### DIPLOMARBEIT

# Numerische Untersuchungen zur Erweiterung des Arbeitsbereiches einer Vorleitreihe

ausgeführt am Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen an der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. H.HASELBACHER und Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. R.WILLINGER

> durch Leopold KORTISCH Unterolberndorf 83 A-2123 Kreuttal

Wien, 15. Februar 2001

# Vorwort

An dieser Stelle möchte ich dem Institutsvorstand Herrn o. Univ.-Prof. Dipl. Ing. Dr. techn. Hermann Haselbacher für die Möglichkeit zur Abfassung dieser Diplomarbeit am Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen danken.

Der Firma SCHEUCH GmbH in A-4910 Ried im Innkreis sei für die zur Verfügungstellung von spezifischen Unterlagen gedankt.

Ganz besonders bedanken möchte ich mich bei meinem Betreuer Herrn Univ.-Ass. Dipl.-Ing. Dr. techn. Reinhard Willinger, der trotz Vorbereitung zur Habilitation und vielen anderen Verpflichtungen jederzeit mit Rat und Tat meine Arbeit betreute und mit unzähligen fachlichen Diskussionen meine Kenntnisse prägte.

Mein Dank gilt auch den vielen anderen Mitarbeitern und Diplomanden des Institutes für das angenehme, stets freundschaftliche Arbeitsklima.

Ich widme diese Arbeit in dankbarer Erinnerung meinem Vater Josef Kortisch, welcher mein Studiumende leider nicht mehr erleben durfte.

# Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die numerische Berechnung der ebenen turbulenten Strömung in einer Vorleitreihe eines Radialgebläses.

Ein Produktionsunternehmen für Ventilatoren inspirierte mit seinen praktischen Erfahrungen mit Strömungsablösungen in der Vorleitreihe zu dieser Diplomarbeit. Im konkreten geht es um die Untersuchung einer Profilform, welche eine Vergrößerung des Arbeitsbereiches der Vorleitreihe eines Radialventilators zuläßt. D.h., daß bis zu einem möglichst großen Staffelungswinkel die Verluste in der Vorleitreihe nahezu konstant bleiben. Gleichzeitig soll bei Verstellung der Vorleitreihe eine kontinuierliche Strömungsumlenkung aus der Axialrichtung erfolgen. Es wird bei der Auswahl der Profilform größter Wert auf die Einfachheit der technischen Realisierbarkeit und der damit geringen Produktionskosten gelegt.

Nach einer kurzen Erläuterung der Abgrenzung des Ventilators zum Verdichter folgt eine vergleichende Darstellung der Radialventilatoren. Hierbei wird das Wesen der Vorleitregelung herausgearbeitet. Eine Literaturrecherche gibt den Stand der Technik dieser Regelungsart wieder und zeigt interessante Alternativen zur Vorleitreihe mit ebenen Schaufeln.

Durch die Beschreibung der Strömung wird auf die Problematik bei der turbulenten Strömung eingegangen. Die Modellierung der Grenzschicht und der Turbulenz bilden die Grundlage für das hier verwendete Standard  $k/\varepsilon$ -Turbulenzmodell nach *Launder* und *Spalding* [19]. Die bekannten Erhaltungsgleichungen der laminaren Strömung müssen dabei um die Bilanzgleichungen für die kinetische Turbulenzenergie k und die Dissipationsrate  $\varepsilon$  erweitert werden.

Die numerische Untersuchung wird mit dem CFD-(Computational Fluid Dynamic) Softwarepaket FIDAP durchgeführt, welches auf Basis der Finiten-Elemente die reynoldsgemittelten Navier-Sokes Gleichungen iterativ löst. Die Rand- und Anfangsbedingungen sowie das Konvergenzverhalten werden dabei näher dargestellt.

Als Berechnungsergebnisse werden lokale und aus diesen mit Hilfe des Programmpaketes IDL (Interactive Data Language) berechnete, gemittelte Strömungsgrößen angeführt. Die lokalen Strömungsgrößen sind die berechneten Größen in jedem Knotenpunkt des Berechnungsgebietes. Durch die so erhaltenene Profildruckverteilung ist die Lage des Staupunktes eindeutig zu lokalisieren. Die Stromlinien geben Aufschluß über den Strömungsgrößen werden in der Austrittsebene des Berechnungsgebietes gebildet und zeigen neben dem Abströmwinkel auch den Totaldruckkoeffizienten. Dieser stellt ein Maß für den Strömungsverlust in der Vorleitreihe dar und ist damit das aussagekräftigste Ergebnis. Es kommt dabei auch der beträchtliche, direkte Einfluß der numerischen Diffusion auf das Ergebnis des Rechenverfahrens zum Ausdruck. Der berechnete Abströmwinkel zeigt deutlich den Strömungsabriß in Abhängigkeit vom Staffelungswinkel. Durch die Darstellung der Ergebnisse ist eine Erweiterung des Arbeitsbereiches der Vorleitreihe eindeutig dokumentiert.

Schließlich werden die hier erlangten Ergebnisse kritisch diskutiert und die bewußten Einschränkungen der Berechnungen aufgezeigt.

# Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	1				
	1.1	Aufgabenstellung	1				
	1.2	Begriffsbestimmung					
	1.3	Ventilatorbauarten	2				
		1.3.1 Axialventilatoren	2				
		1.3.2 Diagonalventilatoren	3				
		1.3.3 Radialventilatoren	4				
<b>2</b>	Regelung des Radialventilators						
	2.1	Regelanforderungen der Anlage	7				
	2.2	$\lambda-arphi$ -Kennfeld des Radialventilators	8				
	2.3	Drosselregelung	14				
	2.4	Vorleitregelung	15				
	2.5	Weitere Regelungsverfahren					
	2.6	Vergleich der Regelungen hinsichtlich Leistungsaufnahme					
3	$\operatorname{Lit}\epsilon$	Literaturrecherche					
	3.1	Auswirkung der Vorleitregelung auf das Betriebsverhalten (Kennfeld)					
	3.2	Strömungsmessungen hinter einem Vorleitregler					
	3.3	Verbesserung der Vorleitregelung hinsichtlich Strömungsverluste und Be- triebsbereich					
4	$\mathbf{Bes}$	chreibung der Strömung	29				
	4.1	Das Wesen der Drallströmung	29				
		4.1.1 Totwasserzone	29				
		4.1.2 Wirbelbehaftete, reibungsfreie Drallströmung	31				
		4.1.3 Radiales Gleichgewicht	38				
		4.1.4 Rankine-Wirbel	39				
	4.2	Die turbulente Strömung	40				
		4.2.1 Kritische Reynoldszahl	42				

<b>5</b>	Rec	henmo	dell	45			
	5.1	Grund	gleichungen	45			
	5.2	Beschr	eibung des verwendeten Turbulenzmodells	47			
	5.3	Grenzs	schichtmodellierung	48			
6	Nui	Numerische Untersuchung					
	6.1	Finite-	Elemente Verfahren	51			
	6.2	Rand-	und Anfangsbedingungen	54			
	6.3	Konve	rgenzverhalten	57			
		6.3.1	Relaxation	57			
		6.3.2	Konvergenzschranke	57			
		6.3.3	Upwinding	58			
7	Unt	ersuch	te Profile	61			
	7.1	Netzge	enerierung	61			
	7.2	Platte	mit eckiger Vorderkante	63			
	7.3	Platte	mit runder Vorderkante	64			
	7.4	Kreisb	ogenprofil	65			
8	Ber	echnur	ngsergebnisse	69			
	8.1	Lokale	Strömungsgrößen	69			
		8.1.1	Stromlinien	69			
		8.1.2	Geschwindigkeitsvektoren	72			
		8.1.3	Profildruckverteilung	74			
		8.1.4	Isobaren	79			
		8.1.5	Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf	81			
		8.1.6	Dimensionsloser Wandabstand	83			
	8.2	Gemit	telte Strömungsgrößen	85			
		8.2.1	Berechnungsebene	85			
		8.2.2	Mittelungsverfahren	85			
		8.2.3	Gemittelte Strömungsgrößen	86			
9	$\mathbf{Z}\mathbf{us}$	ammei	afassung und Ausblick	96			
A	FID	AP-Ei	ngabefile	98			

# Formelzeichen

### Lateinische Zeichen

a	engster Normalabstand zwischen den Schaufelprofilen
c	Absolutströmungsgeschwindigkeit, Profilsehnenlänge
$c_w$	Widerstandsbeiwert
$c_p$	statischer Druckkoeffizient
$c_{pt}$	Totaldruckkoeffizient
$\dot{C}_{\mu}$	Konstante
$C_{1}, C_{2}$	Konstanten im $k/\varepsilon$ -Modell
$C, C_1$	Konstante
d	Profildicke, Nabendurchmesser
D	Rohrdurchmesser, Differentialoperator, Laufraddurchmesser
DTOL	Konvergenzschranke
f	Profilwölbung
g	Gewichtsfunktionen
h	charakteristische Elementabmessung, spezifische Enthalpie
j	Laufvariable
k	Laufvariable, kinetische Turbulenzenergie
$\underset{\sim}{K}$	globale Systemmatrix
ĩ	Plattenlänge
L	charakteristische Länge
n	Drehzahl, Laufvariable
$n_{g}$	spezifische Drehzahl
$\dot{Ma}$	Machzahl
p	statischer Druck
$p_0$	Umgebungsdruck, Druck in der Ebene 0
$p_t$	Totaldruck
Pe	Pecletzahl
$P_W$	Wellenleistung
$q_i$	Ansatzfunktionen
r	Radius, Koordinate im Einheitsraum
R	Gaskonstante, Profilbogenradius
Re	Reynoldszahl
$R_{ u}$	Viskositätsverhältnis
s	Schaufelteilung, Koordinate im Einheitsraum
S	charakteristische Strömungsfläche
t	Zeit
T	Temperatur

- Tu Turbulenzgrad
- *u* Geschwindigkeit allgemein, Umfangsgeschwindigkeit
- $u_a$  ungestörte Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht
- $\vec{u}, \vec{v}$  globaler mathematischer Vektor der Unbekannten
- $u_{\tau}$  Schubspannungsgeschwindigkeit
- $u^+$  dimensionslose Geschwindigkeit in Wandnähe

### $\vec{u}_{rel,n}$ globaler mathematischer Vektor der Unbekannten beim Relaxationsverfahren

- v Geschwindigkeitskomponente von c in y-Richtung
- $\dot{V}$  Volumenstrom
- w Relativgeschwindigkeit
- x x-Richtung des kartesischen Koordinatensystems
- $x^*$  dimensionslose totale Profillänge
- y y-Richtung des kartesischen Koordinatensystems
- $y^+$  dimensionloser Wandabstand
- Y spezifische Förderarbeit
- ||.|| quadratische Norm

### Griechische Zeichen

- $\alpha$  Winkel der Absolutgeschwindigkeit
- $\alpha$  Relaxationsfaktor
- $\beta$  Winkel der Relativgeschwindigkeit
- $\delta \qquad \qquad {\rm Durchmesserzahl, \, Grenzschichtdicke}$
- $\delta_{jk}$  Kroneckersymbol
- $\Delta$  Differenz
- $\Delta s$  charakteristische Länge eines Elementes
- $\gamma$  Staffelungswinkel (Anstellwinkel)
- $\gamma_B$  Betriebsbereich
- $\varepsilon$  Dissipationsrate der kinetischen Turbulenzenergie
- $\eta$  Wirkungsgrad, dynamische Viskosität
- $\kappa$  von Karman'sche Konstante
- $\lambda$  Arbeitszahl, Wärmeleitzahl
- $\nu$  kinematische Viskosität, Nabenverhältnis
- $\nu_t$  Wirbelviskosität
- $\omega$  Winkelgeschwindigkeit
- $\psi$  Stromfunktion, Druckzahl
- ho Dichte
- $\sigma$  Schaufelaustrittswinkel, auf die Schaufelteilung bezogene Sehnenlänge, Schnellaufzahl
- $au_w$  Wandschubspannung
- $\varphi$  Durchflußzahl, Profilbogenwinkel
- $(\tau_{jk})_{tur}$  Reynolds'scher Spannungstensor
- $\varphi_i$  Koeffizienten

### Untergesetzte Zeichen

- 0 Ebene vor dem Vorleitgitter (Zuströmung)
- 1 Ebene hinter dem Vorleitgitter, vor dem Laufradgitter
- 2 Ebene hinter dem Laufradgitter (Abströmung)
- a außen, Gehäuse
- Dr Drosselung

- *i* Laufvariable, innen, Nabe
- K Totwasserkern
- k, j Indizes, die nach der Einstein'schen Summationskonvention addiert werden
- krit kritisch
- m mittlere(r), Meridianrichtung, Axialrichtung
- max Maximum
- min Minimum
- *n* Iterationsvariable
- opt optimal
- r Radialrichtung
- r,s Koordinaten des Elementes (Einheitsraum)
- *rel* relativ
- s is entrop, streamline
- t total
- tur turbulent
- u Umfangsrichtung
- x Axialrichtung
- $\infty$  ungestörte Anströmung

### Übergesetzte Zeichen

- \* dimensionslos, Näherung, innerhalb des Schaufelgittes
- gemittelt
- ' Schwankungswert
- + Wandnähe
- Vektor bzw. mathematischer Vektor

# Kapitel 1

# Einleitung

# 1.1 Aufgabenstellung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit sind einleitend die beiden Regelverfahren Drosselung am Verdichtereintritt und Regelung der Vorleitreihe darzustellen und zu vergleichen. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen sind die Anforderungen an die Vorleitreihe herauszuarbeiten. Anschließend soll, unter Verwendung des Finite-Elemente-Programmes FIDAP, die Strömung in einer ausgeführten Vorleitreihe mit ebenen, unprofilierten Blechschaufeln berechnet werden. Durch die Abwicklung eines Zylinderschnittes wird die Untersuchung auf ein ebenes Strömungsproblem zurückgeführt. Als wesentlichste Einflußgröße ist der Staffelungswinkel des Plattengitters, welcher der Stellung der Vorleitreihe entspricht, zu variieren. Die berechnete Abreißgrenze ist mit den Erfahrungswerten des Ventilatorenherstellers zu vergleichen. Auf Grund der Berechnungsergebnisse ist eine verbesserte Gittergeometrie vorzuschlagen und numerisch zu untersuchen. Dabei ist auch auf die Forderung nach kostengünstiger Fertigung und einfacher, robuster Ausführung zu achten.

# 1.2 Begriffsbestimmung

Ventilatoren sind Strömungsmaschinen zur Förderung von Luft oder anderen, im wesentlichen gasförmigen Medien mit relativ geringer Druckerhöhung.

Über die von außen angetriebene Laufradwelle wird dem Ventilator mechanische Energie zugeführt und vom Laufrad an das Fördermedium weitergegeben. Die Energieerhöhung bzw. Druckerhöhung ist notwendig, um eine Strömung aufrechtzuerhalten und den Druckabfall in der Anlage auszugleichen.

Zu den Strömungs-Arbeitsmaschinen zählen neben den Ventilatoren auch Verdichter, Pumpen und Propeller. Während die Turbinen zu den Strömungs-Kraftmaschinen gezählt werden. Gegenüber Verdichtern werden Venilatoren durch die Größe der Druckerhöhung bzw. durch die Größe der dem Fördermedium pro Masseneinheit übertragenen Arbeit Y abgegrenzt, wie in Tab. 1.1 gezeigt wird. Siehe dazu auch [9], [10], [29].

DIN 24163	$p_{t2}/p_{t1} \le 1,3$
Teil 1-3	für Kleinventilatoren mit $\dot{V} \leq 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$ gilt:
	$p_2/p_1 \le 1,03$
EUROVENT 1/1	Spezifische Förderarbeit $Y \leq 25~000~{ m J/kg}$
	das entspricht $p_{t2}/p_{t1} \leq 1,3$ wenn $ ho_m \leq 1,2~{ m kg/m^3}$
VDI 2044	$p_2/p_1 \le 1, 1$

Tabelle 1.1: Abgrenzung des Ventilators zum Verdichter [5]

Die obere Grenze der Druckerhöhung ist eine Frage der Konvention. Die ISO-Prüfstandnorm geht ebenfalls von einem Druckverhältnis  $p_2/p_1 \leq 1,3$  aus. Damit beträgt unter atmosphärischen Bedingungen die maximale Druckerhöhung bei Gasen 30 000 Pa. Nach [1] soll die je Masseneinheit übertragene Arbeit normalerweise 25 000 J/kg nicht übersteigen. Maschinen mit höheren Druckverhältnissen bezeichnet man als Gebläse oder Turbokompressoren. Die dem Gas im Laufrad zugeführte mechanische Energie wird in kinetische Energie und Druckerhöhung des Strömungsmediums umgesetzt. Die Energieübertragung erfolgt im Laufrad durch die im Gitterverband angeordneten rotierenden Laufschaufeln. Damit wird bei drallfreier Zuströmung im Fluid ein Drall in Drehrichtung erzeugt bzw. bei Vordrall dieser entsprechend verändert. Kennlinien bzw. dimensionslose Kennzahlen ermöglichen die Darstellung des Verhaltens des Ventilators in der Anlage. Damit kann der Projektant und Betreiber arbeiten, ohne die Verhältnisse im Inneren der Maschine zu kennen (Black-box-Prinzip).

### 1.3 Ventilatorbauarten

Ventilatoren sind nach verschiedenen Gesichtspunkten klassifizierbar [10], z.B. nach Anschluß, Antrieb, Druckbereich, Betriebsbedingungen usw. Für die Klassifizierung von Hauptbauarten bietet sich die Art der Strömungsführung im Laufrad an. Es ist üblich, spezielle Bezeichnungen für die verschiedenen, oft branchentypisch vorkommenden Einsatzfälle zu verwenden, womit meist auch die Bauart, der Typ und die konstruktiven Besonderheiten gekennzeichnet sind.

#### 1.3.1 Axialventilatoren

Neben den vielen Ausführungsformen sei hier der Axialventilator mit Nachleitrad kurz dargestellt, Abb.1.1. Axialventilatoren werden meist als Rohrventilatoren eingesetzt. Die Luft strömt axial dem Laufrad zu. Die Schaufeln, meist profiliert, sind fest oder verstellbar auf dem Nabenkörper befestigt. Das Nachleitrad beseitigt bzw. verringert mit seinen Leitschaufeln den durch das Laufrad in Drehrichtung erzeugten Mitdrall der Strömung, die dann im wesentlichen axial abströmt. Damit wird ein Teil der Geschwindigkeitsenergie in Druckerhöhung umgewandelt, was wiederum mit einer verlustbehafteten Verzögerung der Strömung verbunden ist und zu einem ungleichmäßigen Geschwindigkeitsprofil im Nachlauf führt. Konstruktiv halten die Nachleitschaufeln den Nabentopf, der den Flanschmotor zum Antrieb des Laufrades trägt.



3 ... Nachleitrad

Abbildung 1.1: Axialventilator

Die Luft verläßt den Ringraum des Axialventilators (Lauf- und Leitrad) mit einer höheren Geschwindigkeit als im Eintritt und mit einer entsprechenden Druckabnahme. Will man jedoch die Austrittsenergie als Erhöhung des statischen Druckes nutzen, muß anschließend auf einen größeren Querschnitt verzögert werden, damit sind Verluste verbunden.

Im wesentlichen unterscheiden sich die verschiedenen Ausführungsformen von Axialventilatoren neben unterschiedlichen Laufschaufelwinkeln durch das Nabenverhältnis d/D. Ganz allgemein gilt: Mit größerem Nabenverhältnis steigt das Verhältnis von Totaldruckerhöhung zum Volumenstrom.

### 1.3.2 Diagonalventilatoren

Diagonalventilatoren sind mit sogenannten Halbaxialrädern ausgestattet, die bei der Durchströmung sowohl eine axiale als auch eine radiale Komponente haben. Halbaxialräder, Abb. 1.2, meist ohne Deckscheibe, werden als Rohrventilatoren mit axialer Abströmung oder mit Spiralgehäuse in lufttechnischen Geräten eingesetzt.



Abbildung 1.2: Diagonalventilator

#### 1.3.3 Radialventilatoren

Bei den Radialventilatoren (Abb. 1.3) strömt die Luft dem Laufrad im allgemeinen drallfrei zu und zunächst ebenfalls axial durch den Ansaugstutzen ein. Anschließend wird sie in die radiale Richtung umgelenkt. Bei der zentrifugalen Durchströmung des Radialrades entsteht durch die unterschiedlichen Umfangsgeschwindigkeiten zwischen dem Eintrittsdurchmesser  $d_0$  und dem Austrittsdurchmesser D des Schaufelgitters eine Beschleunigung, welche zu einem zusätzlichen Druckanstieg führt. Dieser ist meist so groß, daß der Volumenstrom in gleicher Richtung wie im Auslegungsfall auch bei umgekehrter Drehrichtung des Laufrades, also radial nach außen, strömt! Auf richtige Drehrichtung muß deshalb bei Radialventilatoren besonders geachtet werden. Sonst fehlt es bei einer falschen Polung des Antriebsmotors meist an Volumenstrom und Druckerhöhung, der Wirkungsgrad sinkt stark ab, die Leistungsaufnahme steigt an, und es besteht die Gefahr einer Motorüberlastung.

Der schaufelfreie Raum bis zum Gittereintritt einschließlich Spaltausführung ist sorgfältig zu gestalten, so daß eine ungestörte Zuströmung zum Gitter erfolgen und eine Ablösung der Wandgrenzschicht von der Raddecke und vom Radboden vermieden wird. Der Anlagenbauer sollte deshalb Störungen, wie Verzögerungen, Umlenkungen und Drosseleinrichtungen, vor einem Ventliator möglichst vermeiden. Ist dies nicht möglich, müssen hierzu die Auswirkungen zahlenmäßig angegeben werden, die dann in der Berechnung berücksichtigt werden.



Bei den vielen Varianten von Radialventilatoren werden, je nach Art der Schaufeln, vorwiegend drei Laufradtypen eingesetzt, Abb.1.4.



Abbildung 1.4: Laufradtypen beim Radialventilator

Das Laufrad mit radial endenden Schaufeln findet in der Lüftungs- und Klimatechnik Anwendung. Es wird wegen seiner geringen Neigung der Anhaftung von Schmutzteilchen überwiegend in der Span- und Staubförderung eingesetzt. Laufräder mit vorwärtsgekrümmten Schaufeln werden auch Trommelläufer genannt. Ihre Wirkungsgrade liegen meist nicht sehr hoch. Je nach Baugröße bei 60 bis 75%. Wegen der guten Wirkungsgrade werden Ventilatoren mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln auch Hochleistungsventilatoren [20] genannt. Der Wirkungsgrad liegt je nach Baugröße bei 75 bis 85%.

# Kapitel 2

# **Regelung des Radialventilators**

## 2.1 Regelanforderungen der Anlage

Häufig ist es erforderlich, daß der Ventilator entsprechend den Anforderungen der Anlage in mehreren Betriebspunkten oder in einem Regelbereich arbeitet. Die Betriebspunkte bzw. bestimmte Regelbereiche für  $\dot{V}$  und/oder  $\Delta p_t$  müssen vertraglich vereinbart werden. Die Regelung erfogt aus anlagetechnischen und wirtschaftlichen Gründen. Je nach Anforderung an die Anlage ergeben sich verschiedene Zusammenhänge, Abb.2.1.



Abbildung 2.1: Typische Regelwege bei lufttechnischen Anlagen

Am häufigsten erfolgen die Volumenstromänderungen in luftechnischen Anlagen längs der Anlagencharakteristik 1, einer quadratischen Parabel. Die Anlagencharakteristik 2 tritt bei Anlagen, bei welchen der Druck konstant gehalten werden muß, auf. Beim Durchblasen eines Flüssigkeitsbades ergibt sich die Anlagencharakteristik 3. Dieser Weg wird auch bei Anlagen mit einzelnen, wegschaltbaren Bereichen bestritten, wenn dabei das übrige System nicht beeinflußt werden darf. Die Anlagencharakteristik 4 mit konstantem  $\dot{V}$  ergibt sich z.B. bei Reinraumanlagen und Klimaanlagen, wenn bei der Verschmutzung der Filter der ansteigende Druckverlust kompensiert werden muß.

## 2.2 $\lambda - \varphi$ -Kennfeld des Radialventilators

Abb. 2.2 zeigt die Geschwindigkeitsdreiecke eines Radialventilators.



Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsdreiecke des Radialventilators

#### Dimensionslose Kennzahlen

Im Turbomaschinenbau arbeitet man erfolgreich mit dimensionslosen Kennzahlen, die aus den an der Energieumsetzung beteiligten Fördergrößen abgeleitet werden. Sie dienen auch als Unterscheidungsmerkmal für die einzelnen Bauarten und deren Betriebsverhalten sowie als Unterlage für Neukonstruktionen. Der Zusammenhang zwischen  $\varphi$  und  $\lambda$  folgt unmittelbar aus der Euler 'schen Impulsmomentengleichung:

$$a_u = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \tag{2.1}$$

Damit erhält man die Definition der Arbeitszahl

$$\lambda = \frac{a_u}{{u_2}^2} \tag{2.2}$$

$$\lambda = \frac{c_{u2}}{u_2} - \left(\frac{u_1}{u_2}\right)\frac{c_{u1}}{u_2} \tag{2.3}$$

Und die Durchflußzahl ist folgendermaßen definiert:

$$\varphi = \frac{c_{m2}}{u_2} \tag{2.4}$$

Der Eintrittswinkel der Absolutgeschwindigkeit  $\alpha_1$  und der Austrittswinkel der Relativgeschwindigkeit $\beta_2$ ergeben sich zu

$$\tan \alpha_1 = \frac{c_{u1}}{c_{m1}} \longrightarrow c_{u1} = c_{m1} \tan \alpha_1$$

$$\tan \beta_2 = \frac{w_{u2}}{c_{m2}} = \frac{c_{u2} - u_2}{c_{m2}}$$
(2.5)

$$c_{u2} = u_2 + w_{u2} \tag{2.6}$$

$$c_{u2} = u_2 + c_{m2} \tan \beta_2$$

$$\lambda = 1 + \frac{c_{m2}}{u_2} \tan \beta_2 - \left(\frac{u_1}{u_2}\right) \frac{c_{m1}}{c_{m2}} \frac{c_{m2}}{u_2} \tan \alpha_1$$
(2.7)

Mit der Definition

$$K = \frac{c_{m1}}{c_{m2}} \tag{2.8}$$

und

$$u_{1,2} = d_{1,2}\frac{\omega}{2} \longrightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{d_1}{d_2} = const.$$
 (2.9)

folgt

$$\lambda = 1 + \varphi \tan \beta_2 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right) K \varphi \tan \alpha_1 \tag{2.10}$$

beziehungsweise

$$\lambda = 1 - \varphi \left( K \left( \frac{d_1}{d_2} \right) \tan \alpha_1 - \tan \beta_2 \right).$$
(2.11)

Dabei ist

- $K \approx 1$  bei Auslegungen mit annähernd konstanter Meridianabsolutgeschwindigkeit.
- $\frac{d_1}{d_2}$  ist durch die Laufradgeometrie festgelegt.
- $\alpha_1$  wird durch die Vorleitreihe eingestellt (Abb. 2.2)
  - $\alpha_1 = 0^\circ \rightarrow \text{drallfreie Zuströmung}$   $\alpha_1 > 0^\circ \rightarrow \text{Mitdrall}$   $\alpha_1 < 0^\circ \rightarrow \text{Gegendrall.}$
- $\beta_2$  wird hauptsächlich durch den Schaufelaustrittswinkel  $\sigma_2$  eingestellt (Abb. 1.4).

#### **Cordier-Kurve**

Die Druckzahl ist folgendermaßen definiert

$$\psi = 2\lambda = \frac{2a_u}{u_2^2}.\tag{2.12}$$

Zur Ordnung der unterschiedlichen Ausführungsformen von Radialventilatoren können die Schnellaufzahl und die Durchmesserzahl verwendet werden. Die Schnelläufigkeit wird gekennzeichnet durch die Schnellaufzahl

$$\sigma = \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}} \tag{2.13}$$

oder durch die spezifische Drehzahl

$$n_q = n \frac{\dot{V}_1^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{\Delta p_t}{\rho_{1g}}\right)^{\frac{3}{4}}}.$$
 (2.14)

Die spezifische Drehzahl  $n_q$  ist die Drehzahl, die ein geometrisch ähnlicher Ventilator benötigt, um 1m<sup>3</sup> Luft in 1s auf eine Höhe von 1m (bzw. bei einer Dichte von 1,  $2\frac{k_g}{m^3}$  gegen einen Druck von 11,772Pa) zu fördern. Zwischen der Schnellaufzahl  $\sigma$  und der spezifischen Drehzahl  $n_q$  besteht folgender Zusammenhang:

$$\sigma = n_q \frac{1}{157,8}.$$
(2.15)

Die Baugröße des Radialventilators wird gekennzeichnet durch die Durchmesserzahl

$$\delta = \frac{\psi^{\frac{1}{4}}}{\varphi^{\frac{1}{2}}}.\tag{2.16}$$

Alle Ventilatoren können durch Schnellaufzahl und Durchmesserzahl geordnet werden. Man verwendet hierzu den Punkt maximalen Wirkungsgrades und die dort vorhandene Durchflußzahl  $\varphi_{opt}$  und die Druckzahl  $\psi_{opt}$ . Die daraus berechneten Werte

$$\sigma_{opt} = \frac{\varphi_{opt}^{\frac{1}{2}}}{\psi_{opt}^{\frac{3}{4}}} \quad \text{und} \quad \delta_{opt} = \frac{\psi_{opt}^{\frac{1}{4}}}{\varphi_{opt}^{\frac{1}{2}}} \tag{2.17}$$

sind für einige Ausführungsformen von Ventilatoren in Abb. 2.3 eingetragen. Man erkennt, daß z. B. Axialventilatoren hohe  $\sigma$ -Werte und niedrige  $\delta$ -Werte haben, sie sind sogenannte schnelläufige Maschinen. Bestimmte Kenngrößen  $\Delta p_t$  und  $\dot{V}_1$  werden mit relativ hohen Drehzahlen und relativ kleinen Durchmessern verwirklicht. Radialventilatoren, vorallem solche mit schmalen Laufrädern, haben niedrige  $\sigma$ -Werte und hohe  $\delta$ -Werte. Es handelt sich hier um sogenannte Langsamläufer. Die vergleichbaren Kenngrößen  $\Delta p_t$  und  $\dot{V}_1$  werden von diesen Ventilatoren mit relativ großen Durchmessern und relativ niedrigen Drezahlen bewältigt. Abb.2.3 zeigt diesen Zusammenhang. Für einen gegebenen Bedarfspunkt  $\Delta p_t/\dot{V}_1$  können alle dort vorhandenen Radtypen verwendet werden, wobei sie geometrisch im gezeichneten Maßstab im Verhältnis stehen. Die Zahlen 1 bis 20 im oberen Bereich der Abbildung zeigen, wieviel mal schneller sich ein beliebiger Typ als der radiale Langsamläufer mit  $n/n_{LRH} = 1$ [24] drehen muß.



Abbildung 2.3: Zusammenhang zwischen Schnellaufzahl  $\sigma$  und Durchmesserzahl  $\delta$  [24]

Von *Cordier* wurden von vielen Maschinen die Bestpunkte in ein  $\delta/\sigma$ -Diagramm eingetragen und dabei festgestellt, daß sich die optimalen Maschinen sehr dicht auf einem hyperbelförmigen Band einordnen. Dieses wird Cordier-Kurve genannt.

Bei einem Strömungseintrittswinkel in das Ventilatorlaufrad von  $\alpha_1 = 0^{\circ}$  wird die Gl.(2.11) zu einer Geradengleichung (Abb.2.4).

$$\lambda = 1 + \varphi \tan \beta_2 \tag{2.18}$$



Abbildung 2.4:  $\lambda - \varphi$ -Zusammenhang in Abhängigkeit von der Schaufelform

### Einfluß der Vorleitreihe

Unter der Annahme  $\beta_2 = 0^{\circ}$  und K = 1 folgt aus Gl.(2.11)

$$\lambda = 1 - \varphi \left(\frac{d_1}{d_2}\right) \tan \alpha_1 \qquad \left(\frac{d_1}{d_2} < 1\right) \tag{2.19}$$

Dabei ergibt sich ein  $\lambda - \varphi$ -Zusammenhang wie er in Abb. 2.5 dargestellt ist.



Abbildung 2.5:  $\lambda - \varphi$ -Zusammenhang in Abhängigkeit vom Strömungswinkel der Absolutgeschwindigkeit

Aus Gl.(2.19) zeigt sich, daß die Arbeitszahl bei der Vorleitregelung umso stärker sich ändert,

je kleiner das Durchmesserverhältnis  $\frac{d_2}{d_1}$  ist (hohe spezifische Drehzahl). Allgemein für  $\beta_2 \neq 0^{\circ}$  ergibt sich der  $\lambda - \varphi$ -Zusammenhang nach Abb. 2.6.



Abbildung 2.6:  $\lambda - \varphi$ -Zusammenhang für Austrittswinkel der Relativgeschwindigkeit  $\beta_2 \neq 0^{\circ}$ 

#### Umfangswirkungsgrad

Den Umfangswirkungsgrad erhält man auf folgende Weise

$$\eta_u = \frac{\Delta h_s + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{a_u} = \frac{\Delta h_s}{a_u} \qquad \text{für} \qquad c_1 = c_3.$$
(2.20)

Mit der Definition der isentropen Arbeitszahl

$$\lambda_s = \frac{\Delta h_s}{u_2^2} \tag{2.21}$$

und mit Gl.(2.2) läßt sich der Umfangswirkungsgrad wie folgt ausdrücken.

$$\lambda_s = \eta_u \lambda \tag{2.22}$$

Wobei der Umfangswirkungsgrad  $\eta_u$  beiderseits des Auslegungspunktes kleiner wird, Abb.2.7. Der Auslegungspunkt ist der Punkt des maximalen Wirkungsgrades und liegt bei jenem  $\varphi$ , welches den Abstand der beiden Kennlinien minimiert. Dieser  $\lambda - \varphi$ -Zusammenhang stellt die Kennlinie einer Stufe, also Laufrad und anschließendes Leitrad, dar. Entsprechend obiger Herleitung aus Geschwindigkeitsdreiecken enthält diese drehzahlunabhängige Darstellung jedoch keine strömungsmechanischen, sondern nur geometrische Ähnlichkeiten, d.h. sie gilt für quasi-inkompressible Strömungen bei gleichen Reynoldszahlen.



Abbildung 2.7:  $\lambda - \varphi$ -Zusammenhang einer Verdichterstufe

# 2.3 Drosselregelung

Drosselorgane dienen zur Regelung der Volumenströme von hauptsächlich Radialventilatoren. Als praktische Ausführungsformen sind die Drosselklappe und Drosseljalousie verbreitet. Diese sind kontnuierlich schließbar und können als fertige Komponenten aus dem Katalog bestellt werden. Bei der Drosselregelung wird der Anlagenwiderstand erhöht, der Betriebspunkt des Ventilators verschiebt sich auf der Ventilatorkennlinie nach links, Abb. 2.8.



Abbildung 2.8: Kennlinienverlauf bei Drosselregelung

Kennzeichnend sind die hohen Verluste im Teillastgebiet, die sogenannten Drosselverluste, weshalb die Drosselregelung vorzugsweise bei Radialventilatoren mit vorwärtsgekrümmten Laufschaufeln Anwendung findet. Dort ist der Drosselverlust geringer, weil durch die anders geneigte Ventilatorkennlinie die Druckerhöhung zufolge Drosselung  $\Delta p_{Dr}$  kleiner ist. Der Schalleistungspegel nimmt mit zunehmder Drosselung ebenfalls zu. Auch wenn die Drosselung die billigste und vom Aufbau einfachste Regelung von Radialventilatoren darstellt, sollte sie dennoch nur bei geringen Leistungen, geringem Regelbereich sowie im seltenen Teillastbetrieb gefahren werden.

### 2.4 Vorleitregelung

Hier befinden sich vor dem Laufrad sektorförmige Leitschaufeln, welche ringförmig angeordnet sind. Je nach Verstellung der Vorleitschaufeln um den Staffelungswinkel  $\gamma$  in der Strömung wird ein Mitdrall (in Drehrichtung des Laufrades) oder ein Gegendrall (entgegen der Drehrichtung des Laufrades) der Ansaugluft erzeugt. In den praktischen Anwendungen wird die Vorleitregelung mit Mitdrall im Teillastbereich und die Vorleitregelung mit Gegendrall im Überlastbereich eingesetzt. In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich die häufiger verwendete Vorleitregelung mit Mitdrall untersucht.

Durch die sektorförmigen Vorleitschaufeln werden die Geschwindigkeitsdreiecke, Abb.2.2, so beeinflußt, daß  $\Delta c_u$  und  $c_m$  kleiner werden, und dadurch dem Ventilatorlaufrad weniger Arbeit zugeführt werden muß, wie man in der Euler Gleichung erkennt:

$$a_u = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \tag{2.23}$$

Siehe dazu auch Kapitel 2.2,  $\lambda - \varphi$ -Kennfeld des Radialventilators.

Die heute eingesetzten Vorleitschaufeln sind üblicherweise ebene Platten, die mittig um ihre Hochachse drehbar sind. Durch die axiale Zuströmung fällt bei der Euler Gleichung das Glied  $u_1c_{u1}$  weg. In den Geschwindigkeitsdreiecken vor und nach der Vorleitreihe werden  $\Delta c_u$  und  $c_m$  kleiner. In der Kennlinie einer Vorleitregelung (Abb.2.9) [22] kennzeichnet der Schnittpunkt der Anlagenkennlinie und Ventilatorkennlinie den möglichen Betriebspunkt. Bei zunehmendem Staffelungswinkel verringert sich die Totaldruckerhöhung und damit auch der Leistungsbedarf.



Abbildung 2.9: Kennlinie einer Vorleitregelung

Eine strömungsgerecht gestaltete Mittenlagerung ermöglicht bei Vorleitregelungen mit größerem Nenndurchmesser des Ansaugstutzen eine zweiseitige Lagerung der Vorleitschaufeln. Speziell die ebenen Schaufeln lenken jedoch die Strömung mit zunehmendem Anstellwinkel mit unvollständiger Führung entlang der Sehnenlänge um. Solche Schaufeln sind deshalb strömungsmechanisch stark belastet und neigen schon bei kleinen Verstellwinkeln zur Grenzschichtablösung. Dies führt zu zunehmenden Verlusten bei der Vorleitregelung, zu ungünstigen Laufradanströmungen und zu geringen Teillastwirkungsgraden. Der Kennfeldbereich guten Wirkungsgrades kann erweitert werden, wenn man profilierte oder abwinkelbare Vorleitschaufeln zur Regelung einsetzt.

Die Vorleitregelung zeichnet sich durch ein kontinuierliches Kennlinienfeld aus, womit fast alle Regelanforderungen abgedeckt werden können. Die Anströmverluste durch die schräg gestellten Vorleitschaufeln sind bei ungünstigen Profilformen beträchtlich, aber noch immer geringer als bei der Drosselregelung. Während des Betriebes kann mit der Vorleitregelung nicht bis zum Volumenstrom null gefahren werden. Sie ist für einen robusten, zuverlässigen und wartungsarmen Betrieb bestens geeignet. Als bevorzugte Einsatzgebiete gelten Radialund Axialventilatoren größerer Leistung bei nicht zu großem Regelbereichen und nicht zu großer Regelhäufigkeit.

Die Anforderungen an die Vorleitregelung sind bei der Auslegung der verstellbaren Vorleitschaufeln zu berücksichtigen. Die Vorleitschaufeln müssen beim Anfahren des Ventilators seinen Saugmund mit einem Anstellwinkel von  $\gamma = 90^{\circ}$  verschließen. Diese Schließforderung legt die Schaufeln als Kreissegmente fest. Damit ergibt sich bei mittiger Lagerung dieser Kreissegmente eintritts- und austrittsseitig ein Spalt zur Rohrwand, dieser nimmt mit zunehmender Schaufelzahl und größerem Staffelungswinkel ab. Daburch treten Spaltverluste auf, welche aber in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt werden, weil es auch Rohrquerschnitte gibt, welche im Bereich der Vorleitregelung als Kugeloberfläche ausgeführt sind und dadurch im eigentlichen Saugquerschnitt keinen Spalt verursachen.

### 2.5 Weitere Regelungsverfahren

Die Drehzahlregelung, Abb.2.10, ändert in jedem Kennlinienpunkt entsprechend den Ähnlichkeitsgesetzen den Volumenstrom, die Druckerhöhung und die Antriebsleistung in Proportionalität mit der Antriebsdrehzahl.

$$\dot{V} \sim n \qquad \Delta p_t \sim n^2 \qquad P_W \sim n^3.$$
 (2.24)

Die Regelung ist stufenweise oder koninuierlich über Elektromotor (Spannungsregelung, Frequenzumrichter, Polumschaltung), Strömungskupplung oder verstellbare Keilriemenscheiben möglich.



Abbildung 2.10: Regelkennfeld für Drehzahlregelung

Bei der Drehzahlregelung liegt ebenfalls ein kontinuierliches Kennlinienfeld vor. Sie ist für den Ventilator energetisch optimal, Wirkungsgrade ändern sich nur geringfügig durch den Einfluß der veränderlichen Reynoldszahlen, jedoch wirken Verluste im Antrieb auch schon bei geringem Regelbereich. Falls Resonanzfrequenzen durchfahren werden, müssen dabei die entsprechenden konstruktiven Ausführungen beachtet werden. Als nachteilig gilt der erhöhte Anschaffungsaufwand für die Elektromotoren (Frequenzumrichter, Spannungsregelung, Polumschaltung) und für Strömungskupplungen, wenn es sich um große Leistungen handelt. Vorteilhaft bei der Drehzahlregelung ist die Laufruhe und der geringe Schallpegel im Vergleich zu anderen Regelungsarten, außerdem ist hier der Volumenstrom bis nahe an null heran regelbar.

### 2.6 Vergleich der Regelungen hinsichtlich Leistungsaufnahme

Die in [18] erarbeiteten Ergebnisse sind nur für die Radialventilatoren mit rückwärts gekrümmten Schaufeln (Hochleistungsradialventilatoren) gültig. Jedoch lassen sich die Erkenntnisse qualitativ auch auf Ventilatoren anderer Ausführungsformen übertragen. Zum Vergleich der Regelung sind in den Abb. 2.11 und 2.12 jeweils die relative Wellenleistung  $P_w/P_{w,nenn}$  über den relativen Volumenstrom  $\dot{V}/\dot{V}_{nenn}$  aufgetragen. Die Diagramme entsprechen den typischen Regelcharakteristika bei lufttechnischen Anlagen, Abb. 2.1. Es zeigt sich, daß die erforderliche Wellenleistung bei der Vorleitregelung stets kleiner als bei der Drosselregelung ist.



Abbildung 2.11: Leistungsbedarf bei  $\Delta p \sim \dot{V}^2$  [18]





# Kapitel 3

# Literaturrecherche

Eine Literaturrecherche zum Thema "Vorleitregelung bei Radialgebläsen und Radialverdichtern" erbrachte den folgenden Stand der Technik. Bei den Publikationen handelt es sich dabei hauptsächlich um Konferenzbeiträge und Zeitschriftenartikel aus den Jahren 1990 bis 2000. Es geht dabei hervor, daß diese Themenstellung verstärkt aufgegriffen wurde und, daß nach Verbesserungen beim Betriebsverhalten von Vorleitregelungen gesucht wird. Die vorhandene Literatur läßt sich dabei in drei Gruppen einteilen:

- Untersuchungen zur Auswirkung der Vorleitregelung auf das Betriebsverhalten von Radialverdichtern und Radialgebläsen.
- Strömungsmessungen hinter einer konventionellen Vorleitregelung.
- Untersuchungen hinsichtlich der strömungstechnischen Verbesserung von Vorleitregelungen.

# 3.1 Auswirkung der Vorleitregelung auf das Betriebsverhalten (Kennfeld)

Ishino et al. machten in [14] Angaben über den Einfluß der Vorleitregelung auf das Betriebsverhalten eines Radialverdichters. Es handelt sich dabei um den Radialverdichter eines Fahrzeug-Turboladers mit 12 rückwärtsgekrümmten Schaufeln (6 Haupt- und 6 Zwischenschaufeln). Die Leitvorrichtung des einstufigen Radialverdichters wird durch einen schaufellosen Diffuser mit Spiralgehäuse gebildet. Als Vorleitregelung kommen 6 Schaufeln zum Einsatz, wobei zwischen einer Variante ohne Nabe und einer mit Nabe unterschieden wird. Die Vorleitregelung wurde von der Ausgangsstellung bis zu 60° Mitdrall in Schritten zu 12° verstellt. Bei verschiedenen Drehzahlen wurde das Kennfeld des Radialverdichters experimentell bestimmt.

Ausgehend von der axial ausgerichteten Vorleitregelung wurde festgestellt, daß diese bei kleinen und mittleren Massenströmen zu einer Verbesserung des Wirkungsgrades führt. Dieser Effekt fällt umso stärker aus, je größer das Verdichterdruckverhältnis ist. Mit zunehmendem Verstellwinkel werden Pumpgrenze aber auch Verstopfungsgrenze zu kleineren Massenströmen verschoben. Hinsichtlich Wirkungsgradverbesserung schneidet die Vorleitregelung mit Nabe gegenüber jener ohne Nabe besser ab. Der Unterschied wird vor allem bei großen Verstellwinkeln des Vorleitreglers merklich. Um einen besseren Einblick in die Strömungsverhältnisse in Vorleitregler und Laufrad zu erhalten, wurde von den Autoren die räumliche, reibungsbehaftete, kompressible Strömung berechnet. Als Turbulenzmodell wurde das algebraische Modell von *Baldwin* und *Lomax* eingesetzt. Um eine instationäre Strömungsberechnung zu vermeiden, wurden Vorleitregler und Laufrad bzw. schaufelloser Diffusor getrennt berechnet. Das Spiralgehäuse wurde nicht berücksichtigt. Bei einer Vorleitreglerstellung von 24° ergeben sich Strömungswinkel am Austritt von 21° bis 22°, siehe Abb.3.1. In der Nähe von Nabe bzw. Gehäuse treten Winkel von bis zu 30° auf, was auf den Einfluß der Sekundärströmung zurückzuführen ist.



Abbildung 3.1: Strömungswinkel am Austritt des Vordrallreglers (Hub=Nabe, Shroud=Gehäuse) [14]

Die Berechnung der Strömung im Laufrad ergab, daß durch den Mitdrall von 24°, gegenüber drallfreier Zuströmung, eine gleichmäßigere Geschwindigkeitsverteilung im Laufrad erreicht wird. Insgesamt wird durch den Mitdrall das Geschwindigkeitsniveau abgesenkt, was zu einer Reduktion der Verluste führt.

### 3.2 Strömungsmessungen hinter einem Vorleitregler

Kassens et al. berichten in [15] über die Vermessung der Strömung hinter dem Vorleitregler eines Radialverdichters. Der einstufige Radialverdichter weist ein rückwärtsgekrümmtes Laufrad (18 Schaufeln) mit Deckscheibe auf. Nach dem Austritt aus dem Laufrad strömt das Fördermedium Luft durch einen parallelwandigen Diffusor und anschließend durch ein Spiralgehäuse. Der Radialverdichter wurde mit konstanter Drehzahl ( $u_2 = 225m/s$ ) und konstantem Durchfluß ( $\varphi = 0,075$ ) betrieben. Die 11 verstellbaren Vorleitschaufeln sind in radialer Richtung keilförmig und in axialer Richtung nach einem nicht näher beschriebenen NACA-Profil gestaltet. Insgesamt wurden vier verschiedene Reglerstellungen der Vorleitreihe untersucht: Drallfreie Strömung ( $\gamma = 0^{\circ}$ ), Gegendrall ( $\gamma = -30^{\circ}$ ), Mitdrall ( $\gamma = 30^{\circ}$  bzw.  $60^{\circ}$ ). Der Vorleitregler weist eine Nabe mit einem ungefähren Nabenverhältnis  $\nu = 0,21$  auf. (Siehe dazu auch Abb. 4.9).

Zur Vermessung der Abströmung des Vorleitreglers wurde hinter diesem eine Fünfloch-Zylindersonde in 7 Umfangspositionen auf 12 radialen Meßpunkten positioniert. Die Strömungsmessungen ergaben, daß sich die durch den Vorleitregler erzeugte Wirbelströmung aus einem Starrkörperwirbel im Kern und aus einem Potentialwirbel zusammensetzen läßt. Man spricht auch von einem sogenannten Rankine-Wirbel. Die Axialgeschwindigkeit ist näherungsweise konstant, deutliche Totaldruckverluste treten im Bereich des Starrkörperwirbels auf. Die Abweichungen zwischen Strömungswinkel und Staffelungswinkel betragen maximal  $\pm 6^{\circ}$ , Abb. 3.2, wobei auf die Ursache der radialen Verteilung nicht näher eingegangen wird.



Abbildung 3.2: Srömungsmessungen bei Mitdrall  $\gamma = 60^{\circ}$  (hier mit  $\beta_V$  bezeichnet) [15]

Kassens und Rautenberg machen in [16] weitere Angaben über Strömungsmessungen hinter dem Vorleitregler des oben besprochenen Radialverdichters. Neben der Ebene hinter dem Vorleitregler wurde auch eine Ebene unmittelbar vor dem Laufradeintritt vermessen. Als Strömungssonden kamen dort eine Zweiloch-Sonde für die Richtungsmessung sowie eine *Kiel*'sche Sonde für die Totaldruckmessung zum Einsatz. Unterschiede in den Strömungsgrößen zwischen diesen beiden Ebenen ergeben sich nicht nur auf Grund der Vergleichmäßigung der Strömung, sondern auch durch die konvergente Gehäusekontur. Dadurch werden z.B. die Mehrumlenkungen von maximal 6° gegenüber der Reglerstellung der Vorleitreihe in halber Schaufelhöhe erklärt. Durch die Berechnung der jeweiligen Konstanten wurde weiters versucht, die beiden Wirbelformen (Starrkörperwirbel, Potentialwirbel) zu lokalisieren.

Schließlich werden von *Kassens* und *Rautenberg* in [17] weitere Angaben zu den Strömungsmessungen hinter dem Vorleitregler des oben beschriebenen Radialverdichters gemacht. Totaldruckverhältnis und isentroper Wirkungsgrad sind in Abhängigkeit des Massenstromes angegeben (Verdichterkennfeld), Abb. 3.3.



Abbildung 3.3: Kennfeld des Radialventilators bei Verstellung der Vorleitreihe [16]

Bei den bereits erwähnten vier verschiedenen Vorleitreglerstellungen fanden Strömungsmessungen bei 50%, 70%, 100%, 130% und 180% des Auslegungsmassenstromes statt. Dadurch konnte auch der Einfluß des Massenstromes auf das Verhalten des Vorleitreglers untersucht werden. Anzumerken ist, daß der Einfluß des Massenstromes auf den Unterschied zwischen Abströmwinkel und Staffelungswinkel überraschend gering ist. Wie bereits erwähnt, betragen die Abweichungen etwa  $\pm 6^{\circ}$ . Nur im ungünstigsten Fall treten in der Nähe der Gehäusewand Minderumlenkungen von maximal 10° auf. Die in halber Schaufelhöhe auftretenden Mehrumlenkungen von maximal 6° werden von den Autoren auf die konvergente äußere Gehäusekontur nach dem Vorleitregler zurückgeführt. Aus den Meßwerten an einer weiter stromab liegenden Meßebene wurden weiters die Inzidenzen (Falschanströmungen) am Laufradeintritt ermittelt. Daraus ist ersichtlich, daß die maximalen Verdichterwirkungsgrade dann erreicht werden, wenn die Laufschaufeln mit geringer positiver Inzidenz (ca. 5°) angeströmt werden.

# 3.3 Verbesserung der Vorleitregelung hinsichtlich Strömungsverluste und Betriebsbereich

In der offenen Literatur finden sich auch verschiedene Arbeiten über die Verbesserung der Vorleitregelung hinsichtlich Strömungsverluste und Betriebsbereich. Wie bereits von *Kassens* und *Rautenberg* in [17] berichtet wurde, weist die Vorleitregelung mit Nabe gegenüber solcher ohne Nabe strömungstechnische Vorteile auf. Da sowohl die Nabe, als auch das Gehäuse üblicherweise zylindrisch ausgeführt sind, sind die Konturen der Laufschaufeln des Vorleitreglers an Nabe und Gehäuse kreisförmig ausgeführt. Bei voll geschlossenem Drallregler entsteht dadurch zwischen Schaufeln und Nabe bzw. Gehäuse eine konstante Spaltweite. Bei Öffnung des Drallreglers entstehen dann unterschiedliche Spaltweiten entlang der Sehne. Insgesamt kommt es zu einem Anstieg der mittleren Spaltweite. Die Intensität der Spaltströmung und die damit zusammenhängenden Verluste hängen von der strömungsmechanischen Schaufelbelastung und von der Spaltweite ab. Während beim Öffnen des Vorleitreglers die strömungsmechanische Schaufelbelastung - auf Grund der abnehmenden Umlenkung - sinkt, steigt die Spaltweite an Nabe und Gehäuse an. Wünschenswert wäre aber eine konstante, kleine Spaltweite. Diese Forderung wird durch eine kugelförmige Nabe und ein kugelförmiges Gehäuse erfüllt.

Swain berichtet in [27] über die numerische Untersuchung der Strömung in einer Vorleitreihe mit kugelförmiger Begrenzung. Neben der verbesserten Meridiangeometrie mit kugelförmiger Nabe und kugelförmigem Gehäuse wurde auch eine konventionelle Geometrie mit zylindrischer Nabe und zylindrischem Gehäuse untersucht. Als Turbulenzmodell kam ein nicht näher beschriebenes Mischungsweg-Längenmodell zum Einsatz. Der Vorleitregler besteht aus 12 Schaufeln konstanter Dicke, die mit einem Verstellwinkel von 30° angestellt wurden. Zusammenfassend gesagt, weist die verbesserte Geometrie bei gleichem Verstellwinkel eine stärkere Verdrallung bei gleichzeitig geringeren Strömungsverlusten auf. Beim konventionellen Vorleitregler führt die Spaltströmung in der Nähe der Gehäusewand zu einer deutlichen Minderumlenkung. Obwohl durch die verbesserte Geometrie die Strömungsverluste in der Vorleitreihe um eine Größenordnung gesenkt werden, ist für eine typische Radialverdichterstufe ein Wirkungsgradanstieg von nur etwa 2% im Auslegungspunkt zu erwarten. Wie zu erwarten, kommt es auf Grund der stumpfen Vorderkante zu einer saugseitigen Strömungsablösung. Besonders wird vom Autor darauf hingewiesen, daß auf Grund der komplizierten Strömungssituation, verbunden mit dem relativ einfachen Turbulenzmodell, die berechneten Verluste nur qualitativ zu sehen sind.

Coppinger und Swain erweitern in [7] und [8] die Berechnung der Strömung in der Vorleitregelung mit kugelförmiger Nabe bzw. kugelförmigem Gehäuse auf die Verstellwinkel 0°, 30° und 60°. Zur Strömungsberechnung wurde das kommerzielle Programm *CFX TASCflow* mit einem *Kato-Launder k/ɛ*-Turbulenzmodell eingesetzt. Zur Verifizierung der Rechenergebnisse wurde weiters die Strömung hinter dem Vorleitregler mit pneumatischen Strömungssonden vermessen. Den Mehrumlenkungen in Kanalmitte (max. 10° bei 60° Verstellwinkel) stehen beträchtliche Minderumlenkungen in Naben- bzw. Gehäusenähe gegenüber, Abb. 3.4.



Abbildung 3.4: Minderumlenkung bei Schaufelspalten an Nabe und Gehäuse (Hub and Tip Clearance) sowie bei spaltlosen Schaufeln (Solid Blade) [7]

Weiters wird in dieser Arbeit über eine verbesserte Profilgeometrie berichtet. Besonders bei großen Verstellwinkeln führt die Falschanströmung an der Profilnase zu einer starken saugseitigen Ablösung. Durch die Ausführung des Vorleitreglers mit Klappenprofilen wird dieser ungünstige Effekt verringert. Der vordere Teil des Profiles ist immer axial ausgerichtet, sodaß keine Falschanströmung der Vorderkante auftritt. Die Umlenkung der Strömung erfolgt im hinteren Teil durch die Wirkung der Klappen. Sowohl die numerische Strömungsberechnung als auch die experimentellen Ergebnisse weisen der Vorleitregelung mit Klappenprofilen verbesserte Eigenschaften hinsichtlich Umlenkung und Strömungsverlusten zu.

Besonders ausführliche Untersuchungen über die Wirkungsweise von ebenen Schaufelgittern mit Klappen finden sich von *Stark* und *Böhle* in [26]. Neben der Berechnung der reibungsfreien Strömung mittels Singularitätenverfahren wird darin auch über experimentelle Untersuchungen in einem Schaufelgitterwindkanal berichtet. Nachlaufmessungen wurden an vier verschiedenen Gitterkonfigurationen durchgeführt: ein Gitter aus konventionellen NACA-0008 Profilen, drei Gitter mit Klappenprofilen. Die Klappenprofile bestehen aus einem ebenen Halbkörper und aus einer Klappe mit geraden Begrenzungen. Die Lage des Klappenknies betrug  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  bzw.  $\frac{2}{3}$  der Sehnenlänge. Das Gitter aus NACA-0008 Profilen weist bis zu einem Staffelungswinkel von etwa 15° konstante Verluste auf. Die Strömung ist anliegend und der Abströmwinkel entspricht dem theoretischen Wert. Bei Vergrößerung des Staffelungswinkel löst die saugseitige Grenzschicht ab. Dadurch entsteht eine scheinbare Profilwölbung, was zu Mehrumlenkungen von etwa 3° führt. Wesentlich bedeutsamer ist aber der damit verbundene starke Anstieg der Verluste im Schaufelgitter.



Abbildung 3.5: Verlustbeiwerte für ein Klappengitter aus Profilen EHK 1/3;  $x_k/l = 0,333$ ; t/l = 1,0 [26]

Von den Umlenkgittern mit Klappenprofilen weist jene Ausführung die günstigsten Eigenschaften auf, bei der das Klappenknie bei  $\frac{1}{3}$  der Sehnenlänge liegt. Ein starker Anstieg der Verluste erfolgt hier erst bei einem Staffelungswinkel von 32°, Abb. 3.5. D.h. der Betriebsbereich hat sich gegenüber dem konventionellen Gitter aus NACA-0008 Profilen um 17° erweitert. Allerdings wurde auch darauf hingewiesen, dass diese Erweiterung des Betriebsbereiches nur bei Umlenkgittern aus Profilen mit Turbulenzfäden so deutlich ausfällt. Wie durch Anstrichbilder festgestellt werden konnte, ist der saugseitige Grenzschichtzustand (laminar/turbulent) für das strömungstechnische Verhalten von Bedeutung. Zusammenfassend konnte festgestellt werden, daß die Vorteile des Gitters mit Klappen auf die fehlende Umströmung der dünnen Profilnase zurückzuführen sind. Weiters erfolgt die eigentliche Umlenkung der Strömung aus der axialen Richtung im Schaufelkanal bei vollständiger Führung und nicht, wie im Fall des konventionellen Gitters, am Beginn des Kanals, wo die Führung der Strömung nur unvollständig sein kann.

*Böhle* berichtet in [4] über die Umsetzung der Ergebnisse über die Umlenkgitter mit Klappen für die strömungstechnische Auslegung eines Vorleitreglers. *Beelte* macht in [3] Angaben über Messungen an einem Radialventilator mit einem Vorleitregler mit abwinkelbaren Klappen. Sowohl Strömungsmessungen hinter dem Vorleitregler, als auch die Kennfelder des Radialventilators untermauern die günstigen Eigenschaften dieser Reglerausführung. Die Abströmwinkel steigen etwa linear mit dem Staffelungswinkel an und liegen beim Klappenregler etwa 5° und beim konventionellen Vorleitregler etwa 1° über dem Staffelungswinkel bzw. Verstellwinkel. Die Verluste beider Regler sind bis zu einem Staffelungswinkel von ca. 20° gleich. Bei größeren Staffelungswinkeln steigen dann die Verluste im konventionellen Vorleitregler stärker an als im Vorleitregler mit abwinkelbaren Klappen.

Whitfield und Abdullah berichten in [32] über eine völlig unkonventionelle Möglichkeit der Erzeugung des Vordralles bei einem Radialverdichter. Anstelle der üblichen, verstellbaren Vorleitschaufeln wurde der Drall durch ein Spiralgehäuse am Eintritt erzeugt, Abb. 3.6. Durch zusätzliche Einbringung einer unverdrallten Kernströmung kann der Zuströmwinkel zum Laufrad in weiten Grenzen variiert werden. Wegen der aufwendigen Leitungsführung (zwei getrennte Leitungen am Eintritt) und des hohen Platzbedarfes der Anordnung dürfte die Umsetzung des Konzeptes bei praktischen Installationen allerdings auf gewisse Schwierigkeiten stoßen.



Abbildung 3.6: Drallerzeugung mittels Eintrittsspirale, Variation des Eintrittsquerschnittes [32]

Als Ergebnis der Literaturrecherche kann gedeutet werden, daß die Untersuchungen hinsichtlich Verbesserungen beim Betriebsverhalten von Vorleitregelungen - insbesondere bei Radialventilatoren - sehr vielfältig und fortgeschritten sind. Vor allem die Publikationen von Kassens und Rautenberg der Universität Hannover weisen einen führenden Stand zu diesem Thema auf. Deren umfangreichen experimentellen Untersuchungen in der Austrittsebene unmittelbar hinter der Vorleitreihe entsprechen den Bedingungen, welche den numerischen Berechnungen in dieser Arbeit zugrunde liegen. Bei sämtlichen Publikationen, welche experimentelle und numerische Ergebnisse ausweisen, sind stets deren Unterschiedlichkeit bei vor allem größeren Abströmwinkel und anderen charakteristischen Größen frappant. D.h., daß derartige Ergebnisse nicht einfach verglichen werden können. Der Grund liegt darin, daß jeder Publizist mit anderen numerischen Verfahren, unterschiedlichen Anfangs- und Randbedingungen sowie teils mit verschiedenen Versuchsanordnungen arbeitet.

Da bei der vorliegenden Diplomarbeit die Strömungsverhältnisse nur in einer Ebene durch eine bestimmte Höhe über der Vorleitschaufel betrachtet werden (s. Kap. 7), waren die Erkenntnisse der Literaturrecherche bezüglich Abströmwinkel u.a. hinter der Vorleitreihe in Nähe der Nabe und des Gehäuses sehr aufschlußreich. Ebenso die Untersuchungen der Klappenregler, deren Ergebnisse mit jenen dieser Diplomarbeit qualitativ verglichen werden können. Vergleiche dazu später insbesondere Abb. 3.5 mit Abb. 8.31. Das von Kassens aufgezeigte Phänomen des Rankine-Wirbels hinter dem Vorleitregler bei Radialventilatoren wurde in dieser Diplomarbeit aufgegriffen und ausführlich in Kap. 4.1 abgehandelt.

Durch die Literaturrecherche konnte jedenfalls ein sehr guter Eindruck vermittelt werden, welche Ausmaße von Verbesserungen hinsichtlich der Strömungsgrößen erwartet werden dürfen und was man unter einer technologisch einfachen und kostengünstigen Profilverbesserung im Zusammenhang mit der Vorleitreihe eines Radialverdichters verstehen darf.
# Kapitel 4

# Beschreibung der Strömung

Im folgenden wird die Strömung als stationär, inkompressibel und vorerst reibungsfrei für ein gasförmiges Medium betrachtet. Eine detailiertere Behandlung folgt in den nachfolgenden Kapiteln.

## 4.1 Das Wesen der Drallströmung

#### 4.1.1 Totwasserzone

Nach Abb.4.1 verläßt das Strömungsmedium das Vorleitrad unter dem Strömungswinkel  $\alpha_1$ . Es tritt mit der Geschwindigkeit  $c_1$  in den anschließenden Zwischenraum ein, der durch die Gehäusewand und einer vorhandenen Nabe begrenzt ist. Die Fluidteilchen müssen sich auf Schraublinien bewegen, also beschleunigt werden. Das kann aber nur durch einen radial gerichteten Druckgradienten, also durch einen Druckanstieg zur Außenwand, erzwungen werden.



Abbildung 4.1: Abwicklung des Plattengitters einer Vorleitregelung

Die Strömung erfolgt aufgrund des Druckunterschiedes  $(p_0 - p_1)$ , dabei kann eine Geschwindigkeit erreicht werden, welche dieser Druckdifferenz entspricht. Somit ist  $p_1$  der geringste in der Strömung auftretende statische Druck.



Abbildung 4.2: Totwasserkern in einer Drallströmung

Weil ein gerader Gehäuserand bei der betrachteten Drallströmung vorliegt, ist die Radialkomponente der Geschwindigkeit  $c_r$  vernachlässigbar. Die Drallströmung wird durch den Gehäuseradius  $r_a$  (Abb. 4.2) begrenzt. Da mit Totwasser nur an Stellen tieferen Druckes zu rechnen ist, liegt die Strömung außen an. In der Nähe der Nabe dagegen - oder, falls diese fehlt, in Achsennähe - kann sich ein Totwasserkern ausbilden. Die Grenzfläche zwischen diesem und der eigentlichen Drallströmung muß aus Symmetriegründen kreiszylindrisch sein,  $r_K$ . Das Fluid durchströmt dann den Ringraum  $r_K \leq r \leq r_a$ . Ist bei vorgegebenem Volumenstrom  $\dot{V}$  der Strömungsquerschnitt sehr klein  $r_K/r_a \approx 1$ , so muß die Axialgeschwindigkeit entsprechend hoch sein und damit auch die resultierende Geschwindigkeit. Da der Totaldruck  $p_0$  festliegt, ist der mittlere statische Druck der Strömung niedrig und insbesondere auch der Druck  $p_K$  auf der Trennfläche. Das Verhältnis Druckgefälle zu Volumenstrom  $(p_0 - p_K)/\dot{V}$ , oder wie in der Abb. 4.3 auf der Ordinate in dimensionsloser Darstellung, wird also für den Fall  $r_K/r_a \approx 1$  große Werte annehmen. D.h. aber, daß bei vorgegebenem statischen Druck  $p_1$  nur eine geringe Menge durchtreten kann, da  $p_K$  nicht unter  $p_a$  absinken darf (Reibungsfreie Strömung).

Mit  $r_K/r_a \approx 0$  kann zwar die Axialgeschwindigkeit  $c_{m1}$  klein sein, dagegen ist aber, beispielsweise bei der Potentialströmung, die Umfangsgeschwindigkeit  $c_{u1}$  in der Nähe der Achse sehr groß. Das bedeutet wieder eine große Absolutgeschwindigkeit und einen im Verhältnis zum Druckgefälle geringen Durchsatz. In diesen beiden extremen Fällen ist also ein Durchsatz klein bzw. das relative (auf Dichte und Geschwindigkeit bezogene) Druckgefälle  $(p_0 - p_K)/\frac{\varrho}{2} \left(\frac{\dot{V}}{\pi r_a^2}\right)^2$  groß. Es muß also ein dazwischenliegendes  $r_K/r_a$  geben, bei dem der Durchsatz bei vorgegebenem Druckunterschied einen Höchstwert, d.h. das relative Druckgefälle einen Kleinstwert erreicht. Trägt man dieses Druckgefälle über dem Radienverhältnis  $r_K/r_a$  auf, dann erhält man etwa den in Abb. 4.3 gezeigten Verlauf. Daraus sieht man, daß bei vorgegebenem Druckunterschied höchstens die dem Tiefstwert der Kurve entsprechende Menge durchgesetzt werden kann. Bei freiem Zu- und Ablauf wird die Strömung sicherlich so verlaufen, daß dieser maximale Durchfluß erreicht wird. Damit ist der Radius  $r_K$  des Totwasserkernes eindeutig festgelegt. Ist dagegen der Zulauf begrenzt, dann bewegt man sich auf dem rechten Ast der Kurve. Denn würde man sich auf dem linken Ast befinden, so würde unter dem Einfluß des radialen Druckanstieges an der Außenwand ein höherer Druck auftreten, als bei freiem Abfluß aufrechterhalten werden kann. Ist umgekehrt der Abfluß behindert, dann wird die Strömung aufgestaut und man befindet sich auf dem linken Ast.



Abbildung 4.3: Verlauf des relativen Druckgefälles einer Drallströmung [2]

Wird der der Strömung zur Verfügung stehende Raum nach innen zu durch eine Nabe begrenzt, deren Radius  $r_i$  kleiner ist als der Radius des aufgrund dieser Überlegungen zu erwartenden Totwasserkernes  $r_K$ , so wird die Anwesenheit derselben bei reibungsfreier Strömung keinen Einfluß auf die Strömung ausüben. Ist  $r_i$  dagegen größer, so wird die Strömung durch die Nabe bestimmt. Der Innenradius der Strömung ist dann gleich  $r_i$ .

#### 4.1.2 Wirbelbehaftete, reibungsfreie Drallströmung

Beim Durchströmen eines Axialgitters mit geraden (unverwundenen) Schaufeln ( $\alpha_1 = const$ ) erhalten die von Saug- und Druckseite abfließenden Teilchen verschiedene Geschwindigkeiten. Man hat also hinter jeder solchen Schaufel eine Diskontinuitätsfläche. In dem der Rechnung zugänglichen Fall kontinuierlicher Beschaufelung (unendlich viele Schaufeln) verteilen sich die Wirbel dieser Trennflächen über das gesamte Strömungsgebiet. Man erhält also an Stelle der wirbelfreien Potentialströmung eine wirbelbehaftete Form reibungsfreier Strömung. Hingegen eine wirbelfreie Drallströmung liegt nur dann vor, wenn die Schaufeln nach dem Drallsatz ( $c_ur = const$ ) verwunden sind.

Im Leitrad verläuft die Strömung auf Bahnen entsprechend dem Schaufelkanal, das Verhältnis von Axial- und Umfangsgeschwindigkeit ist an jeder Stelle vorgeschrieben. Daraus ergeben sich Bedingungen, die im schaufelfreien Raum nicht gestellt werden. Um den Einfluß dieser Bedingungen darzustellen, sei angenommen, daß nach vollzogener Umlenkung die Schaufeln des Gitters sich mit dem zuletzt erhaltenen Winkel noch ein Stück in den dahinterliegenden Raum fortsetzen mögen und die Radialbewegungen bereits abgeklungen seien. Die für das Auftreten von Totwassergebieten maßgebende Größe ist das relative Druckgefälle  $(p_0 - p_K)/\frac{\rho}{2} \left(\frac{\dot{V}}{\pi r_a^2}\right)^2$  [2]. Die Ergebnisse der Berechnung dieses Wertes bei gegebenem Strömungswinkel  $\alpha_1$  sind für gerade Leitradbeschaufelung in Abb.4.4 wiedergegeben.



Abbildung 4.4: Relatives Druckgefälle im Leitrad mit geraden Schaufeln [2]

Das relative Druckgefälle ist logarithmisch aufgetragen. Parameter ist der Strömungswinkel  $\alpha_1$ . Je kleiner der Strömungswinkel, also je kleiner die Umlenkung, desto tiefer liegt die zugehörige Kurve. Die Kurve für den Strömungswinkel  $\alpha_1 = 0^{\circ}$  entspricht einer rein axialen Durchströmung. Ihr Tiefstwert liegt bei  $r_K/r_a = 0$ . Ein Totwasser ist also hier nicht möglich. Bei eingebauter Nabe befindet man sich gleich auf dem rechten Ast. Die Strömung liegt stets an. Die gestrichelte Linie in Abb.4.4 verbindet die Tiefstwerte der einzelnen Kurven. Sie nähern sich für große Winkel dem Wert  $r_K/r_a = 0,5$  bei geraden Schaufeln. Man braucht also mit Totwasserbildung an der Nabe dann nicht zu rechnen, wenn man mit dem Nabenverhältnis tunlichst nicht unter diese vom Strömungswinkel abhängige Grenze heruntergehen, wenn man die Beschaufelung über die ganze Höhe ausnutzen will.

Unmittelbar nach dem Leitrad ist der Strömungswinkel  $\alpha_1$  (cot  $\alpha_1 = c_{m1}/c_{u1}$ ) vorgegeben. Für alle Fluidteilchen ist der Totaldruck  $p_0$  gleich. Da weder Energie an das feststehende Leitrad abgegeben noch von ihm aufgenommen wird, ist  $p_1$  auch hinter dem Leitrad noch konstant. Nach der Bernoullischen Gleichung ist daher

$$\frac{p_0 - p_1}{\frac{\rho}{2}} = c_1^2 = c_{u1}^2 + c_{m1}^2 = \frac{c_{m1}^2}{\cos^2 \alpha_1}$$
(4.1)

wobei  $p_1$  der örtliche statische Druck ist.

Aus dem radialen Gleichgewicht folgt

$$\frac{1}{\frac{\rho}{2}}\frac{dp_1}{dr} = 2\frac{c_{u1}^2}{r} = 2\frac{c_{m1}^2}{r\cot^2\alpha_1}.$$
(4.2)

Durch Differentiation erhält man aus Gl.(4.1)

$$-\frac{1}{\frac{\rho}{2}}\frac{dp_1}{dr} = \frac{1}{\cos^2\alpha_1}\frac{dc_{m1}^2}{dr} + \frac{2c_{m1}^2}{\cos^3\alpha_1}\sin\alpha_1\frac{d\alpha_1}{dr},$$
(4.3)

aus Gl.(4.2) und (4.3) durch Addition

$$0 = \frac{1}{\cos^2 \alpha_1} \frac{dc_{m1}^2}{dr} + \frac{2}{r} \frac{c_{m1}^2}{\cot^2 \alpha_1} + \frac{c_{m1}^2}{\cos^2 \alpha_1} \frac{2\frac{d\alpha_1}{dr}}{\cot \alpha_1}$$
(4.4)

und nach einigen Umformungen

$$\frac{d\ln c_{m1}^2}{dr} + \sin^2 \alpha_1 \frac{d\ln r^2}{dr} + \frac{2}{\cot \alpha_1} \frac{d\alpha_1}{dr} = 0.$$
(4.5)

Bei geraden Schaufeln ist  $d\alpha_1/dr = 0$ . Eingesetzt in Gl.(4.5) erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{d\ln c_{m1}^2}{dr} + \sin^2 \alpha_1 \frac{d\ln r^2}{dr} = 0$$
(4.6)

und integriert

$$c_{m1} = \frac{C_1}{r^{\sin^2 \alpha_1}}.$$
 (4.7)

Die Integrationskonstante ergibt sich aus dem Volumenstrom. Es ist

$$\dot{V} = 2\pi \int_{r_K}^{r_a} c_{m1} r \, dr = 2\pi C_1 \int_{r_K}^{r_a} r^{\cos^2 \alpha_1} \, dr \tag{4.8}$$

und daraus erhält man

$$C_{1} = \frac{\dot{V}}{\pi r_{a}^{2}} \frac{1 + \cos^{2} \alpha_{1}}{2} r_{a}^{\sin^{2} \alpha_{1}} \frac{1}{1 - \left(\frac{r_{K}}{r_{a}}\right)^{1 + \cos^{2} \alpha_{1}}}$$
(4.9)

beziehungsweise

$$c_{m1} = \frac{\dot{V}}{\pi r_a^2} \frac{1 + \cos^2 \alpha_1}{2} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{r_K}{r_a}\right)^{1 + \cos^2 \alpha_1}\right) \left(\frac{r}{r_a}\right)^{\sin^2 \alpha_1}}.$$
 (4.10)

(4.8) in (4.1) eingesetzt, ergibt für den Innenrand der Strömung  $(r=r_K)$  das relative Druckgefälle

$$\frac{p_0 - p_K}{\frac{2}{\rho} \left(\frac{\dot{V}}{\pi r_a^2}\right)^2} = \frac{\left(1 + \cos^2 \alpha_1\right)^2}{4\cos^2 \alpha_1} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{r_K}{r_a}\right)^{1 + \cos^2 \alpha_1}\right) \left(\frac{r_K}{r_a}\right)^{2\sin^2 \alpha_1}}.$$
(4.11)

Um die Kleinstwerte berechnen zu können, ergibt die nach  $r_K$  abgeleitete Gleichung (4.11) und diese dann gleich Null gesetzt schließlich

$$\left(\frac{r_K}{r_a}\right)_{min} = \left(\frac{\sin^2 \alpha_1}{2}\right)^{\frac{1}{2-\sin^2 \alpha_1}}.$$
(4.12)

In Abb. 4.5 ist dieses Grenzverhältnis für gerade Schaufeln als Funktion des Strömungswinkels  $\alpha_1$  dargestellt.



Abbildung 4.5: Grenze des ausnutzbaren Radienverhältnisses in Abhängigkeit vom Strömungswinkel

Hinter der Vorleitreihe befindet sich ein schaufelloser zylindrischer Raum. Hier kann selbst bei ablösungsfreier Durchströmung der Vorleitreihe unter Umständen ein Totwassergebiet auftreten. Im schaufelfreien Raum ist die Strömung nicht mehr an den vorgeschriebenen Strömungswinkel gebunden. Wohl aber muß dort der Drehimpuls der einzelnen Teilchen, wie er ihnen im Leitrad erteilt wurde, erhalten bleiben. Die für das Verhalten der Drallströmung entscheidende Kurve wird sich infolge der geänderten Bedingungen von der für die Verhältnisse im Leitrad erhaltenen unterscheiden. Mit Hilfe von Abb. 4.6 lassen sich die hieraus folgenden Überlegungen kurz darstellen.



Abbildung 4.6: Übergang vom beschaufelten zum schaufellosen Raum

Die Anderungen des relativen (auf Dichte und Geschwindigkeit bezogenen) Druckgefälles im Leitrad bei Variation des Innenradius der Strömung ist durch die Leitradkurve gegeben. Für das mit dem Radienverhältnis  $r_K/r_a$  aus dem Leitrad ausströmende Fluid ändert sich im schaufelfreien Raum das Druckgefälle nach der anderen Kurve. Der Kreuzungspunkt A der beiden Kurven liegt in Abb. 4.6 auf dem linken Ast der Kurve für den schaufellosen Raum. Der für das zylindrische Fortlaufen der Strömung erforderliche hohe Druck am Außenrand kann bei freiem Ablauf nicht aufrecht erhalten werden, da das Fluid jetzt die Möglichkeit hat, mit dem im Punkt B entsprechenden Radius weiter zu verlaufen. Die Strömung nimmt den neuen Radius  $r_{1K}$  erst nach einer gewissen Wegstrecke an (zusätzlich Index 1, weil es sich um eine Austrittskoordinate aus dem Leitrad handelt). Während des Überganges muß in der Trennfläche bei reibungsfreier Strömung stets derselbe Druck  $p_K$  herrschen. In Abb. 4.6 bewegt man sich daher von A nach B auf einer Parallelen zur Abszisse. Beide Kurven sind für jeweils zylindrische Strömungen berechnet. Der dem Abstand zwischen der Geraden AB und dem darunterliegenden Stück dieser Kurve entsprechende Drucküberschuß wird durch die Radialbeschleunigung aufgezehrt.

Für größere Radienverhältnisse befindet sich der Austrittspunkt aus dem Leitrad bereits auf dem rechten Ast der Kurve für den schaufellosen Raum. Damit fehlt die Voraussetzung für das Entstehen eines Totwassers hinter dem Leitrad, die Strömung verläuft hier weiterhin zylindrisch. Es gibt demnach ein Radienverhältnis  $(r_{1K}/r_a)_{krit}$ , von dem ab die Strömung nach dem Austritt aus dem Leitrad keine Veränderung erfährt. Es zeigt sich, daß bei starker Umlenkung die Neigung der Strömung sich abzulösen, groß wird und der Strömungsquerschnitt im schaufellosen Raum beachtlich abnimmt. Das Radienverhältnis  $(r_{1K}/r_a)_{krit}$ hat einen hohen Wert. Umgekehrt ist bei kleiner Umlenkung die Ablösungsgefahr gering,  $(r_{1K}/r_a)_{krit}$  liegt niedrig. Hat das Fluid das Leitrad verlassen, gibt es keine Führung durch die Schaufeln mehr, und der Strömungswinkel kann sich ändern. Dagegen muß der Drall der einzelnen Fluidteilchen erhalten und die Kontinuität gewahrt bleiben. Das Teilchen verläßt das Leitrad auf dem Radius  $r_1$  und befindet sich danach auf dem Radius r, ferner habe es die Geschwindigkeitskomponenten  $c_m$  und  $c_u = c_m \tan \alpha$ , dann verlangt der Drallsatz

$$r_1 c_{u1} = r_1 c_{m1} \tan \alpha_1 = r c_u = r c_m \tan \alpha = const.$$

$$(4.13)$$

Aus Kontinuitätsgründen muß ferner

$$c_{m1}r_1 \, dr_1 = c_m r \, dr \tag{4.14}$$

sein. Da der neue Radius eine Funktion des Achsenabstandes, unter dem das Teilchen das Leitrad verlassen hat, sein wird, darf man

$$\frac{dr}{dr_1} = \frac{c_{m1}r_1}{c_m r} \tag{4.15}$$

setzen. Damit erhält man

$$\frac{p_0 - p}{\frac{\rho}{2}} = c_u^2 + c_m^2 = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 c_{u1}^2 + \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \left(\frac{dr_1}{dr}\right)^2 c_{m1}^2 = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \left(\frac{1}{\cot^2 \alpha_1} + \frac{1}{\left(\frac{dr}{dr_1}\right)^2}\right) c_{m1}^2.$$
(4.16)

In Verbindung mit Gl.(4.1) ergibt sich nach umformen

$$\frac{p_0 - p}{p_0 - p_1} = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{1 + \frac{\cot^2 \alpha_1}{\left(\frac{dr}{dr_1}\right)^2}}{1 + \cot^2 \alpha_1}.$$
(4.17)

Um Gl.(4.14) auszuwerten, ist noch die Beziehung zwischen  $dr/dr_1$  und r notwendig. Diese lautet

$$\cot \alpha_1 \, dr_1 = \cot \alpha \, dr \tag{4.18}$$

und somit wird aus Gl.(4.13)

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{\left(\frac{dr}{dr_1}\right)^2}{\cot^2 \alpha_1}.$$
(4.19)

Nach Umformungen erhält man die Strömung im schaufellosen Raum hinter geraden Schaufeln ( $\alpha_1 = const$ )

$$\frac{d}{dr_1} \ln \frac{r}{r_1} \frac{dr}{dr_1} = -\sin^2 \alpha_1 \left[ 1 - \left(\frac{dr}{dr_1}\right)^2 \right] \frac{d}{dr_1} \ln r_1.$$
(4.20)

Diese Gleichung ist in geschlossener Form nicht integrierbar. Für die numerische Auswertung geht man vom Wert  $r_1 = r_a$  aus. Da sich der Außenradius nicht ändern soll, ist hier auch  $r = r_a$ . Gibt man an dieser Stelle  $dr/dr_1$  vor, so läßt sich durch schrittweise Integration für jedes  $r_1$  das zugehörige r und der Differentialquotient  $dr/dr_1$  berechnen.

Der kritische Radius  $r_{1krit}$  ist dadurch gekennzeichnet, daß die vom Punkt  $r_{1K}$  ausgehende  $(p_0 - p_K) / \frac{\rho}{2} \left(\frac{\dot{V}}{\pi r_a^2}\right)^2$ -Kurve an der Stelle  $r_K = r_{1K}$  ihr Minimum hat, siehe 4.7.



Abbildung 4.7: Relatives Druckgefälle hinter dem Leitrad bei geraden Schaufeln ( $\alpha_1 = 25^\circ$ ) [2]

Da ein geschlossener Ausdruck für das relative Druckgefälle dieses Mal nicht vorliegt, ist eine einfache Differentiation nicht möglich. In der Nähe des Ausgangspunktes indessen unterscheiden sich sowohl  $r_K$  und  $r_{1K}$  als auch sämtliche andere r und  $r_1$  nur wenig voneinander. Setzt man

$$r = r_1 + \varepsilon, \tag{4.21}$$

so ist  $\varepsilon$  eine kleine Größe, deren höhere Potenzen vernachlässigt werden können. Man erhält so mittels Gl.(4.20) die lineare Differentialgleichung

$$\frac{d^2\varepsilon}{dr_1^2} + (1 - 2\sin^2\alpha_1)\frac{1}{r_1}\frac{d\varepsilon}{dr_1} - \frac{\varepsilon}{r_1^2} = 0.$$
(4.22)

Mit dem Ansatz

$$\varepsilon = Cr_1^{\ n} \tag{4.23}$$

integriert man die Gl.(4.22) mit den Randbedingungen  $\varepsilon = 0$  für  $r_1 = r_a$  und einigen Umformungen zu

$$\frac{p_0 - p}{p_1 - p_0} = 1 - 2\sin^2 \alpha_1 \frac{\varepsilon}{r_1} \left( 1 + \cos^2 \alpha_1 \frac{n_1 \left(\frac{r_1}{r_a}\right)^{n_1} - n_2 \left(\frac{r_1}{r_a}\right)^{n_2}}{\left(\frac{r_1}{r_a}\right)^{n_1} - \left(\frac{r_1}{r_a}\right)^{n_2}} \right).$$
(4.24)

mit

$$n_1 = \sin^2 \alpha 1 + \sqrt{1 + \sin^4 \alpha_1}, \tag{4.25}$$

$$n_2 = \sin^2 \alpha 1 - \sqrt{1 + \sin^4 \alpha_1}.$$
 (4.26)

Wird in Gl.(4.24) für  $r_1 = r_{1K}$  gesetzt und die erste Ableitung nach  $r_K$  Null gesetzt, so ergibt sich nach Umformungen für das kritische Radienverhältnis

$$\left(\frac{r_{1K}}{r_a}\right)_{krit} = \left(\frac{n_1 \cos^2 \alpha_1 + 1}{n_2 \cos^2 \alpha_1 + 1}\right)^{\frac{1}{n_2 - n_1}}.$$
(4.27)

Für die vollständige Herleitung sei auf [2] verwiesen. Das für die Ablöseerscheinung hinter dem Leitrad wichtige kritische Radienverhältnis  $(r_{1K}/r_a)_{krit}$  ist in Abb. 4.8 in Abhängigkeit vom Austrittswinkel  $\alpha_1$  wiedergegeben. Totwassergebiete sollten stets vermieden werden, da sie Anlaß zur Wirbelbildung sind und damit zu Verlusten der nutzbaren Energie führen.



Abbildung 4.8: Kritisches Radienverhältnis in Abhängigkeit vom Austrittswinkel

### 4.1.3 Radiales Gleichgewicht

Hinter den Vorleitschaufeln herrschen keine Schaufelkräfte, so daß auf ein Fluidelement nur die Zentripetalbeschleunigung, welche es auf der zylindrischen Stromfläche führt, und die Druckdifferenz in radialer Richtung wirken. Somit reduziert sich die Bewegungsgleichung auf das radiale Gleichgewicht

$$\frac{c_u^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}.$$
(4.28)

Zusammen mit der Bernoulligleichung erhält man nach [3] folgende Radialverteilung der Abströmgeschwindigkeiten  $c_1$ ,  $c_{u1}$  und  $c_{m1}$ .

$$\frac{c_1}{c_{1a}} = \frac{c_1}{c_{u1a}} = \frac{c_1}{c_{m1a}} = \left(\frac{r_a}{r}\right)^{\sin^2 \alpha_1} \tag{4.29}$$

Hierbei kennzeichnet der Index a die Größen am Gehäuseradius  $r_a$ , siehe auch Abb. 4.2, und der Strömungswinkel am Gitteraustritt  $\alpha_1$  sei vorerst noch gleich dem Staffelungswinkel der Vorleitschaufel  $\gamma$ . Es stellt sich oberhalb eines kritischen Radius  $r_K$  eine mit wachsendem Anstellwinkel von außen nach innen zunehmende  $c_u$ -Komponente ein, mit starken Geschwindigkeitsüberhöhungen und entsprechenden Abnahmen des statischen Druckes im Nabenbereich. Dies führt zur Bildung des vorher beschriebenen Nabentotwassers.

### 4.1.4 Rankine-Wirbel

Die so entstandene Drallströmung verursacht einen sogenannten Rankine-Wirbel [15]. Dieser setzt sich aus dem Starrkörperwirbel im Zentrum und dem Potentialwirbel im Außenbereich zusammen, siehe Abb.4.9.



Abbildung 4.9: Rankine-Wirbel

Bezogen auf  $r_a$  ergibt sich das kritische Radienverhältnis, welches die Begrenzung des Starrkörperwirbels festlegt, für eine gerade Vorleitschaufel mit radial konstantem Abströmwinkel  $\alpha_1$  nach voriger Herleitung (Kap. 4.1.2) zu

$$\frac{r_K}{r_a} = \left(\frac{\sin^2 \alpha_1}{2}\right)^{\frac{1}{2-\sin^2 \alpha_1}}.$$
(4.30)

Wenn nun der Knickpunkt der Drallverteilung bei  $r = r_K$  und  $c_u = c_{u,K}$  bekannt ist, kann die vollständige Beschreibung des Rankine-Wirbels gemäß

$$c_u(r) = c_{u,K} \frac{r}{r_K} = c_{u,K} \left(\frac{r}{r_K}\right)^{+1} \qquad r_i < r \le r_K \tag{4.31}$$

und

$$c_u(r) = c_{u,K} \frac{r_K}{r} = c_{u,K} \left(\frac{r}{r_K}\right)^{-1} \qquad r_K < r \le r_a \tag{4.32}$$

vorgenommen werden [21].

Die Druckverteilung im Rankine-Wirbel soll über das radiale Gleichgewicht (4.28) hergeleitet werden, indem man es einfach integriert. Setzt man für  $c_{u,K}$  (4.31) und (4.32) ein, erhält man

$$c_{u,K}^{2} \left(\frac{1}{r_{K}}\right)^{2} \int_{r_{i}}^{r} r \, dr = \frac{1}{\rho} \int_{p_{i}}^{p(r)} dp \qquad r_{i} < r \le r_{K}$$
(4.33)

$$c_{u,K}^{2} \int_{r_{K}}^{r} \frac{1}{r^{3}} dr = \frac{1}{\rho} \int_{p_{K}}^{p(r)} dp \qquad r_{K} < r \le r_{a}$$
(4.34)

und damit die im Rankine-Wirbel herrschende Druckverteilung:

$$p(r) = p_i + \frac{\rho c_{u,K}^2}{2} \left[ \left( \frac{r}{r_K} \right)^2 - \left( \frac{r_i}{r_K} \right)^2 \right] \qquad r_i \le r \le r_K \tag{4.35}$$

$$p(r) = p_K + \frac{\rho_1 c_{u,K}^2}{2} \left[ 1 - \left(\frac{r_K}{r}\right)^2 \right] \qquad r_K \le r \le r_a.$$
(4.36)

Aus den Randbedingungen ergeben sich die Drücke am Gehäuserand  $r_a$  und im Totwasserkern $r_K$ zu

$$p_{K} = p_{i} + \frac{\rho_{1}c_{u,K}^{2}}{2} \left[ 1 - \left(\frac{r_{i}}{r_{K}}\right)^{2} \right]$$
(4.37)

und

$$p_a = p_K + \frac{\rho_1 c_{u,K}^2}{2} \left[ 1 - \left(\frac{r_K}{r_a}\right)^2 \right].$$
 (4.38)

so daß z.B. bei Messung des Außendruckes  $p_a$  bei  $r_a$  über die Gleichungen (4.37) und (4.38) die Drücke  $p_K$  und  $p_i$  ermittelt werden können. Die Druckabsenkung durch die Drallströmung, die der Meridianströmung überlagert ist, verläuft trotz des Knickes im  $c_u$ -Verlauf differenzierbar. Bei K existiert ein tangentialer Übergang.

## 4.2 Die turbulente Strömung

Osborne Reynolds hat mit seinem berühmten Farbfadenversuch in einer Rohrströmung die laminare und turbulente Strömungsform nachgewiesen und sichtbar gemacht. Bei der laminaren Strömung handelt es sich um eine Schichtenströmung, bei welcher Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit nebeneinander strömen ohne starken Austausch von Fluidteilchen quer zur Strömungsrichtung. Erhöht man die Geschwindigkeit, dann ändert sich das Strömungsbild drastisch. Ein in der Strömung befindlicher Farbfaden führt stark unregelmäßige Querbewegungen aus, man spricht von turbulenter Strömung. Diesen Übergang, charakterisiert die Reynoldszahl

$$Re = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Zähigkeitskraft}} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Reibungskraft}}$$
(4.39)

Es bezeichnet D den Rohrdurchmesser und  $u_m$  die mittlere Durchflußgeschwindigkeit. Die kinematische Viskosität  $\nu$  steht durch die Dichte des Mediums in direktem Zusammenhang mit der dynamischen Viskosität  $\eta$ 

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}.\tag{4.40}$$

Turbulente Strömungen sind stets instationär, dreidimensional, wirbelbehaftet und rein stochastisch. Die Turbulenz wird nach Art ihrer Erscheinung in zwei Gruppen eingeteilt, siehe Abb. 4.10.

- die im Mittel stationäre Strömung (statistisch stationär)
- die im Mittel instationäre Strömung (statistisch instationär)

Für den praktisch wichtigen Fall der statistisch stationären Strömung gilt:

$$u(x, y, z, t) = \overline{u}(x, y, z, t) + u'(x, y, z, t)$$

$$(4.41)$$

Es bedeuten hierbei u(x, y, z, t) der Momentanwert,  $\overline{u}(x, y, z)$  der zeitliche Mittelwert, u'(x, y, z, t) der Schwankungswert von u.



Abbildung 4.10: Verlauf der x-Komponente der Geschwindigkeit an einem festen Punkt

Der zeitliche Mittelwert wird als arithmetischer Mittelwert definiert:

$$\overline{u}(x,y,z,t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} u(x,y,z,t) dt$$
(4.42)

Hierbei muß das Zeitintervall  $\Delta t$  hinreichend groß gewählt werden. Aufgrund von (4.41) ergibt sich der zeitliche Mittelwert einer Schwankungsgröße stets zu Null:

$$\overline{u'} = \overline{v'} = \overline{w'} = \overline{p'} = 0 \tag{4.43}$$

Von Null verschieden sind jedoch die Mittelwerte der Produkte zweier Schwankungswerte. Die Turbulenz wird nach Art ihrer Modellierung in drei Gruppen eingeteilt:

• Isotrope Turbulenz

Kennzeichen dieser einfachen Modellierung der Turbulenz ist die Symmetrie aller statistischen Eigenschaften (d.h.  $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$ ). Es liegt ideale Unordnung vor. Für diese Art der Turbulenzform liegen die meisten Ergebnisse vor. Die turbulente Strömung hinter einem Turbulenzgitter ist nahezu isotrop.

- Homogene Turbulenz Alle statistische Eigenschaften hängen nicht vom Ort ab, sie sind nur zeitabhängig.
- Anisotrope oder Scheinturbulenz Dies ist der Normalfall einer turbulenten Strömung. Alle statistischen Eigenschaften sind sowohl orts- als auch zeitabhängig. Dieser Fall ist sehr schwierig theoretisch zu behandeln.

Zur Erfassung und Behandlung der Turbulenz ergeben sich im wesentlichen zwei Wege:

• Statistische Turbulenztheorie

Ihr Ziel ist die Untersuchung der turbulenten Schwankungsbewegungen, um daraus zeitliche Mittelwerte angeben zu können. Diese Theorie liefert bei der Behandlung von isotropen und homogenen Turbulenzproblemen gute Ergebnisse.

 Halbempirische Turbulenztheorie nach Prandtl Analog zur freien Weglänge von Gasmolekülen nimmt man hier die Mischungswege der Turbulenzballen an. Obwohl dieser hypothetische Ansatz nicht sehr treffend ist, weil sich Turbulenzballen im Gegensatz zu Gasmolekülen gegenseitg stark beeinflussen, war diese Thoerie vor dem Computerzeitalter doch fruchtbringend.

### 4.2.1 Kritische Reynoldszahl

Die Komponente der resultierenden Kraft parallel zur ungestörten Anströmrichtung wird als Widerstand bezeichnet. Der dimensionslose Beiwert für den Widerstand ist somit, wenn man den Staudruck  $\rho u_{\infty}^2/2$  als Bezugsgröße wählt:

$$c_w = \frac{W}{\frac{\rho}{2}u_\infty^2 S}.\tag{4.44}$$

S ist dabei die charakteristische Fläche des umströmten Körpers, die normal zur Anströmrichtung liegt. Bei der Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes  $c_w$  von der Reynoldszahl lassen sich deutlich der laminare und turbulente Bereich einer Strömung unterscheiden. Beim Verlauf des Widerstandsbeiwertes der längsangeströmten ebenen und glatten Platte lassen sich die beiden Bereiche erkennen, Abb. 4.11. Dabei wird sich zu Beginn eine laminare Grenzschicht bilden. Die Transition erfolgt hier bei ungefähr



$$Re_{krit} = 5 \cdot 10^5.$$
 (4.45)

Abbildung 4.11: Widerstandsbeiwerte von längsangeströmten Platten in Abhängigkeit von der Reynoldszahl nach [23]

Die kritische Reynoldszahl für den Umschlag vom laminaren in den turbulenten Bereich kann von vielen verschiedenen Einflüssen abhängen. Zum Beispiel vom Turbulenzgrad der Außenströmung, von der Beschleunigung oder Verzögerung der Außenströmung, von instationären Effekten, von der laminaren Ablösung et cetera, um nur einige zu nennen.

### 4.2.2 Turbulenzgrad

Nach *Reynolds* kann man sich die Turbulenz als Summe einer aus Mittelwerten gebildeten Grundströmung und einer überlagerten regellosen Strömungsbewegung vorstellen. Die letztere kann als Wirbelbewegung verschiedener Größe und Intensität interpretiert werden. Es existiert demnach ein ganzes Spektrum kleiner und großer Wirbel, die der Grundströmung überlagert sind. Die größten Wirbel haben die Dimension des ganzen Strömungsgebietes. Ordnet man jedem Wirbel eine Reynoldszahl zu, und nimmt man an, daß die Drehgeschwindigkeit bei allen Wirbeln in derselben Größenordnung liegt, dann haben die größten Wirbel die höchsten Reynoldszahlen. Das bedeutet, bei den größten Wirbeln sind die Zähigkeitskräfte sehr klein im Verhältnis zu den Trägheitskräften.

Die größten Wirbel erhalten ihre kinetische Energie entweder von der Grundströmung durch Scherkräfte oder Störungen der Strömung. Die großen Wirbel geben dann die Bewegungsenergie an kleinere Wirbel kaskadenförmig weiter, bis schließlich die kleinsten Wirbel ihre kinetische Energie durch Dissipation in Reibungswärme verwandeln. Bezeichnen  $\overline{u'^2}, \overline{v'^2}, \overline{w'^2}$ die zeitlichen Mittelwerte für die Quadrate der drei Komponenten der Schwankungsgeschwindigkeit, so ist die kinetische Energie der isotropen Turbulenz (kurz Turbulenzenergie) wie folgt definiert

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_{j'}}^{2} = \frac{1}{2}(\overline{u'}^{2} + \overline{v'}^{2} + \overline{w'}^{2}).$$
(4.46)

Der Turbulenzgrad, hier am Beispiel der Geschwindigkeitskomponente u, wird als

$$Tu = \frac{\sqrt{u'^2}}{\overline{u}} \tag{4.47}$$

definiert, wobei  $\overline{u}$  die Geschwindigkeit der Grundströmung bedeutet. Da der Turbulenzgrad ein recht unanschaulicher Begriff ist, mögen hier ein paar Richtwerte angegeben werden: Der Turbulenzgrad ist etwa

1% ... hinter einem Turbulenzgitter
10% ... in der Nähe einer festen Wand
>10% ... in einem turbulenten Freistrahl oder Nachlauf

# Kapitel 5

# Rechenmodell

### 5.1 Grundgleichungen

Da die Machzahlen bei der vorliegenden Untersuchung stets kleiner als 0,2 sind, kann die Strömung in guter Näherung als inkompressibel angesehen werden. Nimmt man weiters an, daß die Strömung stationär, eben und laminar ist - die Verallgemeinerung für den turbulenten Fall folgt weiter unten - so gelten folgende Grundgleichungen. Die Kontinuitätsgleichung lautet

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \tag{5.1}$$

Dabei sind u und v die Geschwindigkeitskomponenten in x- bzw. y-Richtung. Die Impulsgleichung ist in x-Richtung

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$
(5.2)

und in y-Richtung

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right).$$
(5.3)

In den Gleichungen (5.2) und (5.3) sind  $\rho$  die Dichte, p der Druck und  $\nu$  die kinematische Viskosität des Fluids. Im generellen erweist es sich als vorteilhaft die Gleichungen dimensionslos zu formulieren. Dazu werden eine charakteristische Länge und eine charakteristische Geschwindigkeit benötigt. Dies sollen hier die Sehnenlänge c der Schaufel der Vorleitreihe, und die Anströmgeschwindigkeit  $c_0$  sein. Somit gilt für u, v und x, y:

$$u^* = \frac{u}{c_0} \qquad v^* = \frac{v}{c_0}$$

$$x^* = \frac{x}{c} \qquad y^* = \frac{y}{c}.$$
(5.4)

Setzt man Gl.(5.4) in Gl.(5.1) ein, so ergibt sich:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{5.5}$$

Gl.(5.4) in Gl.(5.2) eingesetzt führt zu:

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\rho c_0^2} \frac{\partial p}{\partial x^*} + \frac{\nu}{c_0^2} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right)$$
(5.6)

Daraus folgt

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right)$$
(5.7)

 $\operatorname{mit}$ 

$$p^* = \frac{p}{\rho c_0{}^2}, \qquad \frac{c_0 c}{\nu} = Re$$

Somit ergeben sich die dimensionslosen Grundgleichungen zu

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right)$$

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right)$$
(5.8)

Da aber turbulente Strömungen stets instationär und dreidimensional sind, müssen auch die Grundgleichungen für diesen Fall angeschrieben werden. Aufgrund der Übersichtlichkeit wird die Tensorschreibweise gewählt. Es ergibt sich damit folgendes Gleichungssystem

$$\frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0 \tag{5.9}$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_j}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right) \qquad \text{mit} \qquad j = 1, 2, 3 \quad \text{und} \quad k = 1, 2, 3.$$
(5.10)

Die Gl.(5.9) und Gl.(5.10) gelten in dieser Form sowohl für laminare als auch für turbulente Strömungen. Man ist aber nicht an den Momentanwerten der Strömungsgrößen interessiert, sondern vielmehr an ihren zeitlichen Mittelwerten.

Die Grundgleichungen für die zeitlichen Mittelwerte werden als *Reynolds* sche Gleichungen bezeichnet. Setzt man den Ansatz aus Gl.(4.41) in Gl.(5.9) ein, so folgt

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{v_k} + v_k') = \frac{\partial \overline{v_k}}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k'}{\partial x_k} = 0.$$
(5.11)

Nach zeitlicher Mittelung verbleibt

$$\frac{\partial \overline{v_k}}{\partial x_k} = 0. \tag{5.12}$$

Da also die Kontinuitätsgleichung sowohl für die Momentanwerte als auch für die zeitlichen Mittelwerte gilt, gilt sie auch für Schwankungswerte:

$$\frac{\partial v'_k}{\partial x_k} = 0 \tag{5.13}$$

Setzt man Gl.(4.41) in die Impulsgleichungen ein, so werden sich aufgrund der nichtlinearen konvektiven Terme der Gl.(5.10) Zusatzglieder ergeben. Wird der konvektive Term mit Hilfe von Gl.(5.9) umgeformt, so ergibt sich

$$v_k \frac{\partial v_j}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} (v_k v_j) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_k} [(\overline{v_k} + v_k') (\overline{v_j} + v_j')] =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{v_k} \ \overline{v_j} + \overline{v_k} v_j' + v_k' \overline{v_j} + v_k' v_j').$$
(5.14)

Nach zeitlicher Mittelung ergibt sich

$$\overline{v_k \frac{\partial v_j}{\partial x_k}} = \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{v_k} \ \overline{v_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{v_k' v_j'}).$$
(5.15)

Wird Gl.(5.10) zeitlich gemittelt und danach Gl.(5.15) eingesetzt, so ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{v_k}\ \overline{v_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{v_k'v_j'}) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_j} + \nu\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\partial v_j}{\partial x_k}\right).$$
(5.16)

Schreibt man obige Gleichung unter Beachtung von Gl.(5.12) um, so erhält man die Bewegungsgleichungen für die zeitlichen Mittelwerte, die Reynoldsgleichungen:

$$\overline{v}_k \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_k} - \overline{v_k' v_j'} \right).$$
(5.17)

Man bezeichnet

$$-\rho \overline{v_k' v_j'} = (\tau_{jk})_{tur} \tag{5.18}$$

als den turbulenten oder Reynolds'schen Spannungstensor.

$$(\tau_{jk})_{tur} = -\rho \left( \begin{array}{ccc} \overline{v_1'^2} & \overline{v_1'v_2'} & \overline{v_1'v_3'} \\ \overline{v_2'v_1'} & \overline{v_2'^2} & \overline{v_2'v_3'} \\ \overline{v_3'v_1'} & \overline{v_3'v_2'} & \overline{v_3'^2} \end{array} \right)$$
(5.19)

Von diesen 9 Komponenten sind wegen  $\overline{v_k'v_{j'}} = \overline{v_j'v_k'}$  6 Komponenten unabhängig. Dadurch ist das Gleichungssystem nicht mehr geschlossen. Um die Grundgleichungen lösen zu können, muß der Spannungstensor durch geeignete Turbulenzmodelle approximiert werden.

### 5.2 Beschreibung des verwendeten Turbulenzmodells

Durch ein Turbulenzmodell werden physikalische Annahmen über die Turbulenz getroffen. Man bräuchte keine Turbulenzmodelle, wenn man geeignet große und schnelle Rechner hätte, die in einem sehr feinen Netz alle turbulenten Schwankungen erfassen könnten. Weil es so schnelle Rechner jedoch in absehbarer Zeit nicht geben wird, bedient man sich Rechenmodelle, welche für den *Reynolds* schen Spannungstensor eine Transportgleichung formulieren, um so das Gleichungssystem wieder zu schließen. In der vorliegenden Arbeit findet das Standard  $k/\varepsilon$ -Modell, nach *Launder* und *Spalding* [19] Anwendung. Boussinesq definierte in Anlehnung an den Newton 'schen Ansatz für den turbulenten Spannungstensor

$$(\tau_{jk})_{tur} = \rho \nu_t \left( \frac{\partial \overline{\nu}_j}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{\nu}_k}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{jk}$$
(5.20)

mit Hilfe der Wirbelviskosität  $\nu_t$ . Das hier vorkommende k bezeichnet die durch Gl.(4.45) definierte Turbulenzenergie.  $\nu_t$  ist eine Ortsfunktion, welche sich im Strömungsfeld ändert.  $\delta_{jk}$  ist das Kroneckerdelta. Es besitzt eine Schalterfunktion, die 1 gibt, wenn j = k ist, und 0 bei  $j \neq k$ . Die Wirbelviskosität wird im Standard  $k/\varepsilon$ - Modell wie folgt quantifizert:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \qquad \text{mit} \qquad C_\mu = 0,09 \tag{5.21}$$

Somit wurde der bei turbulenter Strömung auftretende unbekannte *Reynolds* sche Spannungstensor zurückgeführt auf die Bestimmung von k und  $\varepsilon$  die Dissipationsrate von k. Die modellierten Transportgleichungen für k und  $\varepsilon$  lauten:

$$\overline{u}\frac{\partial k}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_k} \left(\frac{\partial k}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_k} \left(\frac{\partial k}{\partial y}\right)\right] + P - \varepsilon$$
(5.22)

$$\overline{u}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial\varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}\right)\right] + C_1\frac{\varepsilon}{k}P - C_2\frac{\varepsilon^2}{k}$$
(5.23)

Die turbulente Produktionsrate P ergibt sich zu

$$P = \nu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right)^2 \right].$$
(5.24)

Die Modellkonstanten wurden von *Launder* und *Spalding* experimentell festgelegt, sie gelten für eine sehr große Klasse von Strömungen.

$C_{\mu}[-]$	$\sigma_k[-]$	$\sigma_{\varepsilon}[-]$	$\sigma_{\varepsilon}[-] \mid C_1[-]$	
$0,\!09$	$1,\!00$	$1,\!30$	1,44	$1,\!92$

Tabelle 5.1: Modellkonstanten des  $k/\varepsilon$ -Turbulenzmodells [19]

## 5.3 Grenzschichtmodellierung

Das Standard  $k/\varepsilon$ -Turbulenzmodell ist nur in jenen Bereichen des Strömungsfeldes gültig, in denen die Reynoldszahl genügend groß ist, d.h. in denen die turbulente Scheinreibung vorherrscht. Daraus resultieren Grenzen des Modells. In wandnahen Bereichen überwiegt die Wirkung der molekularen Viskosität anstatt der scheinbaren, turbulenten Viskosität. Dieser Bereich, der innerhalb der turbulenten Grenzschicht liegt, wird als laminare oder viskose Unterschicht bezeichnet. Darin sind die viskosen Schubspannungen viel größer als die *Reynolds* schen Schubspannungen. Bei Annäherung an eine feste Wand werden die Geschwindigkeitsschwankungen und damit auch die *Reynolds* sche Schubspannung immer kleiner, bis diese direkt an der Oberfläche, wo aufgrund der vorherrschenden Reibung Haftbedingung vorliegt, verschwinden. Es gilt

$$\lim_{y \to 0} \eta \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} = \tau_w. \tag{5.25}$$

Um die Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe zu analysieren, legt man eine Schichtenströmung mit  $dp_{\delta}/dx = 0$  zugrunde.  $p_{\delta}$  bezeichnet den Druck in der Grenzschicht. Es sind dann alle Eigenschaften nur mehr von der Querkoordinate y abhängig. Damit entfallen in der *Reynolds* schen Gleichung (5.17) die konvektiven Terme und das Druckglied. Es verbleibt

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right). \tag{5.26}$$

Mit Gl.(5.25) für y = 0 folgt nach Integration der Bewegungsgleichung in x-Richtung

$$\nu \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} = \frac{\tau_w}{\rho}.$$
(5.27)

Es treten nur zwei Parameter  $\nu$  und  $\tau_w/\rho$  auf. Man bezeichnet

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{5.28}$$

als Schubspannungsgeschwindigkeit und bildet mit ihrer Hilfe die Größen

• dimensionslose Geschwindigkeit in Wandnähe  $u^+$ :

$$u^+ = \frac{\overline{u}}{u_\tau} \tag{5.29}$$

• dimensionsloser Wandabstand  $y^+$ :

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu} \tag{5.30}$$

In unmittelbarer Nähe der festen Wand kann  $\overline{u'v'}$  vernachlässigt werden. Dann liefert Gl.(5.27) nach Integration und unter Beachtung der Haftbedingung u(y=0) = 0

$$u^+ = y^+. (5.31)$$

Dies ist das universelle Wandgesetz in der laminaren Unterschicht. In diesem Bereich ist die Gleichung auch als *Prandtl*'sches Wandgesetz bekannt.

Mit wachsendem dimensionslosen Wandabstand  $y^+$  nimmt der Anteil von  $-\overline{u'v'}$  an der Schubspannung rasch zu, während der viskose Anteil gleichzeitig immer kleiner wird. Für hinreichend große  $y^+$  liegt der andere Grenzfall

$$-\overline{u'v'} = \frac{\tau_w}{\rho} = u_\tau^{\ 2} \tag{5.32}$$

vor. Nach einer Dimensionsanalyse ergibt sich daraus

$$\frac{d\overline{u}}{dy} = \frac{1}{\kappa} \frac{u_{\tau}}{y}.$$
(5.33)

Die darin vorkommende Konstante  $\kappa$  wird als Karman-Konstante bezeichnet. Nach Integration erhält man das sogenannte logarithmische Wandgesetz

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln (y^{+}) + C.$$
 (5.34)

Die darin vorkommenden Konstanten wurden experimentell zu  $\kappa = 0.4$  und für aerodynamisch glatte Oberflächen C = 5.5 ermittelt. Die Konstante C hängt also von der Oberflächenrauhigkeit ab, weshalb die hier angestellten Betrachtungen ausschließlich für glatte Oberflächen gelten. Für den vollturbulenten Bereich liegt somit eine universelle Geschwindigkeitsverteilung der Form von Gl.(5.34) vor.

Die Geschwindigkeitsverteilung in der Übergangsschicht zwischen der viskosen Unterschicht und dem vollturbulenten Bereich wird durch das Gesetz von *Reichhardt* beschrieben:

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( 1 + \kappa y^{+} \right) + 7.8 \left[ 1 - e^{\left( -\frac{y^{+}}{11} \right)} - \frac{y^{+}}{11} e^{\left( -0.33y^{+} \right)} \right]$$
(5.35)

In der Abb. 5.1 ist das universelle Wandgesetz, welches die Geschwindigkeitsverteilung über dem dimensionslosen Wandabstand beschreibt, dargestellt.



Abbildung 5.1: Das universelle Wandgesetz in den Bereichen der Grenzschicht

# Kapitel 6

# Numerische Untersuchung

Das CFD-Programm FIDAP [11] berechnet turbulente Strömungsvorgänge. Mit Hilfe der Navier-Stokes-Gleichungen läßt sich eine reibungsbehaftete Strömung beschreiben. Soll eine turbulente Strömung mit Hilfe des  $k/\varepsilon$ -Modells simuliert werden, so erweitert sich das zu lösende Gleichungssystem noch um die Transportgleichungen für die kinetische Turbulenzenergie k und die Dissipationsrate  $\varepsilon$ . Das Programm FIDAP löst dieses erweiterte Gleichungssystem näherungsweise nach dem Modell der Finiten-Elemente.

## 6.1 Finite-Elemente Verfahren

Bei der numerischen Lösung des Strömungsproblems mit den Finiten-Elementen wird das Rechengebiet in Finite-Elemente zerlegt. Dieses Problem kann dann mit einer endlichen Anzahl an Freiheitsgraden, durch die Vorgabe von Randbedingungen und Interpolationsfunktionen je nach Elementgröße genau gelöst werden. Bei der Methode der gewichteten Residuen sind der Ausgangspunkt die beschreibenden Grundgleichungen. Die partiellen Differentialgleichungen des Kontinuums können symbolisch durch den Differentialoperator D dargestellt werden

$$D(u(x,y)) = 0.$$
 (6.1)

Das Kontinuum besitzt unendlich viele Freiheitsgrade. u bezeichnet darin die Geschwindigkeit im ebenen Fall und ist die gesuchte Funktion. Analog kann es sich anstelle der Geschwindigkeit um Druck p, Temperatur T, Turbulenzenergie k, Dissipationsrate  $\varepsilon$  handeln. u kann auch als eine Näherung  $u^*$  mit dem endlichen *Ritz*'schen Ansatz

$$u^{*}(x,y) = \sum_{i=1}^{n} q_{i}\varphi_{i}(x,y)$$
(6.2)

geschrieben werden, wobei  $q_i$  unbekannte Koeffizienten und  $\varphi_i(x, y)$  passend gewählte Ansatzfunktionen, die voneinander unabhängig sind und die Randbedingungen erfüllen müssen, sind. Wenn  $n \to \infty$  geht, dann konvergiert der *Ritz*'sche Ansatz gegen die tatsächliche Lösung. So ergibt diese Näherung, eingesetzt in Gl.(6.1), jedoch einen Fehler, das sogenannte Residuum *R* 

$$D(u^*(x,y)) = R.$$
 (6.3)

Die Methode der gewichteten Residuen verlangt, daß das folgende Integral über dem Rechenbereich V null wird.

$$\int_{V} Rg_i(x,y) \, dV = \int_{V} D(u^*(x,y))g_i(x,y) \, dV = 0 \tag{6.4}$$

Darin sind  $g_i(x, y)$  die Gewichtsfunktionen, welche nach dem *Galerkin*-Verfahren gleich den Ansatzfunktionen  $\varphi_i(x, y)$  zu setzen sind:

$$\varphi_i(x,y) = g_i(x,y). \tag{6.5}$$

Eingesetzt in die Methode der gewichteten Residuen ergibt sich

$$\int_{V} R\varphi_i(x,y) \, dV = \int_{V} D(u^*(x,y))\varphi_i(x,y) \, dV = 0.$$
(6.6)

Es sind dadurch an n Knoten des Rechengebietes n Gleichungen für die unbekannten Koeffizienten  $q_i$  entstanden und eine Näherungslösung für die Funktion u gefunden. Die Anzahl der Knoten beeinflußt die Genauigkeit der Lösung.

Die Methode der Finiten-Elemente wurde ursprünglich zur Lösung strukturmechanischer Probleme entwickelt, und zwar meist für unstrukturierte Netze mit Dreieckselementen. Der Trend innerhalb der Strömungsmechanik geht jedoch dahin, Viereckselemente zu verwenden. Meistens werden sogenannte isoparametrische Elemente verwendet, bei denen die Elementberandungen und die Ansatzfunktionen durch den gleichen Funktionstyp beschrieben werden. Die besten Ergebnisse erzielt man mit 9-knotigen quadrilateralen Elementen mit biquadratischer Interpolation der Geschwindigkeit, Turbulenzenergie und Dissipationsrate [25]. Die Bezeichnung "bi-" bezieht sich hier auf die zwei Richtungen im Element, "quadrilateral " kennzeichnet die vier Seiten des Elementes.

Dadurch sind die Interpolationen für die Geometrie und die Größen  $u, v, k, \varepsilon$  gleich. Die Variablen errechnet FIDAP mit biquadratischen Ansatzfunktionen:

$$u(x,y) = \sum_{i=1}^{9} \varphi_i(r,s)u_i \qquad v(x,y) = \sum_{i=1}^{9} \varphi_i(r,s)v_i$$

$$k(x,y) = \sum_{i=1}^{9} \varphi_i(r,s)k_i \qquad \varepsilon(x,y) = \sum_{i=1}^{9} \varphi_i(r,s)\varepsilon_i$$
(6.7)

Die Interpolationsfunktion  $\varphi_i$  wird mit dem Vektor  $\vec{\varphi}$  [11] ausgedrückt.

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}rs(1-r)(1-s) \\ -\frac{1}{4}rs(1+r)(1-s) \\ \frac{1}{4}rs(1+r)(1+s) \\ -\frac{1}{4}rs(1-r)(1-s) \\ -\frac{1}{2}s(1-s)(1-r^2) \\ \frac{1}{2}r(1+r)(1-s^2) \\ \frac{1}{2}s(1+s)(1-r^2) \\ -\frac{1}{2}r(1-r)(1-s^2) \\ (1-r^2)(1-s^2) \end{pmatrix}$$
(6.8)

In Abb. 6.1 liegen die berechneten Stützstellen für  $u, v, k, \varepsilon$  in den 9 Knotenpunkten, welche bei der Finiten-Elemente Methode innerhalb des Elementes liegen. Interpoliert man den Druck p ebenfalls mit dieser Ordnung, so stellen sich Oszillationen im Druckfeld ein. Weil aber die Variablen simultan gelöst werden müssen, behilft man sich mit der Bedingung von Ladyschenskaya-Brezzi-Babuska. Sie besagt, daß zur Vermeidung von Instabilitäten die Ansatzfunktion für den Druck eine Ordnung niedriger sein muß, also bilinear interpoliert. Die Ansatzfunktion des Druckes, der nur an den 4 Eckpunkten des Elementes (Abb.6.1) berechnet wird, lautet damit

$$p(x,y) = \sum_{i=1}^{4} \psi_i(r,s) p_i.$$
(6.9)

Die Interpolationsfunktion dargestellt mit dem Vektor  $\vec{\psi}$  [11] ergibt sich zu

$$\vec{\psi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \\ \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\ \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \\ \frac{1}{4}(1-r)(1+s). \end{pmatrix}$$
(6.10)

Diese beiden Interpolationsfunktionen  $\varphi_i$  und  $\psi_i$  gelten für alle Elemente des Netzes bis auf diejenigen der ersten Schicht an der Wand. Für diese Elemente gibt es im  $k/\varepsilon$ -Modell spezielle Funktionen die mit Hilfe des *Reichhardt* schen Gesetzes gebildet werden.



Abbildung 6.1: 9-knotiges Viereckelement

In FIDAP wird die Gl.(5.9) und Gl.(5.10) derart gelöst, daß es die zu lösenden algebraischen nichtlinearen Gleichungen zunächst in Matrix-Schreibweise darstellt:

$$K_{\widetilde{u}}(\vec{u}) \cdot \vec{u} = \vec{F} \tag{6.11}$$

Darin bezeichnen  $\underset{\approx}{K(\vec{u})}$  die globale Systemmatrix, Koeffizientenmatrix oder auch Strukturmatrix,  $\vec{u} = (u, v, p, k, \varepsilon)^{tr}$  der globale Vektor der Unbekannten in den Knotenpunkten und  $\vec{F}$  den mathematischen Vektor der Randbedingungen.

Um das nichtlineare Gleichungssystem (6.11) zu lösen, bietet FIDAP verschiedene Iterationsverfahren an. Grundsätzlich unterscheidet man zwei Gruppen:

- fully coupled solver
- segregated solver

Die erste Gruppe ist in bezug auf die Berechnungszeit bei aufwendigeren Strömungsproblemen und komplizierteren Geometrien ungünstiger, weil die einzelnen Gleichungen aus (6.11) alle simultan gelöst werden. Als Iterationsverfahren dienen die Fixpunktiteration und das Newtonverfahren. Aufgrund der simultanen Lösung des Gleichungssystems, ergeben sich hohe Ansprüche an die Computerressourcen. Obwohl der fully-coupled solver in den FIDAP-Handbüchern für Aufgabenstellungen wie die vorliegende empfohlen wird, zeigt jedoch die Erfahrung, daß die Rechenzeiten unattraktiv lange werden. Als gute Alternative bietet sich dazu der segregated solver. Bei diesem wird das Gleichungssystem (6.11) nicht simultan, sondern entkoppelt gelöst. Anstelle des Gleichungssystems für die zwei Impulsbilanzen, die Kontinuitätsgleichung und die beiden Transportgleichungen für k und  $\varepsilon$ , treten jeweils eine Matrixgleichung, welche anschließend mit dem  $Gau\beta'$ schen Eliminationsverfahren gelöst werden. Der Druck wird beim segregated solver nicht explizit durch eine Matrixgleichung ausgedrückt, da er in der Kontinuitätsgleichung explizit nicht vorkommt. Mögliche Formen den Druck zu kalkulieren sind

- pressure protection version
- pressure update version

Die pressure protection hat, im Gegensatz zur presure update, die Eigenschaft, daß die Kontinuitätsgleichung in jedem Iterationsschritt erfüllt wird und nicht erst dann, wenn Konvergenz erreicht wurde. Nachdem der Druck aber in der Kontinuitätsgleichung explizit nicht vorkommt, muß vor jedem Iterationsschritt eine Approximation einen Ausgangswert liefern, welcher nach der Iteration mit einem Korrekturdruck  $\Delta p$  nachgebessert wird. FIDAP empfiehlt standardmäßig die pressure protection version, welche auch hier Anwendung findet.

## 6.2 Rand- und Anfangsbedingungen

Um das gestellte strömungsmechanische Problem eindeutig zu spezifizieren, müssen Anfangsund Randbedingungen vorgeschrieben werden. Die Ränder des Rechengebietes werden in Eintritts- und Austrittsebene sowie in periodische Ränder, im Fall von Profilgittern, eingeteilt.

Die Strömungsgeschwindigkeit hängt von der Drehzahl des Ventilatorlaufrades ab. Nach den vorliegenden Betriebsdaten eines Radialventilators mit mittlerer Motorleistung von P = 70kW und einem Volumenstrom  $\dot{V} = 45000$ m<sup>3</sup>/h ergibt sich bei einem Eintrittsdurchmesser D = 800mm eine Eintrittsgeschwindigkeit in das Vordrallgitter von

$$c_0 = \frac{\dot{V}}{D^2 \frac{\pi}{4}} = 25 \text{m/s.}$$
 (6.12)

Diese erfolge störungsfrei und rein axial, die Zuströmung erfolgt drallfrei. Da bei dimensionsloser Darstellung die Größen meist auf den Eintrittszustand bezogen werden, folgt für die dimensionslose Eintrittsgeschwindigkeit  $c_0^* = 1$ .

Die zu untersuchende Vorleitregelung besitzt 12 Schaufeln in Form von Kreissegmenten, welche nur am Außenradius drehbar gelagert sind und in der Mitte einen Kreisdurchmesser D/20 offen lassen. Die Gehäuseberandung ist zylindrisch. Die für die Meridianschnittrechnung wichtige Sehnenlänge wird im Mittel der Schaufelhöhe genommen, so daß der gerade Sehnenschnitt die Vorleitschaufel in zwei flächengleiche Teile [30] teilt. Dies begründet sich damit, daß die Meridiangeschwindigkeit  $c_m$  über die Höhe der Schaufel der Vorleitreihe als konstant angenommen werden darf, und die Dichte  $\rho$  des Strömungsmediums sowieso. Aufgrund der Massenbilanz ( $\dot{m} = \rho A c_m$ ) halbiert sich der Massenstrom eben genau bei jenem mittleren Radius, welcher sich wie folgt berechnet.

$$\pi (r_a{}^2 - r_m{}^2) = \pi (r_m{}^2 - r_i{}^2)$$
(6.13)

$$r_m = \sqrt{\frac{r_i^2 + r_a^2}{2}} \tag{6.14}$$

Es ergibt sich somit eine Sehnenlänge c = 147mm. Bei dimensionsloser Darstellung werden die Profilgeometriedaten auf die Sehnenlänge bezogen, wodurch sich die Sehnenlänge mit  $c^* = 1$  und die 6mm konstante Profildicke mit  $d^* = 0,04$  ergeben. Weiters zählen noch der Staffelungswinkel  $\gamma$  (Profilanstellwinkel), sowie eine eventuelle Profilwölbung  $\varphi$  bzw. deren Alternativbezeichnung Profilbogenwinkel  $\varphi$  zu den geometrischen Bedingungen.

Unter der Annahme, daß es sich beim Arbeitsmedium um Luft handelt und Raumtemperatur herrscht, läßt sich die Machzahl *Ma* wie folgt bestimmen:

$$Ma_0 = \frac{c_0}{\sqrt{\kappa RT}} \approx 0,073 \tag{6.15}$$

Der Isentropenexponent  $\kappa$  wird mit 1,4, die Gaskonstante R mit 286J/kgK und die Temperatur T mit 293K eingesetzt. Da sich Kompressibilitätseffekte erst bei Machzahlen von ungfähr  $Ma \ge 0,2$  bemerkbar machen ist es gerechtfertigt, die Rechnung inkompressibel durchzuführen. Im Fall der ebenen Profilschaufel ist die charakteristische Länge für die Reynoldszahl gleich die Sehnenlänge. Mit der kinematischen Viskosität von Luft  $\nu = 15 \cdot 10^{-6}$ m<sup>2</sup>/s ergibt sich die Reynoldszahl zu

$$Re_0 = \frac{c_0 L}{\nu} = 245000$$
 mit  $L = c \dots$  Sehnenlänge. (6.16)

Aus dem *Colebrook*-Diagramm Abb. 6.2 ist ersichtlich, daß ab einer Reynoldszahl  $Re \approx 2 \cdot 10^5$  der Widerstandsbeiwert für eine ebene Platte mit der typischen Rauhigkeit k/c von Schaufelprofilen unabgängig von der Reynoldszahl ist. Anzumerken hierzu ist, daß sich die Reynoldszahl zur Achse hin wegen der geringer werdenden Sehnenlänge verkleinert.



Abbildung 6.2: Colebrook-Diagramm

In der Eintrittsebene muß die Verteilung sämtlicher Variablen vorgegeben, im Falle von nicht bekannten Turbulenzgrößen zumindest abgeschätzt werden. Derartige Abschätzungen sind nicht so kritisch, falls im Inneren des Berechnungsgebietes starke Turbulenzproduktion auftritt und somit der konvektive Transport der Turbulenzgrößen von untergeordneter Bedeutung ist. Die erste Annahme ist jedenfalls die, daß man die auftretende Turbulenz als isotrop behandelt, d.h. die Schwankungsanteile sind nach allen Richtungen gleich groß.

$$\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2} \tag{6.17}$$

Man erhält aus Gl.(4.46)

$$k = \frac{3}{2}\overline{u'^2}.$$
 (6.18)

Setzt man Gl.(4.47) in obige Gleichung ein, so gilt

$$k = \frac{3}{2} (\overline{u} \ T u)^2. \tag{6.19}$$

Somit ergibt sich die mit der dimensionslosen Eintrittsgeschwindigkeit  $c_0^*$  gebildete dimensionslose kinetische Turbulenzenergie  $k_0^*$  zu

$$k_0^* = \frac{3}{2} (T u_0)^2. \tag{6.20}$$

Für die Abschätzung der Dissipationsrate  $\varepsilon$  wird eine Annahme über das Verhältnis turbulenter zu kinematischer Viskosität, genannt Viskositätsverhältnis  $R_{\nu}$ , getroffen.

$$R_{\nu} = \frac{\nu_t}{\nu}.\tag{6.21}$$

Dadurch, daß  $\nu_t \gg \nu$  ist, nimmt das Viskositätsverhältnis einen großen Bereich ein:

$$10 < R_{\nu} < 1000 \tag{6.22}$$

Wird  $R_{\nu}$  nun in Gl.(5.21) eingesetzt, so ergibt sich die dimensionslose Dissipationsrate  $\varepsilon_0^*$  zu

$$\varepsilon_0^* = \frac{C_\mu k_0^{*2} R e_0}{R_\nu}.$$
 (6.23)

Mit der Wahl von  $Tu_0$  und  $R_{\nu}$  ergeben sich damit die Turbulenzgrößen:

$$Tu_0[-] = 0,05$$
  $R_{\nu}[-] = 10$   $k_0^*[-] = 3,75 \cdot 10^{-3}$   $\varepsilon_0^*[-] = 3,375 \cdot 10^{-2}$ 

Die Grenzschicht an einer ebenen Platte, ganz besonders jene mit abgerundeter Vorderkante, ist vorerst laminar und schlägt erst später in turbulent über, Abb.6.3. Die Lage dieses Umschlagpunktes kann mit dem  $k/\varepsilon$ -Modell nicht berücksichtigt werden, weil über dem ganzen Profil stets mit turbulenter Grenzschicht gerechnet wird. Mit zunehmendem Turbulenzgrad wird der Umschlagpunkt weiter in Richtung Staupunkt verschoben, wodurch die turbulente Grenzschicht an der Profilhinterkante dicker wird.



Abbildung 6.3: Verhalten der Grenzschicht an der längs angeströmten ebenen Platte

Die periodischen Ränder ergeben sich durch die geforderte Schließbedingung der Vorleitreihe. Dadurch muß die Solidity

$$\sigma = \frac{c}{s} = 1 \tag{6.24}$$

sein. Solidity  $\sigma$  = Sehnenlänge c durch Schaufelteilung s bzw. Solidity=1/Teilungsverhältnis. Auf diese Art wird das untersuchte Profil als Bestandteil eines Schaufelgitters behandelt.

### 6.3 Konvergenzverhalten

Das zu lösende nichtlineare algebraische Gleichungssystem lautet in Matrixform

$$\underset{\sim}{K}(\vec{u})\vec{u} = \vec{F}.$$
(6.25)

Dabei ist  $\underset{\approx}{K}$  die globale Systemmatrix und  $\vec{u}$  der globale Vektor der unbekannten Größen in den Knotenpunkten. Im Vektor  $\vec{F}$  sind die Randbedingungen enthalten. Zur Lösung des Gleichungssystems stehen in FIDAP mehrere Methoden zur Verfügung. Im vorliegenden Fall wurde der segregated iterative Gleichungslöser verwendet.

### 6.3.1 Relaxation

Die Lösung des Gleichungssystem Gl.(6.25) erfolgt iterativ. Nach dem *i*-ten Iterationsschritt steht dann der Lösungsvektor  $\vec{u}(i)$  zur Verfügung. Um Konvergenz und Stabilität des Iterationsverfahrens zu verbessern, wird im nächsten Iterationsschritt nicht mit dem Vektor  $\vec{u}(i)$ , sondern mit einem relaxierten Vektor

$$\vec{u}_{rel} = \alpha \vec{u}(i-1) + (1-\alpha)\vec{u}(i) \tag{6.26}$$

weitergerechnet. Der Relaxationsfaktor  $\alpha$  liegt zwischen 0 und 1 und kann für jeden Freiheitsgrad individuell gewählt werden. Die im vorliegenden Fall verwendeten Relaxationsfaktoren sind Tab. 6.1 zu entnehmen.

Variable	u	v	w	p	T	s	k	ε
α [-]	$0,\!70$	$0,70 \div 0,80$	-	$0,90 \div 0,99$	-	-	$0,\!80$	$0,80\div0,99$

Tabelle 6.1: Verwendete Relaxationsfaktoren

Generell kann gesagt werden, daß hohe Relaxationsfaktoren die Stabilität des Iterationsverfahren verbessern, dafür aber eine größere Anzahl an Iterationen bis zur Konvergenz bedingen. Demgegenüber kann durch kleinere Relaxationsfaktoren die Rechenzeit verkürzt werden, was allerdings in manchen Fällen auf Kosten der Stabilität geht.

#### 6.3.2 Konvergenzschranke

Der Iterationsprozeß wird solange fortgesetzt, bis eine bestimmte Abbruchbedingung erfüllt ist. Für den gewählten Gleichungslöser lautet diese

$$\frac{\|\vec{u}(i) - \vec{u}(i-1)\|}{\|\vec{u}(i)\|} \le DTOL.$$
(6.27)

 $\parallel . \parallel$  steht dabei für die quadratische Norm eines Vektors. Als Konvergenzschranke wird in FIDAP DTOL = 0,001 empfohlen. Ist man an der Berechnung von Strömungsverlusten interessiert, so soll nach Angaben von [31] eine kleinere Konvergenzschranke DTOL = 0,0001 gewählt werden. Dieser Empfehlung wurde auch bei den vorliegenden Berechnungen nachgekommen.

### 6.3.3 Upwinding

Die Diskretisierung der konvektiven Terme der Navier-Stokes Gleichungen ist bei numerischen Strömungsberechnungen von großer Bedeutung. Durch die Wahl des Diskretisierungsverfahrens wird sowohl die Stabilität als auch die Genauigkeit der numerischen Lösung beeinflußt. Die direkte Anwendung des Galerkin-Verfahrens führt zu einer Diskretisierung der konvektiven Terme mit hoher Genauigkeit, wobei allerdings als Nachteil die Neigung zur Instabilität zu beobachten ist. Solche Instabilitäten treten auf in Bereichen des Strömungsfeldes, wo die Konvektion gegenüber der Diffusion in den Navier-Stokes Gleichungen vorherrscht und werden durch große Gradienten der Strömungsgrößen angefacht. Die örtliche Instabilität äußert sich durch eine oszillierende Änderung der Strömungsgrößen von Knoten zu Knoten und wird daher im Englischen auch als "Wiggles" bezeichnet. Die grundsätzlichen Ursachen und Zusammenhänge lassen sich am besten an einer eindimensionalen Konvektions/Diffusions-Gleichung verdeutlichen:

$$u\frac{dT}{dx} = \lambda \frac{d^2T}{dx^2} \tag{6.28}$$

In Gl.(6.28) sind u die Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung und  $\lambda$  die Wärmeleitzahl. Die Größe T stellt die skalare Transportgröße, in diesem Fall die Temperatur, dar. Mit den Randbedingungen T(x = 0) = 0 und T(x = L) = 1 lautet die Lösung von Gl.(6.28)

$$T(x) = \frac{1 - e^{Pe\frac{x}{L}}}{1 - e^{Pe}}.$$
(6.29)

Gl.(6.30) ist in Abb. 6.4 graphisch dargestellt.



Abbildung 6.4: Einfluß der Pecletzahl auf die Lösung der konvektiv-diffusen Modellgleichung

Als Parameter tritt dabei die Pecletzahl

$$Pe = \frac{uL}{\lambda} \tag{6.30}$$

auf. Die Pecletzahl kennzeichnet den Anteil von Konvektion bzw. Diffusion in der Modellgleichung. Während bei Pe = 0 das Problem vollständig durch Diffusion dominiert wird, herrscht bei  $Pe \gg 0$  die Konvektion vor. Im Fall der Navier-Stokes Gleichungen wird die Pecletzahl

$$Pe = \frac{v\Delta s}{\nu} \tag{6.31}$$

auch als lokale Reynoldszahl oder Gitterreynoldszahl bezeichnet. In Gl.(6.31) sind jetzt v der Geschwindigkeitsbetrag,  $\nu$  die kinematische Viskosität und  $\Delta s$  die Länge des Elementes in Strömungsrichtung. Es kann gezeigt werden, daß Pe > 2 eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für das Auftreten von Oszillationen ("Wiggles") in der Lösung ist. Eine Voraussetzung für eine stabile Lösung ist  $Pe \leq 2$ , was durch eine Verfeinerung des Gitters (Verkleinerung von  $\Delta s$ ) erreicht werden kann. Bei Strömungsberechnungen in Schaufelgittern mit üblichen Netzfeinheiten liegen nach Angaben von [30] die lokalen Reynoldszahlen im Bereich  $Pe = 100 \div 10000$ . Da eine Verkleinerung der lokalen Reynoldszahlen unter  $Pe \leq 2$  durch Gitterverfeinerung praktisch nicht möglich ist, wird dieses Ziel in den numerischen Strömungsberechnungen durch eine fiktive Erhöhung der Viskosität erreicht. Für diesen allgemein als "Upwinding" bezeichneten Vorgang stehen in FIDAP drei Verfahren zur Verfügung:

- Streamline Upwinding
- First Order Upwinding
- Hybrid Upwinding

Ohne auf die näheren Einzelheiten einzugehen, sollen im folgenden kurz die Eigenschaften der drei Upwinding-Verfahren beschrieben werden. Eine genaue Darstellung der Hintergründe findet sich z.B. in [11].

Beim Streamline Upwinding wird die zusätzliche numerische Diffusion nur in Strömungsrichtung wirksam. Das hat den Effekt, daß die konvektiven Operatoren mit der stromauf liegenden Richtung gewichtet werden. Dadurch wird die Genauigkeit der Lösung nur unwesentlich verschlechtert, die Stabilität aber beträchtlich erhöht. In FIDAP stellt das Streamline Upwinding die Standardmethode für die Berechnung von turbulenten Strömungen dar. Nähere Einzelheiten dazu finden sich auch in [6].

Für eine schnelle qualitative Lösung auf groben Netzen wird in FIDAP das First Order Upwinding angeboten. Die hohe Stabilität dieses Verfahrens geht allerdings zu Lasten der Genauigkeit der Lösung. Das äußert sich hauptsächlich darin, daß hohe Gradienten in den Strömungsgrößen nur verschmiert wiedergegeben werden.

Das Hybrid Upwinding schließlich stellt eine Kombination von Streamline Upwinding und First Order Upwinding dar. Ein Gewichtungsfaktor wird für jede unabhängige Variable in Abhängigkeit ihrer lokalen örtlichen Änderung berechnet. Dadurch wird in Gebieten mit hohen Gradienten das First Order Upwinding höher gewichtet, in Gebieten mit nahezu konstanten Strömungsgrößen dagegen das Streamline Upwinding. Hinsichtlich Stabilität und Genauigkeit der Lösung ist das Hybrid Upwinding daher zwischen Streamline Upwinding und First Order Upwinding einzuordnen.

# Kapitel 7

# **Untersuchte Profile**

Die ausgeführte und zu untersuchende Vorleitregelung besteht aus 12 geraden, unprofilierten Schaufeln mit einer Blechdicke von 6mm. Bei einem Ansaugdurchmesser von 800mm sind diese einseitig gelagert. Es handelt sich also um eine Vorleitregelung ohne Nabe. Die Untersuchung bezieht sich zum einen auf den Status quo der in Verwendung befindlichen Vorleitregelung, insbesondere die numerische Verifizierung der in der Praxis beobachtbaren Strömungsveränderungen bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma \approx 45^{\circ}$ , bemerkbar in Form von Geräuschen und Vibrationen. Zum anderen auf die auf selben numerischen Weg ermittelten, neu vorgeschlagenen Profilformen stets unter dem Aspekt einfacher und kostengünstiger Herstellung. Da hier aus Komplexitäts- und zeitlichen Gründen des Aufwandes nur eine zweidimensionale Betrachtungsweise des Strömungsproblems zur Anwendung kommt, wird die Vorleitschaufel flächenmittig (s. Kap. 6.2. und [30]) geteilt und in dieser Höhe dieser Teilung zylindrisch abgewickelt. Das so erhaltene Gitter ist mit Solidity  $\sigma = 1$ , Gl.(6.24), ausgeführt. Die Sehnenlänge einmal vor und hinter dem Profil dazugegeben (siehe dazu auch Abb. 7.3) ergibt das Rechengebiet für die folgende Betrachtungsweise.

### 7.1 Netzgenerierung

In Abb. 7.1 handelt es sich um ein Umströmgitter, weil das Profil geschlossen im Inneren des Rechenbereiches liegt. Zum Unterschied dazu gibt es auch das Durchströmgitter, bei welchem die beiden Gitterränder parallel zur Sehnenlänge jeweils durch die halbe Schaufeldicke begrenzt werden und sich so innerhalb des Rechengebietes kein Profil befindet.

Als Beispiel für die Eingabedatei einer derartigen Netzgenerierung sei das "Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 8^{\circ}$ " (Dimensionslose Profilwölbung  $f^*$  und Staffelungswinkel  $\gamma$ , siehe Abb.7.3) im Anhang A beigefügt, jene für die Platte mit eckiger und runder Vorderkante besitzen ähnlichen Aufbau. Das Eingabefile wird in der FIDAP-internen Sprache erstellt und gliedert sich im wesentlichen in zwei Teile. Der FI-GEN-Teil (mesh generation module) dient zum Eingeben der Profilform (curves), zur Netzgenerierung (meshfaces) und zur Abgrenzung des Rechengebietes (boundary edges). Der FI-PREP-Teil (preprocessing module) dient zur Eingabe der Rand- und Anfangsbedingungen, Wahl des Berechnungsverfahrens und Auswahl von Parametern wie beispielsweise Anzahl der Iterationsschritte, Konvergenzschranke, Relaxationsfaktoren.

Grundsätzlich stehen in FIDAP zur Netzgenerierung zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

• Strukturierte Netze:

Das Gebiet, welches vernetzt werden soll, muß stets mit vier Seiten abgegrenzt sein,

sodaß im Inneren je nach Wahl eine bestimmte Anzahl weiterer vierknotiger Elemente entstehen. Zwei gegenüberliegende Seiten besitzen also stets die gleiche Anzahl an Knoten. Eine Aufteilung in Teilgebiete mit unterschiedlicher Verdichtung bzw. Auflockerung des Netzes ist hier möglich und stellt neben der Übersichtlichkeit den wesentlichsten Vorteil dar.

• Unstruktierte Netze:

Hier ist das Netz zwar ebenfalls aus vierknotigen Elementen aufgebaut, jedoch die Forderung der gleichen Knotenanzahl gegenüberliegender Seiten besteht nicht. Gewählte Verdichtungen bzw. Auflockerungen hin zu den Rändern sind im Netzgenerierungsmodul möglich, jedoch ein Eingriff auf die Anordnung der unstrukturierten Elemente innerhalb des gesamten Strömungsfeldes nicht. Diese Netze kommen bei kompliziert zu beschreibenden Geometrien zur Anwendung.

Die hier untersuchten Gitter wurden stets mit strukturierten Netzen behandelt. Jeder Knotenpunkt des Netzes ist in Abhängigkeit des Staffelungswinkels  $\gamma$  festgelegt, bei den Kreisbogenprofilen kommt noch der Profilbogenwinkel  $\varphi$  oder die Profilwölbung  $f^*$  als weiterer Parameter hinzu, siehe dazu auch Abb.7.3

Die Feinheit des Netzes beeinflußt insbesondere in Wandnähe die Auflösung der Strömung. Es muß ein Kompromiß zwischen einer akzeptablen Knotenanzahl und einer möglichst großen Anzahl an Elementen, welche wiederum direkte Auswirkungen auf die benötigte Rechenzeit hat, gefunden werden. Für die Anzahl der notwendigen Gitterpunkte wird in der mittleren S1-Fläche (Blade to Blade) nach [30] zirka 10000 empfohlen. Diese Empfehlung beruht auf der Tatsache, daß bei einem eventuellen dreidimensionalen Gitter die somit erreichte Knotenanzahl bei den derzeitigen Computerressourcen noch akzeptable Rechenzeiten ergibt. Eigentlich will man eine netzunabhängige Lösung, was aber praktisch oft nicht möglich ist. Für die reibungsbehaftete Strömung muß das Ausbilden einer Grenzschicht gewährleistet werden. Innerhalb der Boundary Edges kommt das universelle Wandgesetz (Abb.5.1) zur Anwendung, es gibt den Übergang von der viskosen Unterschicht zum vollturbulenten Bereich an. Ob nun das Netz in Wandnähe fein genug ist, ist durch die Einhaltung des dimensionslosen Wandabstandes  $y^+$  gegeben. Dieser sollte in einem Bereich von

$$30 \le y^+ \le 100$$
 (7.1)

liegen. Um dies zu erreichen muß mittels der Ratiofaktoren (siehe Anhang A, im FI-GEN Teil unter Definition MESHEDGE, RATI=...) das Netz in Wandnähe entsprechend fein gemacht werden. Die Grenzen für  $y^+$  sind dabei nicht als notwendig, sondern als hinreichend zu sehen. Grund dafür ist, daß die Grenzen des Übergangsgebietes Laminar-Turbulent, siehe Abb. 5.1, nicht zu definieren sind. Keinesfalls darf  $y^+$  in den Bereich der laminaren Unterschicht gehen. Denn direkt an der Wandoberfläche herrscht Haftbedingung, weshalb die Reynoldszahl in der ersten Elementschicht entsprechend klein ist und das  $k/\varepsilon$ - Turbulenzmodell seine Gültigkeit verliert. FIDAP verwendet hier deshalb spezielle Elemente, in denen die Modellierung der Turbulenz durch einen Mischungswegansatz [12] durchgeführt wird.

# 7.2 Platte mit eckiger Vorderkante

In Abb. 7.1 ist das Netz des ursprünglichen Profiles dargestellt, hier bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 35^{\circ}$ . Das Netz wird hin zu den strömungstechnisch interessanten wandnahen Bereichen stets enger. Die Anzahl der Knoten und Elemente zeigt Tab. 7.1.



Abbildung 7.1: Netz für Platte mit eckiger Vorderkante

Knoten	Elemente
10448	2822

Tabelle 7.1: Anzahl der Knoten und Elemente bei der Platte mit eckiger Vorderkante

# 7.3 Platte mit runder Vorderkante

In Abb. 7.2 ist das Netz für die Platte mit runder Vorderkante, d.h. an der vorderen Kante halbkreisförmig abgerundet, dargestellt, unter einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 35^{\circ}$ . Diese erste Verbesserung der Profilgeometrie ist technisch sicher einfach herstellbar. Die vergrößerte Abbildung im Bereich der Vorderkante zeigt deutlich die hochauflösenden Elemente im wandnahen Bereich. Allerdings führt eine zu hohe Netzauflösung in diesem Bereich nicht nur zu einer höheren Anzahl an Elementen und damit auch zu einem Ansteigen der Rechenzeit, sondern auch zu Instabilitäten in der Konvergenz der Rechnung. Dies gilt speziell für den Austrittsbereich mit seinen scharfen Ecken.



Abbildung 7.2: Netz für Platte mit runder Vorderkante

Knoten	Elemente
13174	3526

Tabelle 7.2: Anzahl der Knoten und Elemente bei der Platte mit runder Vorderkante
## 7.4 Kreisbogenprofil

In Abb. 7.4, Abb. 7.5 und Abb. 7.6 sind die Profilformen samt Netzen der zweiten Profilverbesserung, ebenfalls technisch einfach herstellbar, dargestellt. Der Reihe nach mit einem Profilbogenwinkel von  $\varphi = 10^{\circ}$ ,  $\varphi = 15^{\circ}$  und  $\varphi = 20^{\circ}$  jeweils mit einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 30^{\circ}$ . In Abb. 7.3 ist dieser geometrische Zusammenhang dargestellt. Im Gegensatz zur Fertigungstechnik bezeichnet man in der Strömungsmechanik die Profilkrümmung mit der Angabe der maximalen Profilwölbung f, diese wird dann noch relativ zur Sehnenlänge, welche in der dimensionslosen Darstellung  $c^* = 1$  gesetzt wird, prozentuell ausgedrückt.



Abbildung 7.3: Geometrische Größen am Kreisbogenprofil

Der Zusammenhang zwischen Profilwölbung f und Profilbogenwinkel  $\varphi$  lautet

$$f^* = \frac{f}{c} = \frac{1 - \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}.$$
(7.2)

In Tab. 7.3 sind zu den Profilbogenwinkeln  $\varphi$  die entsprechenden bezogenen Profilwölbungen  $f^*$  für die vorliegenden Anwendungen aufgestellt. Die Profilwölbung f wird stets relativ zur Sehnenlänge c in Prozent angegeben.

Profilbogenwinkel $\varphi$	bezogene Profilwölbung $f^*$	
10°	2,18%	
15°	3,27%	
20°	4,35%	

Tabelle 7.3: Zusammenhang Profilbogenwinkel und bezogene Profilwölbung

Der Staffelungswinkel schließt hier die Gerade der axialen Strömungsrichtung mit jener Geraden ein, welche durch den Profileintrittspunkt und -austrittspunkt auf der Profil-Skelettlinie gegeben ist. Beim Kreisbogenprofil ist daher der Staffelungswinkel  $\gamma = 0^{\circ}$  nicht jener mit dem geringsten Strömungswiderstand. Wie sich bei den anschließenden Rechnungen herausstellen wird, ist das mittlere der drei hier behandelten Kreisbogenprofile mit  $f^* = 3,27\%$ , jenes mit den günstigeren strömungstechnischen Eigenschaften, siehe Kap. 8.



Abbildung 7.4: Netz für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 2,18\%$ 

Knoten	Elemente	
13378	3580	

Tabelle 7.4: Anzahl der Knoten und Elemente für Kreisbogenprofil mit  $f^*~=~2,18\%$ 



Abbildung 7.5: Netz für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$ 

Knoten	Elemente	
13378	3580	

Tabelle 7.5: Anzahl der Knoten und Elemente für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$ 



Abbildung 7.6: Netz für Kreisbogenprofil mit  $f^*=4,35\%$ 

Knoten	Elemente	
13378	3580	

Tabelle 7.6: Anzahl der Knoten und Elemente für Kreisbogenprofil mit  $f^*~=~4,35\%$ 

## Kapitel 8

# Berechnungsergebnisse

## 8.1 Lokale Strömungsgrößen

Unter lokalen Strömungsgrößen versteht man jene Berechnungsgrößen, welche FIDAP in jedem einzelnen Knotenpunkt des Rechengebietes berechnet. Um den Unterschied der lokalen Strömungsgrößen bei den jeweiligen Profilen mit den variierenden Staffelungswinkeln - die Auswertung wurde für eine große Anzahl von Staffelungswinkeln durchgeführt - in übersichtlicher Weise darzustellen, werden hier nur die Platte mit sowohl eckiger als auch runder Vorderkante als Ausgangsprofil und das Kreisbogenprofil als verbesserte Version direkt gegenübergestellt. Bei der Auswahl der Staffelungswinkel wurde darauf geachtet, daß in den vergleichenden Darstellungen beide Profile den gleichen Schaufelaustrittswinkel einnehmen.

#### 8.1.1 Stromlinien

Die Stromfunktion  $\psi$  ist wie folgt definiert

$$\varrho u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad \varrho v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$
(8.1)

Entlang einer Stromlinie gilt  $\psi(x, y) = const$ . Unter Stromlinien versteht man also jene Linien, deren Tangenten in jedem Punkt mit der Richtung des Geschwindigkeitsvektors übereinstimmen. In Abb. 8.1 sind die Stromlinien im Berechnungsgebiet für die Platte mit eckiger Vorderkante bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 15^{\circ}$  dargestellt. Aus der Verteilung der Stromlinien ist die Strömungsablösung an der Saugseite selbst bei kleinem Staffelungswinkel zu erkennen, siehe dazu auch die Richtungen der Geschwindigkeitsvektoren im Bereich der Vorderkante in Abb. 8.5. Die Stromlinien an der Hinterkante in Abb. 8.1 zeigen ebenfalls Abweichungen der Strömung im Bereich des Schaufelgitteraustrittes. Im Vergleich dazu dasselbe Profil bei einem größeren Staffelungswinkel von  $\gamma = 50^{\circ}$  in Abb. 8.2. Die Strömungsablösung an der Saugseite hat sich zu einer massiven Ablöseblase mit Rückströmbereich entwickelt, auch im Bereich der Stromlinien in saugseitig und druckseitig umströmten Anteil zeigt die neue Lage des Staupunktes, welcher aufgrund des größeren Staffelungswinkels nun auf der Druckseite zu liegen kommt.

Als eine Alternative zur Platte mit eckiger Vorderkante ist in Abb. 8.3 das Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 8^{\circ}$  dargestellt. Aufgrund der Profilwölbung ergibt sich hier ein gleicher Schaufelaustrittswinkel wie bei der Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$ . Beim Kreisbogenprofil mit einer Staffelung von  $\gamma = 45^{\circ}$ , siehe Abb. 8.4, ist der Verlauf der Stromlinien nicht so stark abgelenkt wie bei der Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 50^{\circ}$ . Aufgrund der abgerundeten Vorderkante kommt es zu einer besseren Umströmung im Nasenbereich und damit zu einer schlankeren Ablöseblase an der Saugseite. Im Hinterkantenbereich verlaufen die Stromlinien nicht entgegen der Hauptströmungsrichtung, siehe dazu auch die Richtungen der Geschwindigkeitsvektoren im Bereich der Hinterkante in Abb. 8.6.



Abbildung 8.1: Stromlinien für Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$ 

►X



Abbildung 8.2: Stromlinien für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=50^\circ$ 



Abbildung 8.3: Stromlinien für Kreisbogenprofil mit  $f^*=3,27\%$  bei $\gamma=8^\circ$ 



Abbildung 8.4: Stromlinien für für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 45^{\circ}$ 

## 8.1.2 Geschwindigkeitsvektoren

Der Ausdruck der Geschwindigkeitsvektoren in FIDAP weist jedem Knotenpunkt den berechneten Geschwindigkeitsvektor zu, deren Länge und Richtung die Strömung charakterisiert. In Abb. 8.5 ist der Schaufelgittereintritt der Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$ dargestellt. Aufgrund des positiven Staffelungswinkels verschiebt sich der Staupunkt mehr in Richtung der Druckseite auf der Vorderkante. Dadurch ist die Geschwindigkeit im Bereich der druckseitigen Ecke der Vorderkante noch so klein, daß es hier zu keinen größeren Störungen kommt. Anders an der saugseitigen Ecke der Vorderkante, hier zeigt sich deutlich die Ablösung der Strömung an der Saugseite des Profiles. Die Beträge der Rückströmvektoren an der Saugseite machen etwa ein Viertel der Beträge im ungestörten Bereich außerhalb der Grenzschicht aus. Die Geschwindigkeitsvektoren der Rückströmung an der Saugseite sind bis zur Hinterkante vorhanden.

In Abb. 8.6 sind die Geschwindigkeitsvektoren im Austrittsbereich des Kreisbogenprofiles mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 45^{\circ}$  dargestellt. Die Vektoren haben unmittelbar hinter dem Profil keine Länge, ein Zeichen einer ausgeprägten Totwasserzone. In diesem Bereich bildet sich im Geschwindigkeitsverlauf eine sogenannte Nachlaufdelle aus. Deren Abtriften hin zur Saugseite ist kennzeichnend für eine Minderumlenkung der Strömung, siehe auch Abb. 8.15. Das Geschwindigkeitsprofil auf der Druckseite am linken Rand der Abbildung zeigt auch sehr deutlich die Verzögerung in der Nähe der reibungsbehafteten Wandschicht.



Abbildung 8.5: Geschwindigkeitsvektoren für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=15^\circ$ 



Abbildung 8.6: Geschwindigkeitsvektoren für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 45^{\circ}$ 

## 8.1.3 Profildruckverteilung

Die Definition des statischen Druckkoeffizienten lautet

$$c_p = \frac{p - p_0}{p_{t0} - p_0}.$$
(8.2)

Der Nenner  $(p_{t0} - p_0)$  stellt den dynamischen Druck der Zuströmung dar. Für inkompressible Strömungen ist

$$(p_{t0} - p_0) = \frac{1}{2}\rho c_0^{\ 2},\tag{8.3}$$

was bis zu Machzahlen  $Ma_0 = 0, 2$  genügend genau gilt. Somit erhält man

$$c_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho c_0^2}.$$
(8.4)

Der  $c_p$ -Verlauf auf der Profilkontur wird über der totalen Profillänge  $x^*$  der jeweiligen Profilseite in dimensionsloser Darstellung aufgetragen, verdeutlicht in Abb. 8.7.



Abbildung 8.7: Definition der dimensionslosen totalen Profillänge  $x^*$ 

Der  $c_p$ -Verlauf auf der Profiloberseite ist am Beispiel der Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$  dargestellt, Abb. 8.8. Die obere Kurve in der Abbildung stellt den Druckverlauf entlang des Profiles auf der Druckseite und die untere Kurve auf der Saugseite dar. Der Staupunkt liegt dabei im Bereich  $x^* > 0$  auf der Druckseite, weshalb die zugehörige Profildruckverteilung in Abb. 8.8 den im Staupunkt gemäß Gl.(8.4) definierten Wert  $c_p = 1$  erreicht. Die kleine Schwankung des  $c_p$ -Wertes auf der Druckseite gleich zu Beginn begründet sich darin, daß aufgrund hoher Druckgradienten im Bereich des Staupunktes numerische Oszillationen auftreten. Die Netzauflösung ist in diesem Bereich zu grob, weshalb in benachbarten Elementen teils sehr unterschiedliche Drücke berechnet werden. Saugseitig ist zu erkennen, daß unmittelbar nach der Eckenumströmung die Profildruckverteilung nahezu horizontal verläuft. D.h., ein verschwindend kleiner Druckgradient stellt sich ein, ein Beweis für Strömungsablösung in diesem Bereich, Abb. 8.5 belegt diese Tatsache.

Mit zunehmendem Staffelungswinkel wandert der Staupunkt weiter stromabwärts auf der Druckseite, Abb. 8.9. Deshalb muß die Profilnase mehr und mehr umströmt werden. Dies führt zu sehr hohen Geschwindigkeiten und niedrigen Drücken. Besonders an der druckseitigen Vorderkante des Profiles sind die Stromlinien sehr dicht gedrängt. Die Strömung erreicht in diesem Bereich einen Unterdruck, welcher dem 13-fachen dynamischen Druck am Beginn des Rechengebietes entspricht. Hier kommt es im Gegensatz zu vorhin zu keinen Oszillationen, weil an der Druckseite unmittelbar nach dem Staupunkt nicht sofort eine Ecke umströmt werden muß. D.h., es treten keine zu großen Druckgradienten auf. Die Umgebung des Staupunktes ist nun eine größere, weshalb der Wert um  $c_p = 1$  auf der Druckseite länger gehalten werden kann, exakt  $c_p = 1$  tritt jedoch auch hier definitionsgemäß nur in einem

einzigen Punkt, dem Staupunkt, auf.

Beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei einem strömungstechnisch günstigen Staffelungswinkel  $\gamma = 8^{\circ}$ , liegt der Staupunkt auf der Profilskelettlinie, Abb. 8.10. Dadurch, daß hier keine Ecken, sondern Kreisbögen umströmt werden müssen, ist der Unterdruckausschlag infolge höherer Strömungsgeschwindigkeit auf der Saugseite klein, im Gegensatz zur Platte mit eckiger Vorderkante. Die parallelen Horizontalabschnitte der beiden  $c_p$ -Verläufe bedeuten, daß der statische Druck entlang Druck- und Saugseite konstant bleibt. Am Profilende stromabwärts verbleibt ein sehr geringer Unterdruck, der sich durch eine höhere Abströmgeschwindigkeit gegenüber der Eintrittsgeschwindigkeit auswirkt, schließlich handelt es sich beim Gitter einer Vorleitregelung um ein Beschleunigungsgitter. Der Verlauf der beiden Kurven deutet auf keinerlei Strömungsablösung hin, dies geht auch aus Abb. 8.3 hervor.

Zum Vergleich das Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei einem größeren Staffelungswinkel von  $\gamma = 45^{\circ}$  in Abb. 8.11. Der Staupunkt ( $c_p = 1$ ) liegt dabei deutlich im Bereich  $x^* > 0$  auf der Druckseite, weshalb es wieder zur saugseitigen Umströmung der Profilnase kommt.

Die Fläche zwischen der druck- und saugseitigen  $c_p$ -Kurve stellt ein Maß für die auftretenden Schaufelkräfte dar, d. h., aus der Profildruckverteilung kann man direkt auf die Schaufelbelastung schließen. So ist beispielsweise die Druckdifferenz in Abb. 8.9 im vorderen Bereich der totalen Profillänge größer als im hinteren. Dies bedeutet, daß die Schaufel vorne stärker belastet wird (front-loaded). Ebene Plattengitter weisen im allgemeinen diese Eigenschaften auf, im Gegensatz zu den Klappengittern (Kap.3, [3]), welche durch die Klappen erst in der Mitte der Gesamtprofillänge ihre größte Belastung erfahren (mid-loaded).



Abbildung 8.8: Profildruckverteilung für Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$ 



Abbildung 8.9: Profildruckverteilung für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=50^\circ$ 



Abbildung 8.10: Profildruckverteilung für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 8^\circ$ 



Abbildung 8.11: Profildruckverteilung für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 45^{\circ}$ 

#### 8.1.4 Isobaren

Linien, auf welchen der Druckkoeffizient  $c_p$  jeweils konstant ist, sind Isobaren. In Abb. 8.12 sind diese für die Platte mit eckiger Vorderkante bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 15^{\circ}$ dargestellt. Aus dem Verlauf der Isobaren kann man sehr gut die Einhaltung der periodischen Randbedingungen kontrollieren, indem jede Linie, welche aus dem Berechnungsgebiet austritt, exakt an der gleichen Stelle am gegenüberliegenden Rand des Berechungsgebietes, dem periodischen Rand, mit der gleichen Neigung wieder eintritt.

Das Druckminimum für das Profil mit eckiger Vorderkante bei dem Staffelungswinkel  $\gamma = 15^{\circ}$  befindet sich auf der Saugseite. Aufgrund des Staffelungswinkels  $\gamma > 0^{\circ}$ , liegt der Staupunkt im Bereich  $x^* > 0$  auf der Druckseite der Vorderkante noch stromaufwärts der Ecke. Durch die Eckenumströmung kommt es zu einer Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit bei gleichzeitiger Abnahme des Druckes. Die Isobaren A, B, C in diesem Bereich weisen daher den entsprechenden Unterdruck auf.

Das gleiche Profil bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 50^{\circ}$  ist in Abb. 8.13 dargestellt. Man erkennt die neue Lage des Staupunktes auf der Druckseite. Die Isobare T um den Staupunkt ist die einzige, welche einen Überdruck aufweist, alle anderen Isobaren besitzen Unterdruck aufgrund der hohen Geschwindigkeiten im gesamten Berechungsgebiet. Die erhöhten Geschwindigkeiten entstehen aber nicht nur wegen der starken Umlenkung, sondern auch wegen der saugseitig längeren Umströmungsstrecke infolge der Ablöseblase.

Beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 45^\circ$ , Abb. 8.14, liegt der Staupunkt nicht so weit hinten auf der Druckseite wie bei der Platte mit eckiger Vorderkante bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 50^\circ$ .



Abbildung 8.12: Isobaren für Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$ 



Abbildung 8.13: Isobaren für Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 50^{\circ}$ 



Abbildung 8.14: Isobaren für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 45^{\circ}$ 

### 8.1.5 Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf

Das Geschwindigkeitsverhältnis  $c/c_0$  wird über der dimensionslosen Schaufelteilung  $s^*$  am stromabwärtsseitigen Rand des Berechnungsgebietes aufgetragen. Die dimensionslose Koordinate  $y^*$  ist dabei mit

$$y^* = \frac{y}{s} \quad \text{mit } y = 0 \dots s \tag{8.5}$$

festgelegt. Das Geschwindigkeitsverhältnis  $c/c_0$  ist in Abb. 8.15 für das Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  für die beiden Staffelungswinkel  $\gamma = 8^\circ$  und  $\gamma = 45^\circ$  dargestellt. Ausnahmsweise wird hier die Abbildung des Kreisprofiles gegenüber jener der Platte mit eckiger Vorderkante aus Gründen der Verdeutlichung vorgezogen. Die jeweils 109 Berechnungspunkte entsprechen der Anzahl und Verteilung der Knotenpunkte entlang dieser Schaufelteilung. Das Geschwindigkeitniveau muß mit zunehmender Strömungsumlenkung höher liegen. Die Schließung der Totwasserzone stromabwärts hinter dem Profil führt zu einer verringerten Geschwindigkeit in diesem Bereich, welche sich bis zum stromabwärtsseitigen Rand des Berechnungsgebietes erstreckt und dort im Geschwindigkeitsverlauf als sogenannte Nachlaufdelle ausgeprägt ist. Bei den für dieses Profil bestmöglichen Strömungsverhältnissen bei  $\gamma = 8^{\circ}$  liegt eine fast symmetrische Ausbildung dieser Geschwindigkeitsdelle im Nachlauf vor. Das Geschwindigkeitsverhältnis beträgt in der Nachlaufdelle mindestens 80% der nicht beeinträchtigten Geschwindigkeitsverteilung hin zur Kanalmitte. Diese Konstanz der Geschwindigkeit weist auf eine reibungsfreie Strömung in diesem Bereich hin. Bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 45^{\circ}$  liegt die Absenkung der Geschwindigkeit in der Nachlaufdelle hingegen bei ca. 60%. Mit zunehmender Staffelung kommt es zu größeren Beeinträchtigungen der Strömung im Nachlaufbereich. D.h., die Form der Nachlaufdelle ist nicht mehr spitz und schlank, sondern weitet sich mit einer Tendenz zur Saugseite mehr auf, weil dort ein höheres Geschwindigkeitsdefizit vorliegt.

Die Nachlaufdelle für die Platte mit eckiger Vorderkante in Abb. 8.16, hat auch schon bei einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 15^{\circ}$  eine entsprechend große Aufweitung. Die Beeinträchtigungen der Strömung bei hoher Staffelung sind aufgrund der Ecken schon so hoch, daß überhaupt keine Nachlaufdelle mehr erkennbar ist und somit überhaupt keine Konstanz der Abströmgeschwindigkeit wenigstens nur über Teile des Kanalquerschnittes am Austritt gegeben ist.



Abbildung 8.15: Nachlaufdelle für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 8^\circ$  und  $\gamma = 45^\circ$ 



Abbildung 8.16: Nachlaufdelle für Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$  und  $\gamma = 50^{\circ}$ 

### 8.1.6 Dimensionsloser Wandabstand

Für das Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 8^{\circ}$  ist der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  über der totalen Profillänge  $x^*$  (in der Abbildung als "ARC LENGTH" bezeichnet) dargestellt, Abb. 8.17. Die Bedingung für den  $y^+$ -Wert, nämlich  $30 \leq y^+ \leq 100$ , siehe Kap. 7.1, wurde für diese Staffelung weitgehend eingehalten. Die Werte am Rand für Profileintritt und -austritt sind davon ausgenommen, weil in diesem Bereich die Voraussetzungen für die Wandfunktionen, wie Eindimensionalität der Strömung und  $\frac{dp}{dx} = 0$ , nicht erfüllt sind.

Bei größeren Staffelungswinkel  $\gamma$  kann es sein, daß die Druckseite einen etwas geringeren  $y^+$ -Wert als die geforderte Untergrenze besitzt. Das muß jedoch in Kauf genommen werden, da bei einem Netzumbau hinsichtlich einer strikten Einhaltung der  $y^+$ -Bedingung die Anzahl der notwendigen Elemente speziell im wandnahen Bereich stark ansteigen würde. Deshalb ist die gewählte Netzfeinheit, welche stets einen Kompromiß zwischen keiner zu hohen Knotenanzahl (Rechenzeit) und Einhaltung der  $y^+$ -Bedingung (Voraussetzung für das  $k/\epsilon$ -Modell) darstellt, in Wandnähe ausreichend.

Für die Platte mit eckiger Vorderkante bei  $\gamma = 15^{\circ}$  ist der  $y^+$ -Verlauf in Abb. 8.18 dargestellt. Bei der Platte mit eckiger Vorderkante, insbesondere bei größeren Staffelungswinkel  $\gamma$ , kann es vorkommen, daß der  $y^+$ -Wert die geforderte Untergrenze unterschreitet, vorallem im Bereich des Staupunktes. Trotz zahlreicher Versuche der Erstellung einer verbesserten Netzgeometrie, gelingt es in diesen Fällen nicht die  $y^+$ -Bedingung in diesem Bereich zu erfüllen. Die Ursache liegt vielmehr in der Nichterfüllung der Voraussetzung der  $y^+$ -Bedingung, siehe dazu auch Kap. 5.3. Dort wurde die Wandschubspannung mit

$$\lim_{y \to 0} \eta \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} = \tau_w \tag{8.6}$$

angegeben, die daraus folgende Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  ist im Bereich des Staupunktes derartig hoch, daß der dimensionslose Wandabstand

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \tag{8.7}$$

die  $y^+$ -Bedingung ( $30 \le y^+ \le 100$ ) nicht erfüllen kann.



Abbildung 8.17: y<sup>+</sup>-Verlauf für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  bei  $\gamma = 8^\circ$ 



Abbildung 8.18: y<sup>+</sup>-Verlauf für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=15^\circ$ 

## 8.2 Gemittelte Strömungsgrößen

#### 8.2.1 Berechnungsebene

Die Ebene in welcher die gemittelten Strömungsgrößen berechnet werden, befindet sich am Ende des Rechengebietes, also am Gitteraustritt siehe beispielsweise Abb. 7.1 ff. Die Abstände vom Beginn des Rechengebietes bis zum Profilanfang und vom Profilende bis Ende des Rechengebietes sind gleich groß, nämlich gleich der Länge der Profilsehne c.

### 8.2.2 Mittelungsverfahren

In der Berechnungsebene liegen je nach Netz entlang der Schaufelteilung etwa 100 Knotenpunkte vor. In jedem dieser Knotenpunkte werden die Strömungsgrößen berechnet. Um nun einen aussagekräftigen Mittelwert über die Teilungsstrecke zu erhalten, bedient man sich Mittelungsverfahren. Im vorliegenden Fall wurden die mit der lokalen Massenstromdichte gewogenen teilungsgemittelten Größen verwendet. Da die Strömung als inkompressibel betrachtet wurde, tritt die Dichte  $\varrho$  in den Gleichungen (8.8) bis (8.11) nicht auf. Die praktische Umsetzung der numerischen Integration erfolgt mittels IDL (Interactive Data Language).

• teilungsgemittelter Abströmwinkel  $\overline{\alpha}_1$ 

$$\overline{\alpha}_{1} = \frac{\int_{0}^{1} \alpha_{1}(y^{*})c_{1}(y^{*})\cos\alpha_{1}(y^{*}) dy^{*}}{\int_{0}^{1} c_{1}(y^{*})\cos\alpha_{1}(y^{*}) dy^{*}}$$
(8.8)

• teilungsgemittelter statischer Druckkoeffizient  $\overline{c}_{p1}$ 

$$\overline{c}_{p1} = \frac{\int_{0}^{1} c_{p1}(y^{*}) c_{1}(y^{*}) \cos \alpha_{1}(y^{*}) dy^{*}}{\int_{0}^{1} c_{1}(y^{*}) \cos \alpha_{1}(y^{*}) dy^{*}}$$
(8.9)

• teilungsgemittelter Totaldruckkoeffizient  $\overline{c}_{pt1}$ 

$$\overline{c}_{pt1} = \frac{\int_{0}^{1} c_{pt1}(y^*) c_1(y^*) \cos \alpha_1(y^*) \, dy^*}{\int_{0}^{1} c_1(y^*) \cos \alpha_1(y^*) \, dy^*}$$
(8.10)

Bei ebenen Strömungsrechnungen in einem Beschleunigungs- (oder Verzögerungs-) gitter muß das Massenstromdichteverhältnis (Axial Velocity Density Ratio) immer AVDR = 1sein. Es gibt das Verhältnis der Massenstromdichte am Eintritt zur Massenstromdichte am Austritt wieder.

$$AVDR = \frac{1}{\int_{0}^{1} c_{1}^{*}(y^{*}) \cos \alpha_{1}(y^{*}) \, dy^{*}}$$
(8.11)

Je genauer AVDR = 1 erfüllt ist, desto exakter sind die Ergebnisse nach FIDAP. Diese Bedingung ist bei allen Berechnungen stets erfüllt, die Abweichungen waren stets unter einem Promill.

#### 8.2.3 Gemittelte Strömungsgrößen

Die Auswirkungen der Verwendung unterschiedlicher Upwinding Verfahren ist in Abb. 8.19 anhand des Totaldruckkoeffizienten  $\overline{c}_{pt1}$  beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$ dargestellt. Das Streamline Upwinding ist dem Hybrid Upwinding vom Ergebnis her sehr ähnlich. Das First Order Upwinding ergibt stark überhöhte Werte im Vergleich zu den anderen beiden Upwinding-Verfahren. Dies liegt daran, daß beim First Order Upwinding die hohen Gradienten in den Strömungsgrößen nur verschmiert wiedergegeben werden, was die Genauigkeit der Lösung beeinflußt (siehe Kap. 6.3.3).



Abbildung 8.19: Einfluß des Upwindings auf  $\overline{c}_{pt1}$  beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$ 

Ein anderer Vergleich der verschiedenen Upwinding Verfahren ist in Abb. 8.20 anhand des Abströmwinkels  $\overline{\alpha}_1$  beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  dargestellt. Wiederum sehr ähnlich bzw. gleich sind die Ergebnisse von Streamline und Hybrid Upwinding. Ab  $\gamma = 30^{\circ}$ nimmt der Abströmwinkel in der Auswerteebene am Gitteraustritt zu. Diese Mehrumlenkung ist ein Zeichen der saugseitigen Strömungsablösung und der damit verbundenen Strömungsbeeinträchtigungen. Der mit First Order Upwinding berechnete Abströmwinkel  $\overline{\alpha}_1$  verläuft über alle Staffelungswinkel linear. Ein praktisch unmögliches Ergebnis. Da in den FIDAP Handbüchern das Streamline Upwinding als das standardmäßige angeführt ist und im vorliegenden Fall die Ergebnisse der einzelnen Upwinding-Verfahren sehr ähnlich sind, werden in dieser Arbeit fortan sämtliche Ergebnisse damit dargestellt.



Abbildung 8.20: Einfluß des Upwindings auf  $\overline{\alpha}_1$  beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$ 

Es wurden zahlreiche Berechnungen mit unterschiedlicher Wölbung der Kreisbogenprofile durchgeführt. Entgegen der ersten Versuche mit sehr starken Wölbungen, welche kaum eine Verstellung des Staffelungswinkels für große Abströmwinkel benötigten, stellte sich alsbald heraus, daß geringer gewölbte Profile hinsichtlich der strömungstechnischen Größen  $\overline{\alpha}_1, \overline{c}_{p1},$  $\overline{c}_{pt1}$  die günstigeren Werte ergeben. Abb. 8.21 zeigt, daß der Abströmwinkel  $\overline{\alpha}_1$  anfangs linear verläuft, erst ab einer Staffelung von  $\gamma = 30^{\circ}$  weist das gering gewölbte Kreisbogenprofil eine Minderumlenkung auf. Der Druckkoffizient  $\overline{c}_{p1}$  ist von den unterschiedlichen Profilwölbungen weniger beeinflußt, Abb. 8.22. Hingegen ganz deutlich zeigt sich der Einfluß der Profilwölbung beim Totaldruckkoeffizient  $\overline{c}_{pt1}$ , Abb. 8.23. Hier ist bei  $\gamma = 45^{\circ}$  der Druckverlust des Kreisbogenprofiles mit  $f^* = 2,18\%$  Wölbung dreimal so hoch als jener des Kreisbogenprofiles mit  $f^* = 3,27\%$  bzw.  $f^* = 4,25\%$ . Der Totaldruckkoeffizient  $\overline{c}_{pt1}$  beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 2,18\%$  Wölbung ist ab  $\gamma = 30^\circ$  für einen Vergleich nicht mehr zulässig, zu groß sind schon die Strömungsbeeinträchtigungen zufolge Strömungsabriß, so daß die numerisch berechneten Werte größerer Staffelungswinkel als unrichtig interpretiert werden müssen. Entsprechend diesem Ergebnis und der Tendenzen in den vorigen Abbildungen, wird aus den drei unterschiedlich stark gewölbten Kreisbogenprofilen jenes mit einer Wölbung von  $f^* = 3,27\%$  (entspricht einem Profilbogenwinkel  $\phi = 15^\circ$ , siehe Tab. 7.3) fortan für weitere Untersuchungen gewählt.



Abbildung 8.21: Abströmwinkel für Kreisbogenprofile verschiedener Wölbungen



Abbildung 8.22: Druckkoeffizient für Kreisbogenprofile verschiedener Wölbungen



Abbildung 8.23: Totaldruckkoeffizient für Kreisbogenprofile verschiedener Wölbungen

Im folgenden werden die Profilformen direkt in Vergleich gesetzt. Jeder Punkt der Kurven entspricht einer numerischen Berechnung der jeweiligen lokalen Strömungsgrößen. In Abb. 8.24 ist ab einem Staffelungswinkel  $\gamma = 35^{\circ}$  das strömungstechnische Versagen der Platte mit eckiger Vorderkante am Beispiel des Abströmwinkels  $\overline{\alpha}_1$  ganz besonders offensichtlich. Besonders negativ wirken sich hier Falschanströmungen aus, welche bei Klappenreglern (siehe Kap.3 [4]) keinen Einfluß darstellen. Wie in Abb. 8.25 zu sehen ist, verkleinert sich bzw. stagniert der Druckkoffizient  $\overline{c}_{p1}$  bei der Platte mit eckiger Vorderkante ab einem Staffelungswinkel von  $\gamma = 35^{\circ}$ .

Hinsichtlich des Totaldruckkoeffizienten  $\overline{c}_{pt1}$  zeigt sich am deutlichsten der Vorteil des strömungstechnisch günstigen Kreisbogenprofiles, Abb. 8.26. Im Vergleich zur Platte mit runder Vorderkante oder eckiger Vorderkante weist es hervorragende Werte auf, auch bei großen Staffelungswinkeln  $\gamma$ .



Abbildung 8.24: Abströmwinkel bei verschiedenen Profilen



Abbildung 8.25: Druckkoeffizient bei verschiedenen Profilen



Abbildung 8.26: Totaldruckkoeffizient bei verschiedenen Profilen

Mit dem Totaldruckkoeffizient, welcher für den Strömungsverlust kennzeichnend ist, läßt sich auch ein Betriebsbereich der untersuchten Profile angeben. Setzt man den zehnfachen Wert des Totaldruckkoeffizienten bei Staffelung  $\gamma = 0^{\circ}$  als Obergrenze eines Betriebsbereiches, so ergeben sich die in Tab. 8.1 empfohlenen Betriebsbereiche. Die Kernaussage hierbei lautet, durch Verwendung des Kreisbogenprofiles läßt sich der Betriebsbereich um 30% vergrößern gegenüber jenem der Platte mit eckiger Vorderkante.

Profilform	$\overline{c}_{pt1}$ [-] bei $\gamma = 0^{\circ}$	Betriebsbereich $\gamma_B[^\circ]$
Platte mit eckiger Vorderkante	0,050	37
Platte mit runder Vorderkante	0,027	37
Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$	0,025	48

Tabelle 8.1: Vergleich der Profile hinsichtlich Totaldruckverlust und Betriebsbereich

Die Kontinuitätsgleichung zwischen Strömungsquerschnitt innerhalb des Schaufelgitters und Gitteraustritt lautet

$$a^* \varrho_a c_a = \varrho_1 c_1 s^* \cos \alpha_1 \quad \text{mit} \quad a^* = f(\gamma) \tag{8.12}$$

wobei  $a^*$  den jeweils engsten Normalabstand zwischen den Schaufelprofilen innerhalb des Gitters darstellt, siehe Abb. 8.27.



Abbildung 8.27: Ermittlung des engsten Kanalquerschnittes beim Kreisbogenprofil

Der engste Kanalquerschnitt ist dabei eine Funktion von  $\gamma$  und berechnet sich für ein Kreisbogenprofil wie folgt, siehe dazu auch Abb. 7.3.

$$a^* = \sqrt{\Delta x^{*2} + \Delta y^{*2}} - R^* - d^* \tag{8.13}$$

dabei sind

$$\Delta x^* = \frac{\Delta x}{s} = \frac{\sigma}{2} \left( \cos \gamma + \left( \frac{1}{4f^*} - f^* \right) \sin \gamma \right),$$
  

$$\Delta y^* = \frac{\Delta y}{s} = 1 - \frac{\sigma}{2} \left( \sin \gamma - \left( \frac{1}{4f^*} - f^* \right) \cos \gamma \right),$$
  

$$R^* = \frac{R}{s} = \frac{\sigma}{2} \left( \frac{1}{4f^*} + f^* \right),$$
  

$$d^* = \frac{d}{s}.$$
  
(8.14)

Wie schon früher erwähnt, ist die Solidity  $\sigma = \frac{c}{s}$ .

Das Produkt  $\rho c$  erreicht im transsonischen Bereich ( $Ma \approx 1$ ) seinen Maximalwert und verläuft annähernd konstant ( $\rho_a c_a = \rho_1 c_1$ ). Aus Gl. (8.12) ergibt sich daher der Zusammenhang

$$\cos \alpha_1 \approx \frac{a^*(\gamma)}{s^*},\tag{8.15}$$

welcher auch als einfache Sinusregel bekannt ist.

Bei reibungsfreier Strömung ergibt sich aufgrund der Bernoulligleichung

$$\frac{c_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho}$$
(8.16)

schließlich

$$\overline{c}_{p1} = 1 - \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 \tag{8.17}$$

bzw. mit der Beziehung aus dem Geschwindigkeitsdreieck  $c_0 = c_1 \sin \alpha_1$ 

$$\overline{c}_{p1} = 1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha_1}.$$
(8.18)

Gemäß Gl.(8.18) läßt sich der Druckkoeffizient  $\overline{c}_{p1}$  ebenfalls mittels der einfachen Sinusregel berechnen. In Abb. 8.29 ist der approximierte Druckkoeffizient direkt im Vergleich mit dem numerisch berechneten des Kreisbogenprofiles mit  $f^* = 3,27\%$  dargestellt. Auch beim Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  ergeben sich bis  $\gamma = 30^{\circ}$  annähernd idente Werte für den jeweils unterschiedlich ermittelten Druckkoeffizient. Bei größeren Staffelungswinkeln verliert dann die einfache Sinusregel ihre Gültigkeit.



Abbildung 8.28: Abströmwinkel für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  im Vergleich mit der einfachen Sinusregel



Abbildung 8.29: Druckkoeffizient für Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  im Vergleich mit der einfachen Sinusregel

Stellt man die vorliegenden Profilformen in Vergleich mit den Meßdaten eines Gitters aus Profilen der Reihe NACA-0008 [26], so zeigt sich, daß die hier numerisch berechneten Ergebnisse durchaus im richtigen Bereich liegen. Die Meßwerte liegen für das NACA-0008 Profil nur bis zu einem Staffelungswinkel  $\gamma = 18^{\circ}$  vor, dafür aber in kleinen Schritten, eben in jenem Betriebsbereich dieser Gitter. In Abb. 8.30 mit dem Abströmwinkel  $\overline{\alpha}_1$  ist die Platte mit runder Vorderkante nahezu ident mit dem NACA-0008 Profil. Grund dafür ist die ebenfalls runde Vorderkante und die zum Ende hin spitz zusammenlaufende Kontur derartiger Profile. NACA 0008 Profile besitzen keine Wölbung. Das Kreisbogenprofil mit  $f^* = 3,27\%$  weist bedingt durch die Wölbung anfangs höhere  $\overline{c}_{pt1}$ -Werte auf, hat aber dafür bei größeren Staffelungswinkeln  $\gamma$  die kleineren Verluste gegenüber dem NACA-0008 Profil. Der Betriebsbereich des Kreisbogenprofiles mit  $f^* = 3,27\%$  Wölbung ist also der größere.



Abbildung 8.30: Abströmwinkel bei verschiedenen Profilen im Vergleich mit NACA-0008



Abbildung 8.31: Totaldruckkoeffizient bei verschiedenen Profilen im Vergleich mit NACA-0008

## Kapitel 9

# Zusammenfassung und Ausblick

Die Diplomarbeit handelt von der numerischen Berechnung der ebenen turbulenten Strömung in einer Vorleitregelung eines Radialgebläses. Die Berechnung erfolgte mittels dem Finite-Elemente Programmpaket FIDAP8 auf dem Applikationsserver Strömungsdynamik des Zentralen Informatikdienstes (ZID) der Technischen Universität Wien. Um die Diagramme erstellen zu können, wurden nach Beendigung des iterativen Berechnungsvorganges die FIDAP-Ergebnisfiles dem Simulationsprogramm IDL nach entsprechender Umformatierung mitgeteilt. Dort wurden Routinen verfaßt, die mit der lokalen Massenstromdichte gewogene, teilungsgemittelte dimensionslose Strömungsgrößen lieferten. Diese wurden schließlich mit Hilfe des Programmes Sigma-Plot graphisch dargestellt.

Die ursächliche Aufgabe dieser Diplomarbeit war die Suche nach einer Profilverbesserung bei einer gegebenen Vorleitregelung eines Radialventilators, welche nicht nur eine Vergrößerung des Arbeitsbereiches der Vorleitreihe zuläßt, sondern auch technologisch einfach und kostengünstig herstellbar ist. Aufgrund der derzeitigen Anwendungssituation im Ventilatorenbau wurde das Interesse auf drei Profile gerichtet, nämlich das bei der Vorleitregelung derzeit noch am häufigsten eingesetzte Blechprofil mit eckiger Vorderkante, das Profil mit runder Vorderkante und das Kreisbogenprofil. Durch die Einhaltung der periodischen Randbedingungen und Abwicklung eines Zylinderschnittes konnte die Untersuchung auf einen einzelnen Profilquerschnitt beschränkt werden. Als wichtigstes Kriterium für eine optimale Netzgenerierung diente die Einhaltung des dimensionslosen Wandabstandes. Großes Augenmerk wurde auf möglichst gleichbleibende Kombination der Relaxationsfaktoren für verschiedene Staffelungswinkel  $\gamma$  gelegt, um so mit einer Konfiguration einen möglichst großen Betriebsbereich abzudecken. Beim strömungstechnisch sehr ungünstigen eckigen Blechprofil, speziell bei größeren Staffelungswinkeln, erwiesen sich gleichbleibende Relaxationsfaktoren aber als nicht machbar. So ist auch die vollständig Einhaltung der  $y^+$ -Bedingung für diese Profilkonfiguration nicht möglich.

Als Maß für die Verluste ist der Totaldruckkoeffizient  $\overline{c}_{pt1}$  (Abb. 8.26 und Abb. 8.31) angeführt. Damit ist in den Ergebnissen ein empfohlener Betriebsbereich (Tab. 8.1) ersichtlich. Der Abströmwinkel  $\overline{\alpha}_1$  gibt Aufschluß wie die Strömung der Drallreglerstellung folgt, und somit eine qualitative Aussage über den Strömungsabriß. Die zuverlässigste Aussage über Strömungsabriß gibt die Darstellung der Geschwindigkeitsvektoren im Postprocessing. Dabei ist eine Übereinstimmung mit den diesbezüglichen Erfahrungswerten des Ventilatorenherstellers, welchen im eigentlichen Sinne diese Diplomarbeit zugrunde liegt, feststellbar. Die Berechnungsergebnisse der Strömung um ein Profil mit eckiger Vorderkante erweisen sich auch hinsichtlich Konvergenz als schwierig, ergeben doch die scharfen Ecken hohe Druckgradienten, welche zu numerischen Oszillationen führen können. Entsprechend schlechte Verläufe, vorallem des Totaldruckverlustes in Form des Totaldruckkoeffizienten  $\overline{c}_{pt1}$ sind die Folge. Beim Kreisbogenprofil wurde die Festlegung der optimalen Krümmung durch eine Vielzahl von Versuchen gefunden. Durch die schwache Krümmung bleibt auch eine große Staffelungsmöglichkeit erhalten. Deutlich wird dieser Vorteil im direkten Vergleich mit einem Verdichtergitter der Baureihe NACA-0008. Diese von *Stark* und *Böhle* [26] als Beschleunigungsgitter vorliegenden Meßergebnisse zeigen, daß die erhaltenen Rechenergebnisse eine hohe Treffsicherheit aufweisen.

Abweichungen der numerischen Strömungsberechnung hier und im allgemeinen sind auf mehrere Ursachen zurückzuführen. Im Finite-Elemente Verfahren wird ein Kontinuum mit unendlich vielen Freiheitsgraden diskretisiert, also die Anzahl der Freiheitsgrade reduziert. Dadurch werden die errechneten Werte des Totaldruckverlustbeiwertes gegenüber Meßwerten zu hoch ausfallen, [31]. Dies liegt auch daran, daß bei der Verwendung des Standard  $k/\varepsilon$ -Modells die Transition in der Grenzschichtströmung von laminarer zu turbulenter Strömung unberücksichtigt bleibt. Da aber der laminare Teil der Grenzschicht gegenüber dem turbulenten Teil einen geringeren Widerstand aufweist, folgen daraus die im üblichen überhöhten Werte. Jedoch kann man sich mit steigender Knotenanzahl des Gitters den realen Werten annähern, allerdings auf Kosten der Rechenzeit. Da sich auch der verwendete Netzalgorithmus dazu nicht besonders gut eignet, wurde das Augenmerk auf die zusätzliche numerische Diffusion, also dem Upwinding, gerichtet. Durch Variation des Upwindingfaktors und daraus resultierend die geschickte Wahl der Relaxationskonstanten für jeden Freiheitsgrad kann man die Abweichungen gut kompensieren. Die dimensionslose Eingabe verhilft nicht nur zu schnelleren Rechenzeiten, sondern auch zur Erleichterung der durch Kennzahlen gebildeten Darstellung.

Die vorliegende Arbeit bringt schließlich zum Ausdruck, daß die essentiellen Strömungsgrößen bei den konventionellen Vorleitregelungen durch Anwendung kostengünstiger, gewölbter Platten ganz wesentlich verbessert werden können.

### Ausblick

Die numerische Strömungsberechnung bietet eine Vielzahl von Möglichkeiten, um im weiteren auf die hier vorhandenen Kenntnisse tiefergehende Untersuchungen zu betreiben. Die hier durchgeführte Untersuchung beschränkt sich auf die zweidimensionale Betrachtungsweise der Gitterströmung. Eine weitere Arbeit auf diesem Gebiet könnte daher die numerische Berechnung der räumlichen Strömung sein. Durch die umlenkende Beschaufelung sind deutlich ausgeprägte Kanalwirbel zu erwarten. Eine instationäre Berechnung gäbe auch Aufschluß über die auftretenden Wirbelablösungen. Die Wechselwirkung der Wirbelsysteme mit der Hauptströmung und deren Auswirkung auf den Abströmwinkel lassen neue interessante Erkenntnisse erwarten.

Da die Berechnung turbulenter Strömungen geeignete Turbulenzmodelle benötigt, wäre es durchaus sinnvoll, Berechnungen wie die vorliegende auch mit anderen Turbulenzmodellen als dem Standard  $k/\varepsilon$ -Modell durchzuführen. Ein interessanter Vergleich wäre die Berechnung mit dem Low Reynoldsnumber  $k/\omega$ -Modell von *Wilcox*, welches ohne Wandfunktionen auskommt. Neben dem linearen Wirbelviskositätsansatz von *Bousinesq* stehen in FIDAP auch verschiedene, nichtlineare Wirbelviskositätsmodelle zur Verfügung. Eine Anwendung dieser Modelle bei der in der Vorleitregelung herrschenden Strömung (Wirbel, Ablösung) läßt neue Aufschlüsse erwarten. Wie die Literaturrecherche gezeigt hat, werden von verschiedenen Stellen Forschungen zur Verbesserung von Vorleitregelungen von Radialgebläsen betrieben. In Anbetracht günstig herzustellender Profilformen, kann man nach weiteren Geometrien suchen. Eine Verifizierung der numerischen Ergebnisse in einem Windkanal ist dabei interessant.

## Anhang A

# **FIDAP-Eingabefile**

TITLE IGV, d/s=0.04, gamma=45 Grad 11 FI-GEN( ELEM = 1, POIN = 1, CURV = 1, SURF = 1, NODE = 0, MEDG = 1, MLOO = 1, MFAC = 1, BEDG = 1, SPAV = 1, MSHE = 1, MSOL = 1) 11 WINDOW(CHANGE= 1, MATRIX ) 1.000000 0.000000 0.000000 0.00000 0.000000 1.000000 0.000000 0.00000 0.00000 1.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 1.000000 2.11917 -0.91436 -1.93197 2.12400 -3.03836 3.03836 45.000000 45.000000 45.000000 45.000000 11 UTILITY( TOLE = 1.0e-6) 11 //Profilbogenwinkel DELTA (0 bis 45.0) \$DELTA=15.0 11 //Anstellwinkel GAMMA (0 bis 89.999) GAMMA = 45.0 - DELTA/2 $\Pi$ //Kinetische Turbulenzenergie \$k=3.75e-3 11 //Turbulente Dissipationsrate \$eps=3.375e-2 11 //Eintrittsgeschwindigkeit w1 \$w1=1.0 11 //Sehenenlaenge \$s=1.0 11 //Plattendicke \$d=0.039534988

```
11
11
//PROFILGEOMETRIE
11
//Bogenradius der Mittellinie r
$r=(1-($d/2))/(2*SIN($DELTA/2))
11
//Abstand zum Profilende
sax=(1-(sd/2))*(COS(sGAMMA+sDELTA/2))
$ay=(1-($d/2))*(SIN($GAMMA+$DELTA/2))
\Pi
//POINTS PROFIL
11
POINT( ADD, COOR, X = -\frac{d}{2*}(COS(\frac{GAMMA})),
                 Y = -\frac{d}{2*} (SIN(\$GAMMA)))
POINT( ADD, COOR, X= -$d/2*( COS($GAMMA))+$d/2*( COS($GAMMA)-COS(45-$GAMMA)),
                 Y= -$d/2*( SIN($GAMMA))+$d/2*( SIN(45-$GAMMA)+SIN($GAMMA)) )
Y= -$d/2*( SIN($GAMMA))+$d/2*( COS($GAMMA)+SIN($GAMMA)) )
POINT( ADD, COOR, X= $ax-$d/2*SIN($GAMMA+$DELTA),
                 Y= $av+$d/2*COS($GAMMA+$DELTA) )
POINT( ADD, COOR, X= $ax,
                 Y= $ay )
POINT( ADD, COOR, X= $ax+$d/2*SIN($GAMMA+$DELTA),
                 Y= $ay-$d/2*COS($GAMMA+$DELTA) )
POINT( ADD, COOR, X=-\frac{d}{2*}(\cos(\frac{GAMMA}))+\frac{d}{2*}(\cos(\frac{GAMMA})+\sin(\frac{GAMMA})),
                 Y=-\frac{d}{2*}(SIN(\frac{GAMMA}))-\frac{d}{2*}(COS(\frac{GAMMA})-SIN(\frac{GAMMA})))
POINT( ADD, COOR, X=-$d/2*( COS($GAMMA))+$d/2*( COS($GAMMA)-SIN(45-$GAMMA)),
                 Y=-$d/2*( SIN($GAMMA))-$d/2*( COS(45-$GAMMA)-SIN($GAMMA)) )
11
//POINTS RAND
\Pi
POINT( ADD, COOR, X=-0.5*COS($GAMMA),
                 Y=-0.5*SIN(\$GAMMA))
POINT( ADD, COOR, X=
                       -COS($GAMMA),
                       -SIN($GAMMA))
                 Y=
POINT( ADD, COOR, X=
                       -COS($GAMMA),
                 Y = 0.5 - SIN(\$GAMMA))
POINT( ADD, COOR, X=-0.5*COS($GAMMA),
                 Y = 0.5 - 0.5 + SIN($GAMMA))
POINT( ADD, COOR, X= 0.0,
                 Y = 0.5)
POINT( ADD, COOR, X= $ax,
                 Y = $ay + 0.5)
POINT( ADD, COOR, X= $ax+1*COS($GAMMA+$DELTA),
                 Y= $ay+1*SIN($GAMMA+$DELTA)+0.5 )
POINT( ADD, COOR, X= $ax+1*COS($GAMMA+$DELTA),
                 Y= $ay+1*SIN($GAMMA+$DELTA)+($d/2)*(1/COS($GAMMA+$DELTA)))
POINT( ADD, COOR, X= $ax+1*COS($GAMMA+$DELTA),
                 Y= $ay+1*SIN($GAMMA+$DELTA) )
```

```
POINT( ADD, COOR, X= $ax+1*COS($GAMMA+$DELTA),
                  Y= $ay+1*SIN($GAMMA+$DELTA)-($d/2)*(1/COS($GAMMA+$DELTA)) )
POINT( ADD, COOR, X= $ax+1*COS($GAMMA+$DELTA),
                  Y= $ay+1*SIN($GAMMA+$DELTA)-0.5 )
POINT( ADD, COOR, X= $ax,
                  Y =  $ay - 0.5 )
POINT( ADD, COOR, X= 0.0,
                  Y=-0.5)
POINT( ADD, COOR, X=-0.5*COS($GAMMA),
                  Y = -0.5 - 0.5 \times SIN(SGAMMA))
POINT( ADD, COOR, X=
                       -COS($GAMMA),
                  Y=-0.5-SIN(\$GAMMA))
POINT( ADD, COOR, X= 0.0 ,
                  Y = 0.0)
POINT( ADD, COOR, X=-$r*SIN($GAMMA),
                  Y= $r*COS($GAMMA) )
POINT( ADD, COOR, X=-$r*SIN($GAMMA),
                  Y = r*COS(GAMMA)+0.5)
POINT( ADD, COOR, X=-$r*SIN($GAMMA),
                  Y = r*COS(GAMMA) - 0.5)
11
//CURVES
11
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
11
12
13
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
26
13
14
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
14
15
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
10
9
1
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
25
З
4
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
4
16
CURVE( ADD, LINE )
```
```
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
5
17
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
25
7
6
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
6
18
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
23
22
21
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
27
21
20
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
20
19
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
11
10
23
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
12
9
22
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
12
2
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
8
22
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
24
2
 З
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
```

```
24
 1
2
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
24
1
8
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
24
8
7
CURVE( ADD, ARC, CENTER2POINTS )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
13
З
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
7
21
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
14
4
5
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
6
5
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
6
20
CURVE( ADD, LINE )
POINT( SELE, ID, WIND = 1 )
15
16
17
18
19
CURVE( ADD, LINE )
11
//Definition MESHEDGE
11
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
1
5
12
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 8, RATI = 1/1.1 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
```

```
2
13
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 14, RATI = 1/1.1 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
3
14
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 70, RATI = 1.0 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
7
10
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 70, RATI = 1.1, 2RATIO = 1.1, PCENTER = 0.5 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
4
15
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 50, RATI = 1.02 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
8
9
11
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 50, RATI = 1.08 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
6
20
26
28
32
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 40, RATI = 1/1.1 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
21
27
31
35
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 40, RATI = 1.1 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
22
23
24
25
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 14, RATI = 1.0 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
16
17
18
19
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 14, RATI = 1.0 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
29
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 10, RATI = 1.2 )
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
30
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 10, RATI = 1.2 )
```

```
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
33
34
MEDGE( ADD, SUCCESSIVE, INTE = 10, RATI = 1.0 )
11
//**Definition der Meshfaces:
11
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
5
16
1
18
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
6
18
20
23
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
20
2
26
22
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
7
26
З
28
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
8
28
4
32
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
9
29
8
33
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
12
17
5
19
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
21
```

```
19
6
24
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
13
21
25
27
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
14
27
10
31
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
15
31
11
35
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
CURVE( SELE, ID, WIND = 1 )
11
30
9
34
MFACE(WIRE, EDG1 = 1, EDG2 = 1, EDG3 = 1, EDG4 = 1)
11
//**Vernetzung:
11
ELEMENT( SETD, QUADRILATERAL, NODES = 9 )
11
MFACE( SELE, ALL )
MFACE( MESH, MAP, ENTI = "Fluid" )
11
ELEMENT( SETD, EDGE, NODES = 3 )
11
MEDGE( SELE, ID, WIND = 1 )
28
29
MEDGE( MESH, MAP, ENTI = "Eintritt" )
MEDGE( SELE, ID, WIND = 1 )
19
34
35
23
MEDGE( MESH, MAP, ENTI = "Austritt" )
MEDGE( SELE, ID, WIND = 1 )
26
27
```

```
9
33
MEDGE( MESH, MAP, ENTI = "Saugseite" )
MEDGE( SELE, ID, WIND = 1 )
25
24
8
32
MEDGE( MESH, MAP, ENTI = "Druckseite" )
MEDGE( SELE, ID, WIND = 1 )
3
5
7
11
MEDGE( MESH, MAP, ENTI = "Saugrand" )
MEDGE( SELE, ID, WIND = 1 )
1
4
6
10
MEDGE( MESH, MAP, ENTI = "Druckrand" )
11
END
11
FIPREP
11
PROBLEM( 2-D, STEADY, NONLINEAR, TURBULENT )
11
EXECUTION( NEWJOB )
11
PRESSURE ( mixed=1.0E-9, CONTINUOUS )
11
SOLUTION ( segr=10000, velc=0.0001, schange=0.0, cr=10000, cgs=10000,
          ncgc=1e-6, precon=21 )
11
RELAXATION
0.7 0.7 0.0 0.9 0.0 0.0 0.8 0.8
11
OPTIONS ( UPWINDING )
UPWINDING ( STREAMLINE )
11
EXTRAPOLATE ( OFF )
11
ENTITY( FLUID, NAME = "Fluid" )
ENTITY( PLOT, NAME = "Eintritt" )
ENTITY( PLOT, NAME = "Austritt" )
ENTITY( PLOT, NAME = "Saugrand" )
ENTITY( PLOT, NAME = "Druckrand" )
ENTITY( WALL, NAME = "Saugseite" )
ENTITY( WALL, NAME = "Druckseite" )
11
```

11 BCNODE( UX, CONSTANT=\$w1, ENTITY="Eintritt" ) BCNODE( UY, CONSTANT=0.0, ENTITY="Eintritt" ) BCNODE( VELOCITY, CONSTANT=0.0, ENTITY="Saugseite" ) BCNODE( VELOCITY, CONSTANT=0.0, ENTITY="Druckseite" ) 11 BCNODE( KINETIC, CONSTANT=\$k, ENTITY="Eintritt" ) BCNODE( DISSIPATION, CONSTANT=\$eps, ENTITY="Eintritt" ) 11 BCPERIODIC ( ALL, ENTITY, INCLUSIVE, REFERENCE="Druckrand", PERIODIC="Saugrand", r1node=3, r2node=4, p1node=21, p2node=22 ) 11 ICNODE ( KINETIC, CONSTANT=\$k, ALL ) ICNODE ( DISSIPATION, CONSTANT=\$eps, ALL ) ICNODE ( UX, CONSTANT=\$w1, ALL ) ICNODE ( UY, CONSTANT=0.0, ALL ) 11 POSTPROCESS( ALL, RESIDUAL ) 11 DENSITY( CONSTANT=1.0 ) 11 EDDYVISCOSITY( BOUSSINESQ ) 11 TURBOPTIONS( STANDARD ) 11 VISCOSITY( TWO-EQUATION, CONSTANT=4.08163E-6, CLIP=1.0E6 ) 11 RENUMBER(profile)  $\Pi$ END 11 CREATE( FISOLV )

## Literaturverzeichnis

- [1] Albring W.: Angewandte Strömungslehre. 6. Auflage. Berlin: Akademie Verlag 1991
- Bammert K., Kläukens H.: Nabentotwasser hinter Leiträdern von axialen Strömungsmaschinen, Ingenieur-Archiv, XVII. Band, 1949
- [3] Beelte H., Oppermann C.: Untersuchungen zum Einfluß von Drallreglern mit abwinkelbaren Vorleitschaufeln für das Betriebsverhalten von Radialventilatoren. VDI Berichte Nr. 1249, 1996
- [4] *Böhle M.*: Strömungstechnische Auslegung eines Vordrallreglers mit mechanischen Klappen für Turbomaschinen, VDI Berichte Nr. 1208, 1995
- [5] Bommes L., Kramer C.: Ventilatoren, Expert Verlag
- [6] Brooks A.N., Hughes T.J.R.: Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 32, 1982
- [7] Coppinger M., Swain E.: Numerical Analysis and Development of an Industrial Centrifugal Compressor Inlet Guide Vane System. IMechE Seminar Publication 1998-13
- [8] Coppinger M., Swain E.: Performance Prediction and Optimization of an Industrial Centrifugal Compressor Inlet Guide Vane System. IMechE Conference Transactions 1999-1B
- [9] DIN 24163, Teil 3: Ventilatoren, Leistungsmessung an Kleinventilatoren, Normprüfstände
- [10] Eurovent 1/1: Terminologie der Ventilatoren, Maschinenbauverlag GmbH, Frankfurt/Main
- [11] FLUENT: FIDAP8-Users Manual, 1998
- [12] Haroutunian V., Engelmann M.: On Modelling Wall-Bound Turbulent Flows Using Specialized Near-Wall Finite Elements and the Standard k/ε-Turbulence Model. First AS-ME/JSME Fluids Engineering Conference, FED-117, 1991
- [13] Haselbacher H.: Vorlesungen über Grundzüge der Thermischen Turbomaschinen, Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen, TU-Wien, 1996
- [14] Ishino M., Iwakiri Y., Bessho A., Uchida H.: Effects of Variable Inlet Guide Vanes on Small Centrifugal Compressor Performance. ASME Paper 99-GT-157, 1999
- [15] Kassens I., Beinecke D., Rautenberg M.: Abtastung der Strömung hinter einem regelbaren Vorleitrad eines Radialverdichters. VDI Berichte Nr. 1208, 1995

- [16] Kassens I., Rautenberg M.: Whirl Distribution Measurments in Front of the Impeller of a Centrifugal Compressor. Advances in Fluid Mechanics and Turbomachinery, Springer Verlag 1998
- [17] Kassens I., Rautenberg M.: Flow Measurments Behind the Inlet Guide Vane of a Centrifugal Compressor, ASME Paper 98-GT-86, 1998
- [18] Kullen A.: Vergleich der verschiedenen Regelverfahren von Ventilatoren. Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen, 1988
- [19] Launder B.E., Spalding D.B.: The Numerical Computation of Turbulent Flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3, 1974
- [20] Lexis J.: Radial-Ventilatoren in der Praxis, Gentner Verlag Stuttgart
- [21] Lugt H.J.: Wirbelströmung in Natur und Technik, Karlsruhe: G. Braun 1979
- [22] Scheuch GmbH: Produktkatalog Technische Unterlagen, Drallregler, Ausgabe 1996
- [23] Schlichting H., Gersten K.: Grenzschichttheorie, Springer Verlag, 9. Auflage, 1977
- [24] Schlender F., Klingenberg G.: Ventilatoren im Einsatz, VDI Verlag 1996
- [25] Schönung E.: Numerische Strömungsmechanik, Springer Verlag 1990
- [26] Stark U., Böhle M.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen an ungestaffelten Gittern aus Profilen mit mechanischen Klappen, Forschung im Ingenieurwesen Bd.56 Nr.6, 1990
- [27] Swain E.: The Design of Variable Inlet Guide Vane Assemblies for Low Pressure Ratio Compressors, VDI Berichte Nr.1249, 1996
- [28] Truckenbrodt M.: Fluidmechanik, Band 1, Springer Verlag 1989
- [29] VDI 2044: Abnahme und Leistungsversuche an Ventilatoren (VDI- Ventilatorregeln)
- [30] Willinger R.: Rechnergestützte Auslegung Thermischer Turbomaschinen und Thermischer Energieanlagen, Vorlesung am Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen, TU-Wien, 1998
- [31] Willinger R., Haselbacher H.: Berechnung und Messung der ebenen turbulenten Strömung in einem geraden Turbinengitter, FIDAP-Benutzertreffen in Wiesbaden 1996
- [32] Whitfield A., Abdullah A.H.: The Performance of a Centrifugal Compressor with high Inlet Prewhirl, ASME Paper 97-GT-182, 1997

## Abbildungsverzeichnis

1.1	Axialventilator	3
1.2	Diagonalventilator	4
1.3	Radialventilator	5
1.4	Laufradtypen beim Radialventilator	5
2.1	Typische Regelwege bei lufttechnischen Anlagen	7
2.2	Geschwindigkeitsdreiecke des Radialventilators	8
2.3	Zusammenhang zwischen Schnellaufzahl $\sigma$ und Durchmesserzahl $\delta$ [24]	11
2.4	$\lambda - \varphi$ -Zusammenhang in Abhängigkeit von der Schaufelform	12
2.5	$\lambda-\varphi$ -Zusammenhang in Abhängigkeit vom Strömungswinkel der Absolutgeschwindigkeit	12
2.6	$\lambda-\varphi\text{-}\mathrm{Zusammenhang}$ für Austrittswinkel der Relativgeschwindigkeit $\beta_2\neq0°$	13
2.7	$\lambda - arphi$ -Zusammenhang einer Verdichterstufe	14
2.8	Kennlinienverlauf bei Drosselregelung	14
2.9	Kennlinie einer Vorleitregelung	16
2.10	Regelkennfeld für Drehzahlregelung	17
2.11	Leistungsbedarf bei $\Delta p \sim \dot{V}^2$ [18]	18
2.12	Leistungsbedarf bei $\Delta p = const.$ [18]	19
3.1	Strömungswinkel am Austritt des Vordrallreglers (Hub=Nabe, Shroud=Gehäuse) [14]	21
3.2	Srömungsmessungen bei Mitdrall $\gamma=60^\circ$ (hier mit $\beta_V$ bezeichnet) [15]	22
3.3	Kennfeld des Radialventilators bei Verstellung der Vorleitreihe $[16]$	23
3.4	Minderumlenkung bei Schaufelspalten an Nabe und Gehäuse (Hub and Tip Clearance) sowie bei spaltlosen Schaufeln (Solid Blade) [7]	25
3.5	Verlustbeiwerte für ein Klappengitter aus Profilen EHK 1/3; $x_k/l = 0,333;$ t/l = 1,0 [26]	26
3.6	Drallerzeugung mittels Eintrittsspirale, Variation des Eintrittsquerschnittes [32]	27

4.1	Abwicklung des Plattengitters einer Vorleitregelung	29
4.2	Totwasserkern in einer Drallströmung	30
4.3	Verlauf des relativen Druckgefälles einer Drallströmung [2]	31
4.4	Relatives Druckgefälle im Leitrad mit geraden Schaufeln $[2]$	32
4.5	Grenze des ausnutzbaren Radienverhältnisses in Abhängigkeit vom Strömungswinkel	34
4.6	Übergang vom beschaufelten zum schaufellosen Raum	35
4.7	Relatives Druckgefälle hinter dem Leitrad bei geraden Schaufeln ( $\alpha_1 = 25^\circ$ ) [2]	37
4.8	Kritisches Radienverhältnis in Abhängigkeit vom Austrittswinkel	38
4.9	Rankine-Wirbel	39
4.10	Verlauf der $x$ -Komponente der Geschwindigkeit an einem festen Punkt	41
4.11	Widerstandsbeiwerte von längsangeströmten Platten in Abhängigkeit von der Reynoldszahl nach [23]	43
5.1	Das universelle Wandgesetz in den Bereichen der Grenzschicht	50
6.1	9-knotiges Viereckelement	53
6.2	Colebrook-Diagramm	55
6.3	Verhalten der Grenzschicht an der längs angeströmten ebenen Platte	56
6.4	Einfluß der Pecletzahl auf die Lösung der konvektiv-diffusen Modellgleichung	58
7.1	Netz für Platte mit eckiger Vorderkante	63
7.2	Netz für Platte mit runder Vorderkante	64
7.3	Geometrische Größen am Kreisbogenprofil	65
7.4	Netz für Kreisbogenprofil mit $f^* = 2,18\%$	66
7.5	Netz für Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$	67
7.6	Netz für Kreisbogenprofil mit $f^* = 4,35\%$	68
8.1	Stromlinien für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma = 15^{\circ}$	70
8.2	Stromlinien für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=50^\circ$	71
8.3	Stromlinien für Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$ bei $\gamma = 8^\circ$	71
8.4	Stromlinien für für Kreisbogenprofil mit $f^*=3,27\%$ bei $\gamma=45^\circ$	72
8.5	Geschwindigkeitsvektoren für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=15^\circ$	73
8.6	Geschwindigkeitsvektoren für Kreisbogenprofil mit $f^*=3,27\%$ bei $\gamma=45^\circ$ .	74
8.7	Definition der dimensionslosen totalen Profillänge $x^*$	75
8.8	Profildruckverteilung für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=15^\circ\ \ldots\ \ldots$	77
8.9	Profildruckverteilung für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma = 50^{\circ}$	77

8.10	Profildruckverteilung für Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$ bei $\gamma = 8^\circ \ldots$	78
8.11	Profildruckverteilung für Kreisbogenprofil mit $f^*=3,27\%$ bei $\gamma=45^\circ$	78
8.12	Isobaren für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=15^\circ$	79
8.13	Isobaren für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma = 50^\circ$	80
8.14	Isobaren für Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$ bei $\gamma = 45^\circ$	80
8.15	Nachlaufdelle für Kreisbogenprofil mit $f^*=3,27\%$ bei $\gamma=8^\circ$ und $\gamma=45^\circ$	82
8.16	Nachlaufdelle für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma=15^\circ$ und $\gamma=50^\circ$	82
8.17	$y^+$ -Verlauf für Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$ bei $\gamma = 8^\circ$	84
8.18	$y^+$ -Verlauf für Platte mit eckiger Vorderkante bei $\gamma = 15^\circ$	84
8.19	Einfluß des Upwindings auf $\overline{c}_{pt1}$ beim Kreisbogenprofil mit $f^*=3,27\%$	86
8.20	Einfluß des Upwindings auf $\overline{lpha}_1$ beim Kreisbogenprofil mit $f^*=3,27\%$	87
8.21	Abströmwinkel für Kreisbogenprofile verschiedener Wölbungen	88
8.22	Druckkoeffizient für Kreisbogenprofile verschiedener Wölbungen	88
8.23	Totaldruckkoeffizient für Kreisbogenprofile verschiedener Wölbungen	89
8.24	Abströmwinkel bei verschiedenen Profilen	90
8.25	Druckkoeffizient bei verschiedenen Profilen	90
8.26	Totaldruckkoeffizient bei verschiedenen Profilen	91
8.27	Ermittlung des engsten Kanalquerschnittes beim Kreisbogenprofil	92
8.28	Abströmwinkel für Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$ im Vergleich mit der einfachen Sinusregel	93
8.29	Druckkoeffizient für Kreisbogenprofil mit $f^* = 3,27\%$ im Vergleich mit der einfachen Sinusregel	94
8.30	Abströmwinkel bei verschiedenen Profilen im Vergleich mit NACA-0008	95
8.31	Totaldruckkoeffizient bei verschiedenen Profilen im Vergleich mit NACA-0008	95

## Tabellenverzeichnis

1.1	Abgrenzung des Ventilators zum Verdichter [5]	2
5.1	Modellkonstanten des $k/\varepsilon$ -Turbulenzmodells [19]	48
6.1	Verwendete Relaxationsfaktoren	57
7.1	Anzahl der Knoten und Elemente bei der Platte mit eckiger Vorderkante	63
7.2	Anzahl der Knoten und Elemente bei der Platte mit runder Vorderkante	64
7.3	Zusammenhang Profilbogenwinkel und bezogene Profilwölbung	65
7.4	Anzahl der Knoten und Elemente für Kreisbogenprofil mit $f^*~=~2,18\%$	66
7.5	Anzahl der Knoten und Elemente für Kreisbogenprofil mit $f^*~=~3,27\%$	67
7.6	Anzahl der Knoten und Elemente für Kreisbogenprofil mit $f^*~=~4,35\%$	68
8.1	Vergleich der Profile hinsichtlich Totaldruckverlust und Betriebsbereich	91