Die ideale Gasgleichung vereinfacht sich mit diesen dimensionslosen Größen zu

$$p^* = \rho^* T^* \frac{1}{\kappa} \quad (4.44)$$

Für die Kennzahlen wie Reynoldszahl oder Eckertzahl muß eine Gleichheit zwischen den dimensionsbehafteten und dimensionslosen Werten bestehen. Es muß daher gelten

$$Re = \frac{\rho w_1 s}{\mu} = \frac{\rho^* Ma s^*}{\mu^*} \quad \text{Hinweis: } Re = Ma Re_s \quad (4.45)$$

Damit kann auch die dynamische Viskosität mit $c = 342 \text{ m/s}$ errechnet werden zu

$$\mu^* = \frac{\kappa}{Re_s} = konst. \quad \mu_R = \rho_R \nu_R \quad (4.46)$$

Der Wärmedurchgangskoeffizient λ ist durch die Prandtlzahl gegeben. Die Prandtlzahl ist für Luft 0.71.

$$\lambda^* = \frac{c_p^* \mu^*}{Pr} = \frac{\kappa^2}{Pr Re_s} = konst \quad \lambda_R = \frac{c_p \mu_R}{Pr} \quad (4.47)$$

μ^* und λ^* ändern sich nur mehr durch die unterschiedlichen Randbedingungen (w_1, T_1) die in den Tabellen der Teilungen enthalten sind. Eine wichtige Kennzahl, die Eckertzahl, reduziert sich auf einen sehr einfachen Zusammenhang

$$Ec = \frac{c^2}{c_p T_R} = \frac{\kappa R T_R}{c_p T_R} = \kappa - 1 \quad (4.48)$$

Diese Kennzahl hat ihre Bedeutung in der Definition von *ENTITYs* im FI-PREP Teil (Anhang A,B). Die Fluide werden zusätzlich noch beschrieben mit dem Kommando *REVERSI-BEL*. Dieser Faktor bleibt bei dimensionbehafteten Angaben gleich 1.0. Bei dimensionsloser Schreibweise ist dieser Faktor gleich den zusammengefaßten Kennzahlen im Druckterm der Energiegleichung (Glg. 3.49) und damit bei idealem Gas gleich der Eckertzahl $Ec = 0.4$. In der Energiegleichung tritt auch die Volumenviskosität ν_V (BULK) auf, die gleich dem empfohlenen Wert aus [?] von $0.6 \text{ m}^2/\text{s}$ gewählt wurde.

4.3 Das Diskretisierungsmodell - Finite Elemente

Die Grundgleichungen mit den Transportgleichungen für k und ϵ stellen ein nichtlineares, partielles Differentialgleichungssystem 2.Ordnung dar. Eine Lösung ist nur auf numerischem Weg möglich, indem das Rechenggebiet in Finite-Elemente zerlegt wird. Dieses Problem kann nun mit einer endlichen Anzahl an Freiheitsgraden, durch die Vorgabe der Randbedingungen und der Interpolationsfunktionen, je nach Elementgröße genau gelöst werden. Bei dem

verwendeten Verfahren handelt es sich um das Galerkin-Verfahren der gewichteten Residuen. Die partiellen Differentialgleichungen des Kontinuums sind dargestellt durch

$$D(u(x, y)) = 0. \quad (4.49)$$

D ist der Differentialoperator mit unendlich vielen Freiheitsgraden und u ist die gesuchte Funktion. u kann auch nach einer Näherung u^* mit dem Ritzschen Ansatz

$$u^*(x, y) = \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i(x, y) \quad (4.50)$$

geschrieben werden, wobei q_i unbekannte Konstanten und $\varphi_i(x, y)$ passend gewählte Ansatzfunktionen die voneinander unabhängig sind und die Randbedingungen erfüllen müssen. Diese Näherung, eingesetzt in Glg. 4.49, ergibt einen Fehler, das Residuum R

$$D(u^*(x, y)) = R \quad (4.51)$$

Die Ansatzfunktionen $\varphi_i(x, y)$ entsprechen nach dem Galerkin-Verfahren den Gewichtsfunktionen $g_i(x, y)$

$$g_i(x, y) = \varphi_i(x, y) \quad (4.52)$$

Die Methode der gewichteten Residuen verlangt, daß das folgende Integral über dem Rechenbereich V null wird.

$$\int_V R g_i(x, y) dV = \int_V D(u^*(x, y)) g_i(x, y) dV = 0 \quad (4.53)$$

Es sind dadurch an den N Knoten N Gleichungen für die unbekannten Konstanten q_i entstanden und eine Näherungslösung ist für die Funktion u gefunden. Die Anzahl der Knoten beeinflußt die Genauigkeit der Näherung, die bei $N \rightarrow \infty$ mit der exakten Lösung übereinstimmt. Mit dem Definieren eines einheitlichen Elements, hier des 9-knotigen, isoparametrischen Elements, sind die Interpolationen für die Geometrie und die Größen u, v, k, ϵ und durch die Kompressibilität zusätzlich noch ρ und T gleich. Die Variablen errechnet das Programm mit biquadratischen Ansatzfunktionen, die sich für u, v, k, ϵ, ρ und T ergeben zu

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^9 \varphi(r, s) u_i \quad v(x, y) = \sum_{i=1}^9 \varphi(r, s) v_i \quad (4.54)$$

$$k(x, y) = \sum_{i=1}^9 \varphi(r, s) k_i \quad \epsilon(x, y) = \sum_{i=1}^9 \varphi(r, s) \epsilon_i \quad (4.55)$$

$$\rho(x, y) = \sum_{i=1}^9 \varphi(r, s) \rho_i \quad T(x, y) = \sum_{i=1}^9 \varphi(r, s) T_i \quad (4.56)$$

$$(4.57)$$

Die Interpolationsfunktion φ_i ist mit dem Vektor $\vec{\varphi}$ aus [?]

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} r s (1-r)(1-s) \\ -\frac{1}{4} r s (1+r)(1-s) \\ \frac{1}{4} r s (1+r)(1+s) \\ -\frac{1}{4} r s (1-r)(1+s) \\ -\frac{1}{2} s (1-s)(1-r^2) \\ \frac{1}{2} r (1+r)(1-s^2) \\ \frac{1}{2} s (1+s)(1-r^2) \\ -\frac{1}{2} r (1-r)(1-s^2) \\ (1-r^2)(1-s^2) \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

In Abb. 4.5 sind die Knotenpunkte, die der Berechnung als Stützpunkte dienen mit (o) eingetragen. Der Druck wird um eine Ordnung niedriger interpoliert. Die bilineare Ansatzfunktion

$$p(x, y) = \sum_{i=1}^4 \psi(r, s) p_i \quad (4.59)$$

ergibt sich mit $\vec{\psi}$ zu

$$\vec{\psi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \\ \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\ \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \\ \frac{1}{4}(1-r)(1+s) \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

Diese um einen Grad niedrigere Ordnung der Interpolationsfunktionen des Druckes ist ein Mittel gegen unerwünschte Druckoszillationen. Die lineare Näherung verwendet als Berechnungspunkte die vier Ecken des Elements die durch ein (x) gekennzeichnet sind. Die Transformation des Elementes in den „Einheits-“Raum (r, s) ergibt durch die Globalisierung der Knoten die geforderte Koinzidenz und auch deren Konfiguration liegt eindeutig fest. Die Abb. 4.5 zeigt das Einheitsselement im Original- und Einheitsraum. Auch die Ableitungen, die zur

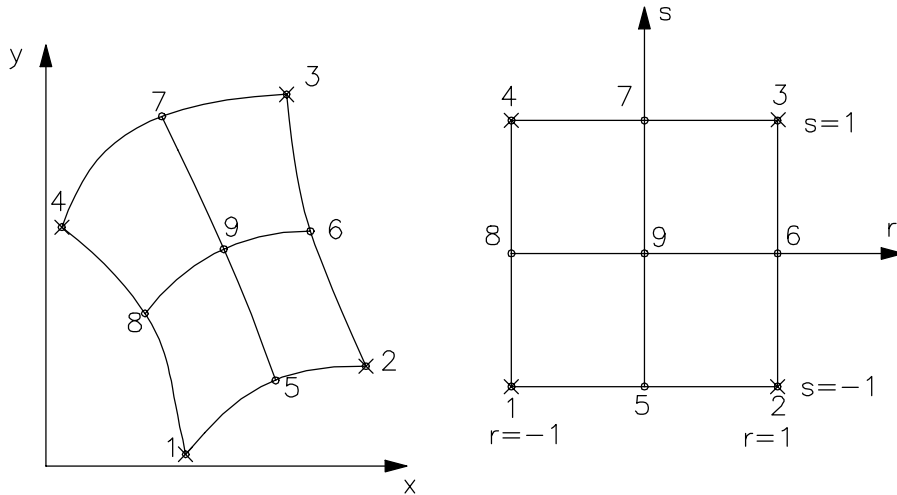


Abbildung 4.5: 9-knotiges Viereckelement

Bestimmung der Variablen notwendig sind, müssen vom (x, y) -Raum in den (r, s) -Raum kompatibel sein. Nach *Rammerstorfer* [?] folgt

$$\vec{\partial}_{r,s} = \mathbf{J}^e(r, s) \vec{\partial}_{x,y}. \quad (4.61)$$

Die Jacobimatrix \mathbf{J} enthält die Information über die Elementgeometrie. Die Rücktransformation in den Originalraum ergibt

$$\vec{\partial}_{x,y} = \mathbf{J}^{e(-1)}(r, s) \vec{\partial}_{r,s}. \quad (4.62)$$

In der inversen Jacobimatrix ist damit die Determinante von \mathbf{J} im Nenner enthalten, die ungleich null sein muß. Es bestehen damit Einschränkungen für den Aufbau der Elementgeometrien. Unter anderem dürfen die Innenwinkel an den Elementecken 180° nicht überschreiten.

Mit den Näherungslösungen entsteht ein System von nichtlinearen, algebraischen Gleichungen der Form

$$\mathbf{K}(\vec{U}) \vec{U} = \vec{F}. \quad (4.63)$$

\mathbf{K} ist die Systemmatrix, $\vec{U} = (u, v, p, T, k, \epsilon, \rho)$ der globale Vektor der Unbekannten in den Knotenpunkten und \vec{F} der Vektor der die Randbedingungen enthält. Die Lösung führt FIDAP mit einem „Segregated-Solver“ aus. Dieses Verfahren berechnet die Gleichungen entkoppelt mit einer Anzahl an kleineren Untermatrizen für jede Unbekannte die anschließend mit einem Gaußschen Eliminationsprinzip gelöst werden. Der Druck wird mit dieser Methode nicht explizit durch eine Matrixgleichung ausgedrückt. Eine mögliche Form den Druck zu kalkulieren, die auch hier zur Anwendung kam, bringt die „Pressure Protection Version“. Die Iteration der Erhaltungsbilanzen kann nur dann starten wenn bereits der Druck explizit vorliegt. Daher muß vor der Iteration eine Approximation einen Ausgangswert liefern und nach der Iteration mit einem Korrekturdruck Δp nachgebessert werden.

4.3.1 Konvergenz

Abbruchschranke

Alle iterativen Rechenverfahren verfügen über Abbruchschranken. In FIDAP ist sie definiert als eine Fehlerabschätzung zwischen dem Neuberechneten und dem zuvor errechneten Geschwindigkeitsvektor

$$\frac{\|\vec{U}_n - \vec{U}_{n-1}\|}{\|\vec{U}_n\|} \leq \text{DTOL}. \quad (4.64)$$

U_n ist der Lösungsvektor für die n -te Berechnung. Mit der Abbruchschranke kann somit die Genauigkeit bezüglich der konvergenten Lösungen verändert werden. Nach *Willinger* und *Hasselbacher* [?] ist DTOL auf 10^{-4} herabgesetzt, da bei zu großen Schranken die Verluste zu hoch berechnet wurden.

Relaxation

Die Möglichkeit, die Stabilität der Iterationen zu beeinflussen, besteht in einer geänderten Gewichtung des Vektors \vec{U} der unbekannten Größen. Im folgenden Gleichungssystem

$$\mathbf{K}(\vec{U}_{n-1})\vec{U}_n = \vec{F} \quad (4.65)$$

wird der Vektor \vec{U} des n -ten Rechenschrittes gemeinsam mit einem faktoriellen Anteil des Vektors der $(n-1)$ -ten Iteration neu erstellt. Der relaxierte Vektor für die $(n+1)$ -te Iteration ist damit

$$\vec{U}_{rel(n)} = \alpha \vec{U}_{n-1} + (1 - \alpha) \vec{U}_n \quad (4.66)$$

Der Faktor α kann zwischen 0 und 1 variieren. Ist α mit null gewählt, bleiben die einzelnen Vektoren \vec{U} voneinander unabhängig und bei $\alpha = 1$ tritt weder eine Konvergenz noch irgendeine Lösung auf. Die Relaxationsfaktoren sind bei gleichen Anfangsbedingungen in der reibungsbehafteten höher als in der reibungsfreien Strömung, da die erstere Strömung durch die zwei Anfangswerte von k und ϵ ihre Stabilität nicht so gut halten kann. In Tab. 4.3 sind die Relaxationsfaktoren für das Teilungsverhältnis $t/s = 0.7$ zum Vergleich angeführt.

Lösungsvariable	$u^*[-]$	$v^*[-]$	$p^*[-]$	$T^*[-]$	$k^*[-]$	$\epsilon^*[-]$
α (reibungsbehaftet)	0.35	0.35	0.96	0.3	0.5	0.4
α (reibungsfrei)	0.3	0.3	0.9	0.3	-	-

Tabelle 4.3: Relaxationsfaktoren für beide Strömungsarten

Upwinding

Zur Lösung der *Navier-Stokes* Gleichungen für stationäre bzw. konvektionsdominierende Strömungen verwendet FIDAP ein „Streamline Upwinding (STU)“. Damit wird eine künstliche Diffusion eingebracht um die Geschwindigkeitsoszillationen zu verhindern und eine stabile Lösung zu erhalten. Diese Methode kann also einen dominierenden Einfluß auf die Ergebnisse haben. In den Diffusionsterm der Transportgleichung wird ein künstlicher Diffusionstensor nach *Hughes* und *Brooks* [?]

$$\tilde{k}_{i,j} = \tilde{k} \hat{u}_i \hat{u}_j \quad \text{mit} \quad \hat{u}_i = \frac{u_i}{\sqrt{u_j u_j}} \quad (4.67)$$

eingebraucht der aufgrund seiner Tensoreigenschaft nur in Strömungsrichtung wirkt. Der Skalar \tilde{k} ist eine Funktion der lokalen Gitter-Reynoldszahl und kann in FIDAP durch einen konstanten Faktor in der Programmzeile UPWIND (siehe Anhang A,B) beeinflusst werden. In Bereichen kleiner lokaler Reynoldszahlen führt dies zu überdiffusen Lösungen wie in Gebieten einer Ablöseblase oder in der Nachlaufdele an der Hinterkante. Damit kann eine weitaus größere Berechnung des Verlustes entstehen. Auf eine zusammenfassende Erklärung, der Wirkung von „Upwinding“ auf Berechnungsergebnisse, sei auf *Trenker* [?] verwiesen.

4.4 Netzgenerierung

Für die Wahl des Berechnungsgebietes als Durchströmgitter oder Umströmgitter folgen einige Gesichtspunkte. In den Turbinen ist der Kanalverlauf zwischen den Schaufeln ausschlaggebend um eine gute Führung und Beschleunigung zu gewährleisten. Die Formen der Schaufeln entstanden mit der Stromfadentheorie mit der Forderung eines engsten Querschnittes am Kanalausstritt. In Kapitel 2 ist ersichtlich, wie die Kanalform durch Übertragen der Kreise der gestreckten Kanalmittellinie auf die gekrümmte entstanden ist. Aus diesen genannten Gründen kam ein Durchströmgitter zur Anwendung. Das Rechenggebiet liegt zwischen Saugseite und Druckseite und läßt eine vollständige Beobachtung der Strömung zu. Die periodischen und mathematischen Probleme aus früheren Berechnungen mit diesem Gittertyp [?] traten durch die Verwendung eines einfach geschlossenen Rechenggebietes nicht auf.

Die Version 7.61 von FIDAP liegt der folgenden Berechnung zugrunde. Eine Eingabedatei gliedert sich in einen FI-GEN- und FI-PREP-Teil. Das „mesh generation module (FI-GEN)“ dient zum Eingeben der Profilform, zur Netzgenerierung und zur Erstellung der notwendigen Grenzschichten um das Profil. Das „preprocessing module (FI-PREP)“ dient zur Eingabe der Rand- und Anfangsbedingungen sowie zur Wahl des Berechnungsverfahrens. Die Profilkontur wird aus mehreren Kurven dritter Ordnung zusammengestellt, wobei jede Kurve aus vier Profilkpunkten besteht. Als Parameter wurden die Teilung t und die Sehnenlänge s verwendet. Zum Erstellen des Netzes ergeben sich zwei verschiedene Möglichkeiten.

strukturierte Netze: Ein Gebiet, welches mit vier Seiten abgegrenzt sein muß, wird mit der Forderung, daß gegenüberliegenden Seiten gleiche Knotenanzahlen erfordern, mit Elementen belegt. Die Elementanzahl ist dadurch gut zu kontrollieren und veränderbar. Es bietet auch einen schnellen Eingriff auf entscheidende Gebiete der Strömung mit der entsprechenden Verlagerung der Knotenpunkte an den Berandungen. Ein Problem stellen komplexe Geometrien dar, die bei zu großen Umlenkungen zum „Überschlagen“ der Elemente führen.

unstrukturierte Netze: Das zu behandelnde Gebiet ist nicht mehr festgelegt auf die Berandung durch vier Seiten. Unstrukturierte Netze bewähren sich daher besonders bei schwierigen Geometrien. Die Knotenanzahl wird an den Randgebieten festgelegt, wobei

eine Verdichtung bzw. Auflockerung entlang einer Seite programmiert werden kann. Im Inneren des Strömungsfeldes ist kein Eingriff mehr möglich.

Das Netz in Abb. 4.6 weist beide Arten der Netzgenerierung auf. Die Zulaufstrecke ist strukturiert ausgeführt, da hier eine vierseitige Abgrenzung einfach war. Der letzte Teil der Zulaufstrecke sowie der Kanal und die Abströmseite sind unstrukturiert. Die Anzahl der Knoten und Elemente zeigt die Tab. 4.4 .

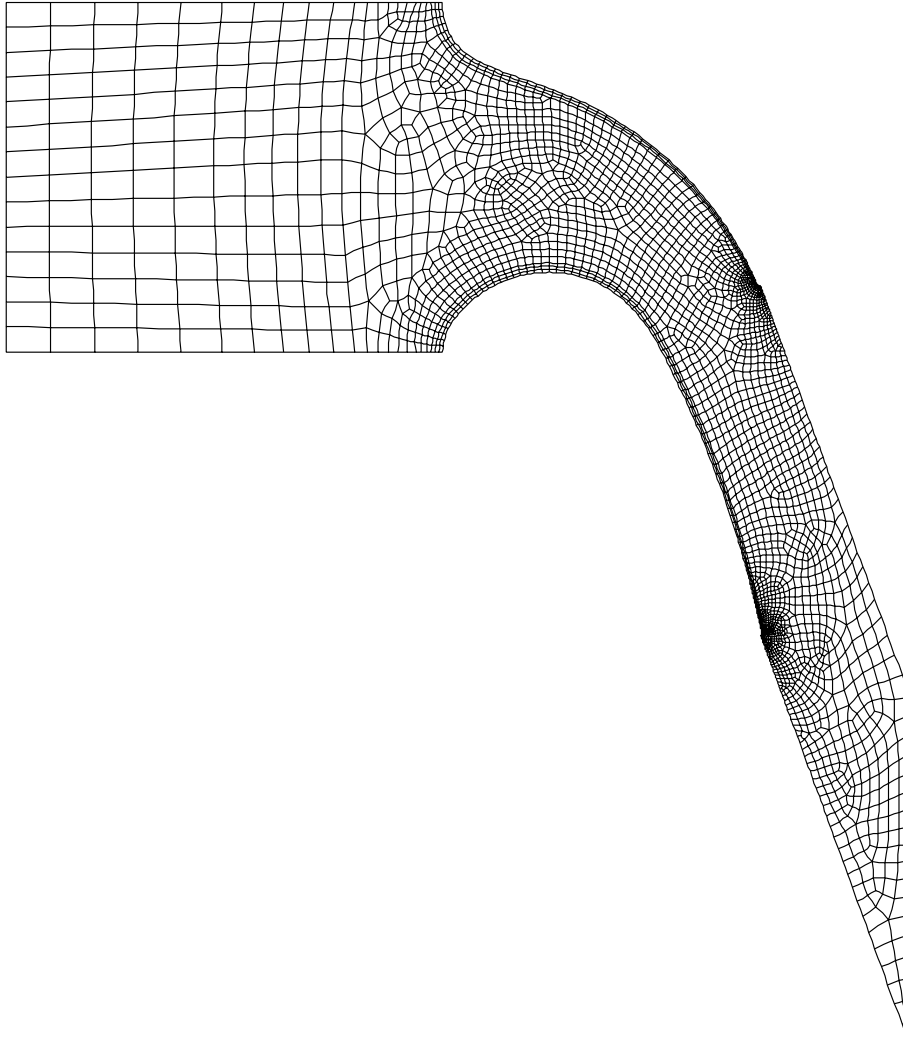


Abbildung 4.6: Das Netz des reibungsbehafteten Strömungsfeldes

Knotenzahl	Elementzahl
11655	3191

Tabelle 4.4: Knoten- und Elementanzahl bei reibungsbehafteter Strömung

Das Netz der reibungsfreien Strömung, welches zur Berechnung im transsonischen Bereich Verwendung findet, ist deutlich dichter ausgebildet. Die Knotenanzahl hat sich damit deutlich gegenüber dem vorhergehenden Netz erhöht (siehe Tab 4.5). Der Grund für diese Netzverfeinerung liegt in der Möglichkeit, Gradienten an den Übergängen der Elemente besser aufzulösen und damit eine größere Stabilität zu erreichen.

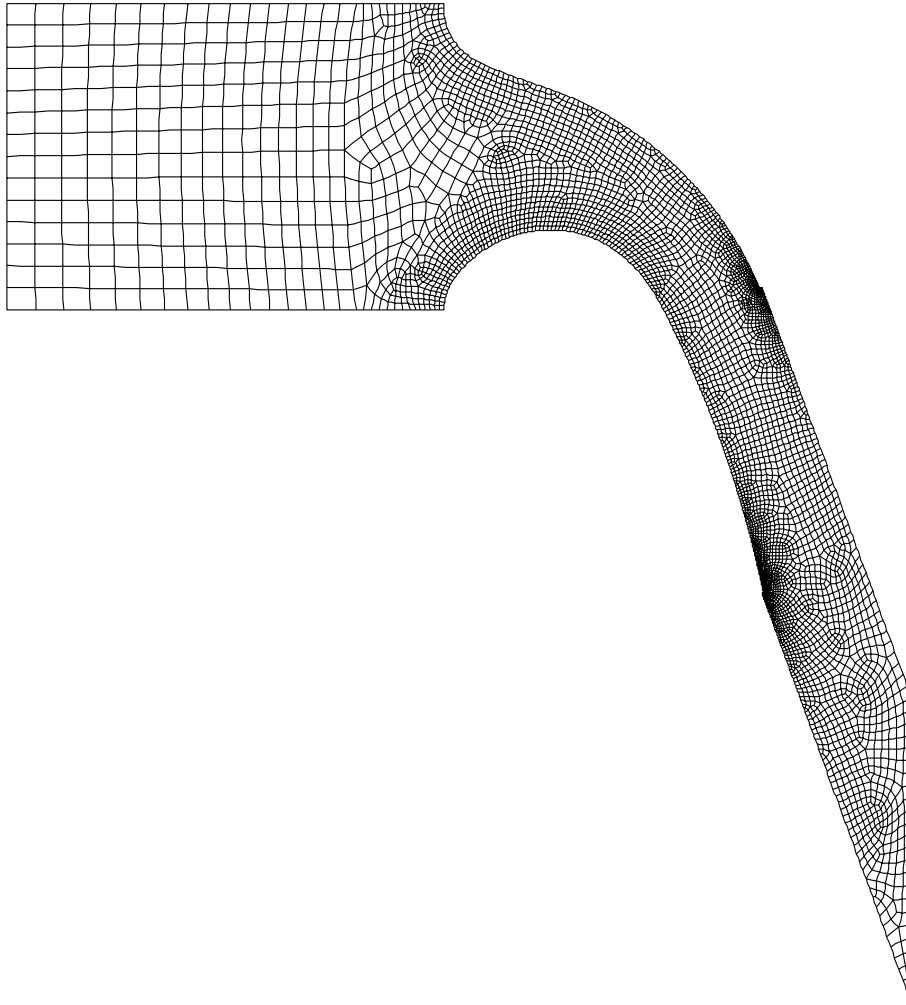


Abbildung 4.7: Das Netz des reibungsfreien Strömungsfeldes

Knotenzahl	Elementzahl
19215	5267

Tabelle 4.5: Knoten- und Elementanzahl bei reibungsloser Strömung

In diesem Netz fehlen die Grenzschichtelemente um das Profil wodurch sich eine einfachere Struktur in der Netzerstellung ergibt. Durch das Berechnen eines einzelnen Durchströmkanals müssen an den oberen und unteren Berandungen im Zulauf- und Abströmgebiet, wegen der Periodizität, die Verteilung und Anzahl der Knoten gleich sein. Ein Versuch das ganze Strömungsgebiet strukturiert zu gestalten, scheiterte an der starken Krümmung der Saugseite und dem anschließenden kleinen Radius der Hinterkante. Es traten „Überschlagungen“ der Elemente auf. Für die reibungsbehaftete Strömung muß, wie im Abschnitt Modellierung bereits erwähnt, das Ausbilden einer Grenzschicht gewährleistet werden. Die sogenannten „Wall“-Elemente oder auch „boundary-edges“ müssen zusätzlich miteinbezogen werden. Sie gewährleisten den Übergang der viskosen Wandschicht in die vollturbulente Strömung. Damit ist die Einhaltung der geforderten Werte für den dimensionslosen Wandabstand y^+ mit $30 \leq y^+ \leq 100$ möglich. In Abb. 4.8 sind diese Wandelemente, die drei Lagen umfassen, dargestellt. Ihre Größe wurde durch die Verteilung der Seitenknotenanzahl („Sidenodes“) am Ende der Zulaufstrecke bzw. am Beginn der Abströmstrecke bestimmt.

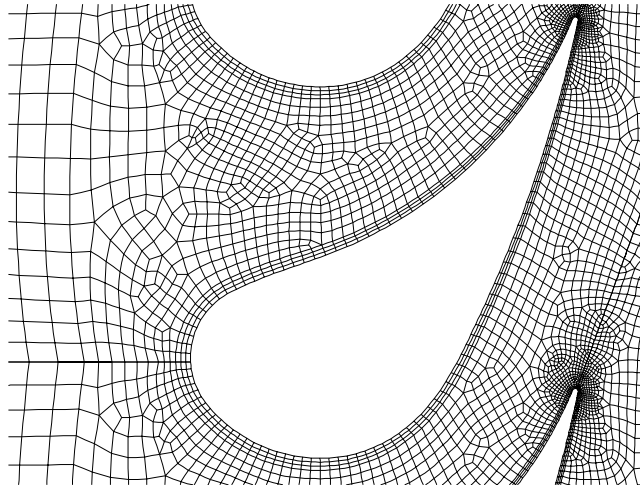


Abbildung 4.8: Die boundary-edges um das Profil

Es hat sich gezeigt, daß der Raum für die unstrukturierte Generierung eine bestimmte Größe erreichen soll. Sind die Gebiete zu klein gewählt, ergibt dies Schwierigkeiten die Elemente nach den obengenannten Kriterien einzupassen und die Zeit zur Erstellung des Netzes wird merklich erhöht. Ist das Gebiet zu groß, wie in durchgeführten Berechnungen das komplette Strömungsfeld, bildeten sich in der Zulaufstrecke häufig Elementnester. Diese Elementnester führen zu einer ungewollten Erhöhung der Elementanzahl und zu erheblichen Instabilitäten in der Konvergenz der Rechnung. Ein Aufbau eines dieser Nester, indem sich um ein kleines Element mehrere kleine Elemente anordnen und schließlich zu großen Elementen übergehen, ist in Abb. 4.6 bzw. in Abb. 4.7 knapp hinter der Nase in der Mitte des Kanals zu sehen. Weiters war zu beobachten, daß an der gleichen Stelle und auch an den Wandelementen der Übergang von kleinen auf große Elemente unbefriedigend gelöst wurde. In dieser Situation half nur mehr eine Verfeinerung des Netzes wie in Abb. 4.7.

Die Feinheit des Netzes beeinflusst im besonders an der Hinterkante die Auflösung der Strömung. Jedoch muß ein Kompromiß gefunden werden zwischen einer akzeptablen Knotenanzahl und einer möglichst großen Anzahl an Elementen zur Darstellung der Hinterkantenrundung. Die Verwirbelung, die die Nachlaufdelle entstehen läßt ist nur bei einer ausreichend hohen Anzahl an Elementen (siehe Abb. 4.9) sichtbar.

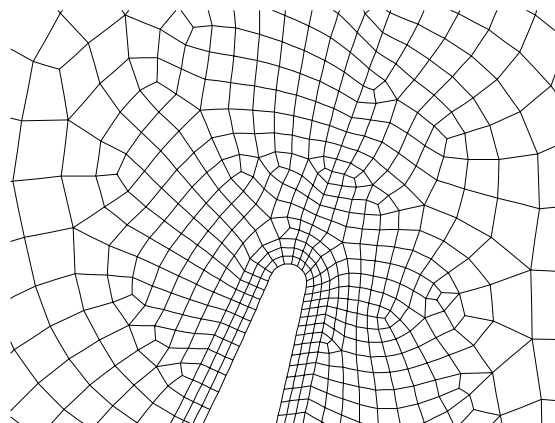


Abbildung 4.9: Vergrößerung im Hinterkantenbereich

Kapitel 5

Analytik des Turbinenprofils

5.1 Profildruckverteilung

Die Profilform setzt sich aus einigen Kreisbögen zusammen. Von Interesse ist aber nur die Nase des Profils, da nur hier eine theoretische Nachrechnung möglich ist und die Geometrie einfach bestimmbar ist. Kanalabwärts kommt der Einfluß der anderen Schaufel zu tragen und würde das Ergebnis zu stark beeinflussen. Die Abb. 5.1 zeigt die Profilnase mit einem Radius von 14 mm. Mit Hilfe der Potentialströmungstheorie werden nun die Druck- und Ge-

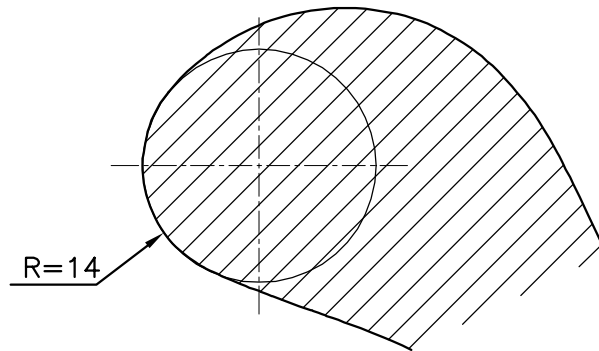


Abbildung 5.1: Geometrie der Nase

schwindigkeitsverteilung in der Nähe des Staupunktes berechnet. Eine Zylinderumströmung stellt einen Sonderfall dar, weil Senke und Quelle zusammenfallen und es anfangs einfacher ist Quelle und Senke in einem Abstand a voneinander entfernt anzuordnen. Das endgültige Resultat ergibt sich aus einer Grenzwertbildung von $a \rightarrow 0$. Durch Superposition von Parallelströmung, Quelle und Senke folgt daraus die Grundgleichung 5.1. Als Laufvariable dient die komplexe Zahl $z = x + iy$ und u_∞ stellt die Anströmgeschwindigkeit dar.

$$\begin{aligned}
 F(z) &= \underbrace{u_\infty \cdot z}_{\text{Parallel}} + \underbrace{\frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \ln(z + a)}_{\text{Quelle}} - \underbrace{\frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \ln(z - a)}_{\text{Senke}} = \\
 &= u_\infty \cdot z + \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{1 + \frac{a}{z}}{1 - \frac{a}{z}}\right) \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

Der Ausdruck $\ln(1 \pm \epsilon)$ mit $\epsilon = \frac{a}{z}$ wird zur Vereinfachung in eine Reihe entwickelt und ergibt

$$\ln(1 + \epsilon) = \left(\epsilon - \frac{\epsilon^2}{2} + \frac{\epsilon^3}{3} - \dots\right) \quad \text{bzw.} \quad \ln(1 - \epsilon) = -\left(\epsilon + \frac{\epsilon^2}{2} + \frac{\epsilon^3}{3} + \dots\right)$$

Eingesetzt in die Glg. 5.1 folgt daraus

$$F(z) = u_{\infty} \cdot z + \frac{q \cdot a}{z \cdot \pi} + konst. \frac{q a^2}{\pi z^2} + \dots \quad (5.2)$$

Nimmt man weiters $(q \cdot a)$ als fixen Wert und lässt $a \rightarrow 0$ gehen, erhält man die gesuchte Gleichung für eine Zylinderumströmung:

$$F(z) = u_{\infty} \cdot z + \frac{q \cdot a}{\pi z} \quad (5.3)$$

Die Glg. 5.3 kann nun mit $z = x + iy$ in eine Potential- und Stromfunktion aufgeteilt werden:

$$F(z) = u_{\infty}(x + iy) + \frac{qa(x + iy)}{\pi(x^2 + y^2)} = \phi + i\psi \quad (5.4)$$

Die Potentialfunktion ϕ ist somit

$$\phi = u_{\infty}x + \frac{qa}{\pi} \frac{x}{(x^2 + y^2)} \quad (5.5)$$

und die Stromfunktion ist

$$\psi = u_{\infty}y - \frac{qa}{\pi} \frac{y}{(x^2 + y^2)}. \quad (5.6)$$

Die Körperkontur folgt aus der Stromfunktion. Für $\psi = 0$ gibt es zwei Fälle.

1. $y = 0$ ergibt die Staupunktsstromlinie und
- 2.

$$0 = u_{\infty} - \frac{qa}{\pi} \frac{1}{(x^2 + y^2)} \quad \text{daraus folgt} \quad (x^2 + y^2) = \frac{qa}{\pi u_{\infty}} = R^2$$

Der Fall 2 bringt nun die gesuchte Kontur eines Kreises mit dem Radius R . Potential- und Stromfunktion können vereinfacht mit $x = r \cos \gamma$ und $y = r \sin \gamma$ werden zu

$$\phi = u_{\infty} \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) r \cos \gamma \quad (5.7)$$

und

$$\psi = u_{\infty} \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) r \sin \gamma \quad (5.8)$$

Die Geschwindigkeitsverteilung entlang der Kontur des Kreises lässt sich berechnen mit

$$\begin{aligned} u_{\gamma} &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{r \partial \gamma} = -u_{\infty} \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \sin \gamma \\ u_{\gamma}(R) &= -2u_{\infty} \sin \gamma \end{aligned} \quad (5.9)$$

In Bild 5.2 ist die Zählrichtung von γ ersichtlich.

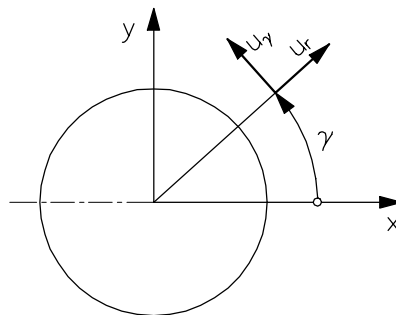


Abbildung 5.2: Zählrichtung von γ

Die Bernoulligleichung liefert die gewünschte Beziehung für die Profildruckverteilung. Entlang eines Stromfadens gilt mit der Bernoulligleichung 3.39

$$\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \frac{u_\infty^2}{2} + \frac{p_\infty}{\rho} \quad (5.10)$$

Die Druckverteilung C_p ist das Verhältnis der Druckdifferenz zum dynamischen Druck und mit Glg. 3.39 ist

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty^2} = 1 - \frac{u_\gamma^2}{u_\infty^2} \quad (5.11)$$

mit Glg. 5.9

$$C_p = 1 - 4(\sin \gamma)^2 \quad (5.12)$$

Die Druckverteilung wie sie in Gleichung 5.12 angegeben ist, ist nur für inkompressible und reibungsfreie Strömung gültig. Die Zylinderdruckverteilung nach Glg. 5.12 ist zum Vergleich mit der gegebenen Geometrie aus Abb. 5.1 ($t/s = 0.7$) in Abb. 5.3 dargestellt. Die Profildruckverteilungen umfassen den Bereich von $\gamma \approx 100^\circ$ bis 260°

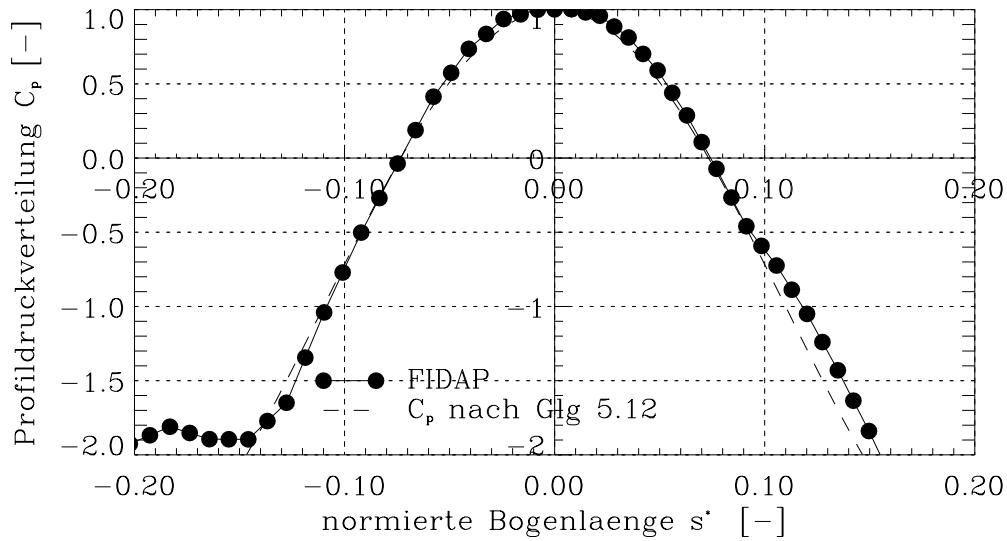


Abbildung 5.3: Profildruckverteilung im Nasenbereich

Auf der Saugseite folgt die Zylinderdruckverteilung der Profildruckverteilung im Bereich $\gamma = 140^\circ$ bis 180° sehr gut. Bei $s^* \approx 0.1$ ist an der Profildruckverteilung der Übergang auf einen größeren Radius bemerkbar. Auf der Druckseite haben beide Druckverteilungen bis zu $\gamma \approx 240^\circ$ den gleichen Verlauf, danach verflacht sich die Verteilung des Profils durch die rasch größer werdenden Radien der Profilform.

Die Profildruckverteilung entlang der Saugseite und Druckseite, bei einer Teilung von $t/s = 0.7$ und einer Eintrittsgeschwindigkeit von $w_1 = 20.33 \text{ m/s}$ ist in Abb. 5.4 dargestellt. An der Saugseite ist vorerst ein gleichmäßiger Abfall des Druckkoeffizienten bemerkbar, da die Umlenkung rasch ansteigt. Nach diesem Druckminimum bleibt die Wölbung des Profils annähernd konstant. In diesem Bereich durchströmt die Luft auch den engsten Querschnitt. Durch den anschließenden Schrägabschnitt erfolgt nur mehr eine geringe Beschleunigung und

am Profil kann sich eine stetig wachsende Grenzschicht ausbilden. An der Druckseite verläuft die Nasenumströmung fast identisch mit der Saugseite. Die anschließende rasche Verflachung des Druckverlaufes ist durch den Wendepunkt in der Profilkontur gegeben.

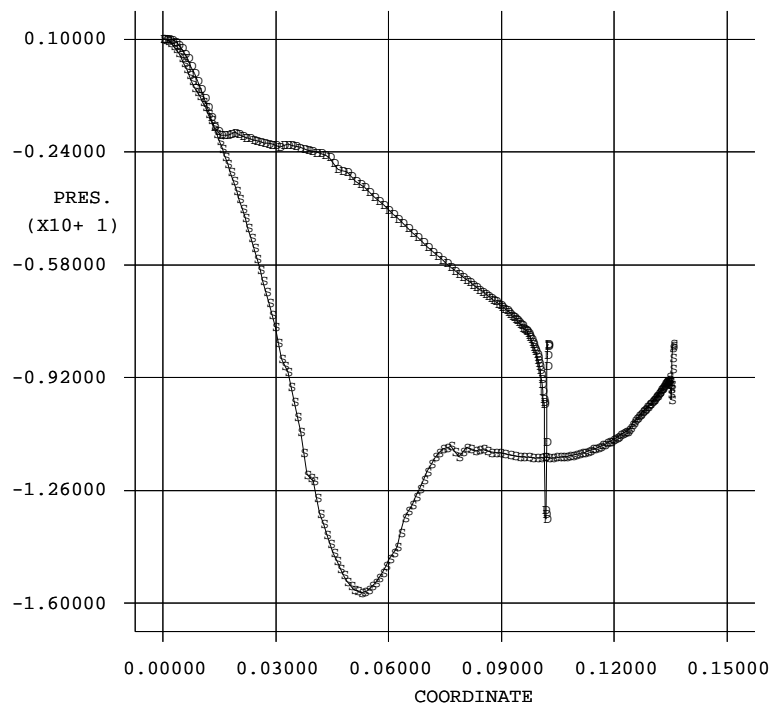


Abbildung 5.4: Profildruckverteilung entlang des Profils

5.2 Staupunktlage

Nach der Potentialströmungstheorie liegt der Staupunkt bei einer Parallelanströmung eines Kreises am vordersten Punkt (siehe Abb. 3.1). Das Profil nach Abb. 2.3 entsteht mit einer Wirbelbelegung am Umfang des Profils und einer überlagerten Parallelströmung. Die Wirbelbelegung für dieses Profil war nicht gegeben. Die Staupunktsberechnung nach der Potentialtheorie erfüllt auch die *Kutta-Joukowski* Abströmbedingung an der Hinterkante durch die der Staupunkt bei waagrechter Anströmung auf die Unterseite des Profils verlagert wird.

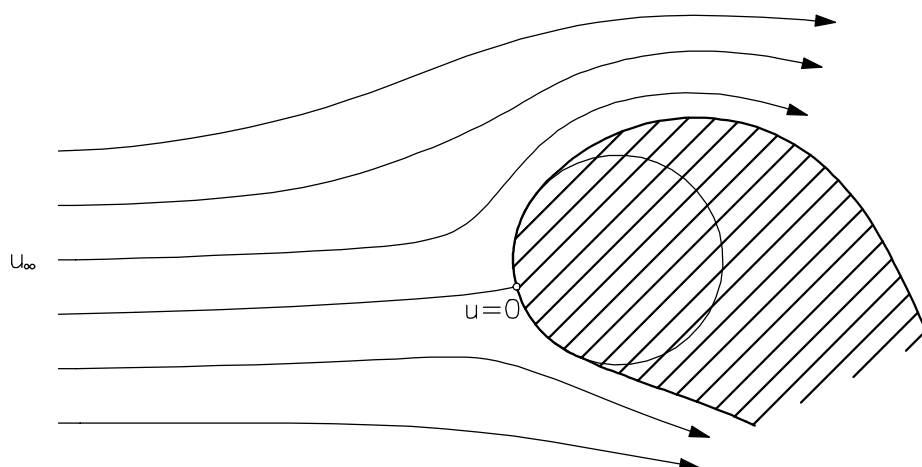


Abbildung 5.5: Staupunkt am Zylinder

In Bild 5.6 verlagert sich der Staupunkt nur unmerklich gegenüber dem vordersten Punkt. Die große Nasenrundung läßt diese Staupunktsverschiebung klein ausfallen. Der Abstand beträgt vom vordersten Punkt nur eine Elementbreite und ist daher fast identisch mit einer Zylinderumströmung.

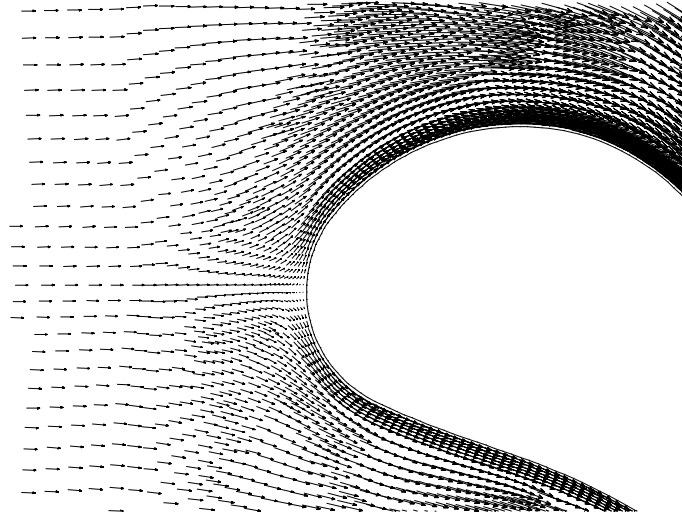


Abbildung 5.6: Staupunkt am Profil

5.3 Unterschallströmung im ebenen Turbinengitter

Die Möglichkeit, Zylinderschnitte durch Beschaukelungen in die Ebene abzuwickeln, wird zur Berechnung der ebenen Strömung herangezogen. Nach der Erkenntnis der Prandtlschen Grenzschichttheorie beschränken sich die Reibungseffekte im wesentlichen auf die wandnahen Zonen. Im restlichen Strömungsfeld kann sie annähernd reibungsfrei betrachtet werden. Diese Voraussetzungen bringen eine sinnvolle und brauchbare Näherung der wirklichen Strömung. Gitter mit einer starken Beschleunigung werden mit Profilen großer Wölbung gebildet, die bei enger Aneinanderreihung als ebene Strömungskanäle erscheinen. Ist zusätzlich der Verlauf der Beschleunigung stetig, so genügt es die mittlere Strömung zu betrachten. Weiters ist bei der Erstellung der Geschwindigkeitsdreiecke die Kenntnis der Strömungsvektoren am Leitrad- und Laufradaustritt wichtig. Die folgenden Vereinfachungen werden für die Berechnung des Abströmwinkels verwendet.

- zweidimensionale ebene Strömung
- homogene Eintrittsbedingungen wie konstanter Druck, Temperatur, Dichte und Geschwindigkeit
- eine unendlich dünne Hinterkante
- der engste Querschnitt liegt an der Hinterkante
- Reibungsfreiheit an der Schaufelsaugseite hinter dem engsten Querschnitt
- ein ideales Gas wird angenommen
- adiabate Strömungsbedingungen

Diese Vereinfachungen sind entscheidend auf die Ausbildung der Hinterkante und der saugseitigen Krümmung hinter dem engsten Querschnitt. Aufschluß über die Abströmrichtung ergibt die Betrachtung des in Abb. 5.7 dargestellten Kontrollvolumens.

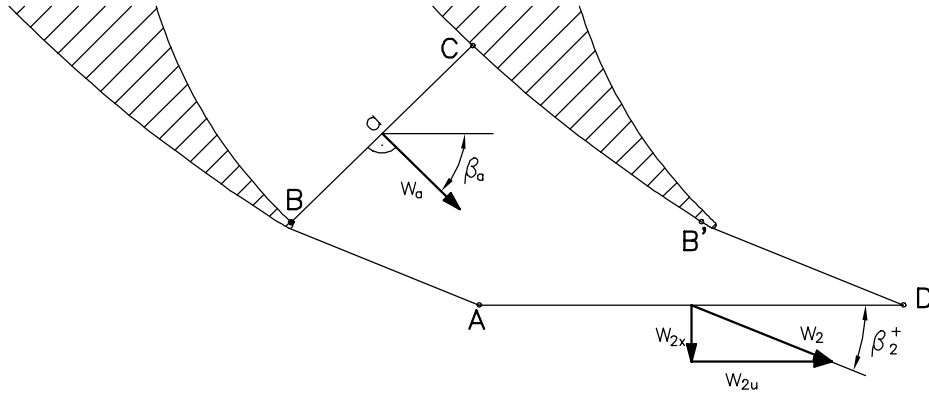


Abbildung 5.7: Kontrollvolumen ABCB'D bei Unterschallströmung

5.3.1 Abströmwinkel

Der Abströmwinkel kann nun aus Abb. 5.7 definiert werden als

$$\tan \beta_2^+ = \frac{w_{2x}}{w_{2u}}. \quad (5.13)$$

Die Massenbilanz am Kontrollvolumen ABCB'D ist

$$a \rho_a w_a = w_{2x} \rho_2 t. \quad (5.14)$$

Damit ist

$$w_{2x} = w_a \frac{a \rho_a}{t \rho_2} \quad (5.15)$$

und die Impulsbilanz lautet

$$\int_A \rho v_n \vec{v} dA = \int_A p \vec{n} dA + \vec{K}. \quad (5.16)$$

In Umfangsrichtung ergibt die Impulsgleichung mit der Voraussetzung, daß der Druck p entlang des Kontrollvolumens konstant bleibt und keine Kraft auf das Fluid wirkt

$$-\rho_a w_a w_a \cos \beta_a a + \rho_2 w_2 \sin \beta_2 w_2 \cos \beta_2 t = 0. \quad (5.17)$$

Wird die Glg. 5.15 in Glg. 5.17 eingesetzt, folgt

$$w_{2u} = w_a \cos \beta_a = w_2 \cos \beta_2. \quad (5.18)$$

Die Energiegleichung für ein ideales Gas lautet

$$c_p T_a + \frac{w_a^2}{2} = c_p T_2 + \frac{w_2^2}{2}. \quad (5.19)$$

Die ideale Gasgleichung $p = \rho R T$ liefert den Zusammenhang für die Temperatur T_2 in Glg. 5.19:

$$\frac{w_a^2 - w_2^2}{2} = c_p \frac{p_2}{R \rho_2} \left(1 - \frac{T_a}{T_2} \right)$$

Das Temperaturverhältnis (T_a/T_2) kann mit der Isentropenbeziehung berechnet werden:

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{konst.} \quad \text{bzw.} \quad \frac{T_a}{T_2} = \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\rho_a}{\rho_2} = \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (5.20)$$

Aus der Glg. 5.20 folgt mit den obigen Beziehungen für das Dichteverhältnis

$$\frac{\rho_a}{\rho_2} = \left[1 - \frac{\kappa-1}{2\kappa} \frac{\rho_2}{p_2} (w_a^2 - w_2^2)\right]^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (5.21)$$

Somit kann endgültig der Abströmwinkel β_2^+ nach Glg. 5.13 mit w_{2x} aus der Massenbilanz und w_{2u} aus der Impulsbilanz angeschrieben werden als

$$\tan \beta_2^+ = \frac{w_{2x}}{w_{2u}} = \frac{a}{t} \frac{1}{\cos \beta_a} \frac{\rho_a}{\rho_2}. \quad (5.22)$$

Mit Glg. 5.21 und der Machzahl $Ma_2^2 = w_2^2/c_2^2$ mit $c_2^2 = \kappa RT_2$ berechnet sich der Abströmwinkel

$$\tan \beta_2^+ = \frac{a}{t} \frac{1}{\cos \beta_a} \left(1 - \frac{\kappa-1}{2} Ma_2^2 \left(\left(\frac{\cos \beta_2^+}{\cos \beta_a}\right)^2 - 1\right)\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (5.23)$$

Diese Formel für β_2^+ , die in linearisierter Form auch *Traupel* [?] anführt, kann nur iterativ berechnet werden. Ein weiterer Punkt der zu berücksichtigen ist, ist der Verlauf des Druckes. Aus der Druckänderung von der Druckseite auf die Saugseite bleibt folglich auch der Abströmwinkel über der Teilung nicht konstant. Aus Abb. 5.8 ist wegen des höheren Druckes auf der Druckseite eine Ablenkung zu kleineren Winkel und auf der Saugseite ein Anwachsen der Winkel zu erwarten.

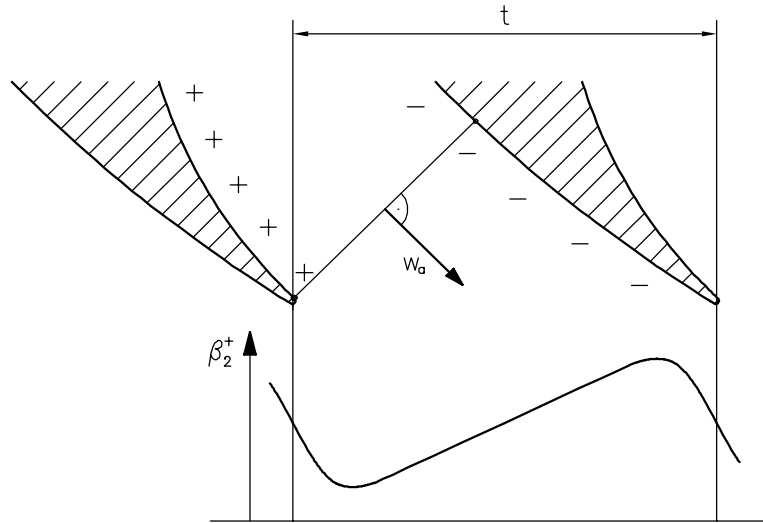
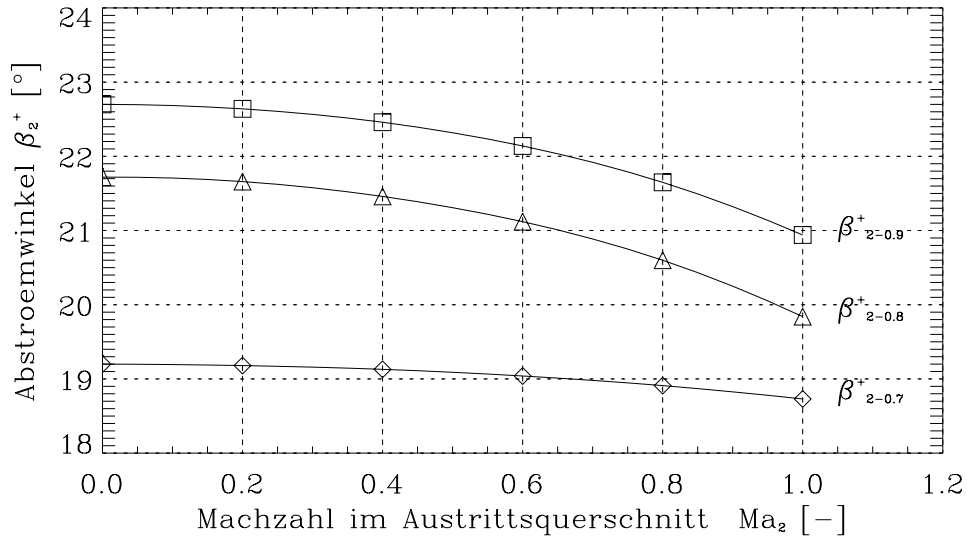


Abbildung 5.8: β_2^+ -Verlauf über der Teilung

Für einfachere Berechnungen des Abströmwinkels im Unterschall wird meist die Sinusregel mit einem Korrekturwinkel ergänzt (siehe *Müller* [?]), der von der Machzahl und dem Verhältnis a/t abhängt.

In Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit folgt der Abströmwinkel dem in Abb. 5.9 angegebenen Verlauf. Die Berechnung erfolgte für alle Teilungsverhältnisse mit der Formel nach *Traupel*.

Abbildung 5.9: β_2^+ -Verlauf über der Machzahl

5.4 Transsonische Strömung im ebenen Turbinengitter

5.4.1 Strömungsverlauf

Ein kompressibles Fluid im transsonischen Bereich kann mit Kontinuitätsgleichung, Impulsgleichung und Energiesatz beschrieben werden. Das Gleichungssystem nach *Kluwick* [?] lautet für eine konstante Querschnittsfläche

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \quad (5.24)$$

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2 \quad (5.25)$$

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_2}{\rho_2} \quad (5.26)$$

Durch Umformen auf p_2/p_1 und unter Verwendung der Gleichung

$$c^2 = \kappa \frac{p}{\rho} \quad (5.27)$$

ergeben sich zwei Lösungen

1. $\frac{p_2}{p_1} = 1$ Diese triviale Lösung ist weiters nicht von Bedeutung.
2. $\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\kappa}{\kappa+1} \left[\frac{\rho_1 v_1^2}{\kappa p_1} - 1 \right]$ Dieses Ergebnis wird auch Stoßlösung genannt und \hat{p}/p geschrieben.

Nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik kann die Entropiedifferenz einer adiabaten Zustandsänderung nicht negativ werden ($\Delta s \geq 0$). Durch die steigende Entropie im Stoß sind nur Verdichtungsstöße physikalisch sinnvoll. Die Verhältnisse von Dichte, Druck und Geschwindigkeit sind damit durch die Bedingungen

$$\frac{\hat{\rho}}{\rho} \geq 1, \quad \frac{\hat{p}}{p} \geq 1, \quad \frac{\hat{v}}{v} \leq 1 \quad (5.28)$$

eingeschränkt. Beim Turbinengitter kann, im Gegensatz zum Verdichtergitter, bei einer Anströmgeschwindigkeit w_1 weit unter der Schallgeschwindigkeit bereits $Ma = 1$ auftreten. Dies ist einerseits möglich durch die starke Umlenkung und andererseits durch die Ausführung als Düse (siehe Kapitel 2). Wenn die Zuströmgeschwindigkeit w_1 erhöht wird, tritt am saugseitigen Profil an einem Punkt Schallgeschwindigkeit auf. Wird w_1 weiter gesteigert, entsteht zunächst eine Überschallzone, die mit einem Verdichtungsstoß abschließt.

Die Berechnung der Strömung mit FIDAP wurde hier reibungsfrei durchgeführt (siehe Eingabefile Anhang B), da die Verluste unwesentlich für diese Betrachtung sind. Die folgenden Abb. 5.10, 5.11, 5.12, 5.13 und 5.14 zeigen das Verhalten des Profils bei Auftreten der Schallgeschwindigkeit im engsten Querschnitt.

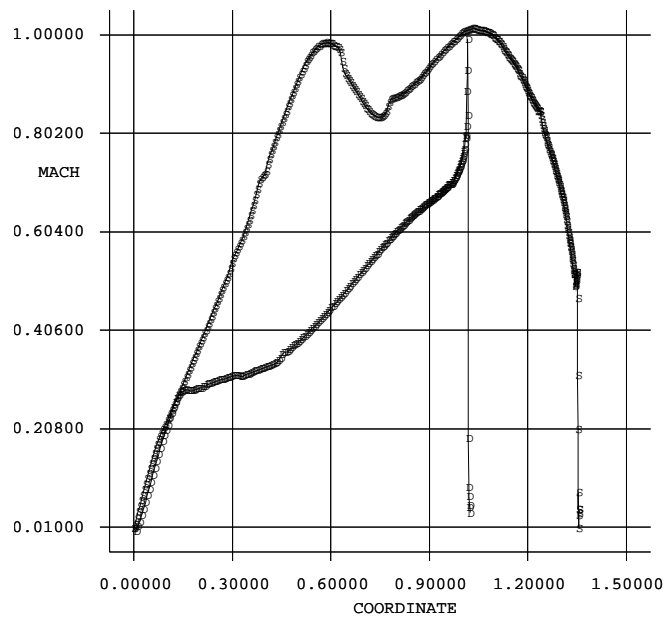


Abbildung 5.10: Machzahl am Profil

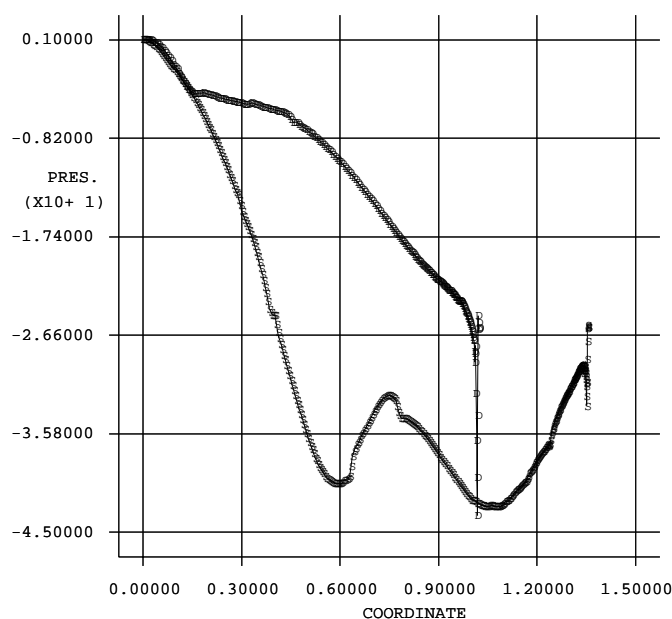


Abbildung 5.11: Profildruckverteilung im schallnahen Gebiet

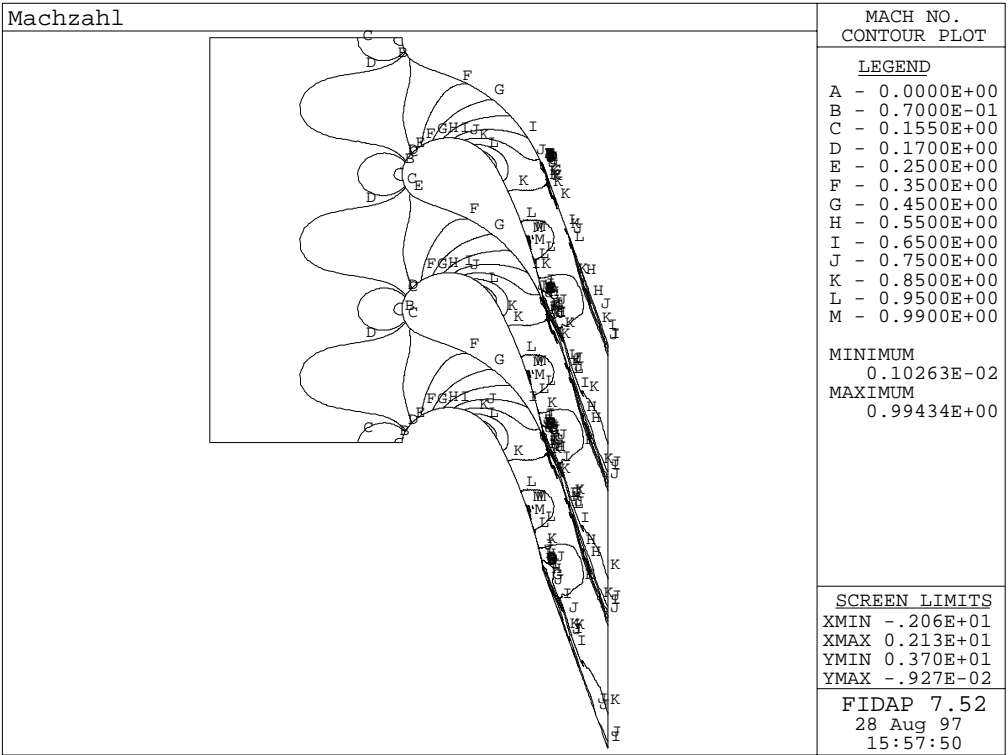


Abbildung 5.12: Machzahlverlauf im schallnahen Gebiet

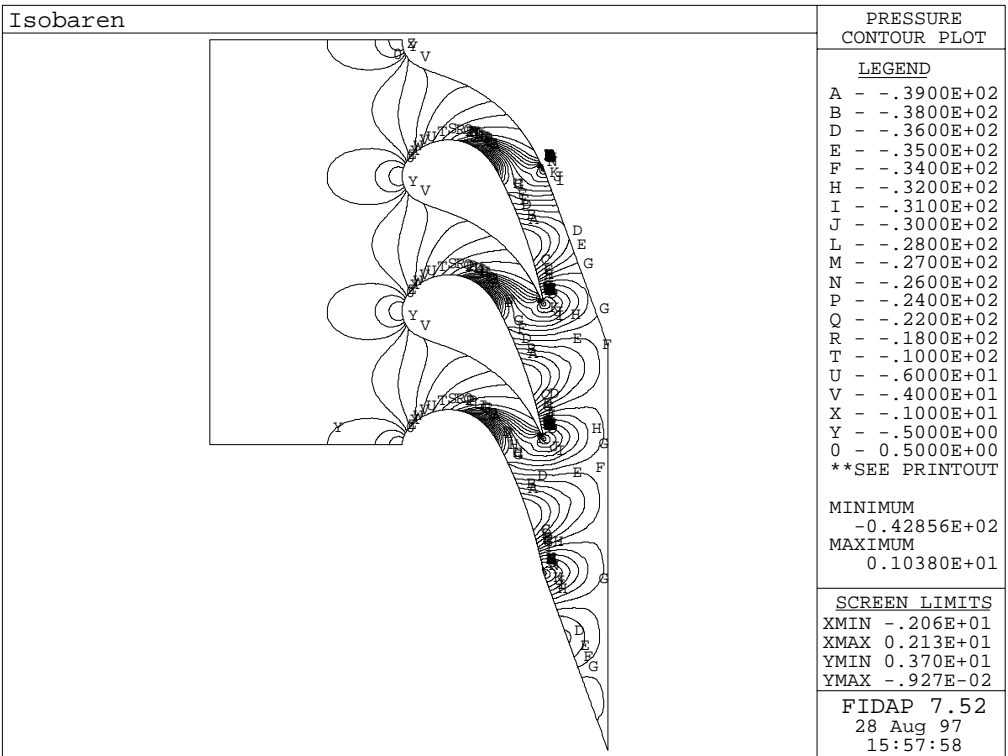


Abbildung 5.13: Druckverlauf im schallnahen Gebiet

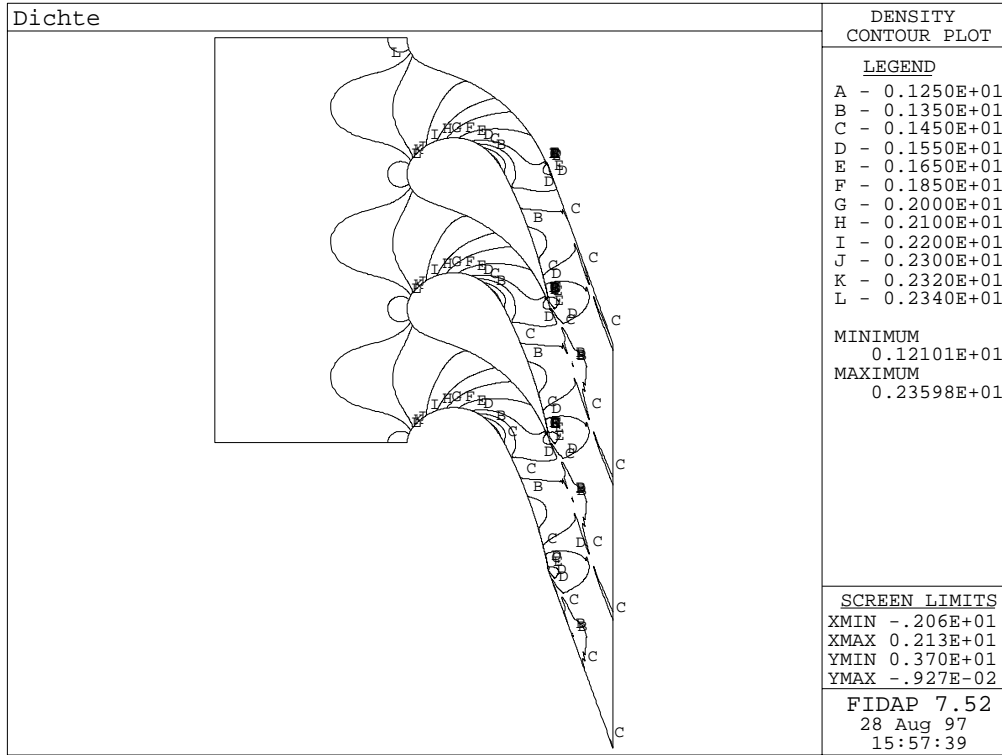


Abbildung 5.14: Dichteverlauf im schallnahen Gebiet

5.4.2 Abströmwinkel

Es gelten hier die gleichen Voraussetzungen wie in der zuvor behandelten Berechnung des Abströmwinkels bei Unterschallströmung. Eine zusätzliche Bedingung wird durch den schallnahen Bereich geliefert. Die Machzahl ist $Ma_2 \approx 1$ und auch die Geschwindigkeit w_a erreicht im kleinsten Querschnitt die Schallgeschwindigkeit. Der Vergleich der gemittelten Werte entlang des Kanalaustrittsquerschnitts a mit Werten des Austrittsquerschnitts t ergibt mit der Kontinuitätsgleichung

$$a \rho_a w_a = \rho_2 w_2 t \sin \beta_2^+. \quad (5.29)$$

Damit ist der Abströmwinkel β_2^+ mit der Massenstromdichte $\Theta = \rho w$

$$\sin \beta_2^+ = \frac{\Theta_a a}{\Theta_2 t}. \quad (5.30)$$

Im Bereich $Ma \approx 1$ erreicht die Massenstromdichte ihr Maximum und es gilt für isentrope Zustandsänderungen nach *Traupel* [?]

$$\Theta = (\rho w)_{max} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \sqrt{\frac{2 \kappa}{\kappa + 1} p \rho}. \quad (5.31)$$

Das Verhältnis der beiden Massenstromdichten ergibt mit Glg. 5.31 und der Isentropenbeziehung die Gleichung

$$\frac{\Theta_a}{\Theta_2} = \left(\frac{p_a \rho_2}{p_2 \rho_a} \right)^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}}. \quad (5.32)$$

Aus der Energiegleichung 5.19 folgt mit Glg. 5.20

$$\frac{p_a \rho_2}{p_2 \rho_a} = 1 - \frac{\kappa - 1}{2 \kappa} \frac{\rho_2}{p_2} (w_2^2 - w_a^2). \quad (5.33)$$

Mit der Machzahl am Austritt $Ma_2 = w_2/c_2$ vereinfacht sich die Gleichung 5.33 zu

$$\frac{p_a \rho_2}{p_2 \rho_a} = 1 - \frac{\kappa - 1}{2} Ma_2^2 \left(1 - \frac{w_a^2}{w_2^2} \right). \quad (5.34)$$

Aus den zu Beginn erwähnten Bedingungen für $Ma_2 \approx 1$ und $w_a = c_a$ folgt daraus

$$\frac{p_a \rho_2}{p_2 \rho_a} = 1. \quad (5.35)$$

Die Glg. 5.30 reduziert sich damit auf

$$\sin \beta_2^+ = \frac{a}{t}. \quad (5.36)$$

Dieses Ergebnis wird auch die „Sinusregel“ genannt. Nach Glg. 5.35 ist die Massenstromdichte invariant gegenüber kleinen Veränderungen von w . Es ist auch w_a ohne Einfluß auf das Produkt $(p_2 \rho_2)$ und die Berechnung von w_a aus der Impulsbilanz ist nicht notwendig.

Den Vergleich zwischen der Sinusregel und der FIDAP-Rechnung liefert Tab. 5.1.

$t/s[-]$	0.7	0.8	0.9
$\beta_{2FIDAP}^+ [^\circ]$	19.1	20.6	21.8
$\beta_{2Sinusr.}^+ [^\circ]$	18.7	20.1	21.2

Tabelle 5.1: Abströmwinkel bei theoretischer und numerischer Berechnung

In Abb. 5.15 ist an der Hinterkante ein deutlicher Sprung des Abströmwinkels sichtbar. Die Keilform am Ende des Profils läßt die Saugseite und Druckseite unter einem Winkel zusammenstoßen. In der Unterschallströmung wurde erwähnt, daß der Abströmwinkel an der Saugseite größer ist als an der Druckseite und die Verwirbelung an der Hinterkante einen stetigen Übergang liefert. Bei hohen Geschwindigkeiten beeinflussen sich die Strömungen der Druck- und Saugseite so stark, daß ein rascher Übergang der Abströmrichtung erfolgt.

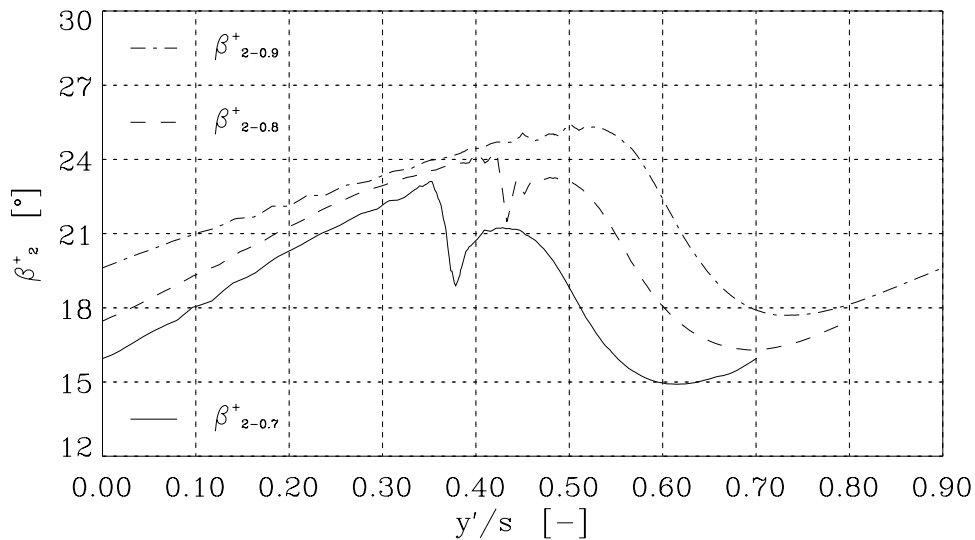


Abbildung 5.15: Abströmwinkel im schallnahen Gebiet

5.5 Berücksichtigung des Hinterkantenunterdruckes

Die Berechnung für den Abströmwinkel kann noch um den Effekt des Hinterkantenunterdruckes erweitert werden. Aus Messungen wurde festgestellt, daß an endlich dicken Hinterkanten ein Unterdruck nach *Traupel* [?] von

$$\Delta p = k \frac{\rho_a}{2} w_a^2 \quad (5.37)$$

entsteht. Der Faktor k liegt im Bereich $0.13 \div 0.26$. Das Kontrollvolumen ist aus Abb. 5.16 ersichtlich.

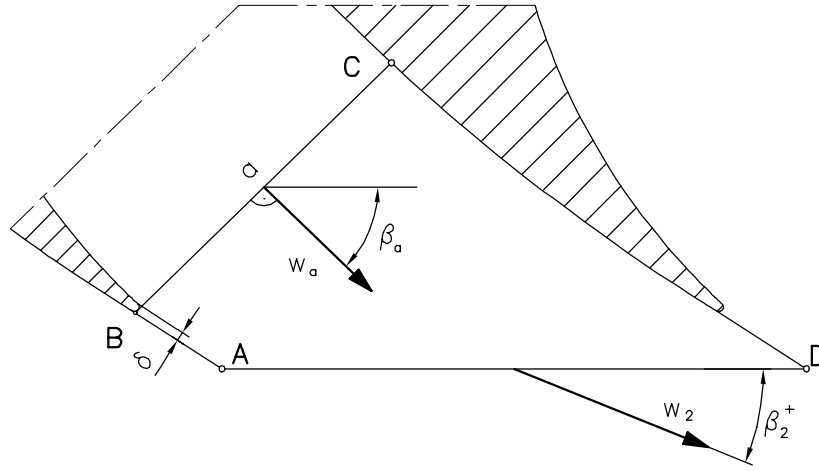


Abbildung 5.16: Kontrollvolumen für die Hinterkante

Die Massenbilanz bleibt unverändert mit

$$a \rho_a w_a = \rho_2 t w_2 \sin \beta_2^+. \quad (5.38)$$

Die Impulsbilanz nach Glg. 5.16 wird in Umfangsrichtung

$$-\rho_a a w_a^2 \cos \beta_a + \rho_2 t w_2^2 \sin \beta_2 \cos \beta_2 = -\Delta p \delta \cos \beta_a. \quad (5.39)$$

Mit der Massenbilanz und Glg. 5.37 vereinfacht folgt

$$w_a \cos \beta_a - \frac{k \delta}{2 a} w_a \cos \beta_a = w_2 \cos \beta_2. \quad (5.40)$$

Für die Berechnung von $\tan \beta_2^+$ nach Glg. 5.22 gilt

$$\tan \beta_2^+ = \frac{a}{t} \frac{1}{\left(1 - \frac{k \delta}{2 a}\right) \cos \beta_a} \left[1 - \frac{1}{2} Ma_2^2 \left(\left(\frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_a \left(1 - \frac{k \delta}{2 a}\right)} \right)^2 - 1 \right) \right] \quad (5.41)$$

Beim vorliegenden Turbinengitter beträgt die Hinterkantendicke $\delta = 2 R = 1 \text{ mm}$. Dieser Wert ist mit 1% der Sehnenlänge eher klein, wodurch der Einfluß des Hinterkantenunterdruckes auf den Abströmwinkel gering bleibt. Zur Veranschaulichung der lokalen Vorgänge an der Hinterkante sind in Abb. 5.17 die Isobaren und in Abb. 5.18 die Geschwindigkeitsvektoren dargestellt.

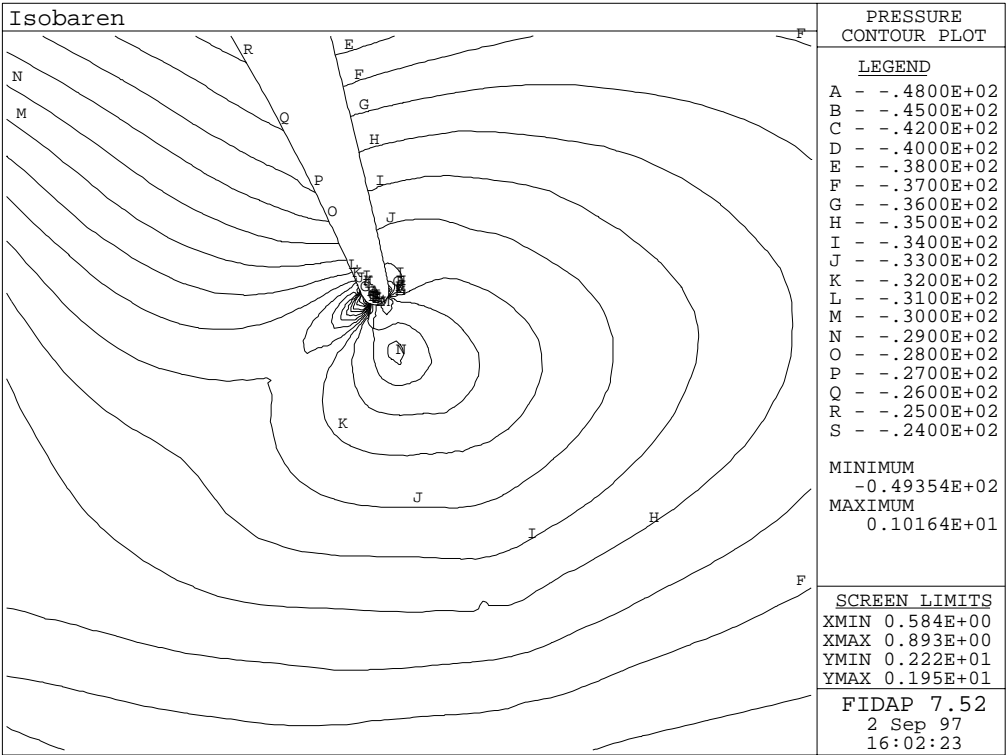


Abbildung 5.17: Druckverteilung an der Hinterkante

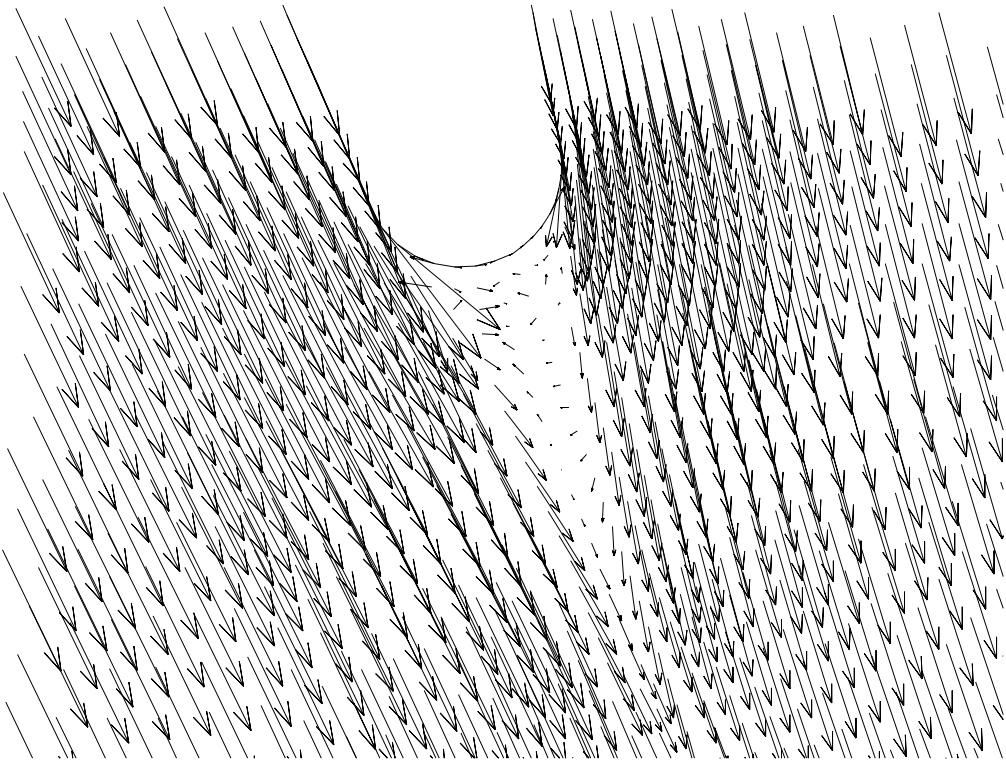


Abbildung 5.18: Geschwindigkeitsvektoren an der Hinterkante

Kapitel 6

Berechnungsergebnisse

6.1 Auswertungsebene

Die Meßpunkte im Laborversuch sind in der numerischen Berechnung fast vollständig übernommen worden. Die Meßebeane an der Hinterkante liegt um den Betrag 0.0626 Sehnenlängen hinter dem Austritt.

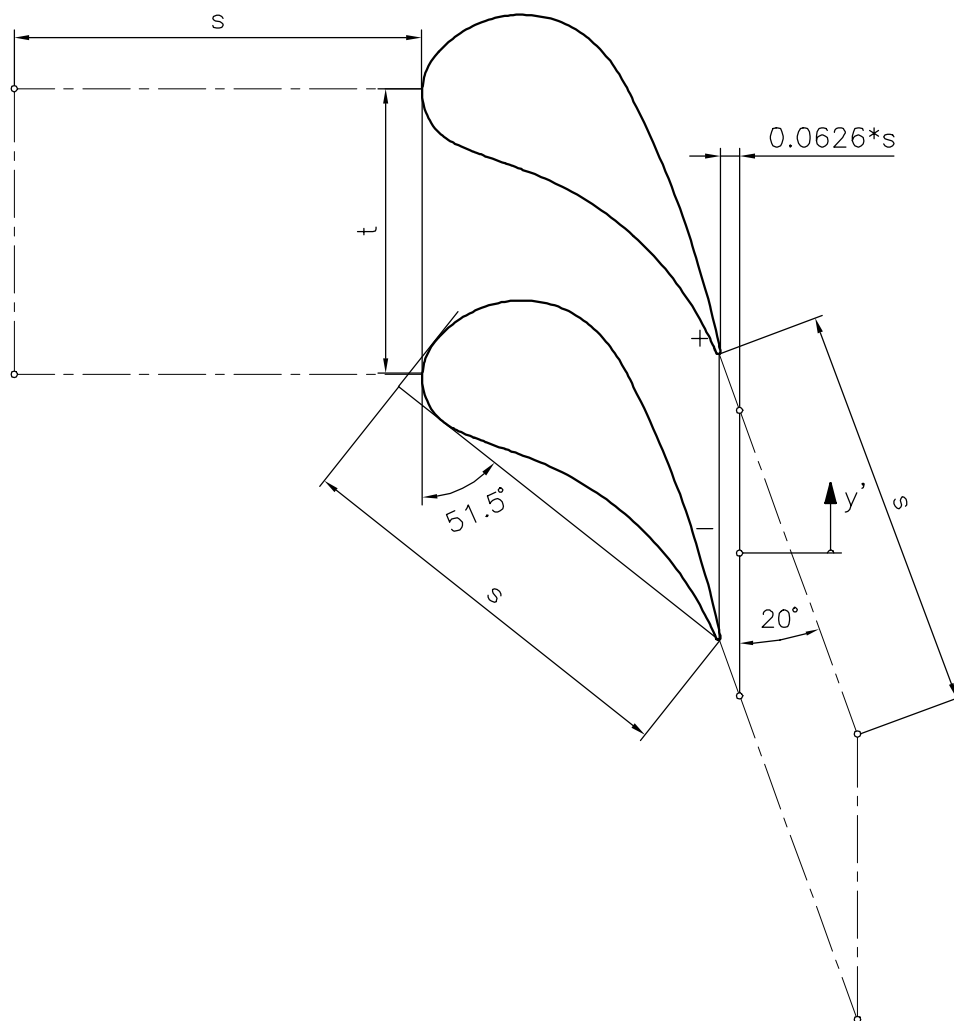


Abbildung 6.1: Lage der Auswertungsebene am Austritt

Am Eintritt muß eine konstante Geschwindigkeit vorhanden sein, daher ist eine genügend

lange Einlaufstrecke notwendig. Die Einlaufstrecke ist nach mehreren Berechnungen und Überprüfungen auf die Größe der Sehnenlänge s (siehe Abb. 6.1) festgelegt worden. Auch die Abstromlänge ist eine Sehnenlänge lang. Am Austritt war wegen der Ausbildung des Abströmwinkels der lange Abströmbereich erforderlich, an dessen Ende der Druck p_{exit} als Randbedingung vorgegeben ist (siehe Kapitel 4.2.4.).

6.2 Mittelungsverfahren

Um eine Vergleichsbasis für die Meßwerte zu erhalten, werden die Daten in der Auswertebenen zu einer gemittelten mit der Massenstromdichte gewogenen Strömungsgröße zusammengefaßt. Der Kompressibilitätseinfluß bei der Berechnung des Abströmwinkels nahe der Schallgeschwindigkeit wird hier mit der veränderlichen Dichte mitberücksichtigt.

- Mit der Massenstromdichte gewogener teilungsgemittelter Abströmwinkel:

$$\bar{\beta}_2^+ = \frac{\int_0^t \beta_2^+(y') w_2(y') \rho_2(y') \sin(\beta_2^+(y')) dy'}{\int_0^t w_2(y') \rho_2(y') \sin(\beta_2^+(y')) dy'} \quad (6.1)$$

- Mit der Massenstromdichte gewogener teilungsgemittelter statischer Druckkoeffizient:

$$\bar{C}_{p2} = \frac{\int_0^t C_{p2}(y') w_2(y') \rho_2(y') \sin(\beta_2^+(y')) dy'}{\int_0^t w_2(y') \rho_2(y') \sin(\beta_2^+(y')) dy'} \quad (6.2)$$

- Mit der Massenstromdichte gewogener teilungsgemittelter Totaldruckkoeffizient:

$$\bar{C}_{pt2} = \frac{\int_0^t C_{pt2}(y') w_2(y') \rho_2(y') \sin(\beta_2^+(y')) dy'}{\int_0^t w_2(y') \rho_2(y') \sin(\beta_2^+(y')) dy'} \quad (6.3)$$

Das Programm IDL, es dient zur Erstellung der Diagramme, berechnet die Integrale mit Hilfe einer 5-Punkte Newton-Cotes Formel.

6.3 Vergleich der Meßwerte mit den numerischen Ergebnissen

Die Versuchsdurchführung erfolgte im Gitterwindkanal des Institutes für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen. Der Gitterwindkanal arbeitet im sogenannten Druckbetrieb. Das Gitter aus Profilen mit dem Staffelungswinkel $\gamma = 51.5^\circ$ ist in eine schwenkbare Wiege aus Plexiglas eingebaut. Der Anströmwinkel blieb bei den unterschiedlichen Teilungen konstant bei $\beta_1 = 90^\circ$.

6.3.1 Teilung $t/s = 0.7$

Um die Bedingungen zwischen Messung und numerischer Simulation gleich zu halten, werden die nachstehenden Werte der Tabelle 6.1 übernommen. Die Zahlen stammen aus dem Laborbericht, der während des Versuchs aufgenommen wurde.

$w_1[\frac{m}{s}]$	$t_1[^\circ C]$	$\rho_1[\frac{kg}{m^3}]$	$Re_1[-]$
20.33	18.2	1.22	134636

Tabelle 6.1: Eintrittsrandbedingungen für $t/s = 0.7$

Die folgenden Abb. 6.2, 6.3, 6.4 und 6.5 zeigen den Abströmwinkel, die Nachlaufdicke, die statische Druckverteilung und die Totaldruckverteilung. Die Ergebnisse werden nach dem letzten Teilungsverhältnis ($t/s = 0.9$) in einem gesamten Vergleich erklärt.

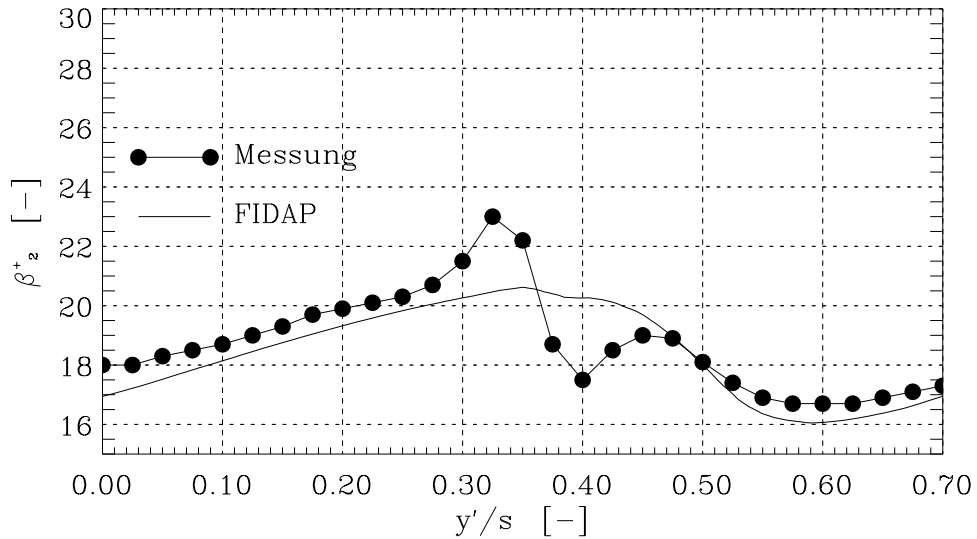


Abbildung 6.2: Verlauf von β_2^+

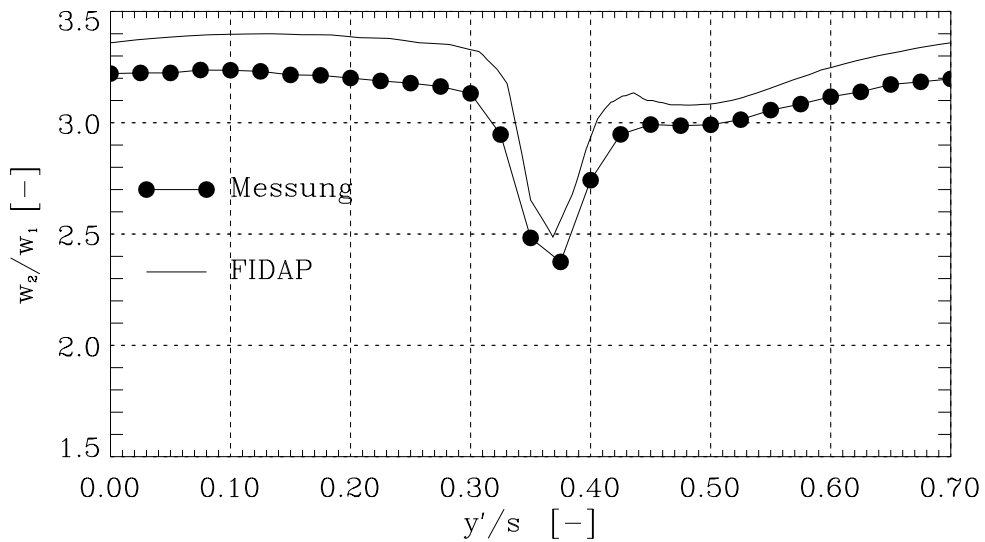


Abbildung 6.3: Verlauf von $\frac{w_2}{w_1}$

Der statische Druckkoeffizient C_p ist nach Glg. 5.11 bestimmt durch

$$C_p = \frac{p - p_1}{\frac{1}{2}\rho w_1^2}. \quad (6.4)$$

Die Dichte bleibt in dieser Formulierung konstant. Die einzelnen Größen sind aus Abbildung 3.2 bekannt. Eine Abschätzung des Koeffizienten kann die Bernoulligleichung leisten, indem die Staupunktstromlinie als Bezug dient. Wird die Glg. 3.1 in Glg. 6.4 eingesetzt, stellt sich im Staupunkt der statische Druckkoeffizient $C_p = 1$ ein. Im Staupunkt herrscht der Totalzustand, d.h. $C_p = 1$ ist gleichzeitig der Maximalwert. Mit

$$p_i^* = \frac{p_i}{\rho w_1^2} \quad (6.5)$$

kann der Druckkoeffizient auch dimensionslos angeschrieben werden:

$$C_p = 2(p^* - p_1^*) \quad (6.6)$$

Die Glg. 6.6 wird in einem User Defined File berechnet, dessen Ergebnis in Abb. 6.4 dargestellt ist.

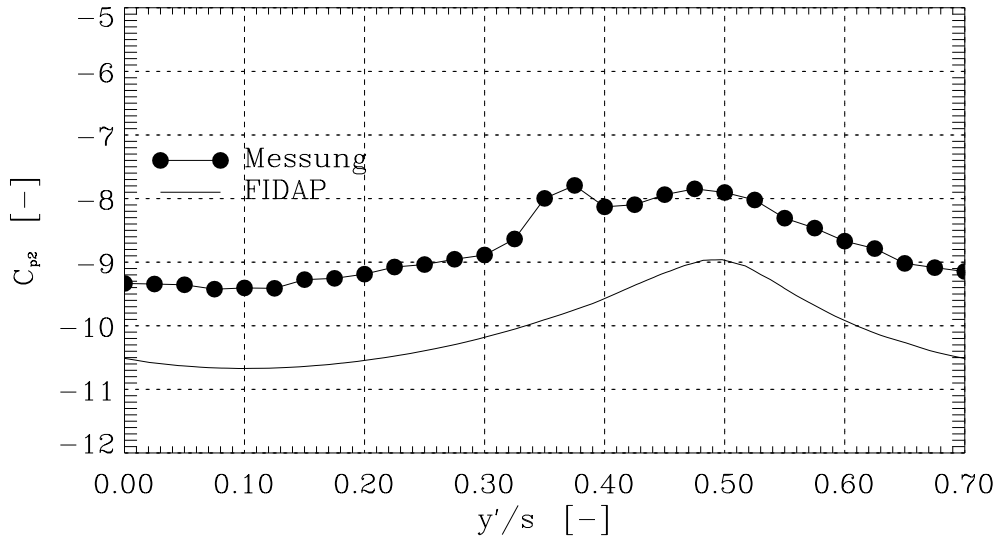


Abbildung 6.4: Verlauf von C_{p2}

Der Totaldruckkoeffizient berücksichtigt zusätzlich noch die Geschwindigkeitsenergie des Fluids und lautet somit

$$C_{pt} = \frac{(p + \rho \frac{w^2}{2}) - (p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2})}{\frac{1}{2}\rho w_1^2}. \quad (6.7)$$

In dieser Form ist als Bezugsgröße der dynamische Druck ausgewählt. Es ist aber auch möglich die Formulierung nach *Traupel* [?] zu verwenden.

$$C_{pt} = \frac{(p + \rho \frac{w^2}{2}) - (p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2})}{p_1 + \frac{1}{2}\rho w_1^2} \quad (6.8)$$

In den anschließenden Berechnungen wurde die Glg. 6.7 herangezogen, da schon in den Laborversuchen diese Methode zur Ermittlung der Totaldruckverteilung Anwendung fand. Die Glg. 6.7 lautet in dimensionsloser Darstellung

$$C_{pt} = \frac{2p}{\rho w_1^2} + \frac{w^2}{w_1^2} - \frac{2p_1}{\rho w_1^2} - 1 = 2p^* + \frac{w^2}{w_1^2} - 2p_1^* - 1. \quad (6.9)$$

In der Glg. 6.9 stellt der Druck p_1^* den statischen Druck dar. Die Totaldruckverteilung ist ebenfalls mit einem User Defined File erstellt und dann in das Programm FIDAP geladen worden. Die Abb. 6.5 zeigt den Verlauf von C_{pt2} .

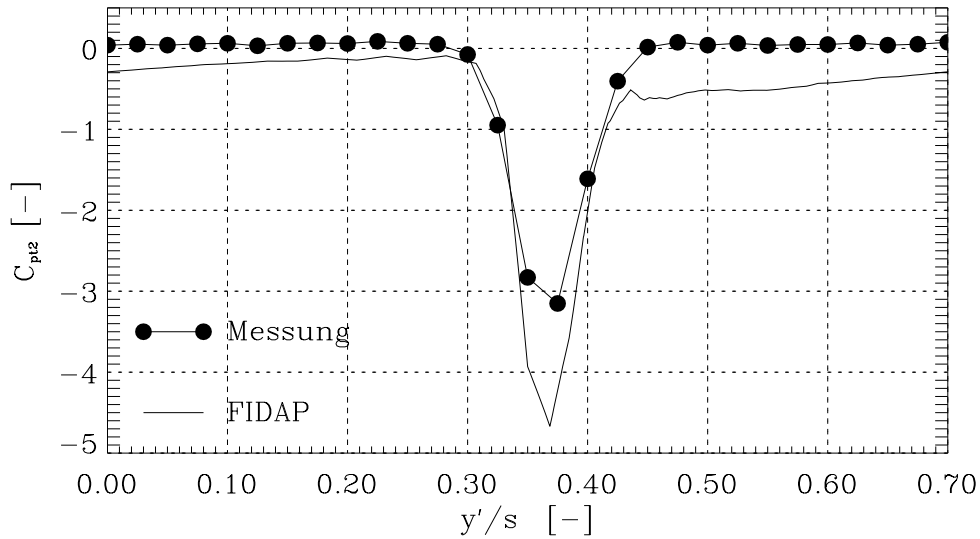


Abbildung 6.5: Verlauf von C_{pt2}

Die gemittelten Größen sind in Tab. 6.2 zusammengefaßt.

	$\bar{\beta}_2^+ [^\circ]$	$\bar{C}_{p2} [-]$	$\bar{C}_{pt2} [-]$	$Ma_{2,max} [-]$
Messung	18.9	-8.77	-0.245	0.19
FIDAP	18.5	-10.08	-0.624	0.20
<i>Traupel</i>	19.2	-	-	0.20

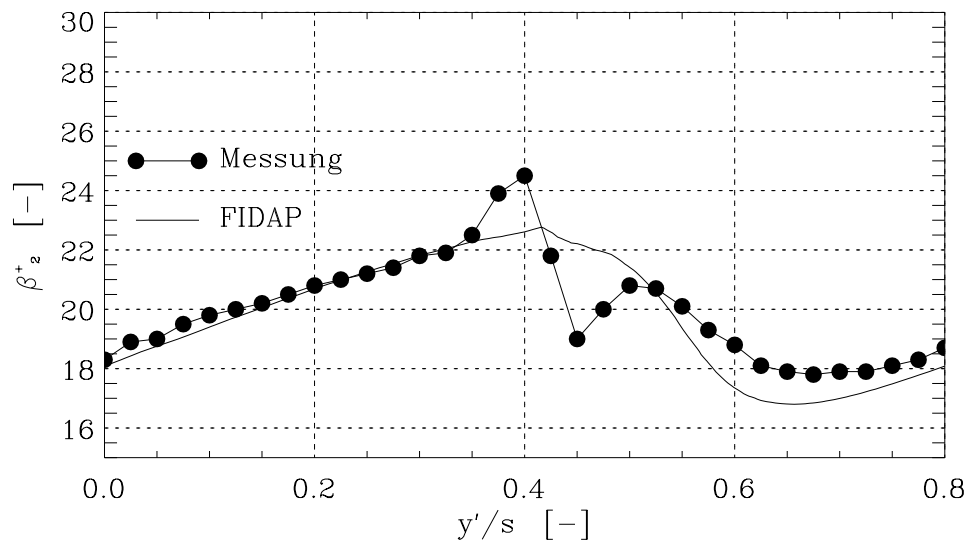
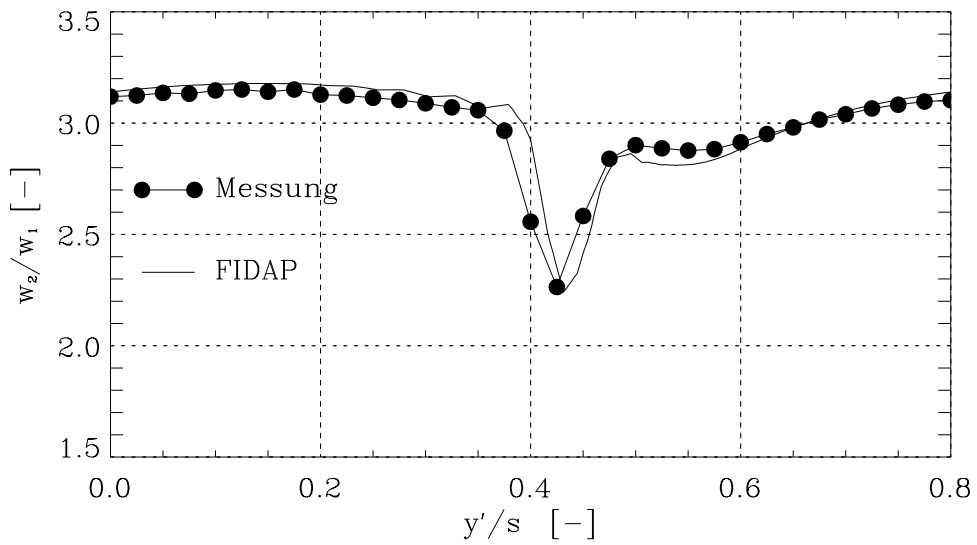
Tabelle 6.2: Gemittelte Strömungsgrößen der Abströmung für $t/s = 0.7$

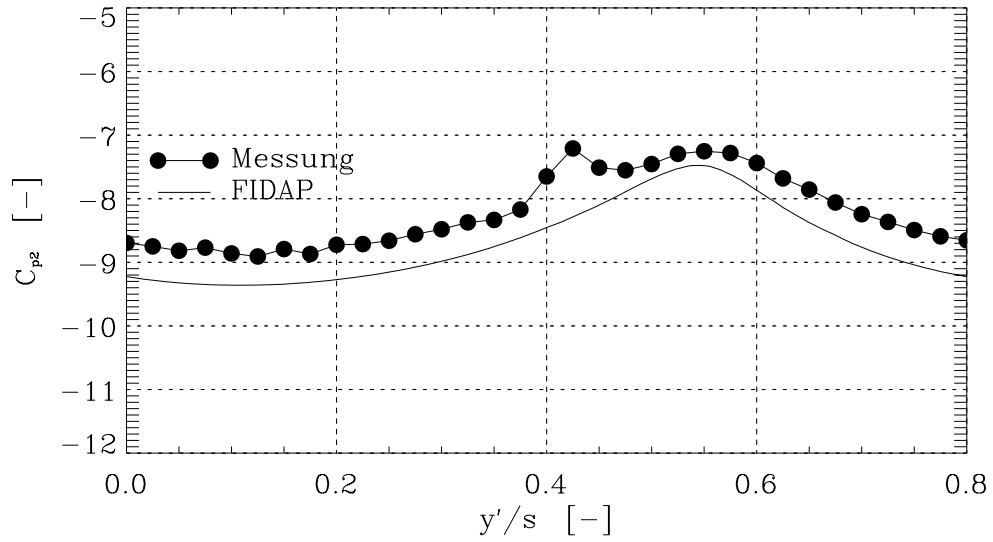
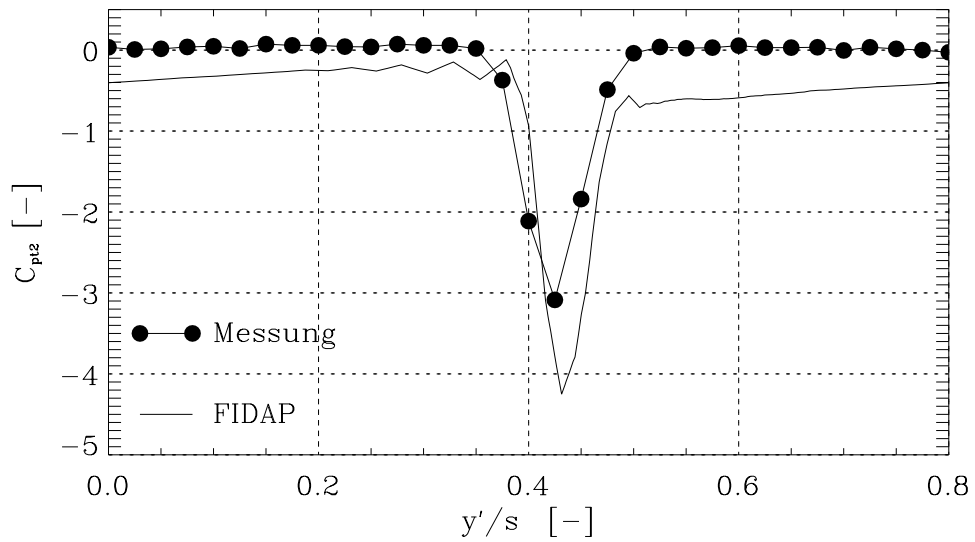
6.3.2 Teilung $t/s = 0.8$

$w_1 [\frac{m}{s}]$	$t_1 [^\circ C]$	$\rho_1 [\frac{kg}{m^3}]$	$Re_1 [-]$
20.42	13.9	1.228	135212

Tabelle 6.3: Eintrittsrandbedingungen für $t/s = 0.8$

In den weiteren vier Abb. 6.6, 6.7, 6.8 und 6.9 werden der Abströmwinkel, die Nachlaufdele, die statische Druckverteilung und die Totaldruckverteilung dargestellt.

Abbildung 6.6: Verlauf von β_2^+ Abbildung 6.7: Verlauf von $\frac{w_2}{w_1}$

Abbildung 6.8: Verlauf von C_{p2} Abbildung 6.9: Verlauf von C_{pt2}

Die gemittelten Größen sind in Tab. 6.4 zusammengefaßt.

	$\bar{\beta}_2^+ [^\circ]$	$\bar{C}_{p2} [-]$	$\bar{C}_{pt2} [-]$	$Ma_{2,max} [-]$
Messung	20.2	-8.23	-0.195	0.19
FIDAP	19.9	-8.73	-0.606	0.20
<i>Traupel</i>	21.7	-	-	0.20

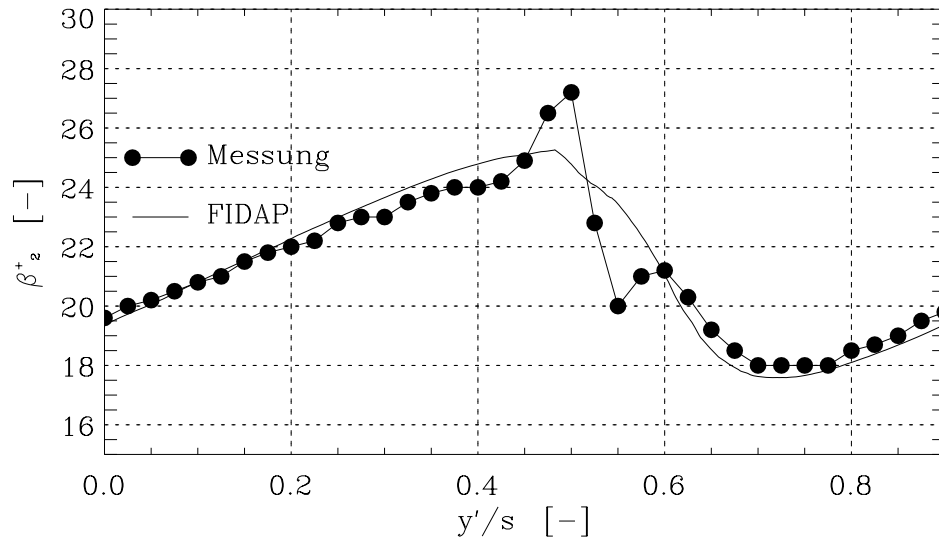
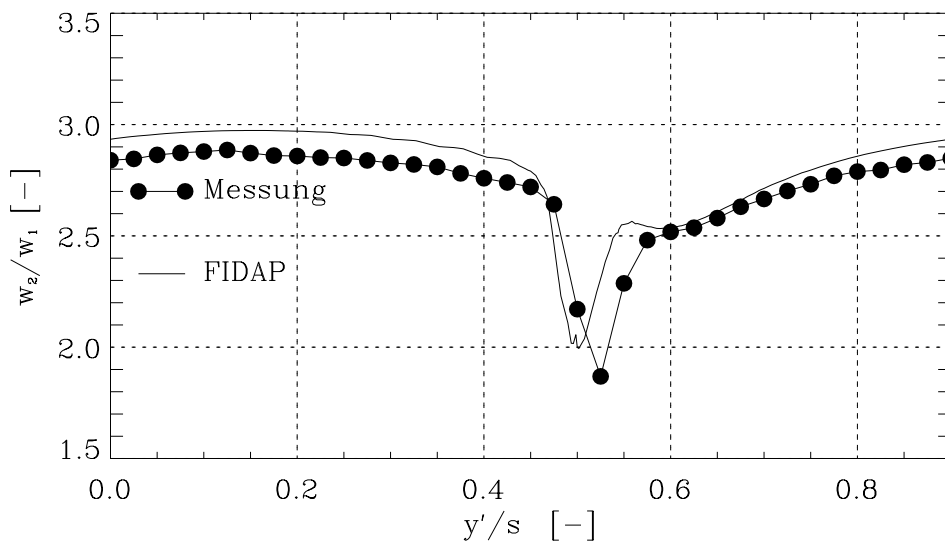
Tabelle 6.4: Gemittelte Strömungsgrößen der Abströmung für $t/s = 0.8$

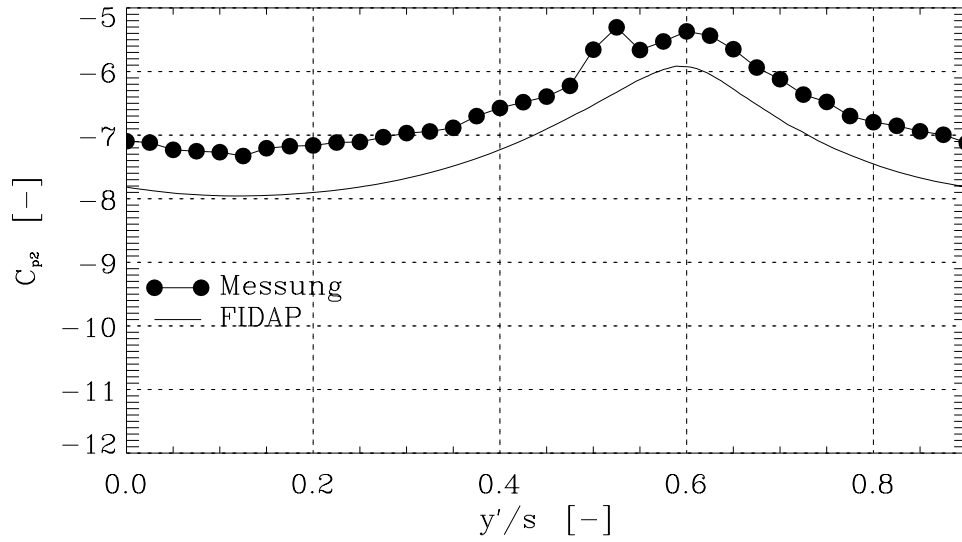
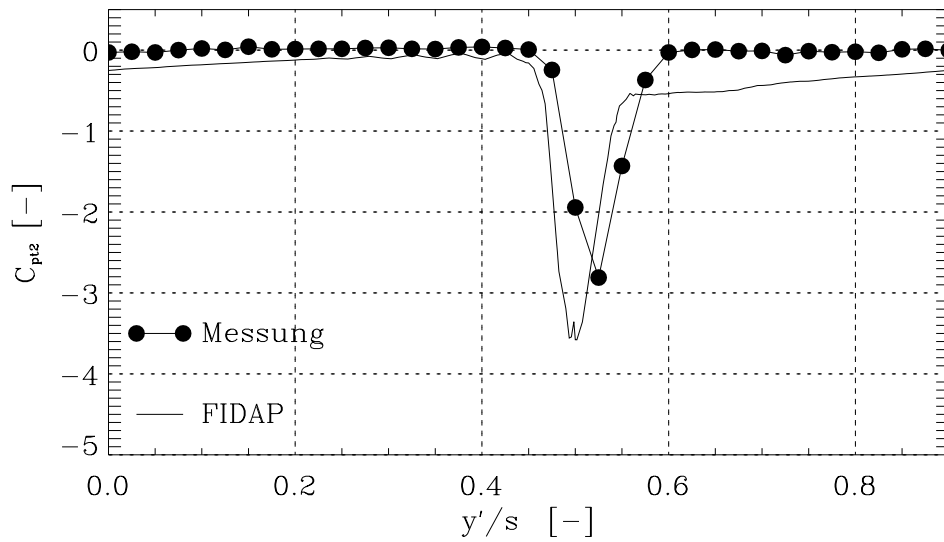
6.3.3 Teilung $t/s = 0.9$

$w_1[\frac{m}{s}]$	$t_1[^\circ C]$	$\rho_1[\frac{kg}{m^3}]$	$Re_1[-]$
22.24	12.5	1.237	147278

Tabelle 6.5: Eintrittsrandbedingungen für $t/s = 0.9$

Die Abb. 6.10, 6.11, 6.12 und 6.13 zeigen wiederum Abströmwinkel, Nachlaufdelle, statische Druckverteilung und Totaldruckverteilung.

Abbildung 6.10: Verlauf von β_2^+ Abbildung 6.11: Verlauf von $\frac{w_2}{w_1}$

Abbildung 6.12: Verlauf von C_{p2} Abbildung 6.13: Verlauf von C_{pt2}

Die gemittelten Größen sind in Tab. 6.6 zusammengefaßt.

	$\bar{\beta}_2^+ [^\circ]$	$\bar{C}_{p2} [-]$	$\bar{C}_{pt2} [-]$	$Ma_{2,max} [-]$
Messung	21.5	-6.63	-0.157	0.19
FIDAP	21.6	-7.29	-0.405	0.20
<i>Traupel</i>	22.6	-	-	0.20

Tabelle 6.6: Gemittelte Strömungsgrößen der Abströmung für $t/s = 0.9$

Abströmwinkel

Der Abströmwinkel β_2^+ folgt den Meßdaten sehr genau. Die Abweichung im Bereich der Nachlaufdelle ist als Meßfehler aufzufassen. Die im Versuch verwendete Dreilochmeßsonde für ebene Strömungen hat beiderseits der eigentlichen Meßbohrung zwei weitere um 60° abgeschrägte Zusatzbohrungen. In einer über dem Querschnitt konstant verlaufenden Strömungsgeschwindigkeit kann die Sonde durch Anzeige der Drücke der Zusatzbohrungen exakt in Strömungsrichtung ausgerichtet werden. Die Nachlaufdelle birgt den Nachteil, daß Geschwindigkeitsgradienten auftreten. Eine Ausrichtung ist damit nicht mehr möglich. Die Sonde täuscht die Lage in Strömungsrichtung vor, zeigt jedoch in Wirklichkeit in eine andere Richtung. Die Abbildungen der Abströmwinkel liefern den falschen Eindruck eines sprunghaften Überganges von der Druckseite auf die Saugseite, wie in Kapitel 5.3.1 angedeutet wurde. Dieser Effekt ist erst bei hohen Abströmgeschwindigkeiten bemerkbar (siehe Abb. 5.15). In den Abbildungen ist bei ansteigendem Teilungsverhältnis t/s ein ansteigen von β_2^+ sichtbar. Einerseits folgt dies aus der Sinusregel und andererseits erfährt das Gas bei höheren t/s eine immer schlechter werdende Führung. Im Gitter mit dem Verhältnis $t/s = 0.9$ liegt die Hinterkante bereits höher als die Druckseite der nächsten Schaufel. Die Kanalführung kann als „offen“ bezeichnet werden. Die Strömung folgt der Saugseite hinter dem engsten Querschnitt nur mehr schwach. Damit erhöht sich auch β_2^+ merklich. Die gemittelten Werte $\bar{\beta}_2^+$ zeigen gute Übereinstimmung zwischen FIDAP-Rechnung und Messung.

Nachlaufdelle

Eine Nachlaufdelle entsteht nicht nur bei endlich dicken Hinterkanten sondern es ist auch der Einfluß der Druck- und Saugseite ausschlaggebend. An beiden Seiten entstehen durch unterschiedliche Drücke und Geschwindigkeiten auch verschieden ausgebildete Grenzschichten. Das Aneinandertreffen beider Grenzschichten bildet eine Verwirbelung und in Folge eine Geschwindigkeitsverminderung. Die Hinterkante der Schaufel hat, obwohl klein ausgebildet, einen deutlichen Geschwindigkeitsabfall entstehen lassen. Mit steigendem Teilungsverhältnis ist wiederum die schlechte Kanalführung bemerkbar. Das Geschwindigkeitsverhältnis nimmt ab, da das Gas durch die Weite des Kanals nicht mehr so hoch beschleunigt wird. Die Geschwindigkeit im reibungsfreien Strömungsfeld bleibt annähernd konstant. An der Saugseite benötigt die Strömung einen größeren Bereich sich an die Hauptströmung anzugleichen als an der Druckseite.

Statische Druckverteilung

Die statische Druckverteilung liegt in allen drei Diagrammen um einen konstanten Betrag unterhalb der gemessenen Daten. Eine Auswirkung auf diesen Verlauf hat die Vorgabe des Austrittsdruckes p_{exit} . p_{exit} ist mit einem bar niedriger als der tatsächliche Druck am Austritt des Rechengebietes. Das Programm FIDAP errechnet mit dieser Vorgabe stromaufwärts die Druckverteilung. Um den gegebenen Massenstrom konstant zu halten, muß sich auf Grund des niedrigeren Austrittsdruckes ein höherer Eintrittsdruck einstellen. Die vergrößerte Druckdifferenz läßt somit den errechneten Druckverlauf unter die gemessenen Werte fallen. Dieser Effekt verkleinert sich bei steigendem t/s , da sich auch hier die Aufweitung des Kanals bemerkbar macht. Die Ungleichmäßigkeit im Bereich der Hinterkante, im gemessenen Verlauf, ist ebenfalls auf Meßfehler zurückzuführen.

Totaldruckverteilung

Die Totaldruckverteilung dient hier als Maß für die Größe der Profilverluste. Der Bereich der reibungsfreien Strömung ist durch $C_{p12} \approx 0$ gekennzeichnet. Die Annahme der reibungsfreien Strömung stimmt nicht ganz. In Gebieten von starken turbulenten Oszillationen wird durch die Vorgabe einer Zähigkeit im Eingabefile eine Reibung berechnet. In der Nachlaufdelle sind ebenfalls zu hohe Verluste in der numerischen Berechnung kalkuliert worden. Der Grund liegt

im verwendeten „Streamline Upwinding (STU)“ von FIDAP. Die Einbringung von künstlicher Diffusion durch STU hat den Einfluß von überdiffusen Lösungen in Gebieten kleiner Reynoldszahlen. Die zu hoch berechneten Verluste müssen in Kauf genommen werden, da bei herabsetzen der STU-Faktoren keine konvergierende Lösung erreicht wird. Ein weiterer Punkt liegt in der Simulation der Grenzschicht. An einem angeströmten Körper entwickelt sich die Grenzschicht vom Staupunkt zuerst laminar. Nach einer bestimmten Länge hinter dem Staupunkt schlägt sie um in eine turbulente Grenzschicht. Das $k - \epsilon$ Turbulenzmodell hat nicht die Möglichkeit diesen Umschlagpunkt zu berechnen, sondern gibt vom Staupunkt bis zur Hinterkante eine turbulente Grenzschicht vor. Es wird ein zu hoher Wandreibungseffekt eingebracht. Es liegen deshalb die gemittelten numerischen Ergebnisse um bis zu 300% gegenüber den gemessenen Werten zu hoch.

6.4 Variabler Anströmwinkel

Die Veränderung des Anströmwinkels β_1 hat für die Auffindung eines optimalen Betriebspunktes große Bedeutung. In den folgenden Abschnitten sind die Abströmwinkel, die Profildruckverteilungen und die Totaldruckkoeffizienten bei veränderlichem Zuströmwinkel β_1 dargestellt. Das Verhältnis von Teilung zu Sehnenlänge ist konstant mit $t/s = 0.7$.

6.4.1 Abströmwinkel

Der Einfluß des Anströmwinkels β_1 auf den Abströmwinkel $\bar{\beta}_2^+$ ist in Tab. 6.7 eingetragen.

$\beta_1 [^\circ]$	60	70	80	90	100	110	120
$\bar{\beta}_2^+ [^\circ]$	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5

Tabelle 6.7: Verlauf des Abströmwinkels über dem Anströmwinkel

Das Ergebnis, daß $\bar{\beta}_2^+$ konstant bleibt, bestätigt die Berechnung des Abströmwinkels nach Traupel, in der nur Austrittsgrößen entscheidend sind. Nach genauerer Betrachtung bleibt nicht nur der gemittelte Abströmwinkel konstant, auch der Verlauf über der Teilung erfährt keine Änderung.

6.4.2 Profildruckverteilung

In den Abb. 6.14 und 6.15 sind die Verteilungen des statischen Druckkoeffizienten C_p nach Glg. 6.4 an Druck- und Saugseite des Profils dargestellt. Die Diagramme gelten für ein Verhältnis Teilung zu Sehnenlänge $t/s = 0.7$. Der Auslegungsanströmwinkel des Gitters beträgt $\beta_1 = 90^\circ$. Bei Anströmwinkeln $\beta_1 < 90^\circ$ spricht man vom Bauchstoß, bei $\beta_1 > 90^\circ$ entsprechend vom Rückenstoß. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit sind die Profildruckverteilungen für Bauch- und Rückenstoß auf zwei Diagramme aufgeteilt.

Beim Auslegungsanströmwinkel $\beta_1 = 90^\circ$ liegt der Staupunkt praktisch an der Schaufelvorderkante. Unmittelbar anschließend sind die Druckverteilungen an Druck- und Saugseite gleich. Auf die Analogie zur Zylinderumströmung wurde bereits eingegangen.

Auf der Druckseite fällt anschließend der statische Druckkoeffizient kontinuierlich auf den Wert am Gitteraustritt ab. An der Druckseite erfolgt daher eine gleichmäßige Beschleunigung der Strömung.

Auf der Profilsaugseite fällt der statische Druckkoeffizient auf einen Minimalwert ab. Das Druckminima liegt etwa an der Stelle der stärksten Krümmung der saugseitigen Kontur. Anschließend erfolgt ein rascher Druckanstieg, bis zum Erreichen des engsten Querschnittes. Danach bleibt die Profildruckverteilung näherungsweise konstant und steigt schließlich auf den Wert am Gitteraustritt an. Der Druckanstieg im Bereich des Schrägabschnittes ist auf die Krümmung des Schaufelrückens zurückzuführen. Sowohl an der Druck-, als auch an der Saugseite sind einige Unstetigkeiten in der Profildruckverteilung ersichtlich. Diese Unstetigkeiten werden durch sprunghafte Änderung der Krümmungsradien verursacht, da das Profil aus mehreren Kreisbögen zusammengesetzt ist.

Bezüglich des Einflusses der Anströmrichtung auf die Profildruckverteilung können zwei Gebiete unterschieden werden. Etwa von der halben Kanalänge bis zur Austrittsebene reagiert die Profildruckverteilung gleich auf Bauch- und Rückenstoß. Entscheidend ist nur der Absolutbetrag der Abweichung zwischen Anströmwinkel β_1 und dem Auslegungswert von 90° . Im vorderen Teil des Kanals ist ein deutlicher Unterschied zwischen Bauch- und Rückenstoß bemerkbar. Bei Verkleinerung von β_1 (Bauchstoß) wandert der Staupunkt, gekennzeichnet durch $C_p = 1$, auf die Druckseite. Bei Vergrößerung von β_1 (Rückenstoß) wandert der Staupunkt entsprechend auf die Saugseite. An der Druckseite bildet sich weiters ein lokales Unterdruckgebiet aus. Der anschließende Druckanstieg ist seitens der Druckseitengrenzschicht als ungünstig zu werten. Überhaupt sind vom Standpunkt der Belastung der Profilhrenzschichten sowohl die Unstetigkeiten in der Profildruckverteilung als auch die saugseitige Verzögerung nach dem Druckminimum ungünstig.

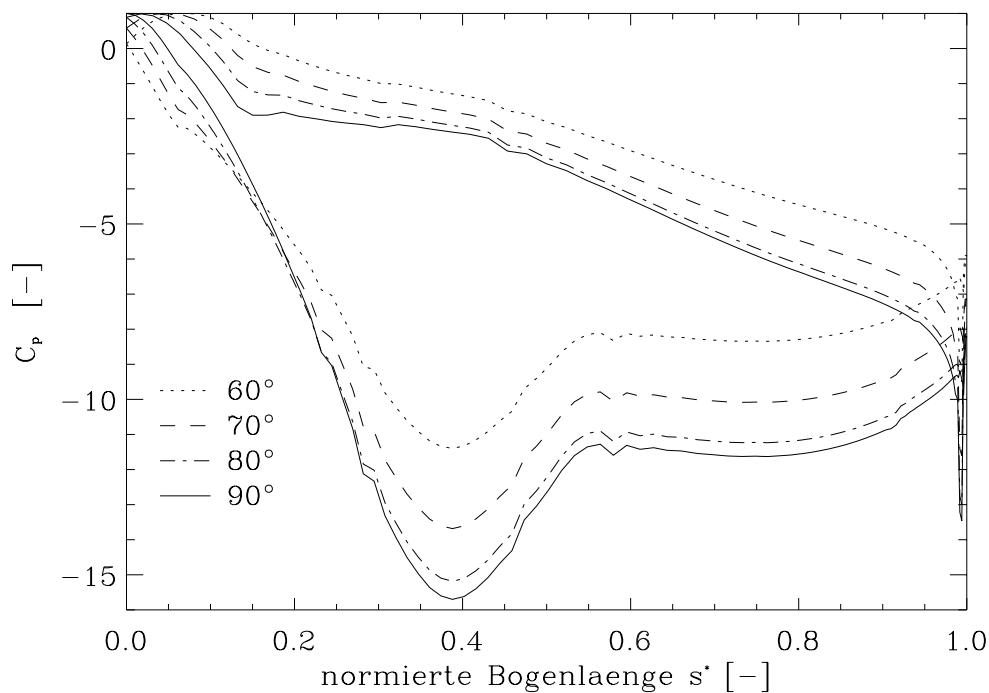
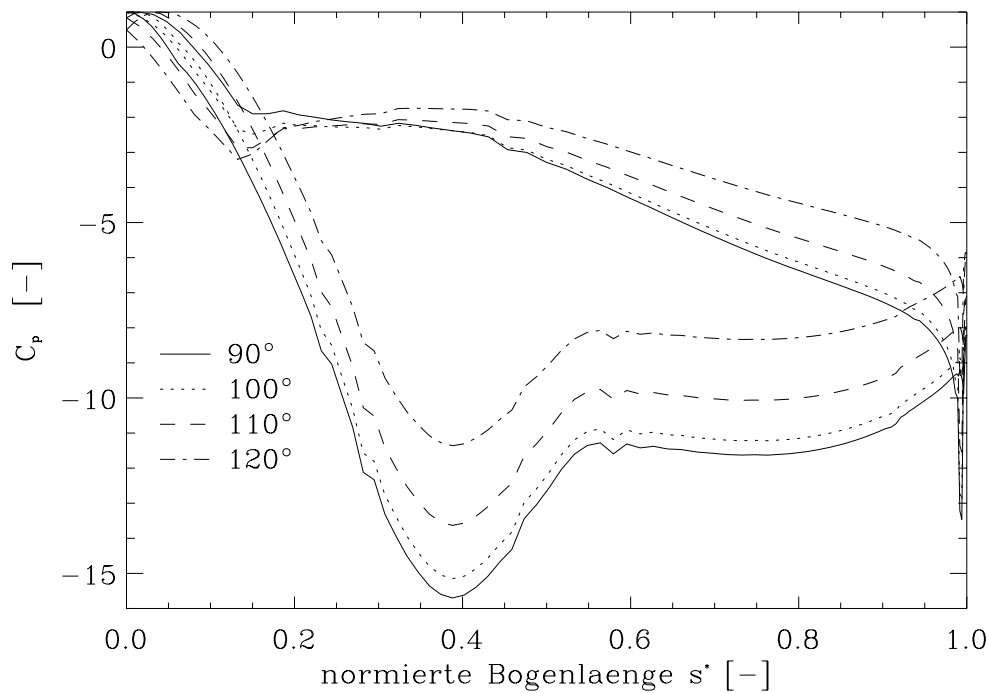


Abbildung 6.14: Profildruckverteilungen bei $\beta_1 \leq 90^\circ$

Abbildung 6.15: Profildruckverteilungen bei $\beta_1 \geq 90^\circ$

6.4.3 Verluste

Abb. 6.16 zeigt den Verlauf des gemittelten Totaldruckkoeffizienten \bar{C}_{pt2} in Abhängigkeit des Anströmwinkels β_1 . Der Auslegungsanströmwinkel des Turbinengitters beträgt 90° . Auf Grund der relativ dicken Vorderkante ist damit zu rechnen, daß der Anströmwinkel einen geringen Einfluß auf den Totaldruckkoeffizienten hat. Auf alle Fälle müssen die Profilverluste bei Abweichungen vom Auslegungsanströmwinkel ansteigen. Das Profil reagiert dabei üblicherweise empfindlicher auf den Bauchstoß, als auf den Rückenstoß. Der Verlauf des Totaldruckkoeffizienten in Abb. 6.16 folgt nicht diesen Erwartungen. Es tritt im Gegenteil eine Absenkung der Profilverluste bei Abweichungen vom Auslegungsanströmwinkel auf. Es wird angenommen, daß die fehlende Modellierung des laminar/turbulent Umschlages der Profilhrenzschichten dafür hauptsächlich verantwortlich ist. Eine weitere Ursache dürfte in der Gültigkeit der Wandfunktionen liegen. Scheinbar sind die Wandfunktionen zur Berechnung der Grenzschicht bei stark beschleunigter Strömung nicht geeignet. Bei weiteren Berechnungen kann ein Low-Reynoldsnumber-Turbulenzmodell, welches ohne Wandfunktionen auskommt, zu Vergleichszwecken eingesetzt werden.

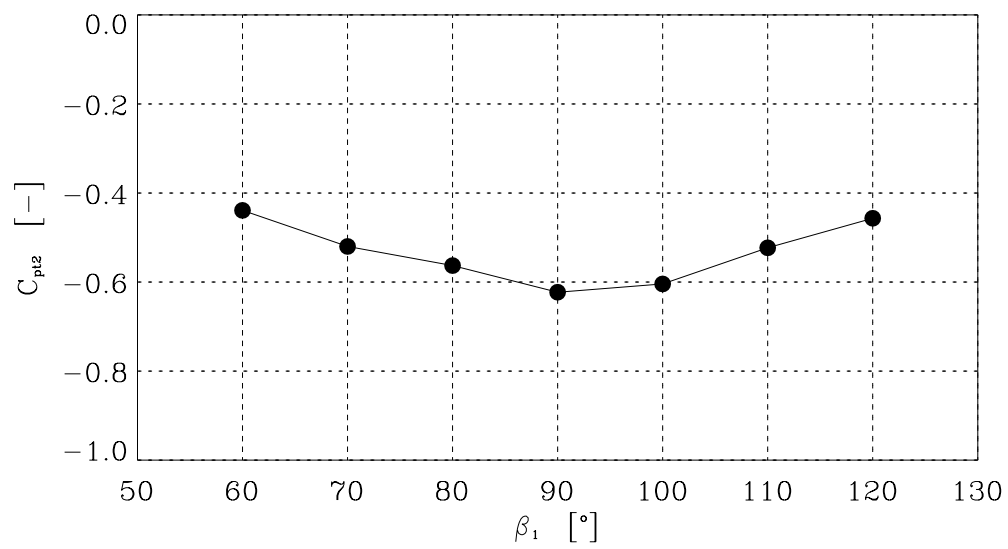


Abbildung 6.16: Verlauf von \bar{C}_{p12} bei veränderlichem β_1

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Die Diplomarbeit entstand aus der Idee, ein bereits in Versuchen gemessenes Profil soweit zu modellieren, daß eine gleichwertige numerische Berechnung entsteht. Das benützte CFD-Program FIDAP bot die Möglichkeit, mit der Finite-Elemente Methode, das Strömungsverhalten zu simulieren. Das erste Ziel war, die Strömung richtig zu charakterisieren. Die hohen Reynoldszahlen aus der Windkanalmessung ließen eine Berechnung mit dem Standard $k - \epsilon$ Turbulenzmodell zu. Die wichtigsten Kenngrößen die aus den Versuchen gegeben waren, Abströmwinkel, Nachlaufdele, statische Druckverteilung und Totaldruckverteilung, mußten mit eigens definierten User Defined Files an der Auswerteebene herausgelesen werden. Das Programmpaket IDL konnte neben dem Auswerten von gemittelten Größen auch das Erstellen der Diagramme in denen numerische und experimentelle Daten zum Vergleich angeführt sind, durchführen. Die Beschauelung hatte bei den Eintrittsrandbedingungen eine maximale Machzahl von $Ma_2 \approx 0.2$ erreicht. Diese Machzahl lag damit im Übergangsbereich inkompressibel-kompressibel. Im zweiten Teil der Arbeit war das Verhalten des Gitters nahe $Ma = 1$ gefragt. Der Rechenaufwand stieg um ein vielfaches, da auch die Energiegleichung mit Dichte und Temperatur als weitere Variablen gelöst werden muß. Um die Änderungen der Eigenschaften im hohen Unterschallgebiet nachzuvollziehen, ist die Anströmgeschwindigkeit sukzessive angehoben worden. Die Relaxationsfaktoren für k und ϵ waren bei Machzahlen um 0.8 bereits so hoch, daß die Konvergenzschranke nicht mehr erreicht wurde. Die Simulationen nahe der Schallgrenze reduzierten sich deshalb auf reibungsfreie Strömungen. Als Beweis für die Richtigkeit dienten die berechneten Abströmwinkel nach *Traupel* bzw. nach der Sinusregel.

Es war nicht nur eine Aufgabe die Meßdaten zu kontrollieren, auch die Treffsicherheit von FIDAP sollte nachgeprüft werden. Eine gute Übereinstimmung lieferten die Abströmwinkel. Auch der Nachweis der Konstanz von $\bar{\beta}_2^+$ über eine weite Variation des Anströmwinkels lieferte den aus der Analytik vorgegebenen Verlauf. Die statische Druckverteilung zeigte einen qualitativ guten Verlauf. Die Randbedingungen am Austritt des Rechengebietes und die durch Upwinding vorgetäuschte höhere Viskosität lassen den Verlauf unter die Meßkurve fallen. Im wesentlichen lagen nur die Verluste, welche aus dem Totaldruckverlauf berechnet werden, deutlich zu hoch. Hier ist der Einbezug von Upwinding und die als rein turbulent modellierte Grenzschicht als Ursache dieser Berechnung zu werten. Das Netz für transsonische Geschwindigkeiten mußte zum Auflösen der Gradienten (Druck, Geschwindigkeit) feiner generiert werden. Besonders die Verdichtung der Isobaren und Machlinien um den engsten Querschnitt hatten eine Aussagekraft über den Ort des entstehenden Druckstoßes. Weiters brachte das Ersetzen der dimensionsbehafteten Eingabe durch eine dimensionslose nicht nur schnellere Rechenzeiten pro Iterationsschritt, sondern half maßgeblich, die durch Kennzahlen gebildete Darstellung zu vereinfachen.

Ausblick

Aus den in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnissen ergeben sich Ansatzpunkte für weitere numerische und experimentelle Arbeiten auf dem Gebiet der Turbinengitterströmungen.

Die Verteilung des Abströmwinkels wurde durch die Rechnung gut wiedergegeben. Eine Ausnahme ist die Zone unmittelbar hinter der Schaufel. Die Ursache der Abweichung zwischen Rechnung und Experiment liegt im Meßfehler, der durch den Geschwindigkeitsgradienten entsteht. Eine Korrektur des Gradientenfehlers bei Drei- und Fünflochsondenmessungen ist daher bei zukünftigen Experimenten wünschenswert.

Bei der Berechnung der Gitterströmung im hohen Unterschallbereich wurden die Grenzen von FIDAP offensichtlich. Das Programm ist in der Lage, kompressible Strömungen bis maximal $Ma = 1$ zu berechnen. Seitens des Turbinenherstellers ist bekannt, daß das Verhalten der Beschaukelung im transsonischen Bereich ebenfalls von Interesse ist. Zur numerischen Untersuchung dieser Strömung kann z.Bsp. das Finite-Volumen Programm CFX eingesetzt werden, da dieser Navier-Stokes Solver auch bei Machzahlen über eins anwendbar ist.

Die in dieser Diplomarbeit durchgeführten Untersuchungen beschränken sich auf die zweidimensionale Gitterströmung. Eine weitere Arbeit könnte daher die numerische Berechnung der räumlichen Strömung im Turbinengitter sein. Durch die relativ stark umlenkende Beschaukelung sind deutlich ausgeprägte Kanalwirbel zu erwarten. Weiters wird durch die stumpfe Schaufelvorderkante die Ausbildung des Hufeisenwirbels begünstigt. Die Interaktion der Wirbelsysteme und deren Auswirkung auf Abströmwinkel und Verluste ist für den Turbinenhersteller von besonderer Bedeutung, da die Schaufeln im HD-Teil der Dampfturbine kleine Längen aufweisen.

Die Profilgeometrie der Schaufel setzt sich im wesentlichen aus Kreisbögen zusammen. Die damit verbundenen Unstetigkeiten im Krümmungsverlauf wirken sich über die Profildruckverteilung ungünstig auf die Grenzschichtentwicklung aus. Für eine Verbesserung der Profilform sind die Methoden der sogenannten inversen Schaufelauslegung von Bedeutung. Dabei wird aus einer vorgegebenen Profildruckverteilung die Schaufelgeometrie berechnet.

Anhang A

FIDAP-Eingabefile für reibungsbelaftete Strömung

```
TITLE
TURBINENGITTER
//
//SEHNENLAENGE
    $S=1
//
//TEILUNGSVERHAELTNIS
    $T=0.7
//ZUSTROEMGESCHWINDIGKEIT
    $w1=0.05944
//ZUSTROEMWINKEL
    $beta=90
//
FI-GEN ( ELEMENT=1, POINT=1, CURVE=1, SURFACE=1, NODE=0, MEDGE=1,
MLOOP=1, MFACE=1, BEDGE=1, SPAVE=1, MSHELL=1, MSOLID=1 )
//
UTILITY( TOLERANCE = 0.00001)
WINDOW( CHANGE=1, MATRIX )
    1.000000    0.000000    0.000000    0.000000
    0.000000    1.000000    0.000000    0.000000
    0.000000    0.000000    1.000000    0.000000
    0.000000    0.000000    0.000000    1.000000
    -0.579270    1.309690    -0.033730    1.382990    -1.416720    1.416720
    45.000000    45.000000    45.000000    45.000000
//
//Erstellung der SAUGSEITE
//
POINT( ADD, COOR, X = 0.00000, Y = $T )
//
//Hier folgen die weiteren Profilpunkte
//
POINT( SELECT, ID )
    1
    2
```

```
3
4
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
4
5
6
7
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
7
8
9
10
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
10
11
12
13
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
13
14
15
16
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
16
17
18
19
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
19
20
21
22
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
22
23
24
25
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
25
26
27
28
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
```

```
POINT( SELECT, ID )
28
29
30
31
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL )
POINT( SELECT, ID )
31
32
33
34
CURVE ( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL )
POINT( SELECT, ID )
34
35
36
37
CURVE ( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL )
//
CURVE( SELECT, ID)
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
CURVE( JOIN, Label="SAUGSEITE")
//
//DRUCKSEITE
//
POINT( ADD, COOR, X = ..., Y = ... )
//
//Auch hier folgen die weiteren Profilpunkte
//
POINT( SELECT, ID )
38
39
40
41
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL )
POINT( SELECT, ID )
41
42
43
44
```

```
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
44
45
46
47
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
47
48
49
50
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
50
51
52
53
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
53
54
55
56
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
56
57
58
59
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
59
60
61
62
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
62
63
64
65
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
65
66
67
68
CURVE( ADD, NOSHOWLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
68
```

```

69
70
71
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
POINT( SELECT, ID )
71
72
73
74
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 3, NOCONTROL)
//
CURVE( SELECT, ID)
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
CURVE( JOIN, LABEL="DRUCKSEITE" )
//
UTILITY(HIGHLIGHT=3)
//
//ERSTELLUNG DER GITTEPUNKTE
//
WINDOW( CHANGE=1, MATRIX )
1.000000    0.000000    0.000000    0.000000
0.000000    1.000000    0.000000    0.000000
0.000000    0.000000    1.000000    0.000000
0.000000    0.000000    0.000000    1.000000
-1.417240    1.787290   -0.057220    2.346180   -2.403400    2.403400
//
//
$BETA1=20
$EX=0.72803
$EY=0.64926
$X1=0.2*$S
$PI=3.1415
$C=$PI*$T/80
//
POINT( ADD, NOSHOWN, LABEL="1", COOR, X = -$S,
                                           Y = 0.0 )
POINT( ADD, NOSHOWN, LABEL="2", COOR, X = -$S,
                                           Y = $T )
POINT( ADD, NOSHOWN, LABEL="3", COOR, X = ($EX+($S*SIN($BETA1))),
                                           Y = ($EY+($S*COS($BETA1))) )

```



```

POINT( ADD, NOSHOWN, LABEL="4", COOR, X = ($EX+($S*SIN($BETA1))),
      Y = ($EY+$T+($S*COS($BETA1))) )
POINT( ADD, NOSHOWN, LABEL="5", COOR, X = -$X1,
      Y = 0.0 )
POINT( ADD, NOSHOWN, LABEL="6", COOR, X = -$X1,
      Y = $T )
POINT( ADD, NOSHOWN, LABEL="7", COOR, X = (-$X1-$C),
      Y = ($T*0.4) )

//
POINT( SELECT, LABEL="1" )
POINT( SELECT, LABEL="2" )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="INLET" )
//
POINT( SELECT, LABEL="3" )
POINT( SELECT, LABEL="4" )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="OUTLET" )
//
POINT( SELECT, LABEL="2" )
POINT( SELECT, LABEL="6" )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="UPPERINLET1" )
//
POINT( SELECT, LABEL="1" )
POINT( SELECT, LABEL="5" )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="LOWERINLET1" )
//
POINT( SELECT, ID=37 )
POINT( SELECT, LABEL="4" )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="UPPEROUTLET" )
//
POINT( SELECT, ID=38 )
POINT( SELECT, LABEL="3" )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="LOWEROUTLET" )
//
POINT( SELECT, LABEL="6" )
POINT( SELECT, ID=1 )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="UPPERINLET2" )
//
POINT( SELECT, LABEL="5" )
POINT( SELECT, ID=74 )
CURVE( ADD, LINE, NOSHOWNLABEL, LABEL="LOWERINLET2" )
//
POINT( SELECT, LABEL="6" )
POINT( SELECT, LABEL="7" )
POINT( SELECT, LABEL="5" )
CURVE( ADD, NOSHOWNLABEL, ORDER = 2, NOCONTROL, LABEL="INLETCHANNEL")
//
//
//ERZEUGEN DER MESHEDGES
//
//
CURVE( SELECT, ID )

```

```

13
MEDGE( ADD, SUCC, INTE=204, RATIO=1.005, 2RATIO=1.0285, PCENTR=0.66 )
//
CURVE( SELECT, ID )
26
MEDGE( ADD, SUCC, INTE=136, RATIO=1.008, 2RATIO=1.04, PCENTR=0.7 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLET" )
MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=28, RATIO=1 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLETCHANNEL" )
MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=28, RATIO=1.04, 2RATIO=1.04, PCENTR=0.55 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET1" )
MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=20, RATIO=0.99, 2RATIO=1.05, PCENTR=0.62 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET1" )
MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=20, RATIO=0.99, 2RATIO=1.05, PCENTR=0.62 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET2" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=24, RATIO=0.97, 2RATIO=1.015, PCENTR=0.68 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET2" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=24, RATIO=0.97, 2RATIO=1.015, PCENTR=0.68)
//
CURVE( SELECT, LABEL="OUTLET" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=36, RATIO=0.99 , 2RATIO=0.97, PCENTR=0.45 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="UPPEROUTLET" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=124, RATIO=1.026 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="LOWEROUTLET" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=124, RATIO=1.026 )
//
//ERZEUGUNG DER MESHLOOPS
//
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLET" )
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET1" )
CURVE( SELECT, LABEL="INLETCHANNEL" )
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET1" )
MLOOP( ADD, LABEL="EIN", MAP)
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLETCHANNEL" )
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET2" )
CURVE( SELECT, ID=13 )
CURVE( SELECT, LABEL="UPPEROUTLET" )
CURVE( SELECT, LABEL="OUTLET" )
CURVE( SELECT, LABEL="LOWEROUTLET" )
CURVE( SELECT, ID=26 )
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET2" )

```

```

MLOOP( ADD, LABEL="KANAL", PAVE )
//
//
//ERZEUGUNG DES MESHFACES
//
POINT( ADD, COOR, LABEL="H1", X = -1.5, Y = 2.5 )
POINT( ADD, COOR, LABEL="H2", X = 1.5, Y = 2.5 )
POINT( ADD, COOR, LABEL="H3", X = 1.5, Y = -0.5 )
POINT( ADD, COOR, LABEL="H4", X = -1.5, Y = -0.5 )
//
POINT( SELECT, LABEL="H1")
POINT( SELECT, LABEL="H2")
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE1" )
//
POINT( SELECT, LABEL="H2")
POINT( SELECT, LABEL="H3")
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE2" )
//
POINT( SELECT, LABEL="H3")
POINT( SELECT, LABEL="H4")
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE3" )
//
POINT( SELECT, LABEL="H4")
POINT( SELECT, LABEL="H1")
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE4" )
//
CURVE( SELE, LABEL="HILFE1" )
CURVE( SELE, LABEL="HILFE2" )
CURVE( SELE, LABEL="HILFE3" )
CURVE( SELE, LABEL="HILFE4" )
//
SURFACE( ADD, WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1 )
//
SURFACE( SELECT, ID=1 )
MLOOP( SELECT, LABEL="EIN" )
MFACE( ADD, MAP, LABEL="EINFACE")
//
SURFACE( SELECT, ID=1 )
MLOOP( SELECT, LABEL="KANAL" )
MFACE( ADD, PAVE, BASE=0.02, LABEL="KANALFACE", USESPAVE )
//
//
//ERZEUGUNG DER BOUNDARY EDGES
//
MFACE( SELECT, LABEL="KANALFACE" )
CURVE( SELECT, ID=13 )
BEDGE( ADD, SIDENODES, LAYERS=3 )
//
MFACE( SELECT, LABEL="KANALFACE" )
CURVE( SELECT, ID=26 )
BEDGE( ADD, SIDENODES, LAYERS=3 )

```

```
//  
//  
//NETZERSTELLUNG  
//  
MFACE( SELECT, LABEL="EINFACE" )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, NODES=9 )  
MFACE( MESH, MAP, ENTITY="EINKANAL" )  
//  
MFACE( SELECT, LABEL="KANALFACE" )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, NODES=9 )  
MFACE( MESH, PAVE, ENTITY="FLUIDKANAL" )  
//  
//  
//ERSTELLUNG DER RANDELEMENTE  
//  
//  
MEDGE( SELECT, ID=1 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="SAUGSEITE")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=2 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="DRUCKSEITE")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=3 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINTRITT")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=5 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDOBEN1")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=6 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDUNTEN1")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=7 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDOBEN2")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=8 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDUNTEN2")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=9 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="AUSTRITT")  
//  
MEDGE( SELECT, ID=10 )  
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )  
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="AUSRANDOBEN")
```

```
//
MEDGE( SELECT, ID=11)
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="AUSRANDUNTEN")
//
//
//
END( )
//////////
FIPREP
///
//KINET. TURBULENZENERGIE
      $k=1.0e-8
//
//TURBULENTE DISSIPATION
      $eps=3.0e-8
//
$w1x=$w1*sin($beta)
$w1y=$w1*cos($beta)
$t=1.7857
//
ENTITY(FLUID,NAME="FLUIDKANAL",REVERSIBLE=0.4)
ENTITY(FLUID,NAME="EINKANAL",REVERSIBLE=0.4)
ENTITY(PLOT,NAME="EINTRITT")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDUNTEN1")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDOBEN1")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDUNTEN2")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDOBEN2")
ENTITY(PLOT,NAME="AUSRANDUNTEN")
ENTITY(PLOT,NAME="AUSRANDOBEN")
ENTITY(WALL,NAME="DRUCKSEITE")
ENTITY(WALL,NAME="SAUGSEITE")
ENTITY(PLOT,NAME="AUSTRITT")
/
BCNODE(UX, CONSTANT=$w1x, ENTITY="EINTRITT")
BCNODE(UY, CONSTANT=$w1y, ENTITY="EINTRITT")
BCNODE(VELOCITY, CONSTANT=0.0, ENTITY="SAUGSEITE")
BCNODE(VELOCITY, CONSTANT=0.0, ENTITY="DRUCKSEITE")
BCNODE(KINETIC, CONSTANT=$k, ENTITY="EINTRITT")
BCNODE(DISSIPATION, CONSTANT=$eps, ENTITY="EINTRITT")
BCNODE(TEMPERATURE, CONSTANT=$t, ENTITY="EINTRITT")
BCPERIODIC( ALL, ENTITY, INCLUSIVE, REFERENCE="EINRANDUNTEN1",
  PERIODIC="EINRANDOBEN1", r1node=343, r2node=420, p1node=344, p2node=401)
BCPERIODIC( ALL, ENTITY, INCLUSIVE, REFERENCE="EINRANDUNTEN2",
  PERIODIC="EINRANDOBEN2", r1node=373, r2node=462, p1node=372, p2node=439)
BCPERIODIC( ALL, ENTITY, INCLUSIVE, REFERENCE="AUSRANDUNTEN",
  PERIODIC="AUSRANDOBEN", r1node=207, r2node=645, p1node=2, p2node=522)
/
PROBLEM(2-D,STEADY,NONLINEAR,TURBULENT,COMPRESSIBLE,ENERGY)
/
COMPRESSIBLE(PRESS=1.0, GASCONST=0.4, DELAY=15)
```

```

/
PRESSURE(mixed=1.0E-9,CONTINUOUS)
/
EXECUTION(NEWJOB)
/
ICNODE(KINETIC,CONSTANT=$k,all)
ICNODE(DISSIPATION,CONSTANT=$eps,all)
ICNODE(UX, CONSTANT=$w1x, all)
ICNODE(UY, CONSTANT=$w1y, all)
ICNODE(TEMPERATURE, CONSTANT=$t, all)
/
TURBCONSTANTS(STAND)
/
VISCOSITY(K.E.,CONSTANT=6.18e-7,CLIP=1.0E6,BULK=0.6)
/
SOLUTION(segr=1500,velc=0.0001,schange=0.0,cr=10000,cgs=10000,
ncgc=1e-6,scgc=1e-6,precon=21)
/
DENSITY(IDEAL,GASCONST=0.4)
/
MOLECULARWEIGHTS(CONSTANT,CARRIER=1)
/
SPECIFICHEAT(CONSTANT=1.4)
/
CONDUCTIVITY(CONST=1.2186e-6)
/
OPTIONS(75defaults)
/
OPTIONS(DISSIPATION=1,UPWINDING)
/
RELAXATION
0.3  0.3  0  0.9  0.3  0  0.6  0.4
/
POSTPROCESS(ALL,RESIDUAL)
/
RENUMBER(profile)
/
END
//
CREATE(FISOLV)

```

Anhang B

FIDAP-Eingabefile für reibungslose Strömung

```
TITLE
TURBINENGITTER
//
//SEHNENLAENGE
    $S=1
//
//TEILUNGSVERHAELTNIS
    $T=0.7
//
//
FI-GEN
//
//Der hier folgende Teil von FI-GEN bleibt gleich
//und ist in Anhang A ersichtlich
//
//ERZEUGEN DER MESHEDGES
//
//
CURVE( SELECT, ID )
    13
MEDGE( ADD, SUCC, INTE=204, RATIO=1.005, 2RATIO=1.0285, PCENTR=0.66 )
//
CURVE( SELECT, ID )
    26
MEDGE( ADD, SUCC, INTE=136, RATIO=1.008, 2RATIO=1.04, PCENTR=0.7 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLET" )
MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=28, RATIO=1 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLETCHANNEL" )
MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=28, RATIO=1.04, 2RATIO=1.04, PCENTR=0.55 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET1" )
```

```

MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=20, RATIO=0.99, 2RATIO=1.05, PCENTR=0.62 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET1" )
MEDGE( ADD, MAP, NOSH, SUCC, INTE=20, RATIO=0.99, 2RATIO=1.05, PCENTR=0.62 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET2" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=24, RATIO=0.97, 2RATIO=1.02, PCENTR=0.67 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET2" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=24, RATIO=0.97, 2RATIO=1.02, PCENTR=0.67 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="OUTLET" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=36, RATIO=0.99 , 2RATIO=0.97, PCENTR=0.45 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="UPPEROUTLET" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=124, RATIO=1.026 )
//
CURVE( SELECT, LABEL="LOWEROUTLET" )
MEDGE( ADD, NOSH, SUCC, INTE=124, RATIO=1.026 )
//
//ERZEUGUNG DER MESHLOOPS
//
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLET" )
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET1" )
CURVE( SELECT, LABEL="INLETCHANNEL" )
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET1" )
MLOOP( ADD, LABEL="EIN", MAP)
//
CURVE( SELECT, LABEL="INLETCHANNEL" )
CURVE( SELECT, LABEL="UPPERINLET2" )
CURVE( SELECT, ID=13 )
CURVE( SELECT, LABEL="UPPEROUTLET" )
CURVE( SELECT, LABEL="OUTLET" )
CURVE( SELECT, LABEL="LOWEROUTLET" )
CURVE( SELECT, ID=26 )
CURVE( SELECT, LABEL="LOWERINLET2" )
MLOOP( ADD, LABEL="KANAL", PAVE )
//
//
//ERZEUGUNG DES MESHFACES
//
POINT( ADD, COOR, LABEL="H1", X = -1.5, Y = 2.5 )
POINT( ADD, COOR, LABEL="H2", X = 1.5, Y = 2.5 )
POINT( ADD, COOR, LABEL="H3", X = 1.5, Y = -0.5 )
POINT( ADD, COOR, LABEL="H4", X = -1.5, Y = -0.5 )
//
POINT( SELECT, LABEL="H1" )
POINT( SELECT, LABEL="H2" )
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE1" )
//

```



```

POINT( SELECT, LABEL="H2" )
POINT( SELECT, LABEL="H3" )
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE2" )
//
POINT( SELECT, LABEL="H3" )
POINT( SELECT, LABEL="H4" )
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE3" )
//
POINT( SELECT, LABEL="H4" )
POINT( SELECT, LABEL="H1" )
CURVE( ADD, LINE, LABEL="HILFE4" )
//
CURVE( SELE, LABEL="HILFE1" )
CURVE( SELE, LABEL="HILFE2" )
CURVE( SELE, LABEL="HILFE3" )
CURVE( SELE, LABEL="HILFE4" )
//
SURFACE( ADD, WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1 )
//
SURFACE( SELECT, ID=1 )
MLOOP( SELECT, LABEL="EIN" )
MFACE( ADD, MAP, LABEL="EINFACE" )
//
SURFACE( SELECT, ID=1 )
MLOOP( SELECT, LABEL="KANAL" )
MFACE( ADD, PAVE, BASE=0.02, LABEL="KANALFACE", USESPAVE )
//
//NETZERSTELLUNG
//
MFACE( SELECT, LABEL="EINFACE" )
ELEMENT( SETDEFAULTS, NODES=9 )
MFACE( MESH, MAP, ENTITY="EINKANAL" )
//
MFACE( SELECT, LABEL="KANALFACE" )
ELEMENT( SETDEFAULTS, NODES=9 )
MFACE( MESH, PAVE, ENTITY="FLUIDKANAL" )
//
//
//ERSTELLUNG DER RANDELEMENTE
//
//
MEDGE( SELECT, ID=1 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="SAUGSEITE" )
//
MEDGE( SELECT, ID=2 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="DRUCKSEITE" )
//
MEDGE( SELECT, ID=3 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )

```

```

MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINTRITT")
//
MEDGE( SELECT, ID=5 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDOBEN1")
//
MEDGE( SELECT, ID=6 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDUNTEN1")
//
MEDGE( SELECT, ID=7 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDOBEN2")
//
MEDGE( SELECT, ID=8 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="EINRANDUNTEN2")
//
MEDGE( SELECT, ID=9 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="AUSTRITT")
//
MEDGE( SELECT, ID=10 )
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="AUSRANOBEN")
//
MEDGE( SELECT, ID=11)
ELEMENT( SETDEFAULTS, EDGE, NODES=3 )
MEDGE( MESH, MAP, ENTITY="AUSRANDUNTEN")
//
END( )
//////////
FIPREP
//
$w1x=0.16915
$w1y=0.0
$t=1.7857
//
ENTITY(FLUID,NAME="FLUIDKANAL",REVERSIBLE=0.4)
ENTITY(FLUID,NAME="EINKANAL",REVERSIBLE=0.4)
ENTITY(PLOT,NAME="EINTRITT")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDUNTEN1")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDOBEN1")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDUNTEN2")
ENTITY(PLOT,NAME="EINRANDOBEN2")
ENTITY(PLOT,NAME="AUSRANDUNTEN")
ENTITY(PLOT,NAME="AUSRANOBEN")
ENTITY(SLIP,NAME="DRUCKSEITE")
ENTITY(SLIP,NAME="SAUGSEITE")
ENTITY(PLOT,NAME="AUSTRITT")
/

```

```

BCNODE(UX, CONSTANT=$w1x, ENTITY="EINTRITT")
BCNODE(UY, CONSTANT=$w1y, ENTITY="EINTRITT")
BCNODE(UN, ZERO, ENTITY="SAUGSEITE")
BCNODE(UN, ZERO, ENTITY="DRUCKSEITE")
BCNODE(TEMPERATURE, CONSTANT=$t, ENTITY="EINTRITT")
BCPERIODIC( ALL, ENTITY, INCL, REFE="EINRANDUNTEN1",
  PERI="EINRANDOBEN1", r1node=647, r2node=649, p1node=46981, p2node=46983)
BCPERIODIC( ALL, ENTITY, INCL, REFE="EINRANDUNTEN2",
  PERI="EINRANDOBEN2", r1node=648, r2node=680, p1node=46982, p2node=47014)
BCPERIODIC( ALL, ENTITY, INCL, REFE="AUSRANDUNTEN",
  PERI="AUSRANDOBEN", r1node=407, r2node=708, p1node=46338, p2node=47042)
/
PROBLEM(2-D,STEADY,NONL INEAR,COMPRESSIBLE,ENERGY)
/
COMPRESSIBLE(PRESS=1.0, GASCONST=0.4, DELAY=15)
/
PRESSURE(mixed=1.0E-9,CONTINUOUS)
/
EXECUTION(NEWJOB)
/
ICNODE(UX, CONSTANT=$w1x, all)
ICNODE(UY, CONSTANT=$w1y, all)
ICNODE(TEMPERATURE, CONSTANT=$t, all)
/
VISCOSITY(K.E.,CONSTANT=6.18e-7,CLIP=1.0E6,BULK=0.6)
/
SOLUTION(segr=1500,velc=0.001,schange=0.0,cr=10000,cgs=10000,
  ncgc=1e-6,scgc=1e-6,precon=21)
/
DENSITY(IDEAL,GASCONST=0.4)
/
MOLECULARWEIGHTS(CONSTANT,CARRIER=1)
/
SPECIFICHEAT(CONSTANT=1.4)
/
CONDUCTIVITY(CONST=1.2186e-6)
/
OPTIONS(DISSIPATION=1,UPWINDING)
/
RELAXATION
0.35  0.35  0.0  0.97  0.3
/
POSTPROCESS(ALL,RESIDUAL)
/
RENUMBER(profile)
/
END
//
CREATE(FISOLV)

```

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schaufelgitter	2
2.2	Geschwindigkeitsdreiecke	3
2.3	Profilform der Schaufel	3
2.4	Gekrümmte Kanalmittellinie	4
2.5	Gestreckte Kanalachse und engster Querschnitt a	4
2.6	Hinterkante des Turbinenprofils	5
3.1	Staupunktsstromlinie	6
3.2	Statischer Zustand und Totalzustand im h/s -Diagramm	7
3.3	Einfluß der Machzahl auf den dynamischen Druck	8
4.1	Erklärung der Mischungsweglänge l	15
4.2	Verteilung von u^+ über dem dimensionslosen Wandabstand y^+	16
4.3	stationäre turbulente Strömung	17
4.4	Turbulenzgrößen bei verschiedenen Anströmrichtungen	21
4.5	9-knotiges Viereckelement	24
4.6	Das Netz des reibungsbehafteten Strömungsfeldes	27
4.7	Das Netz des reibungsfreien Strömungsfeldes	28
4.8	Die boundary-edges um das Profil	29
4.9	Vergrößerung im Hinterkantenbereich	29
5.1	Geometrie der Nase	30
5.2	Zählrichtung von γ	31
5.3	Profildruckverteilung im Nasenbereich	32
5.4	Profildruckverteilung entlang des Profils	33
5.5	Staupunkt am Zylinder	33
5.6	Staupunkt am Profil	34
5.7	Kontrollvolumen ABCB'D bei Unterschallströmung	35
5.8	β_2^+ -Verlauf über der Teilung	36
5.9	β_2^+ -Verlauf über der Machzahl	37
5.10	Machzahl am Profil	38
5.11	Profildruckverteilung im schallnahen Gebiet	38
5.12	Machzahlverlauf im schallnahen Gebiet	39
5.13	Druckverlauf im schallnahen Gebiet	39
5.14	Dichteverlauf im schallnahen Gebiet	40
5.15	Abströmwinkel im schallnahen Gebiet	41
5.16	Kontrollvolumen für die Hinterkante	42
5.17	Druckverteilung an der Hinterkante	43
5.18	Geschwindigkeitsvektoren an der Hinterkante	43
6.1	Lage der Auswertungsebene am Austritt	44
6.2	Verlauf von β_2^+	46

6.3	Verlauf von $\frac{w_2}{w_1}$	46
6.4	Verlauf von \bar{C}_{p2}	47
6.5	Verlauf von \bar{C}_{pt2}	48
6.6	Verlauf von β_2^+	49
6.7	Verlauf von $\frac{w_2}{w_1}$	49
6.8	Verlauf von \bar{C}_{p2}	50
6.9	Verlauf von \bar{C}_{pt2}	50
6.10	Verlauf von β_2^+	51
6.11	Verlauf von $\frac{w_2}{w_1}$	51
6.12	Verlauf von \bar{C}_{p2}	52
6.13	Verlauf von \bar{C}_{pt2}	52
6.14	Profildruckverteilungen bei $\beta_1 \leq 90^\circ$	55
6.15	Profildruckverteilungen bei $\beta_1 \geq 90^\circ$	56
6.16	Verlauf von \bar{C}_{pt2} bei veränderlichem β_1	57

Tabellenverzeichnis

2.1	Zusammenfassung der engsten Querschnitte a	5
4.1	Empirische Konstanten für das $k - \epsilon$ Modell	18
4.2	Startwerte der Turbulenzgrößen	21
4.3	Relaxationsfaktoren für beide Strömungsarten	25
4.4	Knoten- und Elementanzahl bei reibungsbehafteter Strömung	27
4.5	Knoten- und Elementanzahl bei reibungsloser Strömung	28
5.1	Abströmwinkel bei theoretischer und numerischer Berechnung	41
6.1	Eintrittsrandbedingungen für $t/s = 0.7$	45
6.2	Gemittelte Strömungsgrößen der Abströmung für $t/s = 0.7$	48
6.3	Eintrittsrandbedingungen für $t/s = 0.8$	48
6.4	Gemittelte Strömungsgrößen der Abströmung für $t/s = 0.8$	50
6.5	Eintrittsrandbedingungen für $t/s = 0.9$	51
6.6	Gemittelte Strömungsgrößen der Abströmung für $t/s = 0.9$	52
6.7	Verlauf des Abströmwinkels über dem Anströmwinkel	54