DISSERTATION

Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Durchflußverhalten von Labyrinthdichtungen von Turbomaschinen unter dem Einfluß von Rotation, Wellendesaxierung und Drall der Zuströmung

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der technischen Wissenschaften unter der Leitung von

o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hermann Haselbacher
E313
Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Maschinenbau
von

Dipl.-Ing. Klaus Leeb
Matr.Nr.: 8531058
geb. am 18. August 1966 in Waiern/Kärnten
Bauernfeldgasse 14, A-1190 Wien

Wien, im November 1997

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1994 bis 1997 während meiner Tätigkeit als Universitätsassistent am Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen der Technischen Universität Wien.

Dem Institutsvorstand Herrn *o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hermann Haselbacher* danke ich für die Themenstellung, sowie für die konstruktiven Diskussionen bei der Durchsicht der Arbeit. Seiner Initiative ist die Kooperation mit der *Fa. AE&E* zu verdanken.

Bei Herrn *o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Alfred Kluwick* bedanke ich mich für die freundliche Übernahme des Koreferates.

Weiters möchte ich mich bei der *Fa. AUSTRIAN ENERGY & ENVIRONMENT (AE&E)* für die großzügige materielle Unterstützung bedanken.
Mein Dank gilt vor allem Herrn *Dipl.-Ing. Dr.techn. Johann Gruber*, Abteilung Dampfturbinenbau, der dafür Sorge getragen hat, daß die Fertigung der Prüfstandskomponenten und die für die Durchführung der Versuche notwendigen Nachbearbeitungen von Komponenten zeitgerecht durchgeführt wurden.

Für das angenehme und freundschaftliche Arbeitsklima am Institut bedanke ich mich herzlich bei allen Kollegen und Mitarbeitern des Institutes. Besonders erwähnen möchte ich hierbei die Herren *Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger, Dipl.-Ing. Andreas Joppich, Dipl.-Ing. Ulrich Schiestl, Ing. Gerhard Kanzler, Markus Schneider* und *Josef Englisch*, die durch die unzähligen Diskussionen, sowie durch die uneingeschränkte Unterstützung des Projektes wertvolle Beiträge zu dieser Arbeit geleistet haben.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Durchflußverhalten von Durchblick- und Vollabyrinthen. Der Einfluß des Druckverhältnisses, der Spaltweite, der Exzentrizität des Rotors, sowohl Parallelauslenkung wie auch Schiefstellung, der drallbehafteten Zuströmung, Gleich- bzw. Gegendrall, und der Rotorrotation auf den Leckmassenstrom wurde experimentell untersucht.
Mit Hilfe eines kommerziellen CFD-Softwarepaketes auf der Basis der Finiten Elemente wurden die durch Messung ermittelten Durchflußbeiwerte für alle untersuchten Labyrinthkonfigurationen bei stillstehendem Rotor in zentrischer Lage numerisch nachvollzogen.
Einleitend wurden die wichtigsten Ergebnisse aus der Literatur zusammengestellt, die sich mit dem Einfluß der oben erwähnten Parameter auf den Leckmassenstrom beschäftigen. Während der Rotationseinfluß bei Durchblick-, Kamm-Nut- und Stufenlabyrinthen in den letzten Jahren ausführlich untersucht worden ist, liegen keinerlei Daten bezüglich der Vollabyrinthe vor. Es finden sich teilweise widersprüchliche Ergebnisse in Bezug auf eine Massenstromänderung aufgrund der parallelausgelenkten Lage des Rotors. In der Literatur liegen keine Hinweise bezüglich der Schiefstellung des Rotors vor. Ebenso ist der Einfluß der drallbehafteten Zuströmung auf den Leckmassenstrom nur mangelhaft beschrieben.
Nach einer eingehenden Dimensionsanalyse, die als Ergebnis die bestimmenden Kennzahlen zur Beschreibung der oben erwähnten Einflüsse hat, wird im Weiteren der neu entwickelte Labyrinth-Prüfstand vorgestellt, der es ermöglichte, dreidimensionale Effekte zu untersuchen. Die Versuchslabyrinthe wurden so gewählt, daß sie sowohl geometrische Ähnlichkeit (der Durchmesser des Rotors, die Bauhöhe, die Dicke der eingestemmten Dichtstreifen, deren Teilung, sowie die untersuchten Spaltweiten) als auch strömungstechnische Ähnlichkeit (z.B. Umfangsgeschwindigkeit des Rotors) mit Labyrinthen in realen Maschinen aufwiesen. Die Ergebnisse aus den umfangreichen Messungen werden detailliert dargestellt und diskutiert.
Die numerische Simulation der stationären, kompressiblen, rotationssymmetrischen und turbulenten Labyrinthströmung erfolgt mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente, wobei zur Vernetzung des Rechengebietes eine Kombination aus strukturierten und unstrukturierten Netzen verwendet wird. Beachtenswerte Punkte bei der Netzerstellung werden ausführlich beschrieben. Zur Berechnung der turbulenten Strömung wird das *Standard* k/ε*-Modell* verwendet. Die Berechnungsergebnisse weisen für das Durchblicklabyrinth mit der kleinsten Spaltweite und für alle simulierten Vollabyrinthe eine gute Übereinstimmung mit den Meßdaten auf ($+5 \div 8\%$). Größere Abweichungen von etwa $+20\%$ ergeben die numerischen Simulationen jener Durchblicklabyrinthe, bei denen ein deutlicher *carry-over* Effekt auftritt.

Als Ergebnis liegen dem Anwender umfangreiche Daten vor, die bei der Auslegung von Labyrinthdichtungen ihre Berücksichtigung finden könnten. Zudem wurde gezeigt, daß die Methode der Finiten Elemente zur Berechnung der Labyrinthströmung in verstärktem Maße eingesetzt werden könnte.

Abstract

Investigations on the mass flow through straight-through and staggered labyrinth seals are presented. Special attention is given to the influence of the pressure ratio, the gap with, the eccentricity of the rotor (parallel as well as angular displacement of the axes), to the rotation of the rotor and to an entry swirl (co- and counterrotating to the rotor) on the leakage of the labyrinth seals.
Using a commercial CFD-code based on the finite-elements method, the discharge coefficients of the investigated labyrinth seals in the case of a stationary rotor without any eccentricity are computed.
In an introductory chapter the main results from the open literature are summarized concerning the parameters mentioned above. As far as straight through and convergent and divergent stepped seals are concerned, the effect of the rotation is investigated in detail. There are no data, however, for staggered labyrinth seals. Results concerning the change of the mass flow due to a parallel displacement are partially inconsistent. There are no measurement results at all as far as an angular displacement of the axes is concerned. The influence of an entry swirl on the mass flow is inadequately described.
Subsequently the newly developed test facility, which allows the investigation of three-dimensional effects, is presented. The geometric dimensions of the labyrinth seals, such as the diameter of the rotor, the annular clearance between the rotor and the stator, the fin width, the pitch and the gap width fit the geometric dimensions of labyrinth seals of running machines. The data derived from extensive measurements are discussed and presented in detail.
The steady state, rotationally-symmetric compressible turbulent flow is calculated using the finite-elements method. In order to generate a mesh, structured and unstructured grids are combined. The description of the turbulent flow is based on the *standard* k/ε*-model*. There is good agreement ($+5 \div 8\%$) between calculated and measured values in case of the straight through seal with the smallest gap width and for all staggered labyrinth seals. The numeric simulations of the straight through labyrinth seals with a noticeable *carry-over* effect show a deviation of about $+20\%$.

As a result of the investigations presented here, there are many detailed data, which could be taken into consideration by the user in order to design labyrinth seals. Furthermore the finite-elements method could be used increasingly to calculate the mass flow of labyrinth seals, as it is shown here.

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

a	$[m]$	Bauhöhe
a	$[m^2/s]$	Temperaturleitfähigkeit
A	$[m^2]$	Fläche
b	$[m]$	Dicke der Dichtstreifen
B	$[m]$	Kammerbreite
c	$[m/s]$	Geschwindigkeit
c_{ax}	$[m/s]$	mittlere axiale Geschwindigkeit
c_u	$[m/s]$	Umfangskomponente der Zuströmung
c_p	$[J/kgK]$	spez. Wärmekapazität bei konst. Druck
$c_\mu, c_{\varepsilon_1}, c_{\varepsilon_2}$		Konstanten des k-ε modells
C		Durchflußkoeffizient
C_D		Durchflußbeiwert
d	$[m]$	Blendendurchmesser
d_h	$[m]$	hydraulischer Durchmesser
d_s	$[m]$	mittlerer Spaltdurchmesser
D	$[m]$	Durchmesser Blendenrohr
$DTOL$		Abbruchschranke F-E Verfahren
e		relative Exzentrizität
E		zufälliger Fehler
E		Vorgeschwindigkeitsfaktor
G_k	$[N/m^2s]$	Produktionsterm von k
h	$[J/kg]$	Enthalpie
h	$[m]$	Spitzenhöhe
i		Übersetzungsverhältnis
I	$[\%]$	Turbulenzgrad
k	$[m^2/s^2]$	turbulente kinetische Energie
$K(u)$		Koeffizientenmatrix F-E Verfahren
L	$[m]$	charakteristische Länge
$\dot{m}$	$[kg/s]$	Massenstrom
$\dot{m}_{ideal}$	$[kg/s]$	Massenstrom durch eine ideale Düse
M	$[kg/kmol]$	Molare Masse
Ma		Machzahl
n		Anzahl der Meßwerte
n		Anzahl der Dichtstreifen
n_i		Normalvektor
p	$[Pa]$	Druck

Δp	$[Pa]$	Wirkdruck an Blende
Pr		Prandtl-Zahl
$\dot{Q}_{ideal}$	$[\sqrt{kgK/J}]$	reduzierter Volumenstrom
r	$[m]$	Radius
Δr	$[m]$	radiale Auslenkung des Rotors
R		Vektor der Randbedingungen F-E Verfahren
R	$[J/kgK]$	Gaskonstante
R_m	$[J/kmolK]$	allgemeine Gaskonstante
Re		Reynoldszahl
Re_{ax}		axiale Reynoldszahl
s	$[J/kgK]$	Entropie
s	$[m]$	Spaltweite
S		Quellterm
S_ϕ	$[*]$	Quellterm der Variable ϕ
t	$[m]$	Teilung
t	$[s]$	Zeit
T	$[K]$	Temperatur
u		Fraktile
u, u_i, u_{i-1}		Lösungsvektoren F-E Verfahren
u_w	$[m/s]$	Umfangsgeschw. Rotor an der mittl. Dichtspitze d_s
U	$[m/s]$	charakteristische Geschwindigkeit
$U_{benetzt}$	$[m]$	benetzter Umfang
v	$[m^3/kg]$	spezifisches Volumen
V		Vertrauensgrenze
$\bar{x}$	$[*]$	Mittelwert
y^+		dimensionsloser Wandabstand in der Grenzschicht
z, r, ϑ		Zylinderkoordinaten

Griechische Formelzeichen

α		Relaxationsfaktor, Durchflußbeiwert
β		Verhältnis Rohr- zu Blendendurchmesser
Γ_ϕ		Diffusionskoeffizient
$\delta_{i,j}$		Kroneckerdelta
Δ		relative Änderung
ε		Expansionszahl
ε	$[m^2/s^3]$	turbulente Dissipationsrate von k
κ		Isentropenexponent
λ	$[W/Km]$	Wärmeleitfähigkeit, Widerstandsbeiwert
μ	$[Pas]$	dynamische Viskosität
$\Delta\mu$	$[\%]$	relative Massenstromänderung
ν	$[m^2/s]$	kinematische Viskosität
ξ		Durchflußfunktion ideale Düse
π		Druckverhältnis
ϱ	$[kg/m^3]$	Dichte
σ		Standardabweichung
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$		Konstanten des k-ε Modells
$\sigma_{i,j}$		Spannungstensor
τ	$[N/m^2]$	Schubspannung

ϕ	$[*]$	Transportgröße
φ	$[\%]$	relative Luftfeuchte
φ	$[*]$	dimensionsbehaftete Größe
Π		dimensionsloses Produkt
Φ		relative Durchflußfunktion
ω	$[s^{-1}]$	Winkelgeschwindigkeit

Indizes

a	Austritt
ax	axial
$Bezug$	Bezugsgröße
e	Eintritt
eff	Effektivwert
h	enthalpiebezogen
i, j, k	Laufindizes
$krit$	kritisch
l	laminar
L	Luft
max	Maximalwert
s	Stator, auf Spalt bezogen
sp	Spalt
t	turbulent
u	Umgebungszustand, auf Umfang bezogen
w	Rotor, Welle,Wand
$\bar{x}$	auf Mittelwert bezogen
0	Ausgangszustand, Ruhe- bzw. Totalzustand
∞	unendlich, in großer Entfernung

Exponenten

$^{-}$	gemittelt
$'$	Schwankungsanteil
$+$	dimensionslose Größe

($[*]$ ... Einheit und Dimension hängt von der jeweiligen Verwendung ab.)

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Allgemeines

Im thermischen Turbomaschinenbau erfolgt die Abdichtung zwischen rotierenden und stillstehenden Bauteilen aufgrund der hohen Relativgeschwindigkeiten sehr häufig mittels *berührungsfreien* Dichtungen. Bei diesen Dichtungen werden die abzudichtenden Flächen einander nur so weit genähert, daß es zu keiner Berührung von festen Körpern kommt. Unter normalen Betriebsverhältnissen (Berührungsfreiheit und genügend Widerstand der Dichtung gegen Strahlverschleiß) ist diese Form der Abdichtung unveränderlich in der Dichtwirkung und abnutzungsfrei.
Als Folge des verbleibenden Spaltes zwischen den beiden abzudichtenden Bauteilen tritt jedoch immer ein Leckmassenstrom auf, der einen Einfluß auf den Wirkungsgrad der Turbomaschine hat. Berührungsfreie Dichtungen sollen daher einen möglichst hohen Durchflußwiderstand ergeben, um die *Lässigkeitsverluste* (*Leckageverluste*) klein zu halten. Im Zuge der Entwicklungen im Turbomaschinenbau zu höheren Wirkungsgraden muß besonders dem Leckmengenverhalten von Labyrinthdichtungen Aufmerksamkeit geschenkt werden. Die Kenntnis der Strömungsvorgänge in Labyrinthdichtungen bzw. das Erkennen der Einflüsse von Strömungs- und Geometrieparametern auf deren Durchflußverhalten bilden die Grundlage zur Weiterentwicklung und zur Vorausberechnung des Leckmassenstromes dieser Dichtungen.

1.2 Arten von berührungslosen Dichtungen

Einsatzgebiet und Einbauverhältnisse führen zu einer Vielzahl von Labyrinthgeometrien. Grundsätzlich können Labyrinthdichtungen, die im thermischen Turbomaschinenbau ihre Anwendung finden, vier Grundtypen zugeordnet werden.

1. Durchblicklabyrinthe
2. Kamm-Nut–Labyrinthe
3. Vollabyrinthe
4. Stufenlabyrinthe
   (a) konvergent
   (b) divergent

Voll-, Kamm-Nut– und Stufenlabyrinthe unterscheiden sich von den Durchblicklabyrinthen darin, daß ein Überstrahlen der Dichtspitzen (ein Anteil der kinet. Energie wird unverwirbelt über die Kammer hinweg transportiert) aufgrund der Bauweise vermieden wird. Die Anströmrichtung bestimmt bei den Stufenlabyrinthen die Einteilung in die beiden Bauformen.

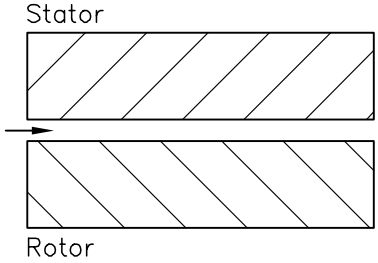

Abbildung 1.1: Ringspalt

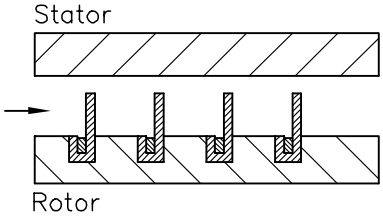

Abbildung 1.2: Durchblicklabyrinth

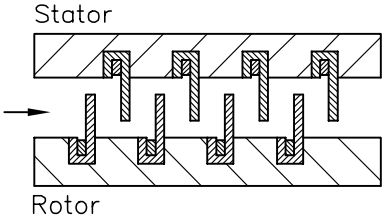

Abbildung 1.3: Vollabyrinth

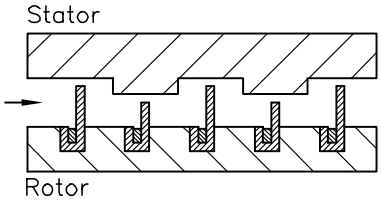

Abbildung 1.4: Kamm-Nut–Labyrinth

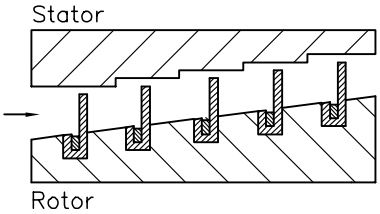

Abbildung 1.5: Divergentes Stufenlabyrinth

Die einfachste Art einer berührungslosen Dichtung stellt der Ringspalt (Abb. 1.1) dar. Die Druckverluste werden hier im wesentlichen von der Wandreibung beeinflußt.

Reibung an der glatten Wand und an den Dichtspitzen, sowie die teilweise Verwirbelung in der Kammer führen bei den Durchblicklabyrinthen (Abb. 1.2) im Verhältnis zum Ringspalt zu einer besseren Dichtwirkung. Bei Durchblicklabyrinthen vermindert der sogenannte Überstrahleffekt (in der Literatur mit *carry-over* [24] bezeichnet) die Dichtwirkung wesentlich. Der *carry-over-effect* äußert sich darin, daß ein gewisser Anteil der kinetischen Energie unverwirbelt über die Labyrinthkammer hinweg transportiert wird. Er tritt vorwiegend erst bei größeren Spaltweiten auf, und führt dazu, daß der Druckabfall im ersten Spalt ungewöhnlich groß ist. Im zweiten Spalt fällt der Druck sehr wenig ab, bei größeren Spaltweiten kann er sogar leicht ansteigen. Erst ab dem dritten Spalt fällt der Druck kontinuierlich von Spalt zu Spalt auf den Austrittsdruck nach dem Labyrinth ab.

Der Überstrahleffekt wird bei den Vollabyrinthen (Abb. 1.3) vermieden. Sie weisen durch die bessere Verwirbelung der kinetischen Energie in den Wirbelkammern eine deutlich bessere Dichtwirkung als Durchblicklabyrinthe auf.

Bei Kamm-Nut–Labyrinthen (Abb. 1.4) sind die Dichtstreifen wie bei den Durchblicklabyrinthen entweder am Stator oder am Rotor angeordnet. In ihrer Wirkungsweise ähneln sie aber den Vollabyrinthen. Sie erfordern wie die Vollabyrinthe ein geteiltes Gehäuse.

Stufenlabyrinthe (Abb. 1.5) weisen ein nur geringfügig schlechteres Dichtverhalten als Vollabyrinthe auf. Es könnte aber auf ein geteiltes Gehäuse verzichtet werden, wenn sie von einer Seite aus montierbar sind.

Berührungslose Dichtungen werden in thermischen Turbomaschinen bei Wellendurchführungen, am Ausgleichskolben, sowie an Deckbändern von Dampf- und Gasturbinenbeschaufelungen eingesetzt. Während bei Wellendurchführungen und an Ausgleichskolben vorwiegend Durchblick- und Vollabyrinthe ihre Anwendung finden, werden an Deckbändern fast ausschließlich kurze, aus wenigen Kammern bestehende Kamm-Nut–Labyrinthe, verwendet. Um den Leckagestrom möglichst gering zu halten, wurden von verschiedenen Turbomaschinenherstellern konstruktiv wesentlich kompliziertere Formen (je nach Einsatzgebiet und Anwendung) entwickelt. Einen guten Überblick über konstruktive Ausführungen von Labyrinthdichtungen findet man bei Winkler [63] und bei Trutnovsky und Komotori [56].

1.3 Grundlagen der Labyrinthströmung

1.3.1 Ideale Zustandsänderung in der Labyrinthdichtung

Bei der thermodynamischen Betrachtung des Labyrinthes als Aufeinanderfolge von Drosselstellen werden folgende Annahmen getroffen:

1. Isentrope Expansion im Drosselspalt
2. Isobare Verwirbelung in der Wirbelkammer
3. Kein Wärmaustausch

Die *ideale* Labyrinthströmung besteht aufgrund dieser Annahmen aus einer isentropen Expansion im Drosselspalt und einer anschließenden isobaren Verwirbelung des Fluids in der Wirbelkammer – die gesamte kinetische Energie wird vollständig in Wärme umgewandelt. Bei beiden Zustandsänderungen findet kein Wärmeaustausch statt. Durch wiederholte isentrope Expansion mit anschließender isobarer Verwirbelung wird der Druck stufenweise abgebaut. Die größte Geschwindigkeit tritt hierbei innerhalb des Drosselquerschnittes auf. Es sind keine Verluste durch Reibung oder Stoß zu überwinden.
Dieser Vorgang kann im Enthalpie–Entropie (h-s)-Diagramm mit Hilfe von Isentropen, Isobaren und der sogenannten *Fanno*-Kurve dargestellt werden, wobei die Endpunkte der isentropen Expansionen auf der Fanno-Kurve zu liegen kommen. Diese Schnittpunkte stellen bei der Labyrinthströmung den geometrischen Ort der Zustände in den Drosselstellen dar. Ein Labyrinth, in dem die Strömung den beschriebenen Zustandsänderungen folgt, wird als *ideales* Labyrinth bezeichnet.

Fanno-Kurve:

Die Fanno-Kurve kann definiert werden als der geometrische Ort aller Zustandspunkte im h-s Diagramm, die bei einem gegebenen Ausgangsruhezustand p_0, h_0, v_0 und einer gegebenen Menge $\dot{m}$ in einem Durchtrittsquerschnitt A möglich sind.

Massenbilanz: $$\dot{m} = \frac{c}{v} A \tag{1.1}$$

Energiebilanz: $$c = \sqrt{2(h_0 - h)} \tag{1.2}$$

Fanno-Kurve $$\frac{\sqrt{2(h_0 - h)}}{v} = \frac{\dot{m}}{A} = konst. \tag{1.3}$$

Zur Berechnung des Entropieverlaufes in Abhängigkeit der Enthalpie kann Glg. (1.4) herangezogen werden [11].

$$\text{Entropie} \qquad s = s_{1sp} + R\left[\ln\frac{\kappa RT_{e0} - (\kappa-1)(h_{e0}-h)^{\frac{1}{\kappa-1}}(h_{e0}-h)^{\frac{1}{2}}}{\kappa RT_{e0} - (\kappa-1)(h_{e0}-h_{1sp})^{\frac{1}{\kappa-1}}(h_{e0}-h_{1sp})^{\frac{1}{2}}}\right] \tag{1.4}$$

In Glg. (1.4) wird mit dem Index 1_{sp} der Zustand im ersten Drosselspalt bezeichnet.

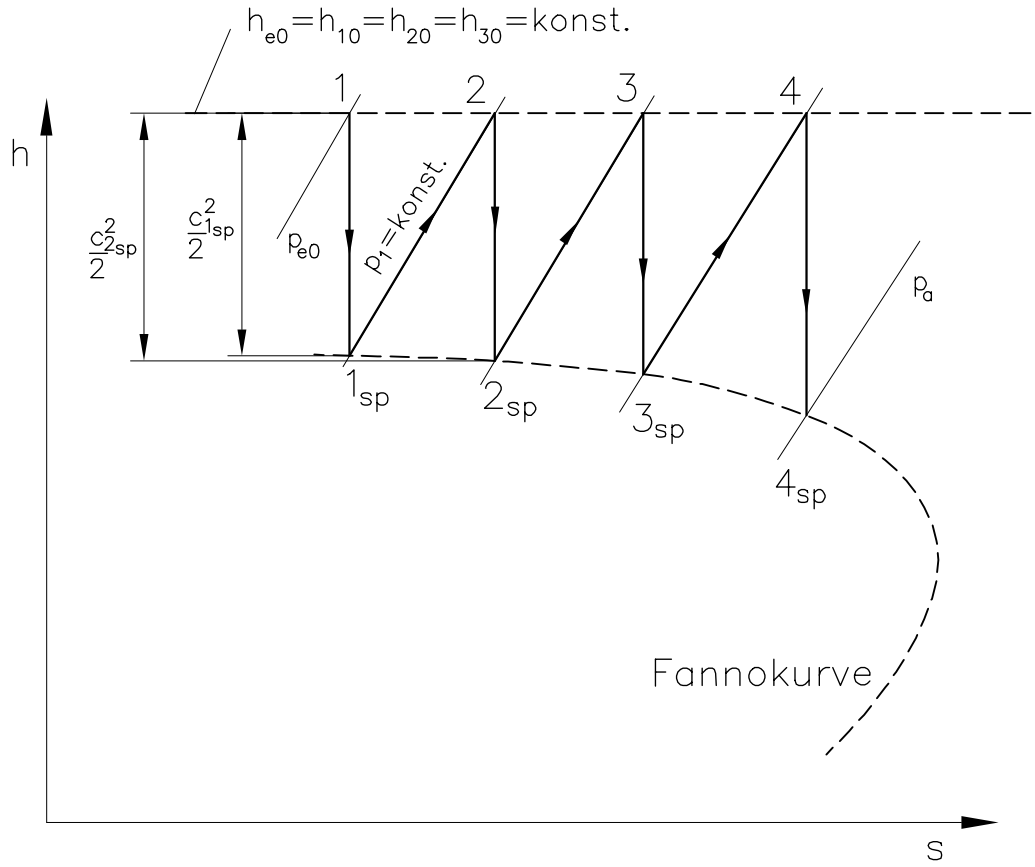

Abbildung 1.6: h-s Diagramm: Ideales Labyrinth

Das Medium hat im Ruhezustand die Totalenthalpie h_{e0}, die Geschwindigkeit ist 0. Das Fluid expandiert vom Ruhezustand vor dem ersten Dichtspalt vom Druck p_{e0} auf den Druck p_1 im ersten Dichtspalt. Diese Zustandsänderung verläuft reversibel adiabat als Isentrope und wird im h-s Diagramm (Abb. 1.6) als Senkrechte ($1 \rightarrow 1_{sp}$) dargestellt. Der Schnittpunkt der Isentrope mit der Fannokurve ergibt die Zustandsgrößen p_1, v_{1sp}, T_{1sp} im ersten Dichtspalt. Die Enthalpiedifferenz $\Delta h = h_1 - h_{1sp}$ wird in kinetische Energie umgewandelt, wobei das Gas die Geschwindigkeit c_{1sp} erreicht ($c_{1sp}^2/2 = h_1 - h_{1sp}$). Unter der Voraussetzung, daß in der Wirbelkammer kein Wärmeaustausch stattfindet, wird die gesamte kinetische Energie in der Wirbelkammer in Wärme umgesetzt, und im Punkt 2 wird bei konstantem Druck p_1 wieder die Ausgangsenthalpie h_{e0} erreicht. Diese Zustandsänderung ist in Abb. 1.6 durch die Kurve ($1_{sp} \rightarrow 2$) längs der Isobaren $p_1 = konst.$ eingezeichnet. Der Punkt 2 stellt daher den Ruhezustand vor dem nächsten Dichtspalt dar. Die Geschwindigkeit besitzt dort den Wert 0. Von hier expandiert das Fluid isentrop auf den Druck p_2 in der nächsten Kammer, in der die kinetische Energie wieder isobar verwirbelt wird. Diese Vorgänge wiederholen sich in den restlichen Dichtspalten und Wirbelkammern. Der Druck fällt dabei von $p_{e0} \rightarrow p_1 \rightarrow$

$p_2 \ldots$auf p_a, den er nach dem letzten Dichtspalt erreicht, ab. Die Geschwindigkeit in den Dichtspalten steigt dabei von Dichtspalt zu Dichtspalt kontinuierlich an.

1.3.2 Reale Zustandsänderung in der Labyrinthdichtung

Im Gegensatz zu den in Abschnitt 1.3.1 beschriebenen Zustandsänderungen weisen jene bei realen Labyrinthen große Abweichungen davon auf. Die ursprünglichen Annahmen bezüglich isentroper Expansion und isobarer Verwirbelung treffen auf reale Labyrinthe nicht zu. Zur Beschreibung der Zustandsänderungen wird das System weiterhin als adiabat betrachtet.

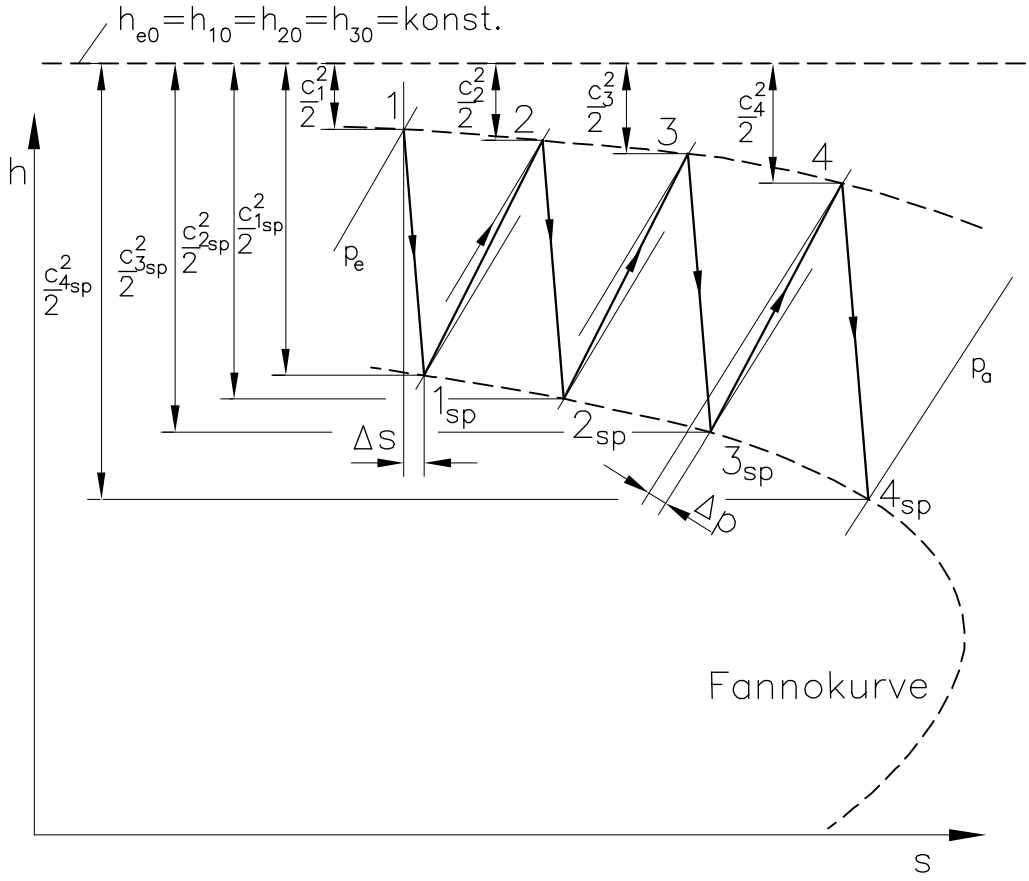

Abbildung 1.7: h-s Diagramm: Reales Labyrinth

Im Ruhezustand weist das Fluid eine Totalenthalpie h_{e0}=h_{10}=$h_1 + c_1^2/2$ auf. Vor dem ersten Dichtspalt besitzt das Fluid bereits eine Geschwindigkeit c_1 (in Abb. 1.7 als Enthalpiedifferenz $c_1^2/2$ eingezeichnet). Die Expansion beginnt bei 1 und verläuft nicht isentrop, sondern *polytrop* (*reibungsbehaftet*). Dies führt zur Entropiezunahme Δs. Mit der Annahme, daß während der Expansion kein Wärmeaustausch stattfindet, weist das Fluid im Punkt 1_{sp} die Totalenthalpie $h_{1_{sp}0}$ auf (Energiesatz: $h_{10} + c_1^2/2$=$h_{1_{sp}} + c_{1sp}^2$). Infolge des endlichen Kammervolumens ist die Strömung nach der Drosselstelle mit einem Druckrückgewinn (Δp) verbunden. Die Zustandsänderung $1_{sp} \rightarrow 2$ erfolgt nicht isobar. Bedingt durch die unvollständige Verwirbelung in der Kammer besitzt das Fluid vor dem nächsten Dichtspalt die Geschwindigkeit c_2. Im Gegensatz zum idealen Labyrinth beginnen die Expansionen nicht mehr auf der Linie $h_{e0} = konst.$, sondern auf der in Abb. 1.7 strichliert eingezeichneten Kurve, die die Punkte $1, 2, 3 \ldots$ verbindet. Für nicht adiabate Systeme wird auf [59] verwiesen.

1.4 Problemstellung und Zielsetzung

Das Durchflußverhalten von berührungslosen Dichtungen ist von der jeweiligen *Bauform* (z.B. Ringspalt, Durchblicklabyrinth, Vollabyrinth, Kamm-Nut–Labyrinth, Stufenlabyrinth), deren *Geometrie* (z.B. Spaltweite, Teilung, Spitzenbreite, Kammerhöhe) und von den *Strömungsparametern* (Druckverhältnis, Wellenumfangsgeschwindigkeit, Exzentrizität des Rotors, Zuströmbedingungen des Fluids (axial bzw. drallbehaftet)) abhängig.
Zur Berechnung des Leckmassenstromes durch Labyrinthdichtungen stehen im allgemeinen Gleichungen zur Verfügung, in denen die Geometrie des Labyrinthes, sowie der thermodynamische Zustand vor und nach der Dichtung enthalten sind. Bei der Aufstellung dieser Gleichungen wird das Labyrinth in der Literatur im wesentlichen von zwei Gesichtspunkten aus betrachtet. Einerseits als *rauher Spalt* analog zu Rohrströmungen mit erhöhter Rauhigkeit, und andererseits als *Aufeinanderfolge von Drosselstellen*. Im ersten Fall wird zur Berechnung des Massenstromes ein Widerstandsbeiwert λ definiert. Bei der Betrachtungsweise als Drosselspalt wird vielfach ein Durchflußbeiwert α definiert, der den Quotienten aus dem Massenstrom durch eine ideale Labyrinthdichtung zum tatsächlichen Massenstrom durch die betrachtete Dichtung darstellt. Beide Beiwerte, sowohl λ wie auch α, müssen für eine bestimmte Labyrinthgeometrie experimentell bestimmt werden. In dieser Arbeit wird zur Berechnung des Leckagemassenstromes ein Durchflußbeiwert C_D verwendet, der als Quotient des tatsächlich durch das Labyrinth strömenden Massenstromes zu jenem durch eine ideale Düse definiert ist.
Ziel der vorliegenden Arbeit war es, die Einflüsse der Spaltweite, der Exzentrizität des Rotors (Parallelauslenkung und Schiefstellung), der Rotorrotation, sowie der drallbehafteten Zuströmung (Gleich- und Gegendrall) auf diesen Beiwert bzw. auf den Leckmassenstrom experimentell zu untersuchen. Zu diesem Zweck wurde ein Prüfstand entwickelt, der es ermöglichte, dreidimensionale Effekte (den Einfluß der Rotation, der exzentrischen Lage des Rotors, sowie der drallbehafteten Zuströmung) zu untersuchen. Die Versuchslabyrinthe wurden so gewählt, daß sie sowohl geometrische Ähnlichkeit (der Durchmesser des Rotors (ø300mm), die Dicke der eingestemmten Dichtstreifen (0.3mm), deren Teilung, sowie die untersuchten Spaltweiten (0.5mm, 0.7mm und 1.0mm bei den Durchblicklabyrinthen und bei den Vollabyrinthen), als auch strömungstechnische Ähnlichkeit (Umfangsgeschwindigkeit des Rotors) mit Labyrinthen in realen Maschinen aufwiesen.
Bei der Auslegung von Labyrinthdichtungen stellt sich die Frage, wie stark sich der Einfluß der Rotorrotation auf den Leckmassenstrom auswirkt und ob er bei der Auslegung berücksichtigt werden sollte. Eine exzentrische Lage des Rotors liegt aufgrund der Wellendurchbiegung vor. Je nach axialer Lage des Labyrinthes (Abstand zum nächstliegenden Lager) wird eher eine Parallelauslenkung oder eher eine Schiefstellung des Labyrinthes vorhanden sein. Es ist von Interesse, wie groß die Änderung des Massenstromes zufolge einer Exzentrizität des Rotors ist. Desweiteren liegt die Vermutung nahe, daß eine drallbehaftete Zuströmung, die durch konstruktive Maßnahmen erzeugt wird, den Massenstrom beeinflussen könnte. Aufgrund von experimentellen Untersuchungen an zwei Bauformen (Durchblicklabyrinth mit sechs Spitzen und Vollabyrinth mit elf Spitzen, bei denen die Spaltweite verändert wird (0.5mm, 0.7mm und 1.0mm)), soll ein Beitrag zur Erfassung der oben beschriebenen Einflüsse geleistet werden.
Weiters wird untersucht, inwieweit es möglich ist, mit Hilfe von numerischen Methoden (Finite-Elemente Methode) den Leckmassenstrom bzw. den C_D-Wert bei einer gegebenen Labyrinthgeometrie vorauszuberechnen. Hierzu wird das kommerzielle Programmpaket *FIDAP* verwendet. Die numerischen Lösungen werden mit aus Versuchen ermittelten Meßdaten verglichen. Abschließend wird die Frage, ob experimentelle Untersuchungen durch numerische Methoden ersetzt werden können, diskutiert.

Kapitel 2

Stand der Forschung

Das Labyrinth als rauher Spalt:

Eine Vielzahl von wissenschaftlichen Arbeiten befaßte sich mit der rechnerischen Bestimmung des Leckmassenstromes von Labyrinthen in der Art, daß die Strömung durch das Labyrinth analog zur dichteveränderlichen Strömung durch rauhe Rohre aufgefaßt wurde. So leiteten Trutnovsky [53, 54], Schneckenberg [45], Grünagel [13], Hartmann [14], Winkler [63], Zabrieskie und Sternlicht [67], Yamada [66], Martin P. [31, 32] und Dörr [5] Durchflußgleichungen her, in denen ein Widerstandsbeiwert λ auftrat. Da für diesen Widerstandsbeiwert λ keine allgemeingültige Gleichung angegeben werden konnte, verwiesen die Autoren auf eine notwendige Bestimmung dieses Beiwertes durch Versuche.

Das Labyrinth als Folge aufeinanderfolgender Drosselstellen:

Stodola [55], Martin H.M. [28, 29], Winkhaus [62], Gercke [9], Egli [6], Hodkinson [15], Kearton und Keh [18, 19], Groddeck [12], Vermes [58], Neumann [33, 34], Benckert [2], und Steckel [47] betrachteten das Labyrinth als Folge hintereinandergeschalteter Drosselstellen. Der Unterschied zwischen idealer und tatsächlicher Labyrinthströmung, der durch die bei der Ableitung der Durchflußgleichungen gemachten Voraussetzungen (isentrope Expansion im Drosselspalt mit vollständiger Verwirbelung der kinetischen Energie in der Wirbelkammer) entstand, wurde durch einen Durchflußbeiwert α berücksichtigt. Auch dieser muß für unterschiedliche Labyrinthgeometrien experimentell bestimmt werden. Komotori [24, 25] berücksichtigte beim Durchblicklabyrinth die nicht vollständige Verwirbelung der kinetischen Energie vor dem Eintritt in den nächsten Drosselspalt mit einem *Überbrückungsfaktor (carry–over factor)*, den er teils theoretisch und teils experimentell bestimmt hatte.

Berechnung des Leckmassenstromes durch numerische Methoden:

Anfang der siebziger Jahre versuchten Koenig und Bowley [22] durch Erstellen eines Computercodes – anstelle von analytischen Gleichungen – mittels numerischer Simulation den Massenstrom durch Labyrinthe zu berechnen. Stoff [50], Rhode und Sobolik [40], Zimmermann [68, 69], Demko [4], Wittig et.al. [64, 65], Scherer [43], Jacobsen [17], Schelling [42], sowie Ortinger [35] haben durch die numerische Simulation einen wesentlichen Fortschritt in Richtung Vorausberechnung von Durchflußbeiwerten ermöglicht. Ebenso wurden Einblicke in das Strömungsverhalten von Labyrinthdichtungen durch CFD-Rechungen (*computational fluid dynamics*) ermöglicht. Die durch numerische Simulation vorausbestimmten Beiwerte und Leckmassenströme konnten durchwegs in gute Übereinstimmung mit den von den angeführten Autoren ermittelten Meßdaten gebracht werden.

Sichtbarmachung der Strömung:

Mit dem Ziel, die Labyrinthströmung durch Sichtbarmachung zu analysieren, wurden mehrere Untersuchungen durchgeführt. Hier sind vor allem Keller [20, 21], Komotori [23, 24], Groddeck [12], Martin P. [32], Dörr [5] und Rhode [38, 39] zu erwähnen. Die meisten Versuche wurden in Wasserkanälen durchgeführt, wobei durch aufgestreutes feines Leichtmetallpulver oder feinstes Holzpulver die Stromlinien sichtbar gemacht wurden. Komotori benutzte einen Rauchkanal. Brownell, Millward und Parker [3] verwendeten für ihre Untersuchungen holographische Interferometrie, und erhielten im Gegensatz zu den oben erwähnten Autoren Linien konstanter Dichte. Sie konnten den Isochoren in jenen Bereichen der Labyrinthströmung, in denen die Strömung vorwiegend als isentrop (z.B über den Dichtstreifen) oder isobar (z.B. in der Wirbelkammer) betrachtet werden kann, ein entsprechendes Druckgefälle zuordnen und so die Strömung ohne störende Einflüsse (z.B. Sonden) analysieren.

Einflußgrößen auf Leckverluste

Wellenrotation:

Bereits 1922 untersuchte Winkhaus [62] den Zusammenhang zwischen Wellenrotation und Durchflußmenge bei mäßigen Umfangsgeschwindigkeiten (ca. 10m/s). So gab er an, daß geringe Umfangsgeschwindigkeiten den Durchfluß anscheinend begünstigen und erst größere Geschwindigkeiten zu einer Massenstromverringerung führen. Die Verbesserung des Durchflußverhaltens (Massenstromverringerung) erklärte er im wesentlichen mit einem erhöhten Reibungswiderstand zufolge der spiralförmigen Durchströmung des Labyrinthes aufgrund der Wellenrotation. Keller [21] meinte, daß der Einfluß der Wellendrehung auf das Dichtungsvermögen ein unwesentlicher sei. Eine Verminderung der Durchflußmenge bei Erhöhung der Drehzahl vermutete Martin O. [30] aufgrund der verstärkten Wirbelbildung und eines daraus entstehenden Drosseleffektes, allerdings ohne Verifizierung durch einen Versuch. Im Vergleich zum Leckmassenstrom bei stillstehender Welle würde daher bei Wellenrotation ein kürzeres Labyrinth ausreichen. Durch analytische Betrachtung kam Groddeck [12] zum Schluß, daß im Falle laminarer Spaltströmung, sowohl kompressibel als auch inkompressibel, die Rotation einer Wandung den Massenstrom nicht beeinflußt. Im Falle turbulenter inkompressibler Spaltströmung gab er ein Absinken des Massenstromes mit steigender Umfangsgeschwindigkeit an, während er bei turbulenter kompressibler Strömung aufzeigte, daß die Rotation einer Wandung bei hohen Axialgeschwindigkeiten im Spalt in Relation zur Umfangsgeschwindigkeit der Welle keinen Einfluß auf den Massenstrom hat. Winkler [63] berichtete, daß der Einfluß der Wellenrotation auf das Durchflußverhalten bei Umfangsgeschwindigkeiten bis zu max.32m/s nicht nachweisbar war.
Yamada [66] führte erste grundlegende Untersuchungen mit Wasser als Strömungsmedium zum Rotationseinfluß durch Variation der Nutgeometrie, der axialen Reynoldszahl, sowie der Umfangsreynoldszahl an koaxialen Zylindern mit Rechtecknuten durch. Als charakteristische Geschwindigkeiten verwendete er die mittlere axialen Geschwindigkeit (axiale Reynoldszahl) bzw. die Umfangsgeschwindigkeit des Rotors (Umfangsreynoldszahl). Als charakteristische Länge zog er die Spaltweite heran. Bei den Konfigurationen waren entweder der Rotor oder der Stator mit Nuten versehen. Die Ergebnisse ließen einen deutlichen Einfluß der Rotation auf das Durchflußverhalten erkennen, wobei es unerheblich war, ob sich die Nuten am Stator oder am Rotor befanden. Die Reibungsbeiwerte stiegen bei großen Umfangs- zu Axialgeschwindigkeitsverhältnissen deutlich an, was zur Folge hatte, daß der Massenstrom abnahm. Generell nahm der Rotationseffekt mit steigender axialer Reynoldszahl ab. Das Verhältnis von Kammerbreite B zur Dichtstreifendicke b (Bezeichnungen siehe Abb. 3.1 auf Seite 13) beeinflußte den Rotationseffekt sehr deutlich, wobei sich die Kombination von schmaler Kam-

mer und breitem Dichtstreifen als am günstigsten erwies.
Komotori und Myake [26] untersuchten Durchblicklabyrinthe mit Umfangsgeschwindigkeiten bis zu max. 250m/s, wobei eine Verringerung des Massenstromes mit steigender Umfangsgeschwindigkeit festgestellt wurde, und zwar unabhängig von der Geometrie der Labyrinthe. Als Strömungsmedium verwendeten sie Luft. Die Autoren berücksichtigten die elastischen Dehnungen zufolge der Zentrifugalkraft bei hohen Drehzahlen mit Hilfe eines theoretisch berechneten Korrekturgliedes. Der Rotationseffekt wurde größer, wenn seichte Kammern und kleine Spaltweiten verwendet worden waren.
Stufen- und Durchblicklabyrinthe mit Umfangsgeschwindigkeiten bis zu 240m/s wurden von Stocker [49] untersucht. Die Meßergebnisse zeigten bei den Stufenlabyrinthen generell einen geringeren Rotationseinfluß als bei den Durchblicklabyrinthen. Bei Thieleke [51, 52] nahm der Massenstrom bei Kamm-Nut–Labyrinthen mit steigender Umfangsgeschwindigkeit geringfügig ab. Begründet wurde diese Abnahme durch die infolge der spiralförmigen Labyrinthdurchströmung zunehmenden Reibungskräfte.
Waschka, Wittig und Kim [60] beschrieben den Rotationseffekt durch das Verhältnis von Taylorzahl zur axialen Reynoldszahl. Ab einem Verhältnis von ca. 0.2 führte die Wellenrotation bei sehr kleinen Druckverhältnissen zu einer starken Verringerung des Massenstromes. In [64] wurden von den oben genannten Autoren Durchblick-, divergente und konvergente Stufenlabyrinthe, sowie Kamm-Nut–Labyrinthe eingehendst untersucht. Als Ergebnis konnte bezüglich des Durchflußverhaltens festgestellt werden, daß bei sämtlichen Geometrien, bei denen das Verhältnis von Taylor- zu axialer Reynoldszahl größer als 1 war, ein deutlicher Abfall des Massenstromes beobachtbar gewesen ist. Sie gaben Korrelationen an, mit denen der Rotationseinfluß auf den Durchfluß beschrieben werden kann.
Waschka [59] kam aufgrund seiner umfangreichen Messungen an Durchblick-, divergenten und konvergenten Stufen-, sowie an Kamm-Nut-Labyrinthen zur Erkenntnis, daß der Rotationseffekt vom Impulsverhältnis Re_u/Re_{ax}, was dem Verhältnis von Umfangsgeschwindigkeit der Welle u_w zur mittleren axialen Geschwindigkeit c_{ax} entspricht, abhängt. So konnte er eine deutliche Verringerung des Massenstromes aufgrund der Rotation ab einem Verhältnis $u_w/c_{ax} \geq 1$ erkennen. Allerdings war dieser Effekt nur bei kleinen Druckverhältnissen ausgeprägt und wurde mit größerwerdendem Druckverhältnis immer kleiner. Mit dieser Erkenntnis versuchte er auch zu begründen, warum in anderen oben zitierten Arbeiten kein Rotationseffekt (aufgrund des zu kleinen Verhältnisses der beiden Geschwindigkeiten) erfaßt werden konnte. Steckel [47] konnte bei der Untersuchung eines Kamm-Nut–Labyinthes keinen Rotationseffekt feststellen.
Erste numerische Berechnungen einer inkompressiblen Labyrinthströmung mit Rotation wurden von Stoff [50] mit einem Finite-Volumen Programm und dem k/ε-Modell für eine Kammer eines Durchblicklabyrinthes durchgeführt. Er bestimmte mittels Laser-Doppler-Anemometrie experimentell die Turbulenz- und Geschwindigkeitsverteilung in einem von Wasser durchströmten Durchblicklabyrinth, und überprüfte so die Eignung des Turbulenzmodelles. Rhode und Sobolik [40] erweiterten dieses Programm, um die Kompressibilität des Fluids zu berücksichtigen. Sie begrenzten das Rechengebiet ebenso wie Stoff auf eine einzige Kammer des Durchblicklabyrinthes. Das Rechengebiet begann in der Mitte eines Dichtstreifens, umfaßte die Wirbelkammer und endete in der Mitte des nächsten Dichtstreifens. Zur Berechnung der gesamten Labyrinthströmung wurden die ermittelten Strömungsgrößen am Austritt des Rechengebietes als Eintrittsrandbedingungen für die nächste Kammer verwendet. Diese Vorgangsweise konnte nur auf wenige Sonderfälle, bei denen z.B. die Kompressibilität oder der *carry-over* Effekt nur gering ausgeprägt waren, angewendet werden.
Schelling [42] entwickelte ebenfalls auf der Basis der Finiten-Volumen Methode ein Rechenprogramm, mit dem das gesamte Strömungsfeld einer Labyrinthdichtung berechnet werden konnte. Dieses Programm wurde von Scherer [43] zum Zweck der Berechnung des Rotations-

einflusses erweitert. Damit konnte der Einfluß der Kompressibilität und der Rotorrotation berücksichtigt werden. Scherer simulierte die von Waschka [59] experimentell untersuchten Labyrinthe, und konnte eine gute Übereinstimmung seiner Berechnungsergebnisse mit den Meßdaten von Waschka hinsichtlich des Rotationseinflusses erzielen.

Exzentrische Lage des Rotors:

Parallelauslenkung: Aus seinen Versuchen mit Wasser an konzentrischen und exzentrischen, zylindrischen Drosselspalten mit und ohne Ringnuten folgerte Schneckenberg [45], daß jede Exzentrizität die Durchflußmenge vergrößere. Bei voller Exzentrizität strömte bei turbulenter Strömung ca. das 1.26-fache der Durchflußmenge im Vergleich zur Konzentrizität. Trutnovsky [53] bemerkte, daß sich das Verhältnis von Durchflußmenge bei konzentrischer Lage zu jener bei voller Exzentrizität nur wenig mit der Spaltweite ändert. Deutlich größer war bei seinen Untersuchungen der Einfluß der Kammerbreite auf den Massenstrom. Labyrinthe mit großen Kammerbreiten waren weniger empfindlich auf eine Massenstromsteigerung zufolge der Exzentrizität als Labyrinthe mit schmalen Kammern. Bei Kearton und Keh [19] waren die Durchflußbeiwerte für eine kreisförmige Einschnürung bei voller Exzentrizität im Vergleich zu jenen bei zentrischer Lage etwas geringer.
Bei Thieleke [51] stellte sich bei ähnlichen Kamm-Nut–Labyrinthen bei der einen Bauform eine Zunahme und bei der anderen eine Abnahme des Massenstromes bei Exzentrizität ein. Eine Abnahme des Massenstromes bis zu 2.5% bei Außermittigkeit trat bei dem von Steckel [47] untersuchten Kamm-Nut–Labyrinth auf.
Schiefstellung: In der Literatur sind keine Hinweise auf einen Einfluß der Schiefstellung des Rotors auf das Durchflußverhalten vorhanden.

Gleich- und Gegendrall:

Angaben über den Einfluß des Gleich- bzw. Gegendralls auf den Durchfluß sind in der Literatur nur spärlich vorhanden. Aus den Messungen von Thieleke [51] geht hervor, daß der Gleichdrall den Durchlußbeiwert erhöhte und somit die Dichtwirkung des untersuchten Labyrinthes verschlechterte. Über den Einfluß des Gegendralls wurden keine Angaben gemacht. Steckel [47] gab an, daß ein vorhandener Gleich- bzw. auch ein Gegendrall die Durchflußmenge nicht nachweislich beeinflußt.
Scherer [43] stellte aufgrund von numerischen Berechnungen an Durchblicklabyrinthen fest, daß das simulierte Labyrinth bei rein axialer Zuströmung eine bessere Dichtwirkung aufwies als bei gleichdrallbehafteter Zuströmung. Über Berechnungen mit Gegendrall sind keine Angaben gemacht worden.

Geometrie des Labyrinthes:

Von allen geometrischen Parametern (vgl. Abb. 3.1 auf Seite 13) hat die Spaltweite den größten Einfluß auf den Leckmassenstrom. Da sie implizit in Form der Ringspaltfläche über der Dichtspitze direkt in die Bestimmungsgleichungen für den Massenstrom eingeht, steigt der Massenstrom mit steigender Spaltweite an. Diese Zunahme des Massenstromes konnte generell von allen bisher angeführten Autoren, die bei ihren Versuchen die Spaltweite variierten, beobachtet werden. Dies führte zur Aussage, daß die Spaltweite möglichst klein gewählt werden sollte. Die im Turbomaschinenbau ausgeführten Spaltweiten sind jedoch aus betrieblichen Gründen (Vermeiden eines Anstreifens der Labyrinthstreifen zufolge eines Wellenausschlages) nach unten hin begrenzt ($s \geq 0.3 \div 0.5$mm).
Mit dem Zweck, die Spaltweite auf ein Minimum zu reduzieren, führte Keller [21] Versuche

mit Kohle-Labyrinthdichtungen durch, bei denen die Gegenfläche der metallischen Dichtstreifen aus Kohlesegmenten bestand. Er verglich das Durchflußverhalten dieser Dichtungen mit jenem von Labyrinthen mit metallischen Gegenflächen bei verschiedenen Betriebszuständen einer Maschine (Anfahren, Normalbetrieb, Zustand nach einem Wellenausschlag ...), und gab eine Reduktion des Leckmassenstromes auf weniger als 20% des Massenstromes, der durch eine metallische Dichtung strömt, an. Der Einsatz dieser Dichtungen in der Praxis wurde in [7] beschrieben.

Kapitel 3

Dimensionsanalyse

Die Methode der Dimensionsanalyse bietet bei Kenntnis aller wesentlichen Einflußgrößen auf ein Strömungsproblem die Möglichkeit, dimensionslose Kennzahlen zu ermitteln, die das Problem vollständig beschreiben. Das gezielte Variieren dieser Kennzahlen bei Parameterstudien führt oftmals zu einer erheblichen Reduktion des experimentellen Versuchsaufwandes. Wegen den vielen geometrischen und strömungstechnischen Parametern, die den Leckmassenstrom von Labyrinthdichtungen beeinflussen, ist es wesentlich, geeignete Kennzahlen zu finden, die die einzelnen Einflüsse (z.B. Rotation, Gleich- bzw. Gegendrall, Exzentrizität..) beschreiben.

3.1 Π-Theorem von Buckingham[10]

Für jede physikalische Größe φ_1, die von anderen Größen $\varphi_2, \varphi_3 \ldots$ abhängt, kann explizit eine Funktion f_1 der Form

$$\varphi_1 = f_1(\varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n), \tag{3.1}$$

oder implizit angeschrieben,

$$f(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n) = 0, \tag{3.2}$$

gefunden werden. Mit Hilfe des Π- oder Buckingham-Theorems läßt sich die Glg. (3.2) auch implizit in der Form

$$\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \ldots, \Pi_{n-m}) = 0, \tag{3.3}$$

oder explizit für Π_1,

$$\Pi_1 = \Phi_1(\Pi_2, \Pi_3, \ldots, \Pi_{n-m}), \tag{3.4}$$

darstellen, wobei $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \ldots, \Pi_{n-m}$ dimensionslose Produkte darstellen, die aus den dimensionsbehafteten Größen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n$ gebildet werden. Die n dimensionsbehafteten Größen sind durch m Basisgrößen (z.B. M für die Masse in kg, L für die Länge in m, T für die Zeit in s und Θ für die Temperatur in K) miteinander verknüpft. Diese Abhängigkeit kann in den meisten Fällen in Form von $n-m$ dimensionslosen Produkten $\Pi_1, \ldots, \Pi_{n-m}$ der ursprünglichen physikalischen Größen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n$ dargestellt werden (Glg. (3.3)). Die Anzahl der dimensionslosen Produkte hängt vom Rang r der Koeffizientenmatrix ab. In jenen Fällen, in denen $r \neq m$ ist, ergibt $n-r$ die Gesamtanzahl der dimensionslosen Produkte.
Für die $n-m$ dimensionslosen Produkte Π_i gilt:

$$\Pi_i = \varphi_1^{a_{1i}} \varphi_2^{a_{2i}} \varphi_3^{a_{3i}} \ldots \varphi_n^{a_{ni}} \qquad \text{für} \qquad i = 1, \ldots, n-m \tag{3.5}$$

Da diese Kombinationen Π_i dimensionslos sind, muß die Summe der Exponenten $a_{1i}, a_{2i}, \ldots, a_{ni}$ für jede der Basisgrößen (z.B. L, M, T, Θ) null ergeben. Die $n-m$ Lösungen findet man, indem ebensoviele Unbekannte willkürlich vorgegeben werden.

3.1.1 Einflußgrößen auf den Leckmassenstrom

In der vorliegenden Arbeit wurde experimentell der Einfluß der Spaltweite, der Exzentrizität des Rotors (Parallelauslenkung und Schiefstellung), der Rotation des Rotors, sowie des Vordralls (Gleich- bzw. Gegendrall) des zuströmenden Mediums auf das Leckageverhalten der Labyrinthdichtung untersucht. Im Falle der symmetrischen Schiefstellung werden jeweils der erste und letzte Dichtstreifen in entgegengesetzter Richtung radial um denselben Wert verschoben. Demzufolge genügt zur Beschreibung der Parallelauslenkung und der symmetrischen Schiefstellung eine einzige Einflußgröße (Δr).

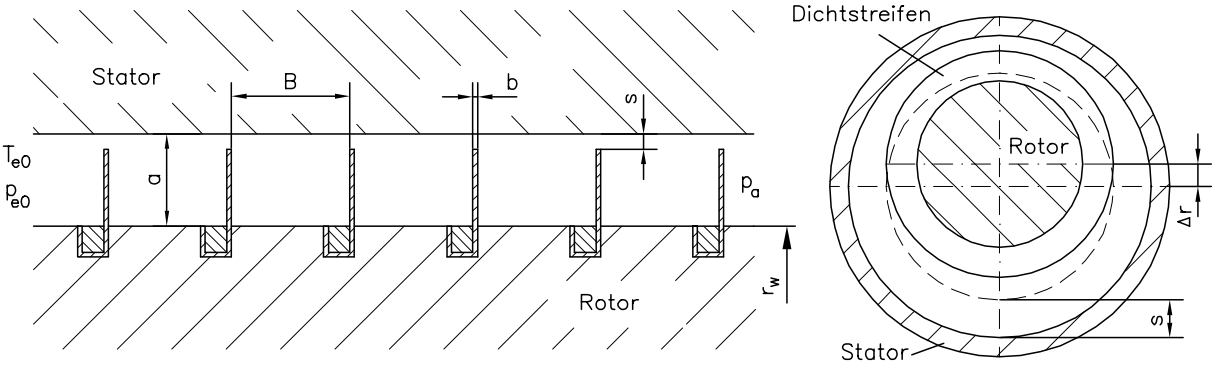

Abbildung 3.1: Labyrinth – Bezeichnungen

Unter der Voraussetzung, daß als Strömungsmedium ein ideales Gas angenommen wird ($pv{=}RT$), kann der Leckmassenstrom allgemein als Funktion folgender Einflußgrößen in der Form

$$\dot{m} \quad = f(p_{e0}, p_a, T_{e0}, c_u, u_w, c_p, R, \mu, a, b, B, r_w, \Delta r, s, n) \tag{3.6}$$

dargestellt werden.

In Glg. (3.6) treten folgende Einflußgrößen auf:

$\dot{m}$	$[kg/s]$	$[MT^{-1}]$	Massenstrom
p_{e0}	$[Pa]$	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Ruhedruck vor dem Labyrinth
p_a	$[Pa]$	$[ML^{-1}T^{-2}]$	statischer Druck nach dem Labyrinth
T_{e0}	$[K]$	$[\Theta]$	Ruhetemperatur vor dem Labyrinth
c_u	$[m/s]$	$[LT^{-1}]$	Umfangskomp. der Zuströmung vor dem ersten Dichtspalt
u_w	$[m/s]$	$[LT^{-1}]$	Umfangsgeschw. des Rotors an der mittl. Dichtspitze d_s
c_p	$[J/kgK]$	$[L^2T^{-2}\Theta^{-1}]$	spez. Wärmekapazität bei konst. Druck
R	$[J/kgK]$	$[L^2T^{-2}\Theta^{-1}]$	Gaskonstante des Mediums
μ	$[Pas]$	$[ML^{-1}T^{-1}]$	dynamische Viskosität
a	$[m]$	$[L]$	Bauhöhe
b	$[m]$	$[L]$	Dicke der Dichtspitzen
B	$[m]$	$[L]$	Kammerbreite
r_w	$[m]$	$[L]$	Radius der Rotorwelle
Δr	$[m]$	$[L]$	radiale Verschiebung des Rotors
s	$[m]$	$[L]$	Spaltweite bei Rotor in zentrischer Lage
n	$[-]$	$[-]$	Anzahl der Dichtstreifen

Basierend auf diesen Einflußgrößen wurde die Dimensionsmatrix aufgestellt.

	$\dot{m}$	p_{e0}	p_a	T_{e0}	c_u	u_w	c_p	R	μ	Δr	r_w	a	b	B	s	n
M	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
L	0	−1	−1	0	1	1	2	2	−1	1	1	1	1	1	1	0
T	−1	−2	−2	0	−1	−1	−2	−2	−1	0	0	0	0	0	0	0
Θ	0	0	0	1	0	0	−1	−1	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle 3.1: Dimensionsmatrix

Aus der Dimensionsmatrix ließen sich folgende dimensionslosen Produkte direkt ablesen:

$$\Pi_1 = \frac{\dot{m}}{p_{e0} A_s \frac{1}{\sqrt{R T_{e0}}}} \quad \Pi_2 = \frac{p_{e0}}{p_a} \quad \Pi_3 = \frac{u_w}{c_u} \quad \Pi_4 = \frac{c_p}{c_p - R} \quad \Pi_5 = \frac{\Delta r}{s}$$

$$\Pi_6 = \frac{r_w}{a} \quad \Pi_7 = \frac{b}{a} \quad \Pi_8 = \frac{B}{a} \quad \Pi_9 = n \quad \Pi_{10} = \frac{s}{a}$$

Für die Fläche A_s im ersten Produkt Π_1 wurde die Ringspaltfläche

$$A_s = \left[(r_w + a)^2 - (r_w + a - s)^2\right] \pi$$

eingesetzt. Unter Beachtung, daß die Dimension einer Temperatur nur noch in R und T_{e0} auftritt, wurde in die reduzierte Dimensionsmatrix das Produkt RT_{e0} aufgenommen, da damit die Basisgröße Temperatur (Θ) eliminiert werden konnte.

	p_{e0}	RT_{e0}	μ	s	u_w
M	1	0	1	0	0
L	−1	2	−1	1	1
T	−2	−2	−1	0	−1

Tabelle 3.2: Reduzierte Dimensionsmatrix

Glg. (3.5) kann für ein beliebiges dimensionsloses Produkt Π_i, das aus den oben angeführten Einflußgrößen gebildet wird, folgend angeschrieben werden. Anstelle von a_{1i}, $a_{2i} \ldots$ werden die griechischen Buchstaben verwendet.

$$\Pi_i = p_{e0}^{\alpha} (RT_{e0})^{\beta} \mu^{\gamma} s^{\delta} u_w^{\eta} \tag{3.7}$$

Aufgrund der reduzierten Dimensionsmatrix wurde zur Berechnung der Exponenten (α, β, γ, δ und η) untenstehendes Gleichungssystem aufgestellt:

$$\begin{aligned} \alpha \quad\quad +\gamma \quad\quad &= 0 && \text{Exponenten von M} \\ -\alpha + 2\beta - \gamma + \delta + \eta &= 0 && \text{Exponenten von L} \\ -2\alpha - 2\beta - \gamma \quad\quad - \eta &= 0 && \text{Exponenten von T} \end{aligned}$$

Durch die Annahme von n=16 Einflußgrößen und der Festlegung von m=4 Basisgrößen ($LMT\Theta$) beschreiben $n - m$=12 dimensionslose Produkte Π_i die Labyrinthströmung. Zehn

Produkte konnten der Dimensionsmatrix direkt entnommen werden. Die restlichen 2 dimensionslosen Produkte konnten durch Lösen des obigen Gleichungssystems berechnet werden. Zur Berechnung des Produktes Π_{11} wurden die Exponenten mit

$$\delta = 1 \qquad \text{und} \qquad \eta = 0 \tag{3.8}$$

gewählt, und danach das entsprechende Gleichungssystem aufgestellt und gelöst:

$$\begin{array}{rcccrr} \alpha \quad +\gamma & = & 0 & \rightarrow & \alpha = & 1 \\ -\alpha+2\beta-\gamma+1 & = & 0 & \rightarrow & \beta = & -1/2 \\ -2\alpha-2\beta-\gamma & = & 0 & \rightarrow & \gamma = & -1 \end{array}$$

Für das Produkt Π_{11} ergab sich somit:

$$\Pi_{11} = p_{e0}^{1}(RT_{e0})^{-\frac{1}{2}}\mu^{-1}s^{1}u_w^{0}$$

$$\Pi_{11} = \frac{p_{e0}s}{\mu\sqrt{RT_{e0}}}$$

Durch eine analoge Vorgangsweise, wobei η mit 1 und δ mit 0 festgelegt worden sind, wurde das restliche dimensionslose Produkt Π_{12} berechnet.

$$\Pi_{12} = \frac{u_w}{\sqrt{RT_{e0}}}$$

Zusammenstellung der dimensionslosen Produkte:

$\Pi_1 = \dfrac{\dot{m}}{p_{e0}A_s\dfrac{1}{\sqrt{RT_{e0}}}}$	$\Pi_2 = \dfrac{p_{e0}}{p_a}$	$\Pi_3 = \dfrac{u_w}{c_u}$	$\Pi_4 = \dfrac{c_p}{c_p - R}$	$\Pi_5 = \dfrac{\Delta r}{s}$	$\Pi_6 = \dfrac{r_w}{a}$
$\Pi_7 = \dfrac{b}{a}$	$\Pi_8 = \dfrac{B}{a}$	$\Pi_9 = n$	$\Pi_{10} = \dfrac{s}{a}$	$\Pi_{11} = \dfrac{p_{e0}s}{\mu\sqrt{RT_{e0}}}$	$\Pi_{12} = \dfrac{u_w}{\sqrt{RT_{e0}}}$

Tabelle 3.3: Dimensionslose Produkte

Interpretation der dimensionslosen Produkte

Druckverhältnis: Π_2 ist der Quotient vom Ruhedruck p_{e0} vor der ersten Dichtspitze und dem statischen Druck p_a nach der letzten Dichtspitze.

$$\Pi_2 = \frac{p_{e0}}{p_a} = \pi$$

Das Druckverhältnis wird nachfolgend mit π bezeichnet.

Relative Exzentrizität: Das Produkt

$$\Pi_5 = \frac{\Delta r}{s} = e$$

ist der Quotient aus der radialen Verschiebung des Rotors bzw. der Dichtspitze Δr zur Spaltweite s und wird relative Exzentrizität e genannt.

Spaltweite: Die Veränderlichkeit der Spaltweite s wird durch das Produkt Π_{10} berücksichtigt.

$$\Pi_{10} = \frac{s}{a}$$

Die Spaltweite s wird auf die Bauhöhe a des Labyrinthes bezogen.

Isentropenexponent: Π_4 ergibt den Isentropenexponenten κ.

$$\Pi_4 = \frac{c_p}{c_p - R} = \kappa$$

Anzahl der Dichtstreifen: $\Pi_9 = n$ ist die Anzahl der Dichtstreifen.

Gleich- bzw. Gegendrall: Zur Beschreibung des Einflusses einer drallbehafteten Zuströmung auf den Leckmassenstrom eignet sich das Produkt Π_3, das Verhältnis von Umfangsgeschwindigkeit u_w des Rotors an der mittleren Dichtspitze d_s (siehe Glg. (3.26) auf Seite 20) zur Umfangskomponente der Zuströmung c_u.

$$\Pi_3 = \frac{u_w}{c_u}$$

Machzahl: Das Produkt $\Pi_{12}\Pi_4{}^{-\frac{1}{2}}$ ergibt eine Machzahl Ma.

$$\Pi_{12}\kappa^{-\frac{1}{2}} = \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}} = Ma$$

Hierin ist $\sqrt{\kappa R T_{e0}}$ die Ruheschallgeschwindigkeit.

Reynoldszahl: Die Kombination

$$\Pi_1\Pi_{11} = \frac{\dot{m}s}{\mu A_s} = \frac{\varrho_s c_s s}{\mu} = Re_{ax}$$

stellt die *axiale Reynoldszahl* Re_{ax} im einem Dichtspalt der Labyrinthdichtung dar. Dabei wurde die Kontinuitätsgleichung $\dot{m} = \varrho_s c_s A_s$ auf den Ringspalt über einer beliebigen Dichtspitze angewendet. ϱ_s und c_s stellen dabei die Dichte bzw. die mittlere axiale Geschwindigkeit im Ringspalt mit der Fläche A_s dar.

Geometrieverhältnisse: Die Produkte Π_6, Π_7 und Π_8 stellen die geometrischen Abmessungen r_w, b und B bezogen auf die Bauhöhe a der Labyrinthdichtung dar.

Mit Glg. (3.9) kann damit die Abhängigkeit des Massenstromes $\dot{m}$ von den ermittelten dimensionslosen Produkten in der Form

$$\frac{\dot{m}}{p_{e0} A_s \frac{1}{\sqrt{R T_{e0}}}} = f\left(e, \pi, \kappa, Re_{ax}, \mathrm{Ma}, \frac{u_w}{c_u}, \frac{s}{a}, \frac{b}{a}, \frac{B}{a}, \frac{r_w}{a}, n\right) \tag{3.9}$$

dargestellt werden.

3.2 Verwendete Kennzahlen

3.2.1 Durchflußbeiwert C_D

Das dimensionslose Produkt

$$\Pi_1 = \frac{\dot{m}}{p_{e0} A_s \frac{1}{\sqrt{RT_{e0}}}} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{Vergleich}}$$

kann als *Durchflußbeiwert* gedeutet werden. Der Nenner in obiger Gleichung besitzt zwar die Dimension eines Massenstromes, es kann ihm aber keine physikalische Bedeutung zugewiesen werden. Als physikalisch sinnvoller Vergleichsmassenstrom kann der Massenstrom $\dot{m}_{ideal}$ durch eine verlustfrei durchströmte Düse herangezogen werden.
Der in dieser Arbeit zur Beschreibung der Leckage durch Labyrinthdichtungen verwendete dimensionslose Durchflußbeiwert C_D ist als das Verhältnis vom Massenstrom $\dot{m}$ durch das wirkliche Labyrinth zum Massenstrom $\dot{m}_{ideal}$ durch eine verlustfrei durchströmte Düse definiert:

$$C_D = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{ideal}} \tag{3.10}$$

Der Massenstrom $\dot{m}$ wurde einerseits durch Versuche und andererseits mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente ermittelt.
Der Massenstrom $\dot{m}_{ideal}$ für eine ideale Düse errechnet sich wie folgt.

Strömung durch eine *ideale* Düse

Für ein ideales Gas mit konstanter spezifischer Wärmekapazität c_p soll der Massenstrom $\dot{m}_{ideal}$ bei isentroper Strömung (reversibel, adiabat) durch eine Düse hergeleitet werden. Eine Düse, die von einem idealen Gas verlustfrei durchströmt wird, soll nachfolgend als *ideale* Düse bezeichnet werden.
Ruhezustand vor der Düse: p_{e0}, v_{e0}, T_{e0}, Geschwindigkeit am Eintritt c_{e0}=0. Der statische Druck im Mündungsquerschnitt wird mit p_a bezeichnet.

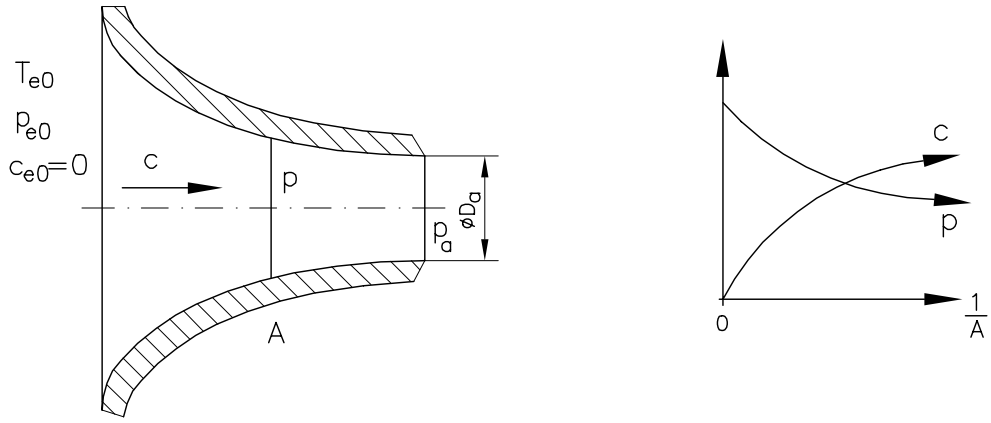

Abbildung 3.2: Ideale Düse

Energiegleichung:

$$h_{e0} = h + \frac{c^2}{2} \tag{3.11}$$

Zustandsgleichung für ideale Gase:

$$pv = RT \tag{3.12}$$

Beziehung zwischen spez. Wärmekapazität c_p und Gaskonstante R:

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R \tag{3.13}$$

Mit der Isentropengleichung $pv^\kappa = konst.$ und $\Delta h = c_p \Delta T$ ergibt sich aus Glg. (3.11) für die Geschwindigkeit c an einer beliebigen Stelle in der Düse, an der der Druck p herrscht:

$$\frac{c^2}{2} = c_p(T_{e0} - T) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_{e0} \left(1 - \frac{T}{T_{e0}}\right) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_{e0} v_{e0} \left[1 - \left(\frac{p}{p_{e0}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right] \tag{3.14}$$

$$c = \sqrt{2 p_{e0} v_{e0}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_{e0}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} \qquad \textbf{de St.Venant–Wantzel–Gleichung} \tag{3.15}$$

Mit den Werten des Mündungsquerschnittes p_a, c_a und dem Durchmesser D_a beträgt der Massenstrom:

$$\dot{m}_{ideal} = \varrho c A = \frac{c_a}{v_a} A_a \qquad \text{mit} \qquad v_a = v_{e0}\left(\frac{p_{e0}}{p_a}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \qquad \text{und} \qquad A_a = D_a^2 \frac{\pi}{4} \tag{3.16}$$

$$\dot{m}_{ideal} = \frac{A_a}{v_{e0}} \sqrt{2 p_{e0} v_{e0}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1}\left[\left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]} \tag{3.17}$$

$$\dot{m}_{ideal} = \frac{p_{e0} A_a}{\sqrt{T_{e0}}} \sqrt{\frac{2\kappa}{R(\kappa - 1)}\left[\left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]} = \frac{p_{e0} A_a}{\sqrt{T_{e0}}} \dot{Q}_{ideal} \tag{3.18}$$

Die Abkürzung $\dot{Q}_{ideal}$ besitzt die Einheit $[\sqrt{K} s/m]$, und wird *reduzierter Volumenstrom* genannt. $\dot{Q}_{ideal}$ stellt eine sehr zweckmäßige *Rechengröße* dar, da sie für ein gewähltes Gas mit der Gaskonstante R und dem Isentropenexponenten κ nur vom auftretenden Druckverhältnis abhängt. Bei der Berechnung des idealen Massenstromes $\dot{m}_{ideal}$ wurden durch Messung der relativen Luftfeuchte φ die tatsächlichen Werte für die Gaskonstante R der feuchten Luft und dem Isentropenexponenten κ ermittelt und eingesetzt.

Zusammenhang von $\dot{Q}_{ideal}$ und der Durchflußfunktion ξ einer idealen Düse:

$$\xi = \sqrt{\frac{2\kappa}{(\kappa - 1)}\left[\left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]} = \dot{Q}_{ideal} \cdot \sqrt{R} \tag{3.19}$$

Die Durchflußfunktion hat einen Maximalwert bei dem Druckverhältnis, das sich aus der Bedingung

$$\frac{d\xi}{d\left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)} \stackrel{!}{=} 0 \tag{3.20}$$

ergibt. Für dieses Druckverhältnis, bei dem im Austrittsquerschnitt der Düse Ma=1 gilt, folgt aus Glg. (3.20):

$$\left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)_{krit} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{3.21}$$

Dieses Druckverhältnis wird *kritisches* Druckverhältnis genannt, und beträgt 0.5283 für ein Gas mit dem Isentropenexponenten κ=1.4.

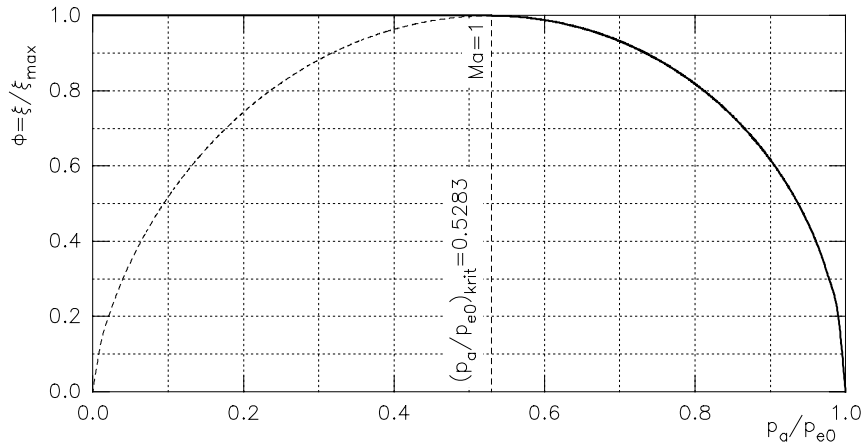

Abbildung 3.3: Relative Durchflußfunktion Φ

Durch Einsetzen des kritischen Druckverhältnisses in Glg. (3.15) und unter Berücksichtigung der Isentropengleichung folgt mit

$$v_{krit} = v_{e0}\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{1-\kappa}} \quad \text{und} \quad p_{krit} = p_{e0}\frac{2}{\kappa+1}^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{3.22}$$

$$c_{krit} = \sqrt{\kappa v_{krit} p_{krit}} = \sqrt{\kappa R T_{krit}} \qquad \textbf{Schallgeschwindigkeit bei Ma=1} \tag{3.23}$$

Das Fluid erreicht im Mündungsquerschnitt der Düse die Schallgeschwindigkeit. Aufgrund des Erreichens der Schallgeschwindigkeit wird der linke strichlierte Ast von Φ auch bei weiterem Steigern des Eintrittsdruckes p_{e0} nicht mehr durchlaufen. Ab dem kritischen Druckverhältnis bleibt der Wert von Φ bzw. $\dot{Q}_{ideal}$ konstant (Abb. 3.3).
Daraus folgt, daß der Massenstrom durch die ideale Düse ab dem kritischen Druckverhältnis bei gleichbleibender Ruhetemperatur T_{e0} nicht mehr vom anliegenden Druckverhältnis, sondern nur noch vom Eintrittsdruck p_{e0} abhängt (siehe Glg. (3.18)).

Daher wurde $\dot{m}_{ideal}$ für unterkritische Druckverhältnisse mit

$$\dot{Q}_{ideal} = \sqrt{\frac{2\kappa}{R(\kappa-1)}\left[\left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_a}{p_{e0}}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]} \qquad \text{für} \qquad \frac{p_a}{p_{e0}} \geq \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{3.24}$$

und für überkritische Druckverhältnisse mit

$$\dot{Q}_{ideal} = \dot{Q}_{ideal}\left(\frac{p_a}{p_{e0}} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\right) \qquad \text{für} \qquad \frac{p_a}{p_{e0}} < \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{3.25}$$

berechnet.

Mittelung der Dichtspaltfläche:

Als Referenzfläche A_a in Glg. (3.18) wird für Labyrinthe allgemein die Querschnittsfläche A_s über der mittleren Spitze

$$A_a = A_s = \pi d_s s \qquad d_s \ \ldots \ \text{mittlerer Spaltdurchmesser} \tag{3.26}$$

herangezogen, wobei der mittlere Spaltdurchmesser und die mittlere Spaltweite nach Glg. (3.27)

$$d_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i \qquad\qquad s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} s_i \tag{3.27}$$

berechnet wird.

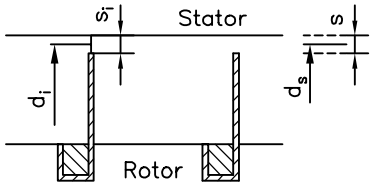

Abbildung 3.4: Durchblicklabyrinth

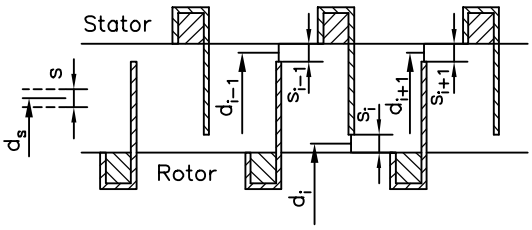

Abbildung 3.5: Vollabyrinth

3.2.2 Druckverhältnis π

Das Druckverhältnis π wurde als Quotient von Eintrittsdruck p_{e0} vor dem ersten Dichtstreifen zum Austrittsdruck p_a nach dem letzten Dichtstreifen definiert.

$$\pi = \frac{p_{e0}}{p_a} \tag{3.28}$$

3.2.3 Relative Exzentrizität e

Parallelauslenkung

Bei der Parallelauslenkung wurde die Rotorachse parallel zur Statorachse um Δr verschoben. Das Verhältnis von radialer Verschiebung des Rotors Δr zur Spaltweite s wurde als relative Exzentrizität bezeichnet.

$$e = \frac{\Delta r}{s} \tag{3.29}$$

$$e = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad \Delta r = 0 \quad \text{Rotor in zentrischer Lage} \\ 1 & \text{für} \quad \Delta r = s \quad \text{Dichtstreifen des Rotors berühren den Stator} \end{cases}$$

Symmetrische Schiefstellung

Bei der *Schiefstellung* des Rotors wurden der erste Dichtstreifen am Rotor um $+\Delta r$ und der letzte Dichtstreifen am Rotor um $-\Delta r$ radial ausgelenkt. D.h., daß sie dieselbe relative Exzentrizität aufwiesen. Der Rotor wurde demnach *symmetrisch* schiefgestellt. Zur Unterscheidung von der Parallelauslenkung wird dies nachfolgend mit z.B. e=±0.25 bezeichnet.

3.2.4 Axiale Reynoldszahl Re_{ax}

Definition der Reynoldszahl:

$$Re = \frac{\varrho U L}{\mu} \tag{3.30}$$

Wobei: U charakteristische Geschwindigkeit
L charakteristische Länge
ϱ Dichte
μ dynamische Viskosität

In Analogie zu einem Ringspalt mit erhöhter Rauhigkeit wird in der Literatur oftmals das wirkliche Labyrinth mit den Drosseleinbauten mit einer Ringspaltfläche konstanten Querschnittes verglichen, wobei die Fläche A_s gleich der mittleren Spaltfläche sei (Abb. 3.6 und Abb. 3.7).
Bei der Bildung der axialen Reynoldszahl Re_{ax} wird als charakteristische Länge der hydraulische Durchmesser d_h des Vergleichsspaltes herangezogen.

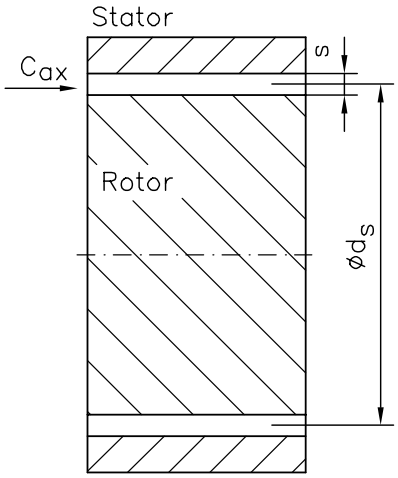

Abbildung 3.6: Vergleichsspalt

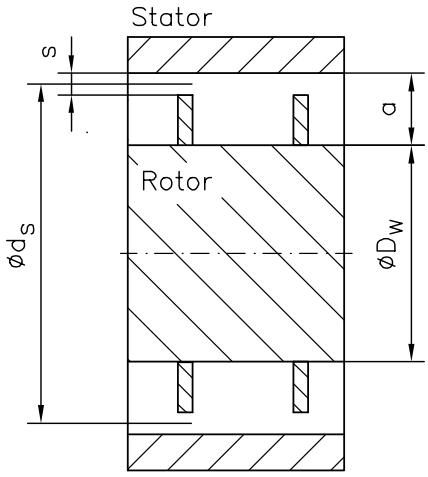

Abbildung 3.7: Labyrinth

Hydraulischer Durchmesser d_h des Ringspaltes über dem Dichtstreifen:

Der hydraulische Durchmesser wird allgemein mit der durchströmten Fläche und dem benetzten Umfang berechnet.

$$d_h = \frac{4A_s}{U_{benetzt}} \tag{3.31}$$

Mit den Bezeichnungen aus Abb. 3.6 beträgt die durchströmte Fläche:

$$A_s = d_s \pi s \tag{3.32}$$

Der benetzte Umfang berechnet sich zu:

$$U_{benetzt} = 2\pi \frac{d_s + s}{2} + 2\pi \frac{d_s - s}{2} = 2\pi d_s \tag{3.33}$$

Damit ergibt sich für den hydraulischen Durchmesser d_h des Ringspaltes über dem Dichtstreifen:

$$d_h = 2s \qquad \textbf{hydraulischer Durchmesser} \tag{3.34}$$

Mit der Massenstromdichte ϱU, der Fläche A_s und dem hydraulischen Durchmesser d_h=$2s$ kann die axiale Reynoldszahl gebildet werden.

$$\dot{m} = \varrho U A_s \qquad \varrho U = \frac{\dot{m}}{A_s} = \frac{\dot{m}}{\pi d_s s} \tag{3.35}$$

$$Re_{ax} = \frac{\dot{m} 2s}{d_s \pi s \mu} = \frac{2\dot{m}}{d_s \pi \mu} \qquad \textbf{axiale Reynoldszahl} \tag{3.36}$$

Da die dynamische Viskosität von der Temperatur abhängt, erhebt sich die Frage, welche Temperatur zur Bestimmung von μ in Glg. (3.36) herangezogen werden soll. Der Vergleich des Labyrinthes mit einem reibungsbehafteten Vergleichsspalt führt darauf, daß eine mittlere dynamische Viskosität bei der gemittelten Temperatur von Eintritts- und Austrittstemperatur eingesetzt wird. Auf das Labyrinth bezogen, müßte die dynamische Viskosität mit der mittleren Temperatur, die mit den Temperaturen im ersten und im letzten Dichtspalt gebildet wurde, verwendet werden. Die Bestimmung dieser Temperaturen ist in der Praxis aufgrund der vorliegenden geometrischen Verhältnisse (Spaltweite s=0.5÷1.0mm) meßtechnisch jedoch kaum möglich.
Unter Verwendung der Annahmen aus Abschnitt 1.3.1 auf Seite 3 für die Durchströmung eines idealen Labyrinthes – isentrope Expansion, isobare Verwirbelung und kein Wärmeaustausch – soll im weiteren mit Hilfe der Fanno-Kurve eine Abschätzung der Temperaturen in den Dichtspalten erfolgen.

Berechnung der Labyrinthströmung mit Hilfe der Fanno-Kurve

Bei der nachfolgenden theoretischen Berechnung der Zustände in den Drosselspalten mit Hilfe der Fanno-Kurve wurde davon ausgegangen, daß der Zustand vor dem ersten Dichtspalt p_e, T_e, c_e der Druck p_a nach der Dichtung, sowie die geometrischen Abmessungen der Dichtung (die durchströmte Fläche am Eintritt A_e, die Spaltweite s und die Ringspaltfläche über den Dichtspitzen A_s=$\pi d_s s$, bekannt seien. Ausgehend von diesen bekannten Größen wurde auf den Ruhezustand, Druck p_{e0} und Ruhetemperatur T_{e0}, zurückgerechnet. Die Abschätzung erfolgte für das Strömungsmedium Luft (κ=1.4).

$$T_{e0} = T_e + \frac{c_e^2}{2c_p} \qquad p_{e0} = p_e \left(\frac{T_{e0}}{T_e}\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} \tag{3.37}$$

Zur Berechnung der Ruhezustandsgrößen p_{e0} und T_{e0} wurden Meßdaten herangezogen, die am Durchblicklabyrinth mit der Spaltweite s=0.5mm gemessen wurden. Die Geschwindigkeit c_e betrug 8.14m/s, die Temperatur T_e 298.44K und der gemessene statische Druck p_e vor der ersten Dichtspitze betrug 2.0177bar (absolut).
Glg. (3.37) ergab für die Ruhetemperatur T_{e0}=298.47K. Die Differenz $T_{e0} - T_e$ beträgt 0.03K. Der Ruhedruck betrug p_{e0}=2.0185bar und die Differenz $p_{e0} - p_e$ 0.8mbar.
Aufgrund dieser geringen Unterschiede von p_e und p_{e0} bzw. von T_e und T_{e0} wegen der geringen Eintrittsgeschwindigkeit c_e wurden bei der Berechnung der Labyrinthströmung mit Hilfe der Fanno-Kurve für die Ruhezustandsgrößen T_{e0} und p_{e0} die Werte von T_e und p_e herangezogen.

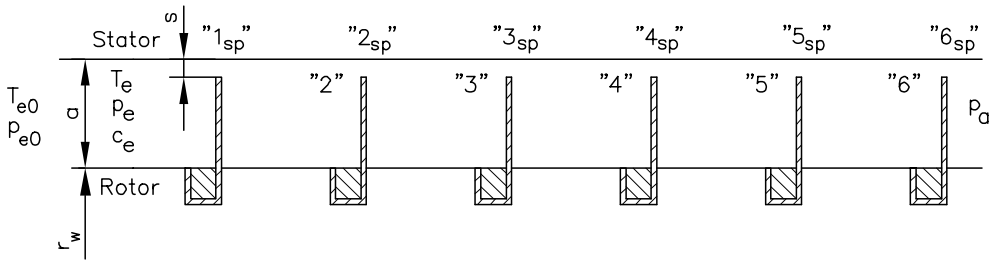

Abbildung 3.8: Bezeichnungen

Isentrope Expansion vom Ruhezustand „e_0“→ „1_{sp}“:

$$c_p T_{e0} = c_p T_{1sp} + \frac{c_{1sp}^2}{2} \qquad \text{Energiegleichung} \tag{3.38}$$

$$\dot{m} = \frac{c_{1sp} A_a}{v_{1sp}} \qquad \text{Kontinuitätsgleichung} \tag{3.39}$$

$$p_{e0} v_{e0}^{\kappa} = p_{1sp} v_{1sp}^{\kappa} \qquad \text{Isentropengleichung} \tag{3.40}$$

$$p_{1sp} v_{1sp} = R T_{1sp} \qquad \text{Gasgleichung für ideale Gase} \tag{3.41}$$

Mit Hilfe dieses Gleichungssystems konnten die Zustandsgrößen im ersten Dichtspalt c_{1sp}, T_{1sp}, p_{1sp} und v_{1sp} berechnet werden.

Isobare Verwirbelung von „1_{sp}“→ „2“:

$$c_2 = 0 \tag{3.42}$$

$$p_2 = p_{1sp} \tag{3.43}$$

$$T_2 = T_{e0} \tag{3.44}$$

$$v_2 = \frac{R T_2}{p_2} \tag{3.45}$$

Durch wiederholtes Anwenden der oben angeführten Gleichungen, die die isentrope Expansion bzw. die isobare Verwirbelung des Fluids bestimmen, konnten die Zustandsgrößen in den Dichtspalten des Labyrinthes iterativ berechnet werden. Dabei wurde der Massenstrom $\dot{m}$ solange gezielt verändert, bis sich der vorgegebene Austrittsdruck p_a im letzten Spalt „6_{sp}“ einstellte.

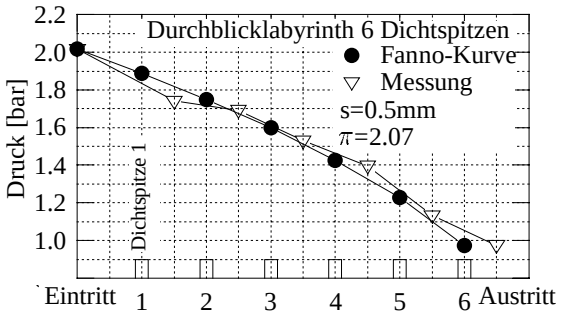

Abbildung 3.9: Kammerdruckverlauf

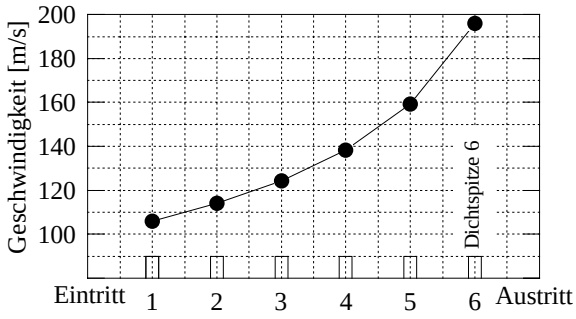

Abbildung 3.10: Geschwindigkeitsverlauf

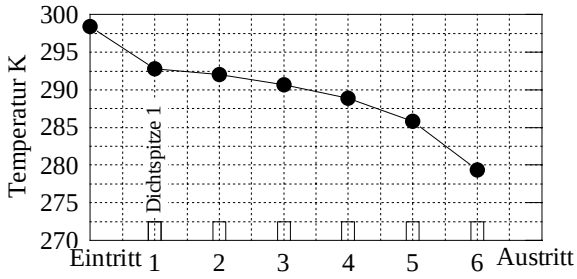

Abbildung 3.11: Temperaturverlauf im Labyrinth

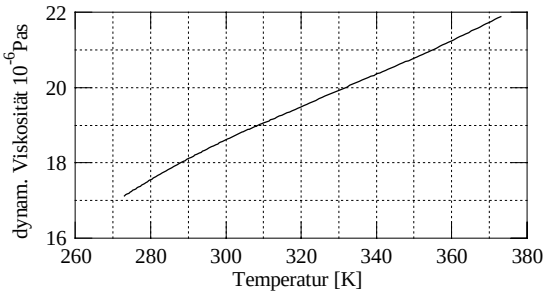

Abbildung 3.12: Dynam. Viskosität der Luft[1]

Wie in Abb. 3.12 erkennbar ist, ändert sich die dynamische Viskosität der Luft in jenem Bereich (279-298K), der für die Mittelung in Frage kommt, nur sehr wenig. So sinkt die dynamische Viskosität der Luft von $18.5 \cdot 10^{-6}$Pas für die Temperatur (298K) im ersten Spalt auf $17.5 \cdot 10^{-6}$Pas für die Temperatur im letzten Spalt (279K) sehr wenig ab. Für die Mittelung der Temperaturen im ersten und letzten Spalt ergäbe sich eine dynamische Viskosität von $18 \cdot 10^{-6}$Pas für 288.5K. Bezogen auf die dynamische Viskosität von $18.5 \cdot 10^{-6}$Pas bei der Temperatur am Eintritt (298K) in das Labyrinth ergibt sich eine relative Änderung von ca. 2.7%.
Angesichts der Problematik, die beiden Temperaturen (im ersten und letzten Spalt) meßtechnisch zu erfassen, erscheint es aufgrund des geringen Fehlers von ca. 2.7% als gerechtfertigt, die axiale Reynoldszahl in Glg. (3.36) mit der dynamischen Viskosität bei der Temperatur T_e zu bilden.

$$Re_{ax} = \frac{2\dot{m}}{d_s \pi \mu(T_e)} \qquad \textbf{axiale Reynoldszahl} \tag{3.46}$$

3.2.5 Geschwindigkeitsverhältnis u_w/c_u

Zur Beschreibung des Einflusses der drallbehafteten Zuströmung wurde die Kennzahl

$$\frac{u_w}{c_u} \qquad \text{verwendet.} \tag{3.47}$$

3.2.6 Rotationseinfluß

Das Verhältnis von Umfangsgeschwindigkeit u_w des Rotors an der mittleren Dichtspitze d_s zur Ruheschallgeschwindigkeit $\sqrt{\kappa R T_{e0}}$

$$\frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}} \tag{3.48}$$

wurde zur Beschreibung des Einflusses der Rotorrotation verwendet.

Wie aus obigem Abschnitt hervorgeht, unterscheiden sich die Ruhetemperatur T_{e0} und der Ruhedruck p_{e0} nur unwesentlich von der gemessenen Temperatur T_e und dem gemessenen statischen Druck p_e vor der ersten Dichtspitze. Bei der Berechnung des Druckverhältnisses π und $\dot{m}_{ideal}$, sowie der Ruheschallgeschwindigkeit $\sqrt{\kappa R T_{e0}}$ wurde anstelle der Ruhezustandsgrößen die gemessenen statischen Größen p_e und T_e eingesetzt.

3.3 Zusammenfassung der Kennzahlen

Zusammenfassend kann der Durchflußbeiwert C_D als Funktion der oben ermittelten Kennzahlen angeschrieben werden.

$$C_D = f(e, \pi, \kappa, Re_{ax}, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, \frac{u_w}{c_u}, \frac{s}{a}, \frac{b}{a}, \frac{B}{a}, \frac{r_w}{a}, n) \tag{3.49}$$

Bei den durchgeführten Versuchen wurden folgende Kennzahlen nicht oder nur geringfügig verändert:

$$\frac{b}{a} \qquad \frac{B}{a} \qquad \frac{r_w}{a} \qquad \kappa \tag{3.50}$$

Zur Beschreibung der Ergebnisse der durchgeführten Versuche verbleiben die in Glg. (3.51) vorkommenden Kennzahlen.

$$C_D = f(e, \pi, Re_{ax}, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, \frac{u_w}{c_u}, \frac{s}{a}, n) \tag{3.51}$$

3.4 Darstellung der Meßdaten

Nachfolgende Aufzählung zeigt die bei den einzelnen Versuchen variierten Parameter:

Parallelauslenkung

$$C_D = f(e, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, \frac{s}{a}, n)$$

Schiefstellung Anstelle von e wird $\pm e$ verwendet:

$$C_D = f(\pm e, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, \frac{s}{a}, n)$$

Drallbehaftete Zuströmung

$$C_D = f(\pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, \frac{u_w}{c_u}, \frac{s}{a}, n)$$

Bei der Darstellung der Meßdaten erhob sich die Frage, wie sich die Änderungen des Massenstromes, die durch die untersuchten Parameter hervorgerufen werden, am anschaulichsten darstellen lassen. Am geeignetsten scheint hier die Darstellung der prozentuellen Massenstromänderung über den diese Änderung hervorrufenden Parameter zu sein.
Die relative Änderung des C_D-Wertes bei konstantem Druckverhältnis π aufgrund des momentan betrachteten Parameters (z.B. e) bezogen auf eine Bezugsgröße berechnet sich zu:

$$\frac{C_D - C_{DBezug}}{C_{DBezug}} = \frac{\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{ideal}} - \frac{\dot{m}_{Bezug}}{\dot{m}_{ideal}}}{\frac{\dot{m}_{Bezug}}{\dot{m}_{ideal}}} = \frac{\dot{m} - \dot{m}_{Bezug}}{\dot{m}_{Bezug}} = \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{Bezug}} \tag{3.52}$$

Bezugsmassenströme:

Als Bezugsgrößen dienten allgemein bei der Betrachtung des *Einflusses der Exzentrizität* die Massenströme bei der Exzentrizität e=0 (Rotor in zentrischer Lage). Da auch der Einfluß der Exzentrizität bei Rotorrotation experimentell untersucht wurde, wurde bei der jeweils eingestellten Umfangsgeschwindigkeit der Massenstrom bei zentrischer Lage des Rotors als Bezugsmassenstrom herangezogen.
Analog dazu waren allgemein die Bezugsgrößen bei der Betrachtung des *Einflusses der Rotation* die Massenströme bei $u_w/\sqrt{\kappa R T_{e0}}$=0 (stillstehender Rotor) bei der jeweils eingestellten Exzentrizität.
Als Bezugsgrößen bei der Darstellung der *Drallversuche* dienten die Massenströme bei rein axialer Zuströmung bei der jeweils eingestellten Umfangsgeschwindigkeit.

Bei den nachfolgenden Diagrammen in Kapitel 6 wird als Ordinate die relative Massenstromänderung

$$\Delta\mu = \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{Bezug}} = \frac{C_D}{C_{DBezug}} - 1 \tag{3.53}$$

verwendet. Als Abzisse wurde die relative Exzentrizität e, die dimensionslose Rotorumfangsgeschwindigkeit $u_w/\sqrt{\kappa R T_{e0}}$ bzw. das Verhältnis u_w/c_u gewählt.

Voraussetzung für die gewählte Darstellung ist die Kenntnis der C_D-Werte und der C_D-Bezugswerte bei gleichen Druckverhältnissen, da damit $\dot{m}_{ideal}$ im Zähler und Nenner in Glg. (3.52) denselben Wert aufweisen und herausgekürzt werden können.

Kapitel 4

Versuchsstand

4.1 Versuchsparameter

Zweck der Versuchsanlage war es, die Einflüsse von mehreren strömungstechnischen und geometrischen Parametern auf das Durchflußverhalten von Durchblick- und Vollabyrinthen zu untersuchen.

Als Parameter wurden gewählt:

Druckverhältnis: Das am Labyrinth anliegende *Druckverhältnis* $\pi = p_{e0}/p_a$ wurde im Bereich von 1.1 bis zum maximalen Druckverhältnis von ca. 2.1, das die Luftversorgungsanlage erbringen konnte, variiert.

Relative Exzentrizität: Die *relative Exzentrizität* e wurde von der zentrischen Lage des Rotors (e=0) bis zum Anstreifen der Dichtstreifen am Stator (e=1) in 4 Schritten verändert (e=0, e=0.25, e=0.75, e=1)(Bei Wellenrotation bis e=0.75).

Schiefstellung: Bei der *Schiefstellung* des Rotors wurden jeweils der erste und der letzte Dichtstreifen am Rotor um dieselbe relative Exzentrizität (nachfolgend mit z.B. e=±0.25 bezeichnet) ausgelenkt. Der Rotor wurde demnach *symmetrisch* schiefgestellt.

Drehzahl: Die *Drehzahl* des Rotors konnte durch einen Frequenzumrichter, der einen Drehstrommotor steuerte, stufenlos im Bereich von 0 Umin^{-1} bis zur maximalen Drehzahl von ca. 5700 Umin^{-1}, die durch die verwendeten Wälzlager beschränkt wurde, verändert werden. Dieser maximalen Drehzahl entsprach eine Umfangsgeschwindigkeit des Rotors von ca. 90m/s.

Gleichdrall: Der max. *Gleichdrall* wurde über den Austrittsquerschnitt von tangentialen Zuströmdüsen eingestellt. Durch die Konstruktion des Prüfstandes konnte der Vordrall bei Veränderung des Druckverhältnisses nicht konstant gehalten werden, da sich mit dem Druckverhältnis der Massenstrom veränderte, was bei einem konstanten Düsenquerschnitt zu einer proportionalen Erhöhung des Vordralls führte.

Gegendrall: *Gegendrall*-Versuche ließen sich durch Umkehr der Drehrichtung des Antriebsmotors verwirklichen.

4.2 Beschreibung der Versuchsanlage

Die Parameter, die in Abschnitt 4.1 aufgeführt sind, ergaben sich aus mehreren Randbedingungen. Am Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen war bereits ein Labyrinthprüfstand vorhanden, der nach und nach adaptiert werden mußte, um den nachfolgenden Anforderungskatalog zu erfüllen.

- Die Abmessungen der zu untersuchenden Labyrinthe (z.B. Durchmesser des Rotors, Kammergeometrie, Spaltweite, Anzahl der Dichtstreifen ...) sollten möglichst an Ausführungen in realen Turbomaschinen angelehnt werden.
- Die Einströmung in das Labyrinth sollte wahlweise rein axial oder drallbehaftet sein (Gleichdrall bzw. Gegendrall).
- Ermittlung der Umfangskomponente der Zuströmung durch Messung mit Hitzdrahtsonden.
- Umfangsgeschwindigkeiten des Rotors, die typischen industriellen Anwendungen entsprechen.
- Gleichmäßige Verteilung des Fluids am Umfang des Einströmbereiches, bei axialen Versuchen ebenso wie bei Gleich- und Gegendrallversuchen.
- Die Verwendung von Wälzlagern, die eine Rotorschiefstellung zulassen.
- Kompakte Bauweise des Versuchsstandes, um etwaige Schwingungen zu vermeiden.
- Exakte und einfache Einstellbarkeit und Messung der relativen Exzentrizität bei Parallelauslenkung und bei symmetrischer Schiefstellung des Rotors.
- Verwendung des am Institut schon vorhandenen Schraubenkompressors.
- Aus Fertigungsgründen möglichst einfache Gestaltung aller Bauteile.
- Einfache Gestaltung jener Teile, die zwecks Verändern der Geometrieparameter häufig ein- bzw. ausgebaut werden müssen (z.B. Einströmdüsen für drallbehaftete Zuströmung ...).
- Gestaltung des Rotors und Stators, damit weitere Labyrinthe (Vollabyrinth, Durchblicklabyrinth mit veränderter Geometrie) durch einfaches Abdrehen bzw. Einstechen der vorhandenen Teile hergestellt werden können.

Aufgrund dieser Gesichtspunkte entstand der in Abb. 4.1 auf Seite 29 gezeigte Prüfstand.

4.2.1 Labyrinthprüfstand

Als Versuchsmedium wurde Luft verwendet. Diese gelangte über einen Schlauch in die Zuströmglocke. Von dort strömte sie durch 18 Zuströmdüsen bei rein axialer Zuströmung bzw. 10 tangential angeordnete Zuströmdüsen bei drallbehafteter Zuströmung im zuströmseitigen Schild über die Abschirmung auf das zu untersuchende Labyrinth. Nach dem letzten Dichtspalt entwich sie über 18 Bohrungen (ø40 mm) in die Umgebung. Der Rotor war zuströmseitig mit einem Pendelkugel- und abströmseitig mit einem Pendelrollenlager gelagert. Die Lager waren am Rotor mit Spannhülsen befestigt und mittels Wellendichtringen abgedichtet.

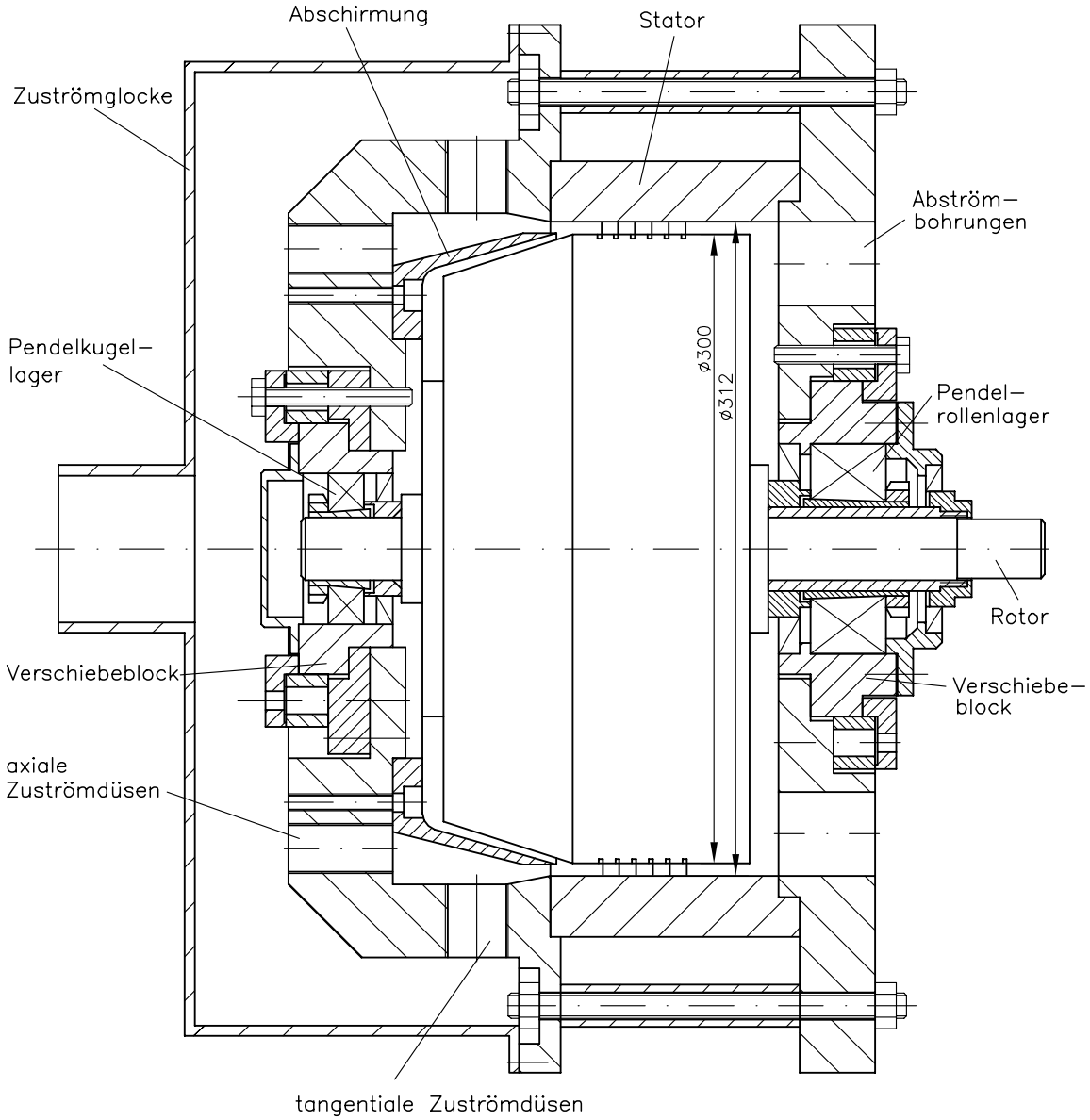

Abbildung 4.1: Labyrinthprüfstand

4.2.2 Exzentrizität – Parallelauslenkung

Die Abb. 4.2 zeigt den Verstellmechanismus zur Einstellung der relativen Exzentrizität auf der Abströmseite. Das Einstellen der relativen Exzentrizität erfolgte über ein Hebelsystem. Die beiden Hebel standen im Verhältnis von 1:10 (12mm:120mm). Damit war gewährleistet, daß bei einer Umdrehung der Verstellschraube (M8x1), entspricht 1mm, der Rotor durch das Druckstück nur um 0.1mm verschoben wurde. Eine direkte Verstellung über eine Schraube mit Feinstgewinde (Steigung 0.2mm) war aus fertigungstechnischen Gründen nicht in Betracht gezogen worden. Da bei Schiefstellung des Rotors der Verstellweg der Lager max. 10mm betrug, wurde im Druckstück eine Gewindestange angebracht, womit eine extreme Winkelauslenkung des längeren Hebels vermieden bzw. wieder ausgeglichen werden konnte. Die Messung der Exzentrizität des Rotors erfolgte über zwei Meßuhren, die an den Verschiebeblöcken anlagen. Durch diese Anordnung war eine Genauigkeit der Exzentrizitätseinstellung von ±0.01mm erreicht worden.

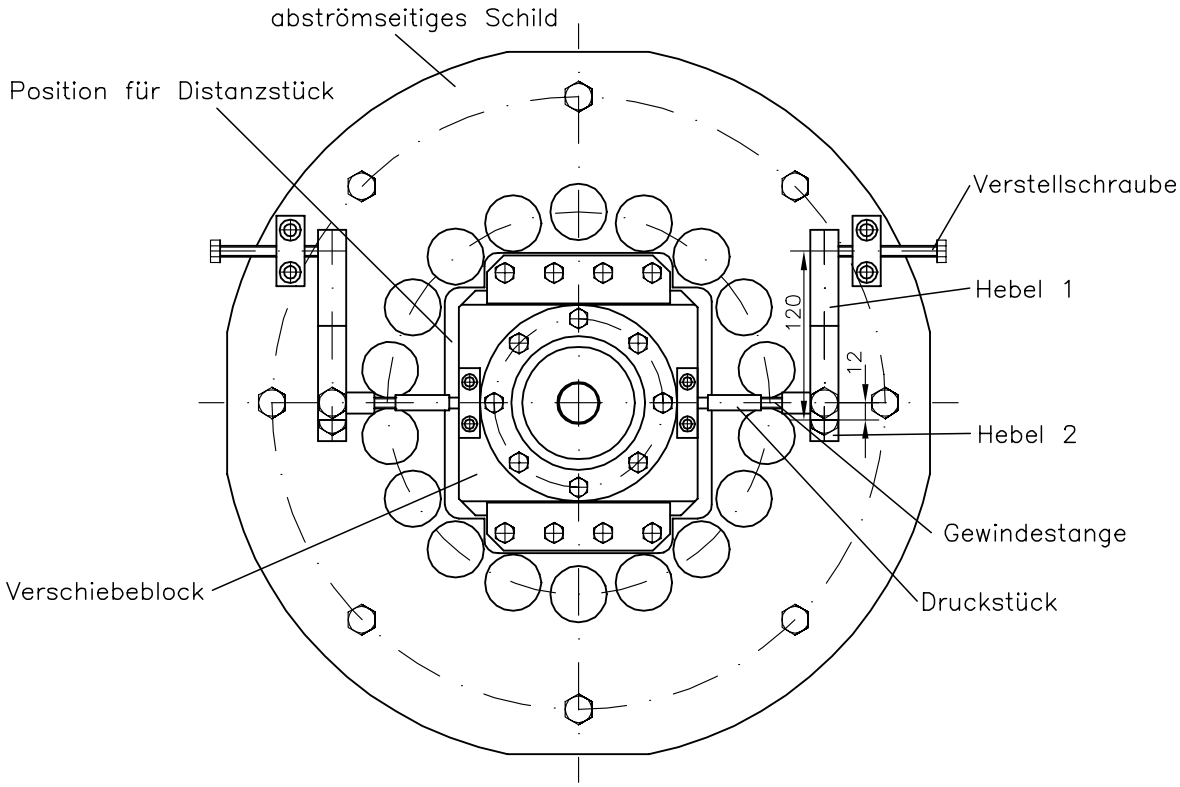

Abbildung 4.2: Exzentrizitätsverstellung

Die zentrische Lage des Rotors (e=0) konnte versuchstechnisch ermittelt werden. Im Stator waren vor und nach dem ersten bzw. letzten Dichtstreifen in der Verschiebeebene zwei Bohrungen angebracht. Durch diese wurden zwei Stößel mit der exakt gleichen Länge (auf 0.01mm abgestimmt) geschoben, die die Rotoroberfläche (*nicht* die Dichtstreifen!) berührten. Durch Messung des Innen- bzw. Außendurchmessers des Stators war dessen Wandstärke bestimmt. Danach wurden durch sorgfältiges paralleles Verschieben (die beiden Stößel mußten gleich weit aus dem Stator herausragen) des Rotors nacheinander die beiden Extremstellungen (e=+1 und e=−1) bestimmt. (Durch Drehen des Rotors wurde ein leichtes Anstreifen hörbar). Aus dem arithmetischen Mittel der mit einer Tiefenlehre gemessenenen Restlängen, einmal bei e=+1 und einmal bei e=−1, ergab sich die zentrische Lage.

Bei den Versuchsreihen wurde zum raschen Reproduzieren der zentrischen Lage ein Distanzstück verwendet, das zwischen dem abströmseitigen Schild und dem Verschiebeblock geschoben wurde. Die Dicke dieses Distanzstückes war mit Endmaßen bestimmt worden.

4.2.3 Exzentrizität – symmetrische Schiefstellung

Bei der symmetrischen Schiefstellung des Rotors bewegten sich die Dichtspitzen auf einem Kreis. Dessen Mittelpunkt war der Schnittpunkt der Rotorachse mit der Symmetrieachse der Dichtstreifen (siehe Abb. 4.3). Der maximale Verdrehwinkel ergab sich bei der relativen Exzentrizität von e=±1. Die Dichtstreifen des Rotors berührten den Stator.
Bei einer Spaltweite von s=1mm ergab sich ein theoretischer Verdrehwinkel von 3.9°. Die beiden Lager verschoben sich um ca. 9.51mm an der Zuströmseite bzw. 6.64mm an der Abströmseite. Da die verwendeten Wälzlager (Pendelrollenlager bzw. Pendelkugellager) einen lt. Hersteller max. Fluchtungsfehler von 2° zuließen, wurde in Kauf genommen, daß die Lager öfters ausgetauscht werden.

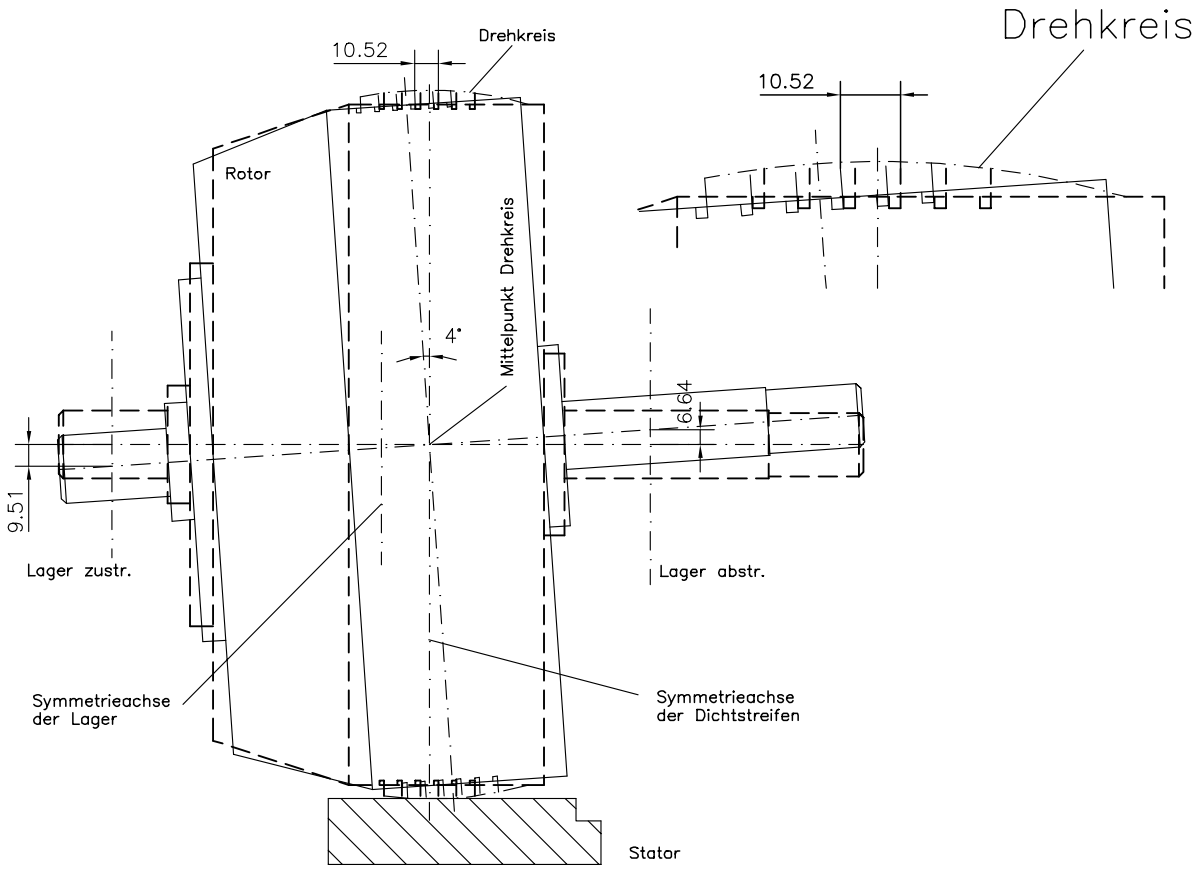

Abbildung 4.3: Symmetrische Schiefstellung

Durch die Linearführung (siehe Abb. 4.2 auf Seite 30) konnte der Rotor nur in einer Ebene verschoben werden. Aus der Geometrie des Rotors (Lage der Dichtspitzen und Lage der beiden Wälzlager) konnte die ungleiche Verschiebung der Lager (Abb. 4.3) analytisch berechnet werden. Die Messung der Lagerverschiebungen für eine erforderliche Schiefstellung erfolgte mittels zweier Meßuhren, die am jeweiligen Verschiebeblock anlagen.

4.2.4 Anlagenschema

Als Luftversorgung diente ein am Institut vorhandener trockenlaufender Schraubenkompressor, *GHH-MAN Typ SK12–L*, den ein Gleichstrommotor antrieb. Bei den Versuchen wurde der Schraubenkompressor *drehzahlgeregelt* gefahren. Dies geschah über einen *VERITRON* Stromrichter, mit dem die Drehzahl des Antriebsmotors stufenlos geregelt wurde. Der Luftversorgungsanlage war ein Luft–Wasser–Wärmetauscher nachgeschaltet, der die aus dem Kompressor austretende verdichtete Luft von ca. 130°C auf Umgebungstemperatur (ca. 20°C) abkühlte. Damit war sichergestellt, daß bei allen Versuchen die Temperatur der Luft am Labyrintheintritt annähernd konstant auf 20°$C \pm 5$°C gehalten werden konnte. Nach dem Wärmetauscher strömte die Luft über eine Vorlaufstrecke durch eine Meßblende nach DIN 1952, mit der der Massenstrom bestimmt wurde. Über einen biegsamen Schlauch gelangte das Medium schließlich in den Prüfstand, und entwich durch 18 Abströmbohrungen in die Umgebung.

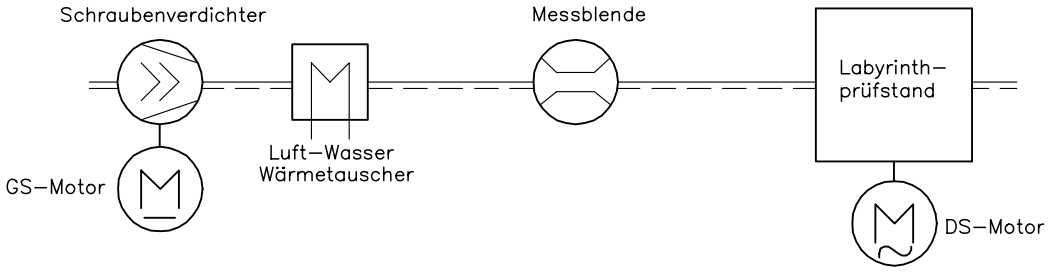

Abbildung 4.4: Anlagenschema

4.2.5 Antriebseinheit

Zum Antrieb des Rotors diente ein Drehstrommotor mit 7.5kW Antriebsleistung. Dieser Drehstrommotor wurde mit einem Frequenzumrichter, Typ *WATT Tronic 75H1*, gesteuert. Bei der Auswahl des Umrichters war darauf geachtet worden, daß dieser im *Vierquadrantenbetrieb* arbeiten kann. Dies ermöglichte einerseits *Treiben*, andererseits *Bremsen*, sowie Rechts– und Linkslauf. Bei der Betriebsart Bremsen wurde die Rotationsenergie des Rotors in einem *Bremswiderstand* in Wärme umgewandelt. Versuche haben gezeigt, daß der Rotor ca. 10min nachlief, um von einer Drehzahl von 5700 Umin^{-1} zum Stillstand zu gelangen, wenn man den Drehstrommotor vom Frequenzumrichter *ausklinkte*. Im Bremsbetrieb verkürzte sich diese Nachlaufzeit des Rotors auf max. 2min. Der Frequenzumrichter hielt die Drehzahl des Rotors auf $\pm 0.5\%$ konstant. Über einen Keilrippentrieb (Rippenanzahl 8) mit einem Übersetzungsverhältnis von i=2.2779 war der Drehstrommotor mit dem Rotor verbunden. Von der Verwendung eines herkömmlichen Keilriementriebes war aus Gründen der zu hohen Biegewechselfrequenz an der kleineren Scheibe (ø87.5mm) Abstand genommen worden.

4.3 Untersuchte Labyrinthgeometrien

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei in der Praxis eingesetzte Labyrinthbauformen untersucht, bei denen die Spaltweiten variiert wurden. Insgesamt wurden 6 verschiedene Konfigurationen durchgemessen. Bei der Durchführung der Versuche wurden ein Rotor und zwei Statoren verwendet. Durch Abdrehen der Dichtstreifen auf den gewünschten Durchmesser sowohl beim Rotor als auch beim zweiten Stator (Vollabyrinth) wurden die Spaltweiten verändert. Damit die durch die Fertigung bedingten Abweichungen von den theoretischen zu den effektiven Maßen bei den Auswertungen der Meßdaten berücksichtigt werden konnten, war veranlaßt worden, daß nach jeder Bearbeitung der Bauteile Meßprotokolle angefertigt wurden. Die Durchmesser der Dichtstreifen wurden gemittelt.

Durchblicklabyrinth

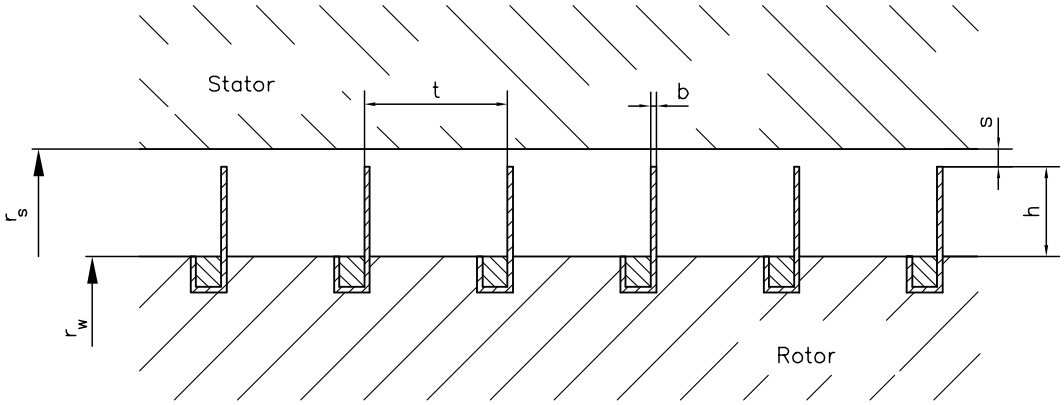

Abbildung 4.5: Durchblicklabyrinth

Durchblicklabyrinth theoretische Maße [mm]

Typ	Spitzen-zahl n	Spitzen-dicke b	Spitzen-höhe h	Teil-ung t	Spalt-weite s	Wellen-radius r_w	Stator-radius r_s
D805	6	0.3	5.5	8	0.5	150	156
D807	6	0.3	5.3	8	0.7	150	156
D810	6	0.3	5.0	8	1.0	150	156

Durchblicklabyrinth gemessene Maße [mm]

Typ	Spitzen-zahl n	Spitzen-dicke b	Spitzen-höhe h	Teil-ung t	Spalt-weite s	Wellen-radius r_w	Stator-radius r_s
D805	6	0.3	5.5	8	0.47	150	155.97
D807	6	0.3	5.3	8	0.67	150	155.97
D810	6	0.3	5.0	8	0.97	150	155.97

Tabelle 4.1: Abmessungen Durchblicklabyrinth

Vollabyrinth

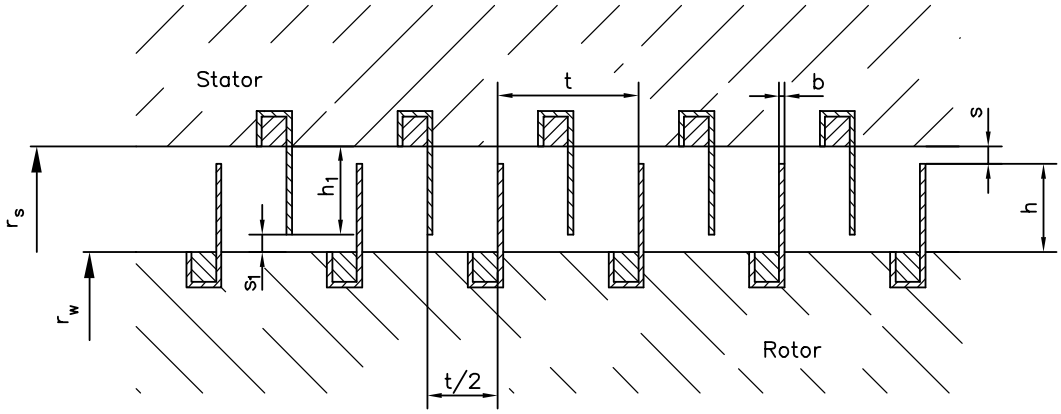

Abbildung 4.6: Vollabyrinth

Vollabyrinth theoretische Maße [mm]

Typ	Spitzen-zahl n	Spitzen-dicke b	Spitzen-höhe $h = h_1$	Teil-ung t	Spalt-weite $s = s_1$	Wellen-radius r_w	Stator-radius r_s
V805	11	0.3	5.5	8	0.5	150	156
V807	11	0.3	5.3	8	0.7	150	156
V810	11	0.3	5.0	8	1.0	150	156

Vollabyrinth gemessene Maße [mm]

Typ	Spitzen-zahl n	Spitzen-dicke b	Spalt-weite s	Teil-ung t	Spalt-weite s_1	Wellen-radius r_w	Stator-radius r_s
V805	11	0.3	0.48	8	0.5	150	155.98
V807	11	0.3	0.68	8	0.7	150	155.98
V810	11	0.3	0.98	8	1.0	150	155.98

Tabelle 4.2: Abmessungen Vollabyrinth

Wie aus den Tabellen 4.1 und 4.2 zu entnehmen ist, entsprechen die tatsächlichen Spaltweiten aufgrund der durch die Fertigung bedingten Abweichungen nicht den theoretischen Spaltweiten. Im nachfolgenden Text werden bei der Angabe von Spaltweiten die *nominellen Spaltweiten* s=0.5mm, s=0.7mm und s=1.0mm verwendet.

Kapitel 5

Meßtechnik, Meßwerterfassung

5.1 Druckmessung

Die Erfassung des Eintritts- und des Austrittsdruckes, sowie der Kammerdrücke wurde konstruktiv durch radiale Bohrungen am Umfang des Stators verwirklicht. Es wurden jeweils sechs Bohrungen (ø1.1mm) im äquidistanten Abstand von 60° über dem Umfang des Stators für jede Labyrinthkammer angebracht. Die Druckmeßbohrungen waren in der Mitte der einzelnen Wirbelkammern angeordnet. Es wurde darauf geachtet, daß sich die Bohrungen normal zur Statorwand bzw. senkrecht zur Tangente dazu befanden. Der beim Durchbohren entstandene Grat wurde vorsichtig abgetragen, so daß die Bohrlöcher zwar gratlose aber dennoch scharfe Kanten als Voraussetzung für eine korrekte Druckmessung aufwiesen. Das Drucksignal wurde beim Stator für die Durchblicklabyrinthe über eingepaßte Messingröhrchen und daran aufgeschrumpfte Kunststoffschläuche für jeden zu messenden Druck (Eintritt, Austritt, Kammer) in einer Ringleitung zusammengefaßt und zum Druckmeßsystem übertragen. Beim Vollabyrinth kamen *FESTO*–Schnellverschraubungen, an denen die Schläuche befestigt worden waren, zum Einsatz. Es ergaben sich für die Durchblicklabyrinthe mit fünf Kammern (siehe Abb. 4.5 auf Seite 33) sieben und für die Vollabyrinthe mit zehn Kammern (siehe Abb. 4.6 auf Seite 34) zwölf zu messende Drücke.

Im Falle der Parallelauslenkung des Rotors wurde der statische Druck vor der ersten Dichtspitze, in den Kammern und nach der letzten Dichtspitze an sechs über den Umfang des Stators gleichmäßig verteilten Druckmeßbohrungen, die in einer Ringleitung zusammengefaßt wurden, gemessen. Die Vollabyrinthe wiesen eine Teilung von 4mm, die Durchblicklabyrinthe von 8mm auf. Bei der Schiefstellung verschoben sich die Dichtspitzen in der Ebene der Rotorverschiebung, wie aus Abb. 4.3 auf Seite 31 erkennbar ist, bei einem Dichtspalt von 1mm um ca. 10.5mm in axialer Richtung. Da die Druckmeßbohrungen exakt in der Mitte der einzelnen Kammern angeordnet waren, wären, aufgrund der Teilung der Dichtspitzen, je nach relativer Exzentrizität in den Ringleitungen Drücke von verschiedenen Kammern gemittelt worden. Bei der Schiefstellung war daher eine Messung des Druckes in den Kammern nur noch in der Ebene, die normal zur Verschiebeebene lag und durch die Symmetrieachse des Stators verlief, möglich. (Es wurde der Druck an zwei Stellen gemittelt). Die für die Ermittlung des Durchflußbeiwertes (C_D-Wert) notwendigen Drücke vor und nach dem Labyrinth wurden nach wie vor mit sechs über den Umfang gleichmäßig verteilten Bohrungen ermittelt. Bei den Vollabyrinthen war die symmetrische Schiefstellung des Rotors aus geometrischen Gründen begrenzt, da sich die Dichtstreifen des Rotors, bedingt durch dessen Verdrehung, axial verschoben und bereits bei geringer (z.B. e=±0.6 bei s=0.7mm) Exzentrizität die Dichtstreifen des Stators berührten.

Als Druckaufnehmer wurden piezoresistive Drucksensoren mit Meßverstärker (Typ *HONEYWELL Serie 140 PC*) eingesetzt. Aufgrund von Messungen jedes einzelnen Druckes mit U–Rohr–Manometern wurden die Sensoren bzw. deren Druckbereich festgelegt, um Druckaufnehmer mit dem jeweils besten Auflösungsvermögen einzusetzen. Es wurden nur Relativdrücke zum Umgebungsdruck gemessen, der mit einem Quecksilberbarometer nach *Lambrecht* bestimmt wurde.

5.1.1 Meßdatenerfassungseinheit

Als Meßgerät wurde das *Meßdatenerfassungs- und Steuerungssystem HP 3852A* von Hewlett–Packard eingesetzt, das über eine GPIB–Schnittstelle (General Purpose Interface Bus) mit einem IBM-kompatiblen Versuchsrechner verbunden war. Als Steckmodule wurden ein *HP 44702B High Speed Voltmeter* und ein *HP 44713A High-Speed FET Multiplexer*, die über ein *Ribbon–Cable* miteinander verbunden waren, eingesetzt. Das Meßdatenerfassungssystem wurde im *Scan–mode* programmiert, da es nur diesem Mode möglich ist, die *Trigger*–Rate (Zeit zwischen zwei Einzelmessungen) einzustellen. Diese Rate wurde so gewählt, daß die Gesamtzeit für die Aufnahme eines Betriebspunktes etwa 25 Sekunden betrug. In dieser Zeit wurden für jede zu messende Meßstelle 300 Meßwerte aufgenommen, im Hauptspeicher des *HP 3852A* abgelegt, danach auf den Rechner übertragen und in einem File abgespeichert. In diesem File waren mit Ausnahme der Temperaturdaten (Labyrintheintritt und Meßblende) nur die von den Druckaufnehmern abgegebenen Spannungen enthalten. Diese wurden mit Hilfe von Kalibrierkurven (vgl. Abschnitt 5.1.3) in Drücke umgewandelt.

5.1.2 Meßdatenaufbereitung

Die Abb. 5.1 zeigt den zeitlichen Verlauf der gemessenen Ausgangsspannung, die vom Drucksensor, der am Wirkdruck der Meßblende anlag, abgegeben wurde, während der Frequenzumrichter in Betrieb war. Es wurden 300 Meßwerte innerhalb von ca. 25 Sekunden aufgenommen. Die Spitzen wurden vom Frequenzumrichter, der den DS–Motor steuerte, verursacht. Das vom Frequenzumrichter aufgebaute starke elektromagnetische Feld verursachte bei den Testmessungen sehr viele und sehr hohe Spitzen. Der Grund dafür lag in den verwendeten Verbindungskabeln zwischen Drucksensor und Meßwerterfassungsanlage.

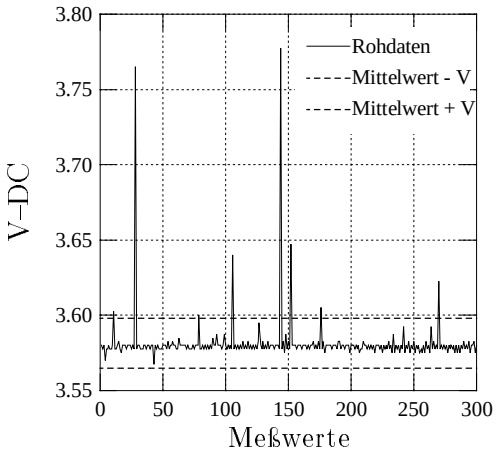

Abbildung 5.1: Gemessene Spannungssignale – Drucksensor

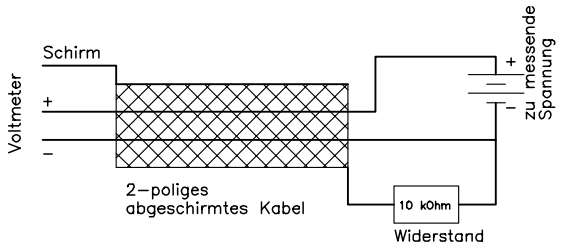

Abbildung 5.2: Verbindungskabel mit eingelötetem 10 kOhm Widerstand

Durch Austausch dieser Kabel gegen zweipolige abgeschirmte Kabel konnten diese unerwünschten *Ausreißer* stark reduziert werden (Abb. 5.1 zeigt das Signal nach dem Austausch der Kabel).

Das Einlöten eines $10k\Omega$–Widerstandes zwischen dem *Minuspol* und dem *Schirm* bewirkte den Abbau von auftretenden Störspannungen, die die eigentliche Ursache für diese Spitzen gewesen waren. Zur Bildung eines Mittelwertes $\bar{x}$ der Meßdaten wurden diese Spitzen herausgefiltert. Dazu wurden alle Werte, die kleiner als $\bar{x} - V$ oder größer als $\bar{x} + V$ zur Bildung des Mittelwertes nicht verwendet. Für V hat sich ein Wert von $0.95\sigma_{roh}$ für alle zu messenden Daten als günstig erwiesen. σ_{roh} ist die Standardabweichung der *Rohdaten*.

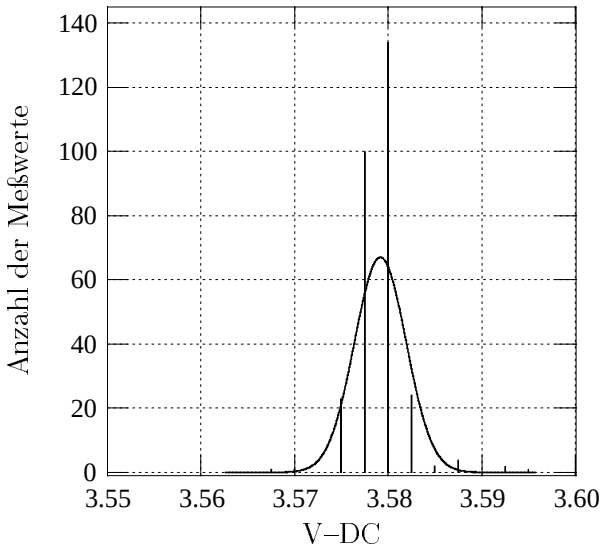

Abbildung 5.3: Histogramm und Gauß'sche Normalverteilung

Für die endgültige Bildung des Mittelwertes $\bar{x}$, der für die Weiterverarbeitung verwendet wurde, sind die gefilterten Meßdaten verwendet worden(siehe Abb. 5.3). In der Technik ist es üblich [48], mit einer statistischen Sicherheit von 95% zu rechnen, d. h., daß man 95% der Gesamtfläche unter der Glockenkurve erfassen will. Die statistische Sicherheit sagt dabei aus, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Meßwert innerhalb der angegebenen Vertrauensgrenzen liegt. Für die Vertrauensgrenze einer Normalverteilung gilt $V = \pm u\sigma$. Der Faktor u wird als Fraktile der Normalverteilung bezeichnet, und hängt von der statistischen Sicherheit ab. Für u wird bei einer statistischen Sicherheit von 95% ein Wert von 1.96 verwendet. Der *zufällige Fehler* des gebildeten Mittelwertes $\bar{x}$ ergibt sich zu

$$E_{\bar{x}} = \pm\frac{u\sigma}{\sqrt{n}} \tag{5.1}$$

wobei n die Anzahl der Meßwerte und σ ihre Standardabweichung ist[37]. Für die Meßdaten in Abb. 5.1 ergab sich ein zufälliger Fehler $E_{\bar{x}}$ des Mittelwertes $\bar{x}$ der gemessenen Spannung

von $\pm 0.00316V$. Er lag damit im mVolt–Bereich.
Bei der Rückrechnung der gemessenen Spannung mit der aufgenommenen Kalibrierkurve in die physikalische Größe Druck, ergab sich für diesen ein *absoluter* Fehler von $\pm 1.333mbar$ und ein *relativer* Fehler von 0.12%.

5.1.3 Verwendung von Kalibrierkurven

Für jeden Drucksensor wurde mittels U–Rohr–Manometern, für kleinere Drücke Medium Wasser, für größere Drücke Medium Quecksilber, eine Kalibrierkurve aufgenommen. Bei der Kalibrierung der Sensoren war zu beachten, daß sie bei der gleichen Speisespannung von 8V DC erfolgte, bei der auch die nachfolgenden Messungen durchgeführt worden sind. Zu diesem Zweck wurde diese Spannung vor der Kalibrierung jedes einzelnen Sensors, sowie vor jeder Messung gemessen und nachjustiert.
Bei der Aufnahme der Kalibrierkurven lag an einem Rohrende des U–Rohr–Manometers und an einem Eingang des Sensors der Umgebungsdruck an. Der zweite Eingang des Sensors wurde mit dem mit einem konstanten Druck beaufschlagten Rohrende verbunden. Durch Aufprägen dieses Druckes gab der Sensor eine Ausgangsspannung ab, die diesem anliegenden Druck zugeordnet werden konnte. Durch Umrechnen der Drücke, die am Manometer in Millimeter Wassersäule [mmWS] bzw. in Millimeter Quecksilbersäule [mmHg] abgelesen werden konnten, in Pascal [Pa] und durch die Zuordnung der abgegebenen Ausgangsspannung sind Meßpunkte der Kalibrierkurve erhalten worden.

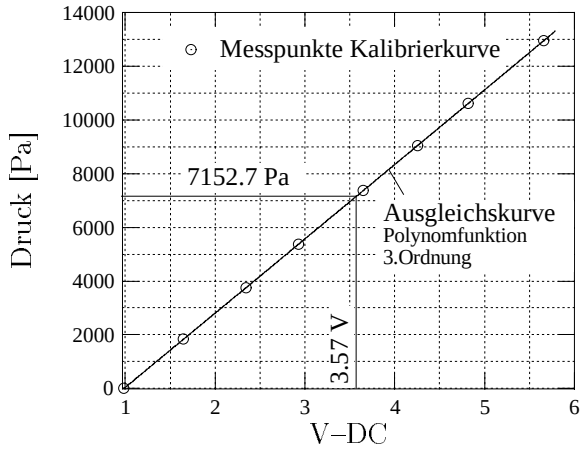

Abbildung 5.4: Kalibrierkurve für Drucksensor

Bei den Meßreihen wurden nur die von den Drucksensoren abgegebenen Ausgangsspannungen gemessen. Die Rückrechnung auf die Größe Druck geschah durch Interpolation zwischen den Meßpunkten der Kalibrierkurve. Als Ausgleichskurve wurde eine Polynomfunktion dritter Ordnung gewählt. Obwohl die Drucksensoren eine sehr gute Linearität aufwiesen, empfahl es sich nicht, eine Gerade als Ausgleichsfunktion für die Kalibrierkurve zu wählen, da dies bei kleinen Drücken zu größeren Abweichungen bei der Umwandlung der Spannung zur Größe Druck geführt hätte.

5.2 Temperaturmessung

Die Messung der Temperatur war zur Bestimmung der Dichte der Luft an der Meßblende, sowie am Labyrintheintritt notwendig. Als Temperaturmeßfühler kamen Mantel – Thermoelemente (ø3mm) *Typ J* (Eisen-Konstantan), an der Spitze auf einer Länge von ca. 15mm auf ø1.5mm verjüngt, zum Einsatz. Diese gaben eine Thermospannung von ca. $50mV/°C$ ab. Durch den Einsatz des Steckmoduls *HP 44713A* erhielt man anstelle der Thermospannung in Volt direkt die gemessene Temperatur in $°C$. Dazu war am Steckmodul ein isothermaler Block montiert, an dem ein Thermistor die Referenztemperatur (Vergleichsstelle) gemessen hat, diesen Wert an das *HP3852A* weitergab, wo mittels einer *software compensation* der gemessene Wert auf eine Referenztemperatur von $0°C$ bezogen wurde. Das verwendete Voltmeter *HP44702B* hatte beim kleinsten einstellbaren Meßbereich von $40mV$ eine Auflösung von $9.77\mu V$. Das hätte eine theoretische Auflösung von $0.2°C$ ergeben. Genauer könnte die Temperatur nicht gemessen werden. Fehleranalysen haben allerdings gezeigt, daß die ermittelten Temperaturen im Bereich von $20°C - 30°C$ einen *zufälligen* Fehler von ca. $\pm 0.33°C$ aufwiesen, was einem *relativen* Fehler von 1.7% entsprach.
Vergleichsmessungen mit einem am Institut vorhandenen geeichten Temperaturnormal hatten gezeigt, daß das Aufnehmen einer Kalibrierkurve für die Thermoelemente keine Verringerung des Fehlers gebracht hätte.

5.3 Massenstrommessung

Die Bestimmung des Massenstromes $\dot{m}$ erfolgte mittels einer Normblende mit Eckdruckentnahme nach DIN 1952. Die Bestimmung des Durchflusses durch die Meßblende wurde mittels der Gleichung

$$\dot{m} = CE\varepsilon\frac{\pi}{4}d^2\sqrt{2\Delta p\varrho} \tag{5.2}$$

durchgeführt.
Da der Durchflußkoeffizient C eine Funktion der auf den Rohrdurchmesser D bezogenen Reynoldszahl ist, mußte dieser iterativ mit Hilfe der *Stolz*-Gleichung Glg. (5.3) ermittelt werden.

$$C = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.184\beta^8 + 0.0029\beta^{2.5}\left[\frac{10^6}{Re_D}\right]^{0.75} \tag{5.3}$$

Darin ist $\beta = d/D$ das Verhältnis von Blenden- zu Rohrdurchmesser, E der Vorgeschwindigkeitsfaktor, Δp der an der Blende anliegende Wirkdruck, ϱ die Dichte vor der Blende und ε die Expansionszahl.

$$Re_D = \frac{UD}{\nu} \tag{5.4}$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^4)}} \tag{5.5}$$

$$\varepsilon = 1 - (0.41 + 0.35\beta^4)\frac{\Delta p}{\kappa p} \tag{5.6}$$

In diesen Gleichungen ist U die Geschwindigkeit vor der Blende, ν die kinematische Viskosität, p der Druck vor der Blende und κ der Isentropenexponent.
Die Dichte ϱ vor der Meßblende wurde über die Zustandsgleichung für ideale Gase berechnet.

$$\varrho = \frac{p}{RT} \tag{5.7}$$

Zur Ermittlung der Gaskonstante R der feuchten Luft wurde bei jedem Versuch die relative Luftfeuchte φ bestimmt. Diese bewegte sich im Bereich von $0.55 - 0.75\%$. Die Bestimmung des Isentropenexponenten κ erfolgte über die Gaskonstante der feuchten Luft und der spezifischen Wärmekapazität c_p bei der gemessenen Blendentemperatur.
Der relative Fehler $E_{\dot{m}}$ des Blendenmassenstromes $\dot{m}$ errechnete sich gemäß dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den relativen Fehlern der in Glg. (5.2) enthaltenen Größen.

$$E_{\dot{m}} = \left[E_C^2 + E_\varepsilon^2 + 4\left(\frac{\beta^4}{CE}\right)^2 E_D^2 + 4\left(1 + \frac{\beta^4}{CE}\right)^2 E_d^2 + \frac{1}{4}E_{\Delta p}^2 + \frac{1}{4}E_\varrho^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{5.8}$$

Entsprechend der oben zitierten Norm wurden E_C und E_ε bestimmt. E_D, E_d, $E_{\Delta p}$ und E_ϱ wurden entsprechned Glg. (5.1) auf Seite 37 ermittelt. Dieser Fehleranalyse wurden die Meßdaten mehrerer Meßreihen unterzogen, um zu einer Aussage über die Genauigkeit der Massenstrommessung zu gelangen. Dies ergab, daß die Massenstrommessung mit einem relativen Fehler von maximal 1.1% behaftet war.

5.4 Hitzdrahtsondenmessung

Der Gleich- bzw. Gegendrall wurde mit einer Hitzdrahtsonde bestimmt. Die Umfangskomponente der Luft vor der ersten Dichtspitze ist mit einer *Single-Sonde 55P11* gemessen worden. Das Meßsignal wurde in einem *Constant Temperatur Anemometer CTA Unit 56C01, DANTEC,* verarbeitet. Dieser Einheit war ein Linearisator Typ *DANTEC 56N21* nachgeschaltet, der das Meßsignal auf den gewünschten Spannungsmeßbereich (0–10V) streckte und linearisierte. Mit der *RMS-Unit DANTEC 56N25* konnte der Turbulenzgrad der Strömung bestimmt werden.
Die Ausgangsspannung wurde mit der Meßdatenerfassungseinheit *HP 3852A* gemessen, in einem File abgelegt und mit Hilfe einer Kalibrierkurve in die Größe Geschwindigkeit umgerechnet. Zur Aufnahme der Kalibrierkurve diente die Kalibrier–Einheit Typ *DISA 55D41.* In dieser wurde der Druckabfall in einer verlustfreien Düse bestimmt. Bei dieser Kalibriereinheit wurde das *Saug-Verfahren* angewendet. Die Hitzdrahtsonde war hinter einer Düse angeordnet, durch welche Luft aus der Umgebung angesaugt wurde. Bei der Kalibrierung der Hitzdrahtsonde wurde darauf geachtet, daß die Richtung der Strömung in Bezug auf die Sonde bei der Kalibrierung dieselbe war wie bei der nachfolgenden Anwendung. Die Strömung stand im rechten Winkel zu Sondenhalter und Sondendraht. Ebenso wurde beachtet, daß die Lufttemperatur bei der Kalibrierung der Sonde und die Lufttemperatur bei den Messungen am Prüfstand möglichst dieselbe sein sollten, da damit der unerwünschte Temperatureinfluß bzw. eine Temperaturkompensation vermieden werden konnte. Dies konnte durch Verwendung des Luft–Wasser–Wärmetauschers, mit dem die aus dem Schraubenkompressor austretende Luft auf Umgebungstemperatur gekühlt wurde, gewährleistet werden.
In der Kalibriereinheit wurden der Druck $p_{vorDüse}$ und die Temperatur $T_{vorDüse}$ vor, sowie der Druckabfall $\Delta p_{Düse}$ in der Düse gemessen. Die Sonde war im engsten Querschnitt der Düse positioniert. Über die Gleichung

$$v_{Düse}^2 = \frac{2\kappa}{\kappa - 1} R T_{vorDüse} \left[1 - \left(1 - \frac{\Delta p_{Düse}}{p_{vorDüse}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \tag{5.9}$$

wurde die Geschwindigkeit bestimmt (vgl. Glg. (3.15) auf Seite 18). Diese Gleichung setzt voraus, daß die Zuströmgeschwindigkeit der Düse null ist. In der Kalibriereinheit wurde dies konstruktiv so gelöst, daß vor der Düse sechs Filter angeordnet sind, die die zuströmende Luft

drosseln. Damit ist die Voraussetzung für eine isentrope Strömung durch die Düse gegeben. Durch Vergleichsmessungen am Eichkanal des Institutes ergab sich bei einer Geschwindigkeit von 90m/s ein absoluter Fehler von etwa ±1.5m/s, dies entsprach einem relativen Fehler von 1.7%.
Zur Bestimmung der Umfangskomponente der zuströmenden Luft vor der ersten Dichtspitze, wurde die Sonde mittels einer Sondenhalterung in der Mitte zwischen Rotor und Stator ca. 6.5mm vor der ersten Dichtspitze positioniert (Abb. 5.5). Nur der Draht und ein Teil der Drahthalter waren der Strömung ausgesetzt. Eine Beeinflussung der Strömung durch die beiden Drahthalter, zwischen denen der 5μm dicke und 1.25mm lange Hitzdraht gespannt war, war aufgrund der geringen Durchmesser auszuschließen. Wassertröpfchen, bedingt durch die Kondensation im Wärmetauscher, und feine Staubpartikel, die bei den hohen gemessenen Strömungsgeschwindigkeiten von bis zu 120m/s mit dem Draht in Kontakt kamen, waren häufig die Ursache für die Zerstörung des Hitzdrahtes. Äußerst vorsichtig mußte die Sonde in die Aufnahme für den Sondenhalter am Prüfstand eingeführt werden, da bereits ein leichtes Anstreifen der Sonde am Gehäuse zu deren Zerstörung geführt hätte.

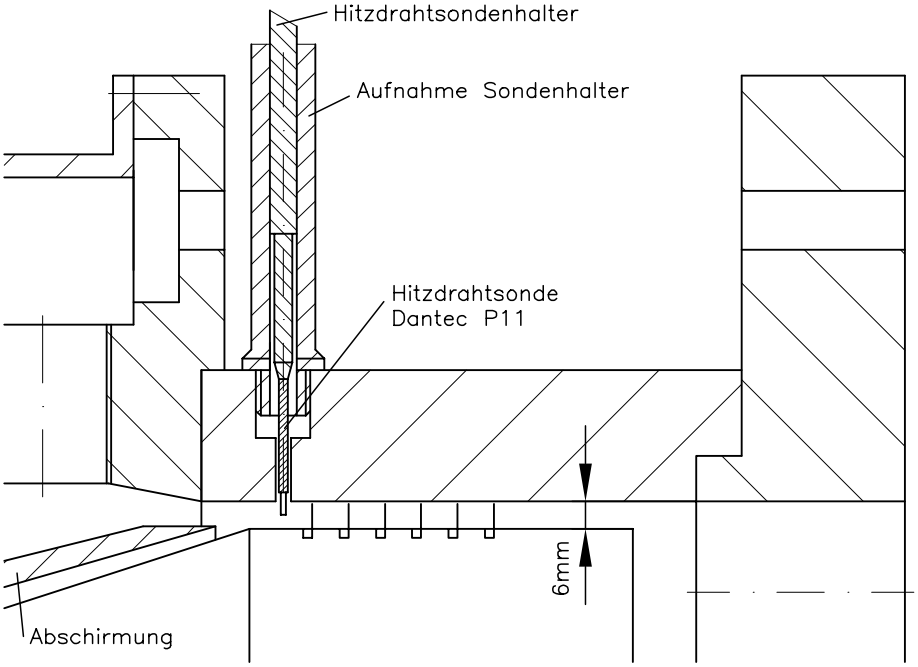

Abbildung 5.5: Position der Hitzdrahtsonde

5.5 Drehzahlmessung

Die Bestimmung der Drehzahl erfolgte mit einem berührungslosen Digital–Handtachometer, *TYP DHR 905*. Am Wellenstummel des Rotors wurde eine Reflexmarke aufgeklebt. Auf diese wurde der Abtastkopf des Meßgerätes aus einem Abstand von ca. 100mm gerichtet. Durch Betätigung der Meßtaste erschien die Drehzahl in Umin^{-1} auf der LED–Anzeige. Das Meßgerät hatte im gemessenen Drehzahlbereich eine Auflösung von ±1Umin^{-1}.

Kapitel 6

Meßergebnisse Durchblicklabyrinthe

6.1 Durchblicklabyrinth s=0.5mm

6.1.1 Drallfreie Zuströmung

6.1.1.1 Parallelauslenkung

6.1.1.1.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}6, s/a{=}0.0833)$

In Abb. 6.1 sind die Meßkurven bei Parallelauslenkung des Rotors über die relative Exzentrizität dargestellt. Bei voller Parallelauslenkung ($e{=}+1$ und $e{=}-1$) berühren die Dichtstreifen des Rotors den Stator.
Die gute Übereinstimmung der Meßkurven bei positiver (z.B. $e{=}+0.75$) und bei negativer Auslenkung (z.B. $e{=}-0.75$) bestätigen die sorgfältige Vorgangsweise bei der Ermittlung der zentrischen Lage des Rotors. Allgemein ist ein Ansteigen des C_D-Wertes bzw. des Massenstromes mit steigender exzentrischer Auslenkung erkennbar.

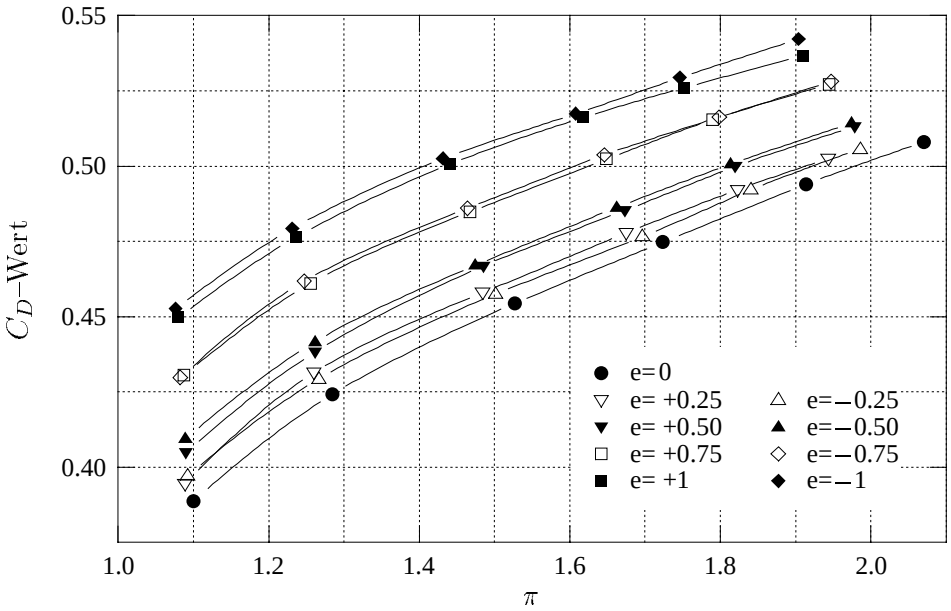

Abbildung 6.1: D805: Parallelauslenkung $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Bei stillstehendem Rotor (u_w=0) ist mit steigender Exzentrizität ein deutlicher Einfluß des anliegenden Druckverhältnisses auf den Massenstrom zu erkennen. So steigt der Massenstrom bei kleinem Druckverhältnis π=1.1 bei e=1 um ca. 16% und bei π=1.9 um ca. 9% an (Abb. 6.2). Als Bezugsgrößen dienen die C_D-Werte bei zentrischer Lage des Rotors bei den jeweils betrachteten Umfangsgeschwindigkeiten.
Mit steigender Umfangsgeschwindigkeit des Rotors verliert das anliegende Druckverhältnis auf den Leckmassenstrom bei exzentrischer Auslenkung an Einfluß. Bei der in den Versuchen maximal gefahrenen Umfangsgeschwindigkeit ist dieser Einfluß nicht mehr erkennbar. (siehe Abb. 6.3, Abb. 6.4 und Abb. 6.5).

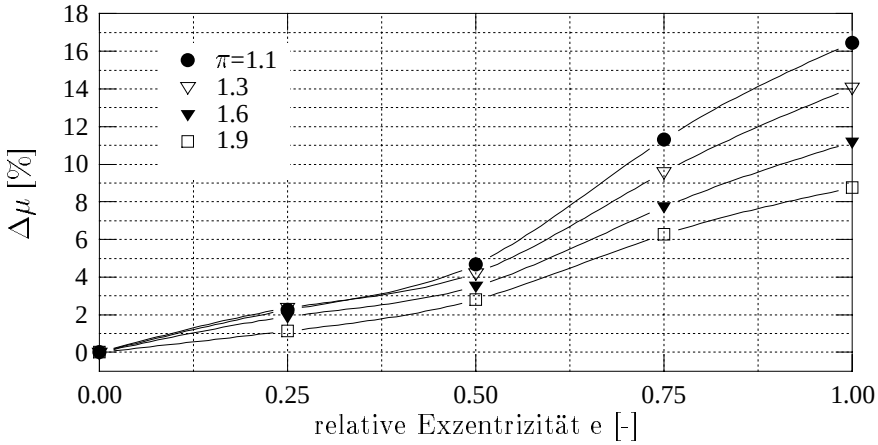

Abbildung 6.2: D805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0)$

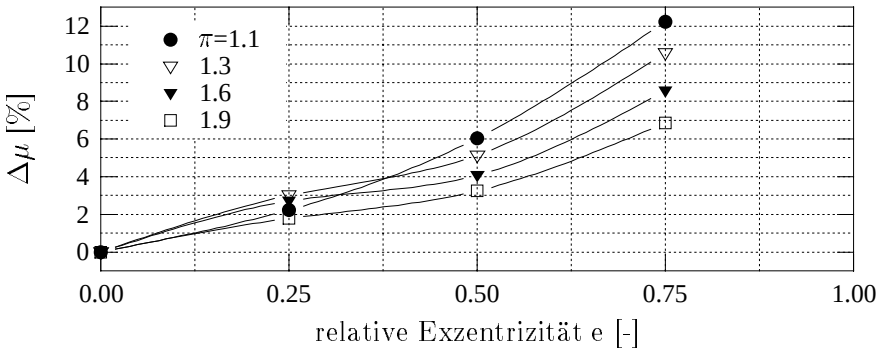

Abbildung 6.3: D805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.09)$

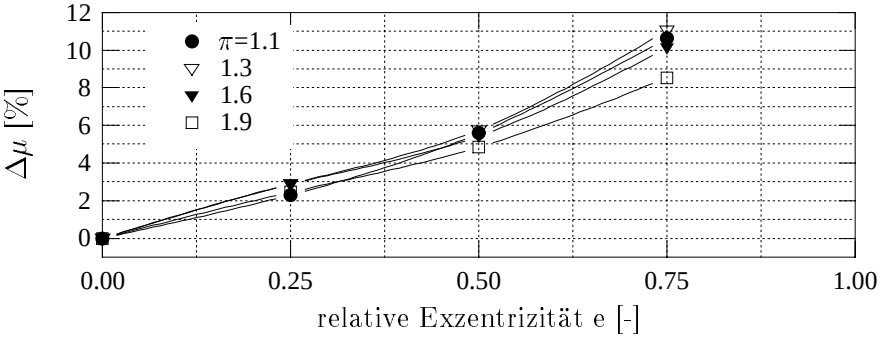

Abbildung 6.4: D805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.18)$

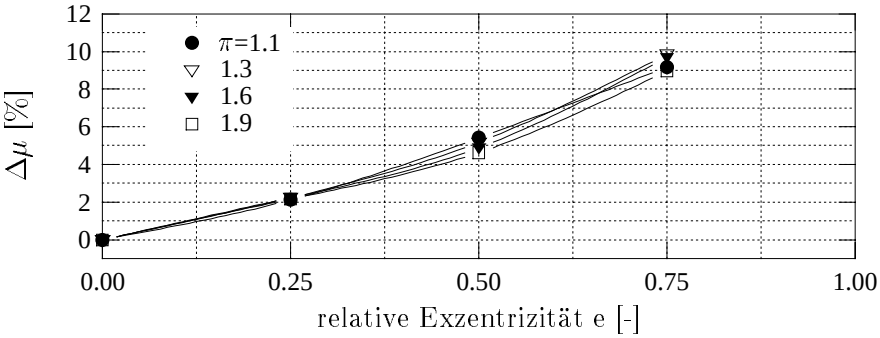

Abbildung 6.5: D805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.27)$

6.1.1.1.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e, n{=}6, s/a{=}0.0833)$

Abb. 6.6 zeigt den Einfluß der Rotation bei zentrischer Lage des Rotors (e=0). Allgemein ist ein Absinken des C_D-Wertes bzw. des Massenstromes bei steigender Rotorumfangsgeschwindigkeit zu erkennen.

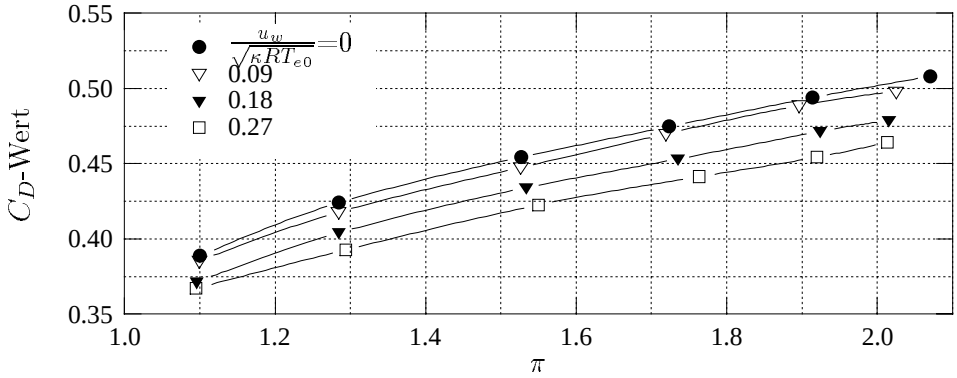

Abbildung 6.6: D805: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Der Einfluß der Rotation äußert sich in einem Kleinerwerden des Massenstromes. Der Leckmassenstrom verringert sich bei $u_w/\sqrt{\kappa RT_{e0}}$=0.27 um ca. 6÷8% (Abb. 6.7). Als Bezugsgrößen dienen die C_D-Werte bei stillstehendem Rotor bei der jeweils betrachteten Exzentrizität.
Das Druckverhältnis hat keinen Einfluß auf den Rotationseffekt. Auch bei exzentrischer Lage des Rotors bleibt der Rotationseffekt in gleichem Maße wie bei zentrischer Lage erhalten (siehe Abb. 6.7, Abb. 6.8, Abb. 6.9 und Abb. 6.10).

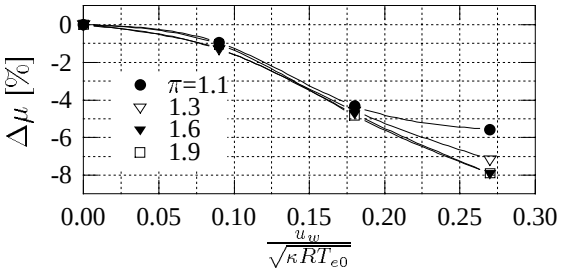

Abbildung 6.7: D805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

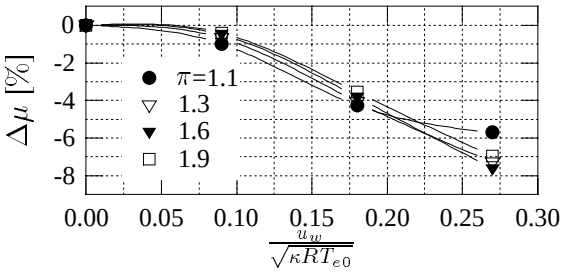

Abbildung 6.8: D805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.25)$

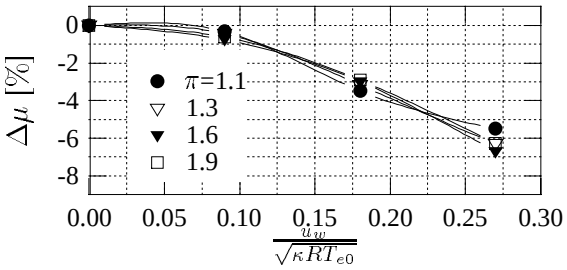

Abbildung 6.9: D805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.50)$

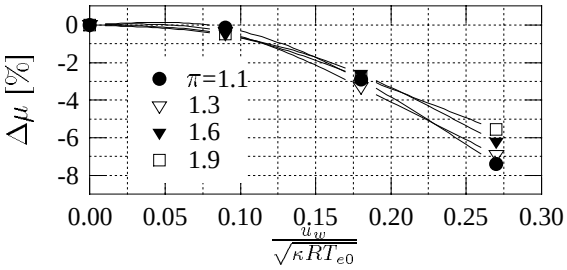

Abbildung 6.10: D805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.75)$

6.1.1.2 Schiefstellung

6.1.1.2.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa RT_{e0}}}, n{=}6, s/a{=}0.0833)$

Aus den Meßdaten in Abb. 6.11 läßt sich kein Einfluß auf den C_D-Wert erkennen. Die Meßkurven decken sich auch bei den Versuchen mit Wellenrotation. D.h., daß keine Änderung des Massenstromes ($\Delta\mu \sim 0$) aufgrund der Schiefstellung des Rotors beobachtbar ist.

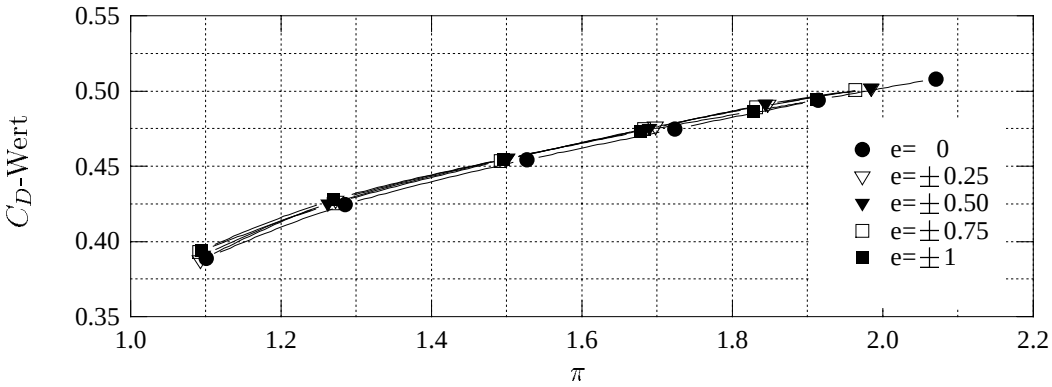

Abbildung 6.11: D805: Schiefstellung $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa RT_{e0}}}{=}0)$

6.1.1.2.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \pm e, n{=}6, s/a{=}0.0833)$

Der Einfluß der Rotation bleibt auch bei Schiefstellung erhalten (Abb. 6.12, Abb. 6.13). Da sich die relative Änderung des Massenstromes aufgrund der Rotorrotation bei allen gemessenen Exzentrizitäten ($e{=}\pm0.25$, $e{=}\pm0.50$ und $e{=}\pm0.75$) decken, seien hier nur die Meßdaten für $e{=}\pm0.75$ dargestellt.

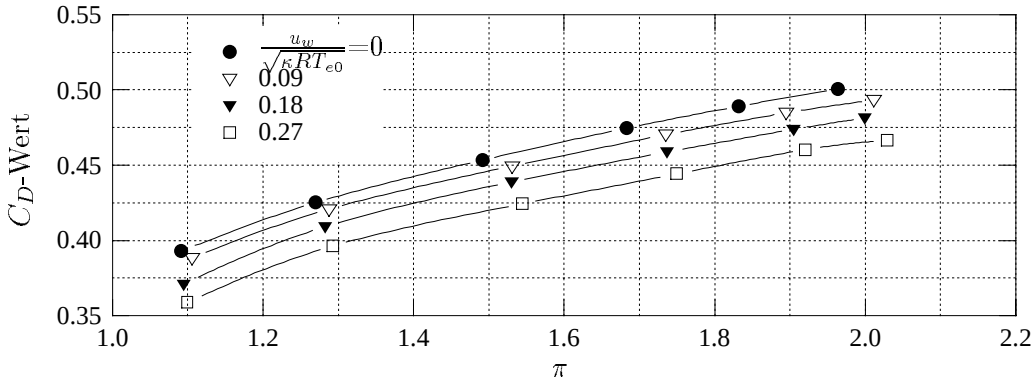

Abbildung 6.12: D805: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm0.75)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

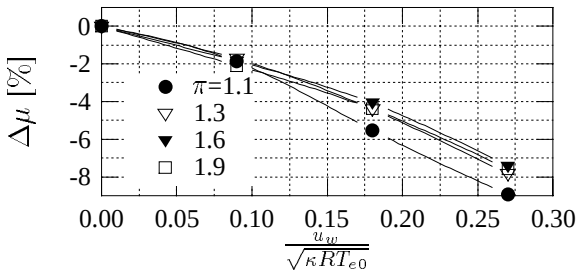

Abbildung 6.13: D805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm0.75)$

6.1.2 Einfluß des Gleich- bzw. Gegendralls

In den nachfolgenden Diagrammen wurde die Massenstromänderung $\Delta\mu$ zufolge der drallbehafteten Zuströmung auf den Massenstrom bei rein axialer Zuströmung bezogen. Bei den Versuchen war darauf geachtet worden, daß die maximale Umfangskomponente der einströmenden Luft dem Betrag nach in etwa der maximalen Umfangsgeschwindigkeit des Rotors entsprach. Im Falle des Gleichdralls weist der Geschwindigkeitsvektor der Umfangskomponente der Zuströmung in dieselbe Richtung wie der Vektor der Umfangsgeschwindigkeit des Rotors. Bei Gegendrall weisen die beiden Vektoren eine um 180° verschiedene Richtung auf. Unter Beachtung der Vorzeichen, wobei die Umfangskomponente c_u immer positiv gezählt wird, gilt:

$$\frac{u_w}{c_u} > 0 \qquad \text{Gleichdrall} \qquad \text{und} \qquad \frac{u_w}{c_u} < 0 \qquad \text{Gegendrall}$$

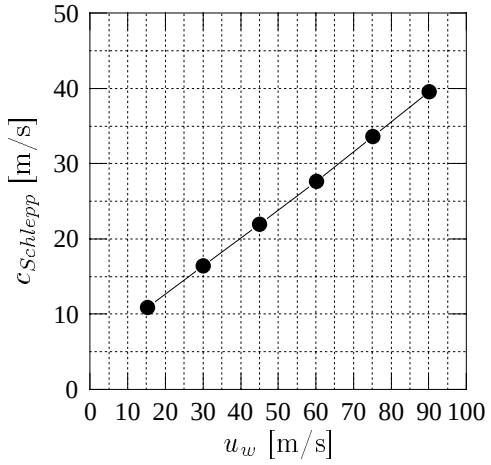

Abbildung 6.14: Schleppwirkung des Rotors

Bei Wellenrotation kommt es im Zuströmbereich zu einer Überlagerung der durch die Schleppwirkung des Rotors erzeugten Umfangskomponente und der durch die tangentialen Zuströmdüsen erzeugten Umfangskomponente. Die gemessene Schleppwirkung (Position der Hitzdrahtsonde siehe Abb. 5.5 auf Seite 41), die die Rotoroberfläche bei steigender Rotorumfangsgeschwindigkeit u_w aber bei keinem anliegendem Druckverhältnis auf das Fluid ausübt, ist in Abb. 6.14 dargestellt.

Meßtechnisch ist jedoch im Falle der Wellenrotation eine getrenntes Messen der beiden Anteile der resultierenden Umfangskomponente nicht möglich. Bei Gegendrall können Fälle auftreten – bei großer Umfangsgeschwindigkeit des Rotors und geringer Umfangskomponente c_u – bei denen die resultierende Umfangskomponente in Richtung Rotorumfangsgeschwindigkeit weist. Dies bedeutet, daß die resultierende Umfangskomponente kein geeignetes Maß für eine Definition von Gleich- bzw. Gegendrall ist. Auch war das Bestimmen der Richtung der Umfangskomponente mit der verwendeten Single-Hitzdrahtsonde nicht möglich, da mit diesen Sonden nur der Betrag aber nicht die Richtung bestimmt werden kann. Aufgrund dieser Problematiken wurde für die obigen Definitionen und in den nachfolgenden Darstellungen die bei stillstehendem Rotor (keine Schleppwirkung) und steigendem Druckverhältnis gemessene Umfangskomponente c_u verwendet (Abb. 6.15), deren Richtung bekannt war. Da sie mit Hilfe von Zuströmdüsen erzeugt wurde, war sie dem Betrag nach auch bei unterschiedlicher Wellenrotation aber bei gleichem Druckverhältnis dieselbe. Dies galt für den Zuströmbereich, zwischen Abschirmung und Stator (siehe Abb. 5.5 auf Seite 41). Die Umfangskomponente c_u, die in jenem Bereich gemessen worden ist, in dem es bei den Versuchen mit Rotorrotation zur Überlagerung kam, wird sich kaum von der Umfangskomponente im abgeschirmten Zuströmbereich (zwischen Stator und Abschirmung) unterscheiden, da es sich in diesem Bereich um einen zylindrischen Ringspalt handelt, und zudem der axiale Abstand zwischen Meßposition der Hitzdrahtsonde und dem Ende des abgeschirmten Bereiches nur ca. 12mm betrug.
Abb. 6.15 zeigt die mit einer Hitzdrahtsonde gemessene Umfangskomponente c_u vor der

ersten Spitze bezogen auf die mittlere axiale Zuströmgeschwindigkeit c_e. Die Position der Hitzdrahtsonde ist in Abb. 5.5 auf Seite 41 dargestellt. Die Zuströmgeschwindigkeit c_e kann mit Hilfe des in Abb. 6.16 abgebildeten C_D-Wertes ermittelt werden.

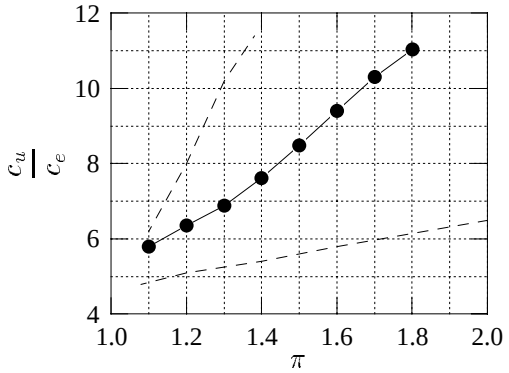

Abbildung 6.15: D805: Drall vor erster Dichtspitze

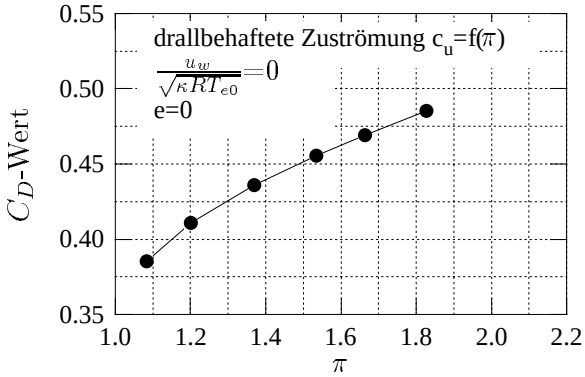

Abbildung 6.16: D805: C_D-Wert drallbehaftete Zuströmung bei stillstehendem Rotor

Durch die Konstruktion des Prüfstandes war es nicht möglich, den Vordrall bei steigendem Druckverhältnis konstant zu halten, da keine Einheit vorgesehen war, die eine getrennte Luftzuführung bei gleichzeitiger axialer und tangentialer Zuströmung und somit ein Einstellen der tangentialen Geschwindigkeitskomponente ermöglicht hätte. Es wurde bei den durchgeführten Drallversuchen versuchstechnisch aus einer Reihe von Düsensätzen jener Düsenaustrittsquerschnitt ermittelt, mit dem es möglich war, der zuströmenden Luft bei dem maximal erreichbaren Druckverhältnis eine Umfangskomponente zu erteilen, die der maximalen Umfangsgeschwindigkeit des Rotors entsprach. Die Ermittlung des geeigneten Austrittsquerschnittes war mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden, da ein zu kleiner Querschnitt zwar eine große Umfangskomponente bewirkt hat, aber ebenso einen sehr starken Druckverlust. Nur noch ein äußerst kleiner Bereich von π hätte variiert werden können. Andererseits hätte mit einem zu großen Querschnitt ein weiter Bereich von π untersucht werden können, allerdings bei sehr mäßigen Umfangskomponenten (strichlierte Linien in Abb. 6.15). So wurde für jedes untersuchte Labyrinth jeweils nur eine Konfiguration von Anzahl an Düsen und deren Austrittsquerschnitt verwendet. Die hier verwendeten Zuströmdüsen, durch welche der Drall erzeugt wurde, bewirkten einen starken Druckverlust. Deshalb war das maximal erreichbare Druckverhältnis mit π=ca.1.8 begrenzt. Bei diesem Druckverhältnis konnte eine Umfangskomponente der Zuströmung von etwa 82m/s gemessen werden. Dies entsprach in etwa der maximalen Rotorumfangsgeschwindigkeit von 90m/s.

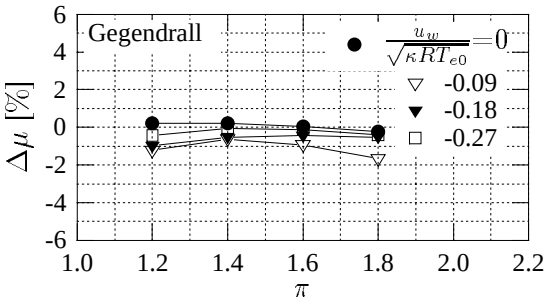

Abbildung 6.17: D805: Gegendrall

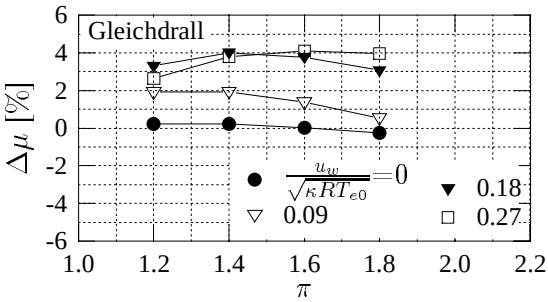

Abbildung 6.18: D805: Gleichdrall

Qualitativ zeigte sich, daß der Gleichdrall (Abb. 6.18) schon bei einer geringen Umfangs-

komponente der Zuströmung ein Ansteigen des Massenstromes bewirkte. Die durchgeführten Versuche mit Gleichdrall ergaben ein Ansteigen des Massenstromes in Bezug auf jenen bei rein axialer Zuströmung von max. 4%. Die Werte für den Gegendrall (Abb.6.17) liegen durchwegs unter jenen bei axialer Zuströmung.

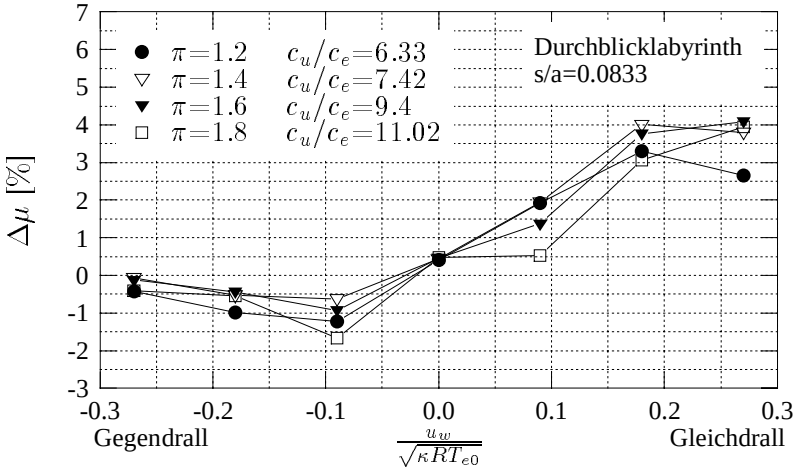

Abbildung 6.19: D805: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

In Abb. 6.19 wurden die Meßdaten als Funktion des Druckverhältnisses mit dem entsprechenden Verhältnis c_u/c_e über die dimensionslose Umfangsgeschwindigkeit der mittleren Dichtspitze aufgetragen (Die Umfangskomponente steigt mit steigendem Druckverhältnis). Der Gegendrall bewirkt eine geringfügige Abnahme des Massenstromes bezogen auf den Massenstrom bei rein axialer Zuströmung. Der Gleichdrall hingegen bewirkt eine Massenstromzunahme.

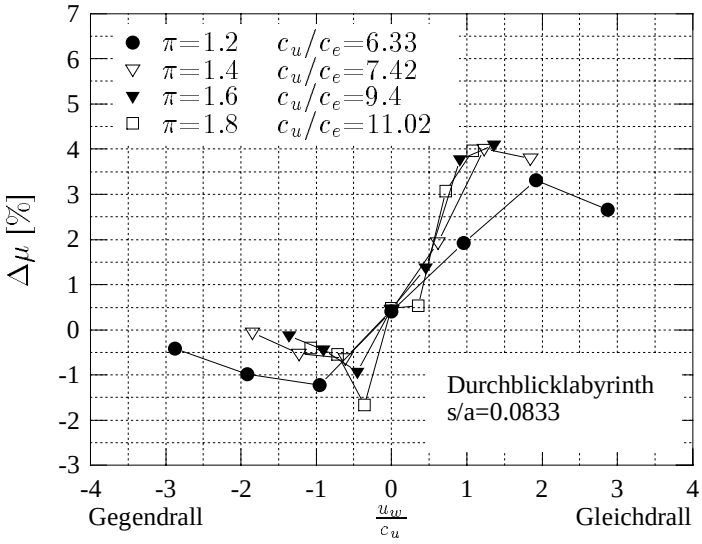

Abbildung 6.20: D805: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\mathbf{c_u}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

Für den Gleichdrall ist in Abb. 6.20 ein Maximum an Massenstromzunahme im Bereich von u_w/c_u=$\sim$ 1 zu erkennen. Physikalisch könnte dies dadurch erklärt werden, daß der Strömung des Fluids durch den Spalt über der Dichtspitze, die dieselbe Umfangsgeschwindigkeit wie das Fluid selbst aufweist, weniger Widerstand entgegengebracht wird, als bei unterschiedlichen Umfangskomponenten von Dichtspitze und Fluid.

6.2 Durchblicklabyrinth s=0.7mm

6.2.1 Drallfreie Zuströmung

6.2.1.1 Parallelauslenkung

6.2.1.1.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}6, s/a{=}0.1167)$

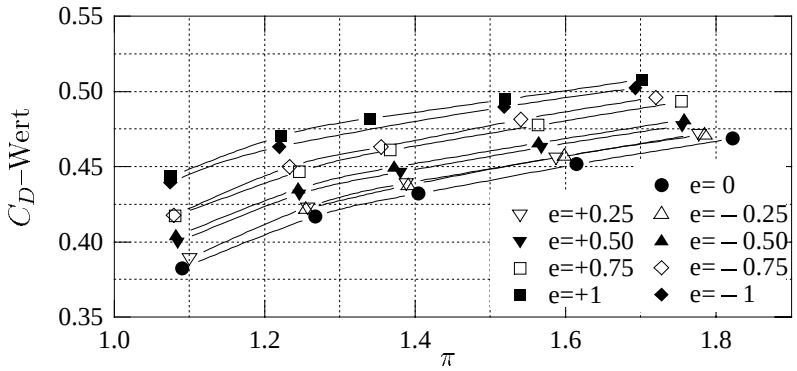

Abbildung 6.21: D807: Parallelauslenkung $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Bei der Spaltweite s/a=0.1167 zeigt sich wie bei der Spaltweite s/a=0.0833 ein Einfluß des anliegenden Druckverhältnisses auf die Massenstromzunahme von ca. 10÷17% bei Parallelauslenkung des Rotors (Abb. 6.22). Mit steigender Umfangsgeschwindigkeit nimmt der Einfluß des Druckverhältnisses etwas ab. Bei einer relativen Exzentrizität von e=0.75 und der maximalen Umfangsgeschwindigkeit beträgt die Massenstromzunahme etwa 6÷9%. (siehe Abb. 6.23, Abb. 6.24 und Abb. 6.25). Als Bezugsgrößen dienen die C_D-Werte bei zentrischer Lage des Rotors.

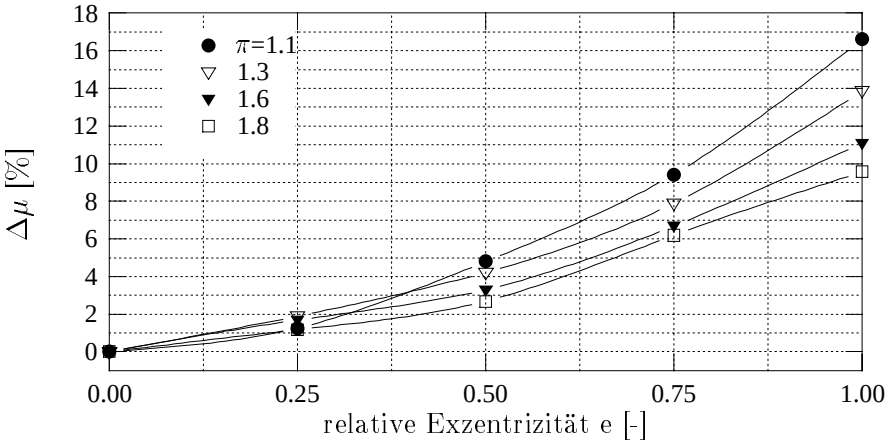

Abbildung 6.22: D807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

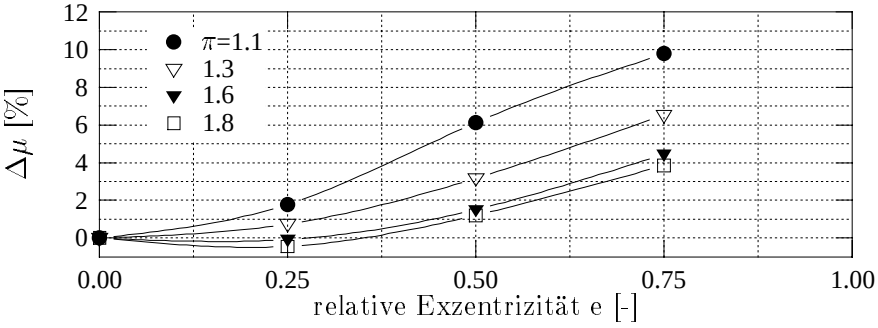

Abbildung 6.23: D807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.09)$

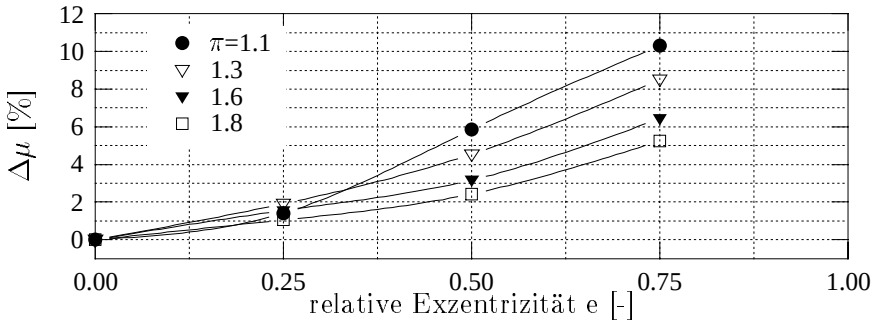

Abbildung 6.24: D807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.18)$

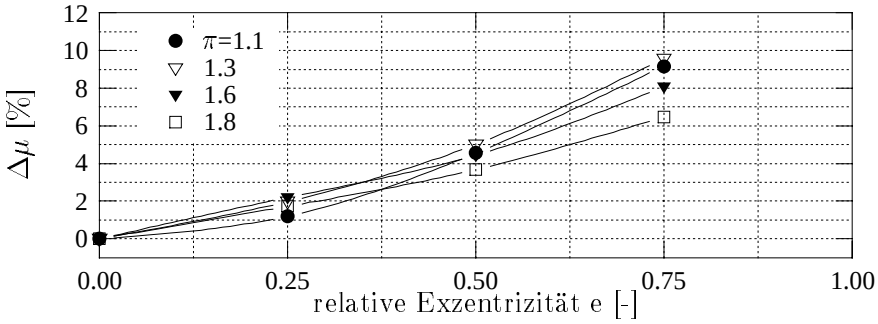

Abbildung 6.25: D807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.27)$

6.2.1.1.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e, n{=}6, s/a{=}0.1167)$

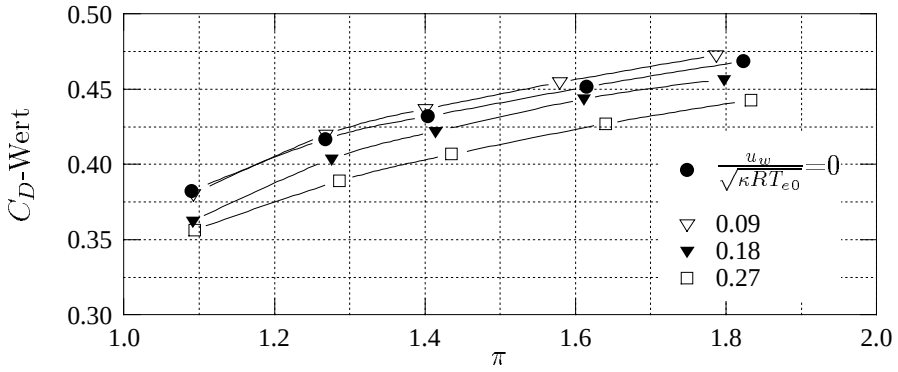

Abbildung 6.26: D807: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Hier zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie bei den Vollabyrinthen. Der Massenstrom steigt bei geringer Umfangsgeschwindigkeit leicht an und nimmt mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit um max. 6% ab. Als Bezugsgrößen dienen die C_D-Werte bei stillstehendem Rotor.

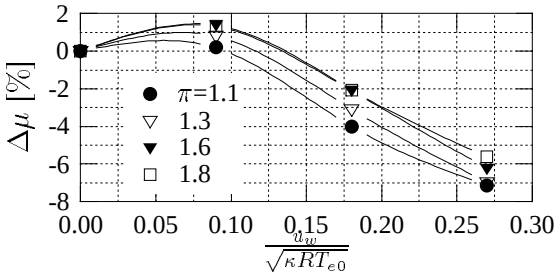

Abbildung 6.27: D807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

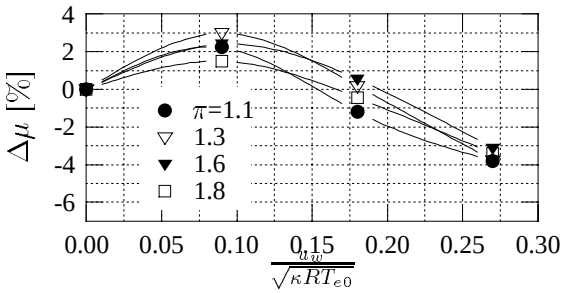

Abbildung 6.28: D807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.25)$

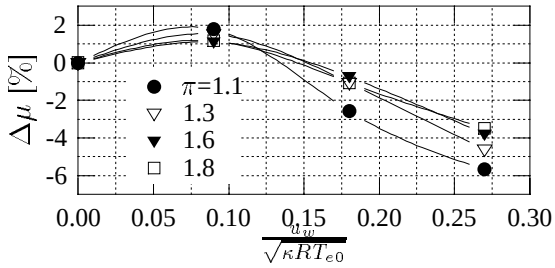

Abbildung 6.29: D807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.50)$

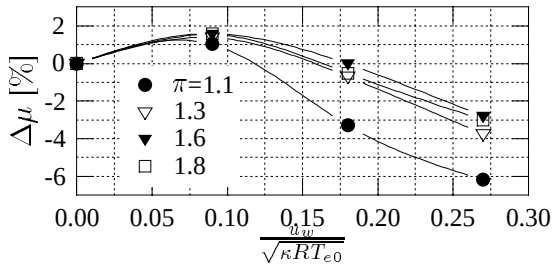

Abbildung 6.30: D807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.75)$

6.2.1.2 Schiefstellung

6.2.1.2.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa RT_{e0}}}, n{=}6, s/a{=}0.1167)$

Während sich beim Durchblicklabyrinth mit der Spaltweite s/a=0.0833 noch kein meßbarer Einfluß der Schiefstellung des Rotors auf den Leckmassenstrom ergab, so konnte bei der Spaltweite s/a=0.1167 bereits ein deutlicher Einfluß gemessen werden. Dieser äußerte sich in einem Kleinerwerden des Massenstromes.

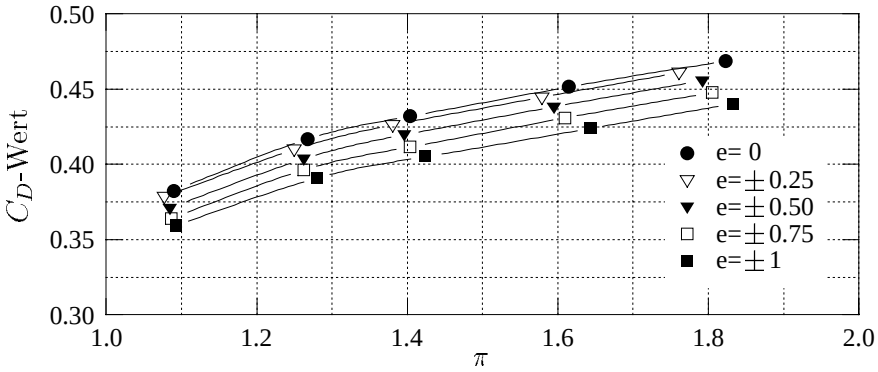

Abbildung 6.31: D807: Schiefstellung $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa RT_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Bei maximaler Schiefstellung verringert sich der Massenstrom um ca. 6%. Bei den Versuchen mit Rotation konnte bei einer Exzentrizität von e=±0.75 ein Absinken von ca. 4÷5% beobachtet werden.

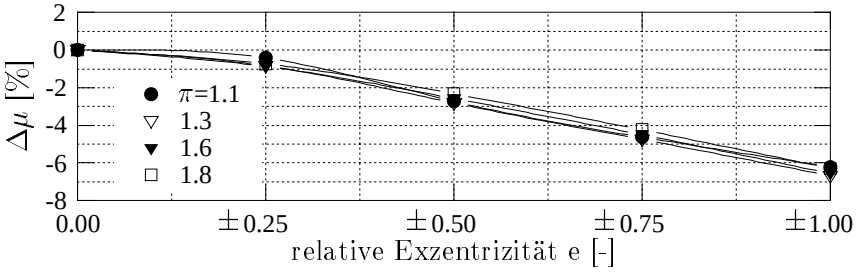

Abbildung 6.32: D807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0)$

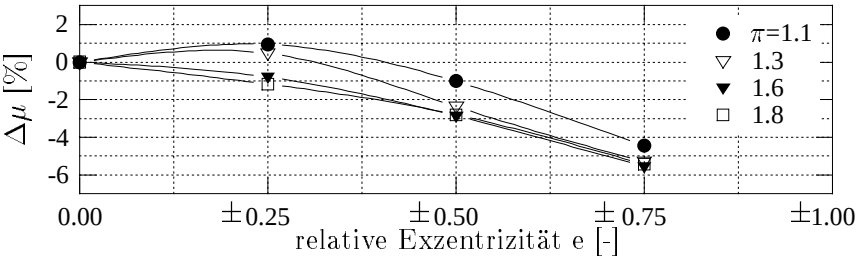

Abbildung 6.33: D807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.09)$

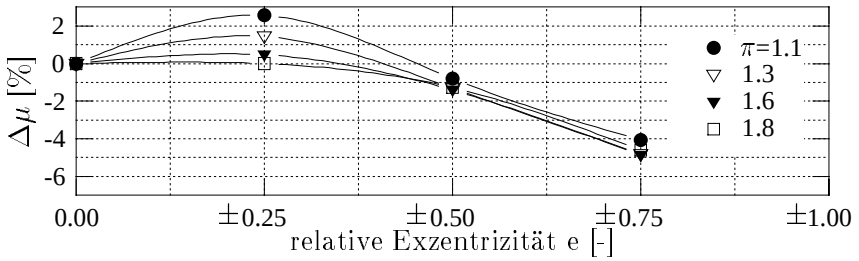

Abbildung 6.34: D807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.18)$

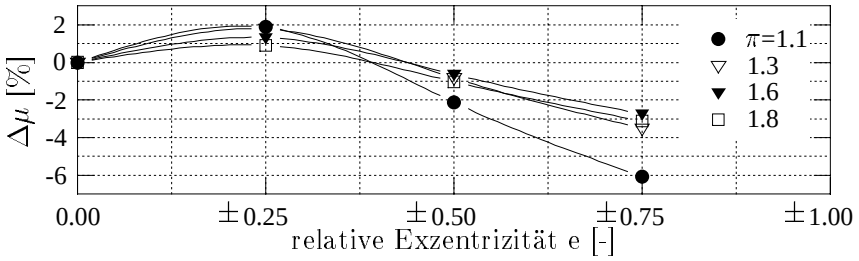

Abbildung 6.35: D807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.27)$

6.2.1.2.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \pm e, n{=}6, s/a{=}0.1167)$

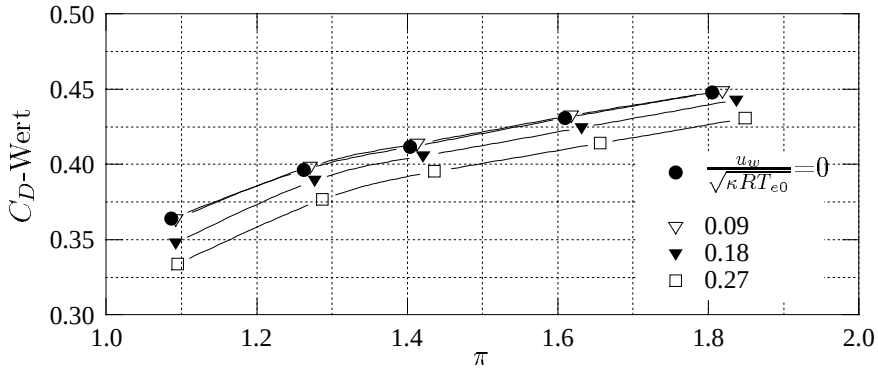

Abbildung 6.36: D807: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.75)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Der Einfluß der Rotation bei Schiefstellung verringert sich in Relation zum Einfluß der Rotation bei Parallelauslenkung um ca. 2% auf eine Massenstromverringerung von ca. 4%. Dieser bleibt für höhere Druckverhältnisse annähernd konstant.

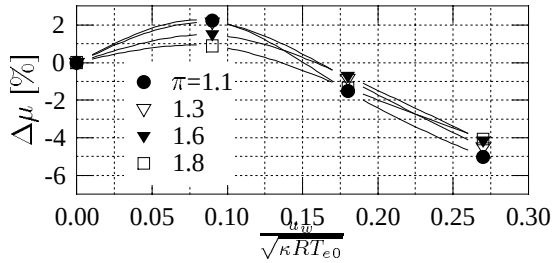

Abbildung 6.37: D807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.25)$

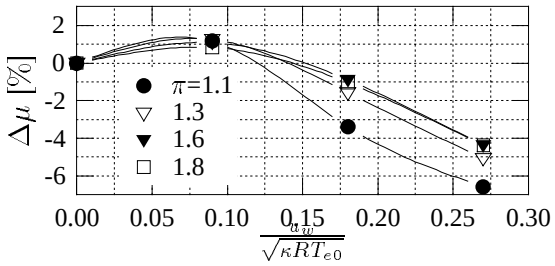

Abbildung 6.38: D807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.50)$

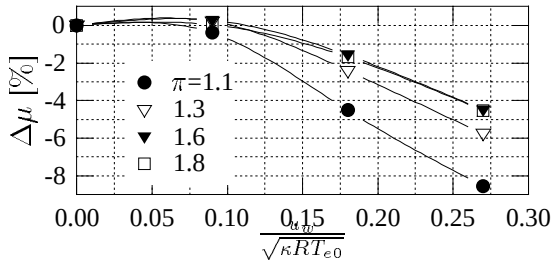

Abbildung 6.39: D807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.75)$

6.2.2 Einfluß des Gleich- bzw. Gegendralls

Aufgrund des größeren Leckmassenstromes als bei der Spaltweite s/a=0.0833 konnte der maximale Drall vor der ersten Dichtspitze auf ca.123m/s bei π=1.5 erhöht werden. Der Vordrall bewirkt ein noch deutlicheres Ansteigen des Massenstromes in Bezug auf die rein axiale Zuströmung als bei den Messungen mit der Spaltweite s/a=0.0833. Der Gegendrall bewirkt eine geringe Abnahme des Massenstomes in Bezug auf rein axiale Zuströmung.

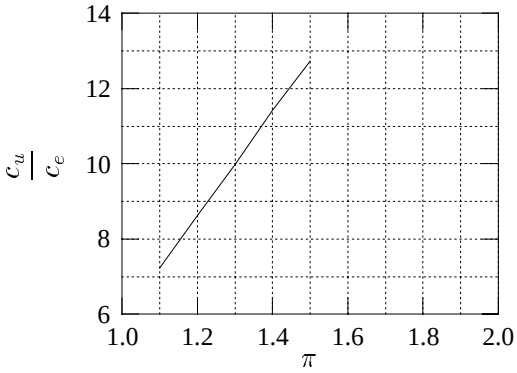

Abbildung 6.40: D807: Drall vor erster Dichtspitze

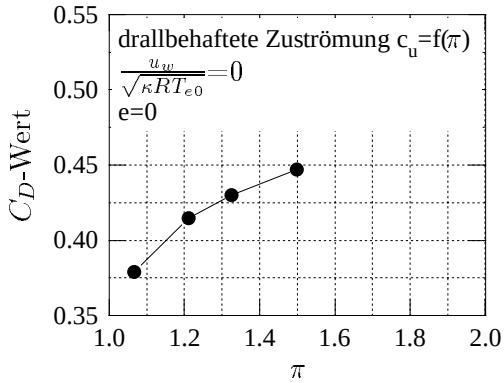

Abbildung 6.41: D807: C_D-Wert drallbehaftete Zuströmung

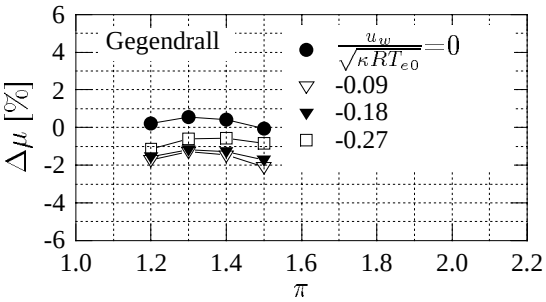

Abbildung 6.42: D807: Gegendrall

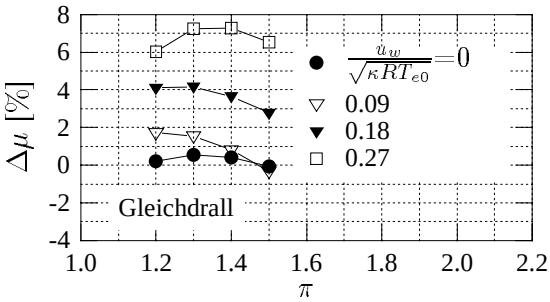

Abbildung 6.43: D807: Gleichdrall

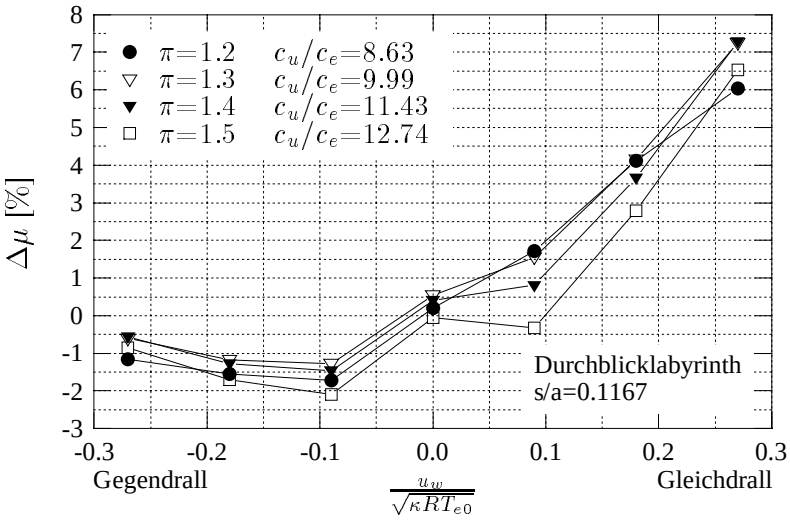

Abbildung 6.44: D807: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

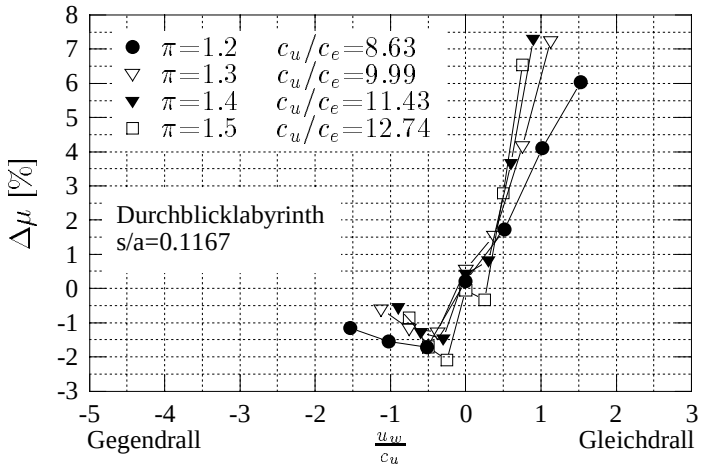

Abbildung 6.45: D807: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\mathbf{c_u}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

Ein deutliches Ansteigen des Massenstromes bei Gleichdrall ist in Abb. 6.44 bei steigender Rotation zu sehen. Der Massenstrom steigt im Bereich von u_w/c_u=0÷ ∼ 1 sehr stark bis zu +7% an (Abb. 6.45). Ob dieses Labyrinth analog zur Spaltweite s/a=0.0833 auch bei $u_w/c_u \sim 1$ ein Maximum aufweist, müßte durch weitere Versuche geklärt werden. Der Gegendrall bewirkt eine leichte Abnahme des Massenstromes.

6.3 Durchblicklabyrinth s=1.0mm

6.3.1 Drallfreie Zuströmung

6.3.1.1 Parallelauslenkung

6.3.1.1.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}6, s/a{=}0.1667)$

Für das Durchblicklabyrinth mit der Spaltweite s/a=0.1667 ergaben die Messungen, daß der Einfluß der Exzentrizität bei Parallelauslenkung erst bei größeren Exzentrizitäten zum Tragen kommt. Erst ab einer Exzentriztät von e=0.5 zeigt sich ein deutliches Ansteigen des Massenstromes.

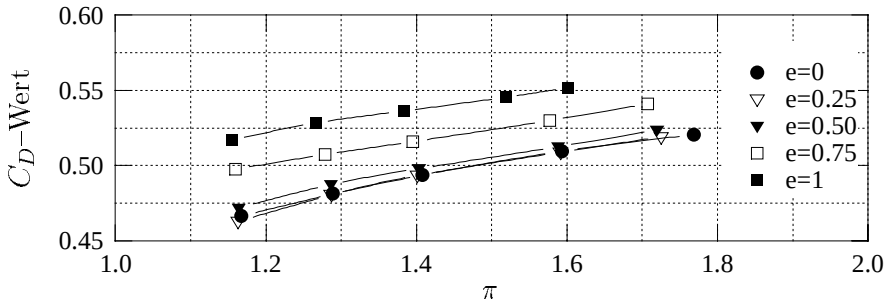

Abbildung 6.46: D810: Parallelauslenkung $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Bei e=1 steigt der Massenstrom abhängig vom Druckverhältnis um ca. 8÷10% (Abb. 6.47) an. Bei den Versuchen mit Rotation konnte ein Ansteigen von max. 4÷6% bei e=0.75 beobachtet werden (Abb. 6.48 bis Abb. 6.50). Als Bezugsgrößen dienen die C_D-Werte bei zentrischer Lage des Rotors.

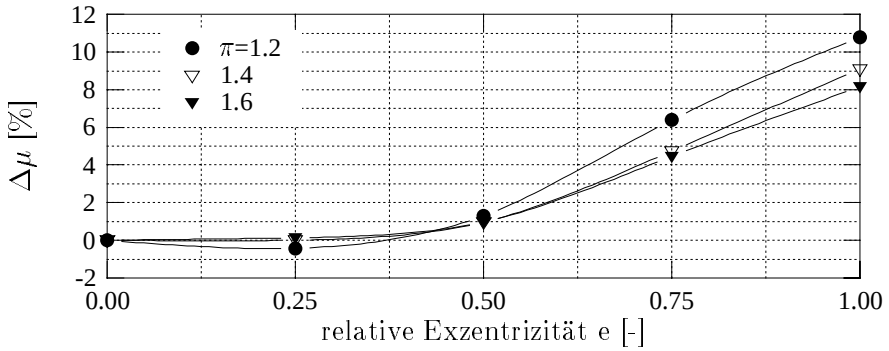

Abbildung 6.47: D810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

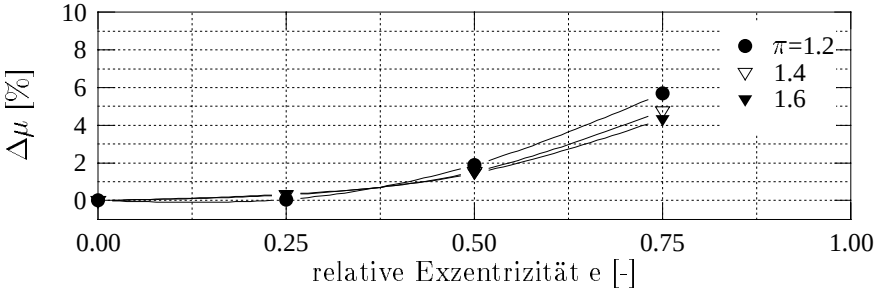

Abbildung 6.48: D810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.09)$

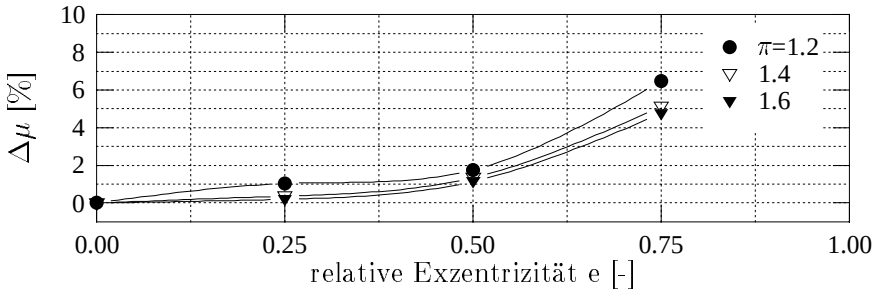

Abbildung 6.49: D810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.18)$

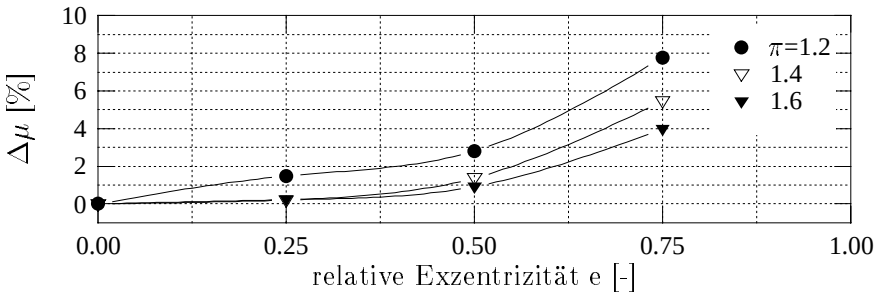

Abbildung 6.50: D810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.27)$

6.3.1.1.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e, n{=}6, s/a{=}0.1667)$

Der Rotationseffekt zeigt sich nur noch bei kleinem Druckverhältnis und großer Umfangsgeschwindigkeit, und bewirkt eine Abnahme des Massenstromes von ca. 1÷4% (siehe Abb. 6.52 bis Abb. 6.55).

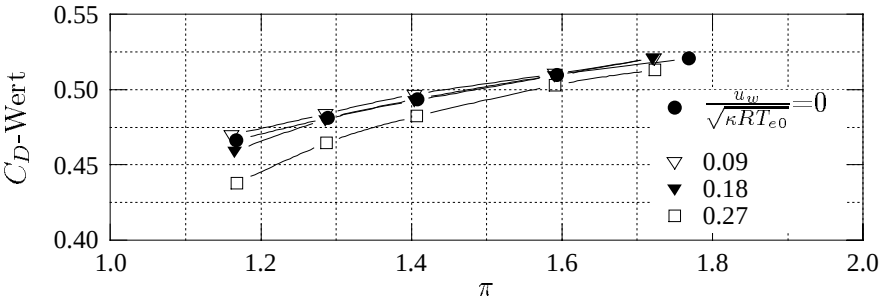

Abbildung 6.51: D810: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

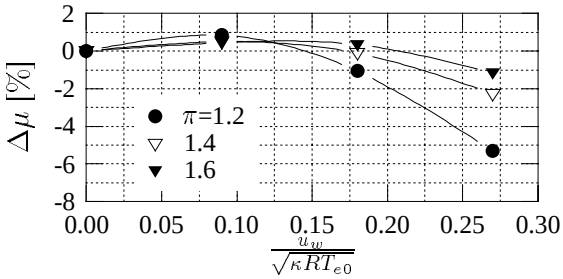

Abbildung 6.52: D810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

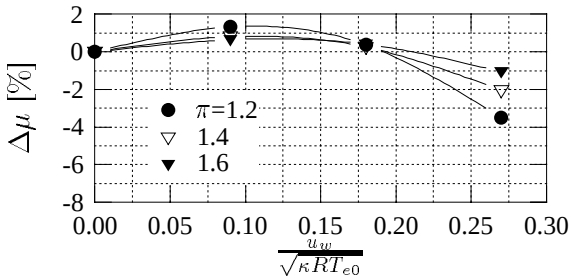

Abbildung 6.53: D810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.25)$

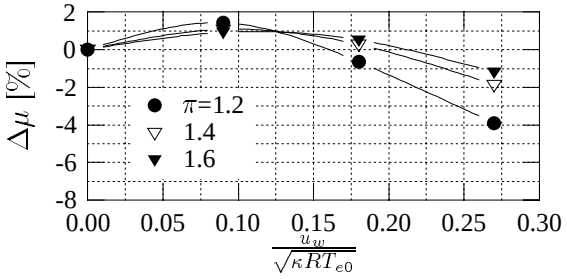

Abbildung 6.54: D810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{R T_{e0}}}}, \pi, e{=}0.50)$

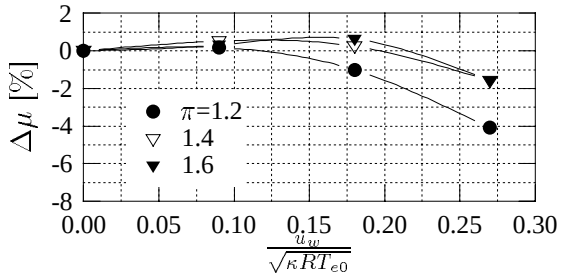

Abbildung 6.55: D810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{R T_{e0}}}}, \pi, e{=}0.75)$

6.3.1.2 Schiefstellung

6.3.1.2.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}6, s/a{=}0.1667)$

In Abb. 6.56 erkennt man ein sehr starkes Absinken des Massenstromes mit steigender Schiefstellung des Rotors.

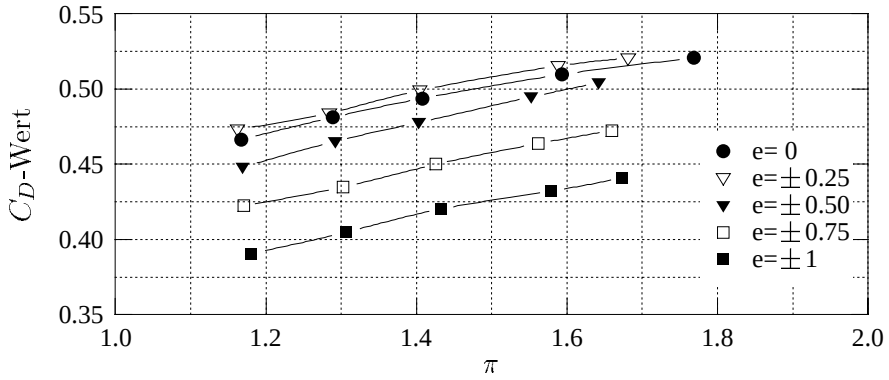

Abbildung 6.56: D810: Schiefstellung $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Bei voller Auslenkung ($e{=}\pm1$) bewirkt die Schiefstellung eine Massenstromverringerung von ca. 16%.

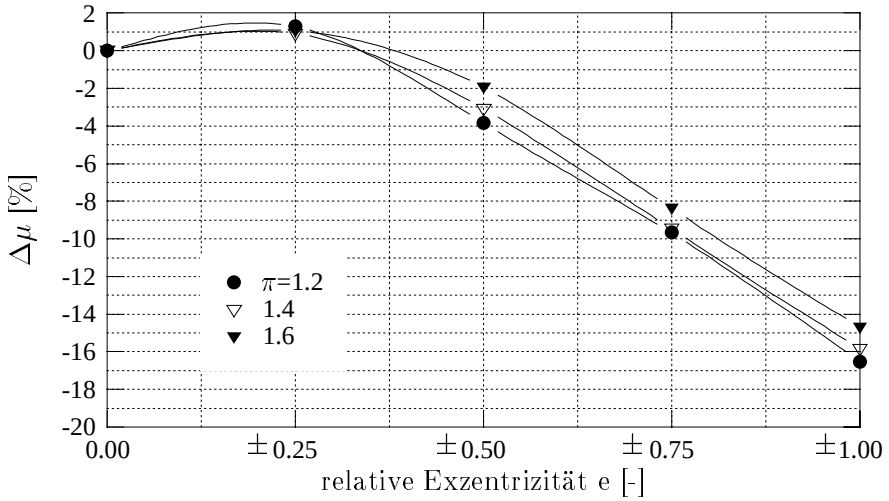

Abbildung 6.57: D810: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

6.3.1.2.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \pm e, n{=}6, s/a{=}0.1667)$

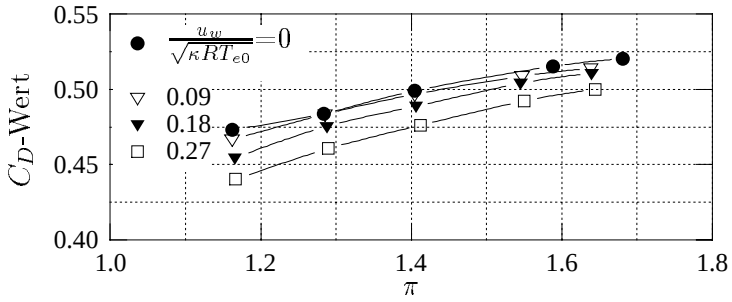

Abbildung 6.58: D810: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.25)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Der Rotationseffekt ist bei der Spaltweite $s/a{=}0.1667$ bei Schiefstellung des Rotors deutlicher ausgeprägt als bei der Parallelauslenkung. Er bewirkt eine Abnahme des Leckmassenstromes von ca. 4% (Abb. 6.59).
Da sich bereits bei einer relativen Exzentrizität von $e{=}\pm 0.25$ zufolge der Schiefstellung des Rotors ein Verdrehwinkel von ca. 2° ergab, wurden aus Sicherheitsgründen keine weiteren Versuche mit noch größerer symmetrischer Auslenkung des Rotors durchgeführt, da dadurch der zulässige Fluchtungsfehler der Wälzlager (2°) überschritten worden wäre.

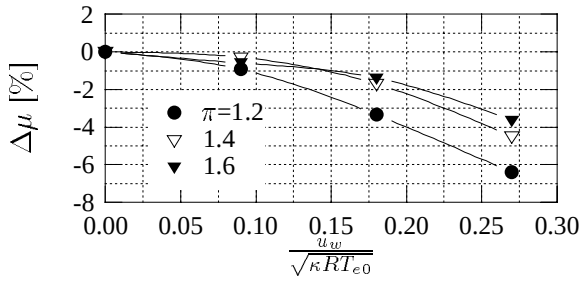

Abbildung 6.59: D810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.25)$

6.3.2 Einfluß des Gleich- bzw. Gegendralls

Die Drallversuche spiegeln im Vergleich zu den anderen untersuchten Spaltweiten ein gegensätzliches Verhalten wider. Zum einen ist für Gleichdrall kein Anstieg des Massenstromes in Bezug auf rein axiale Zuströmung in Abb. 6.65 im Bereich von $u_w/c_u \sim 1$ mehr erkennbar, und zum anderen wird der Massenstrom bei den Versuchen mit Gegendrall deutlich verringert. c_u betrug ca. 80.7 m/s bei π=1.6.

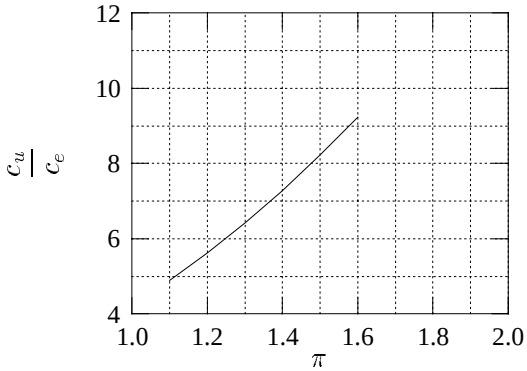

Abbildung 6.60: D810: Drall vor erster Dichtspitze

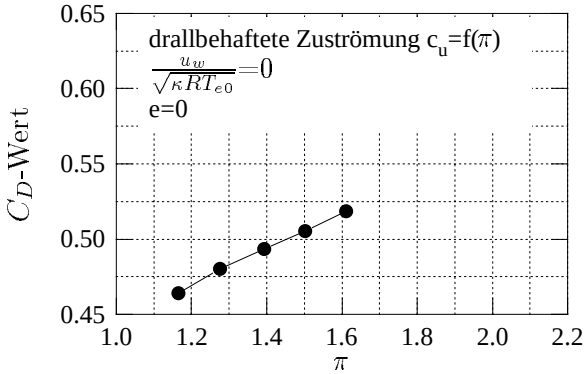

Abbildung 6.61: D810: C_D-Wert drallbehaftete Zuströmung

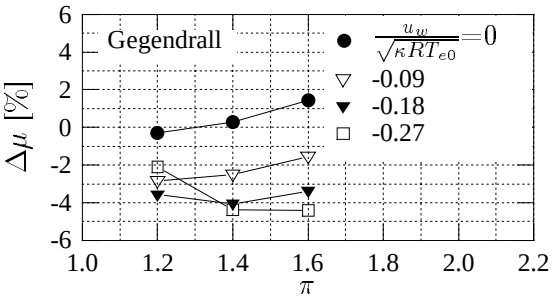

Abbildung 6.62: D810: Gegendrall

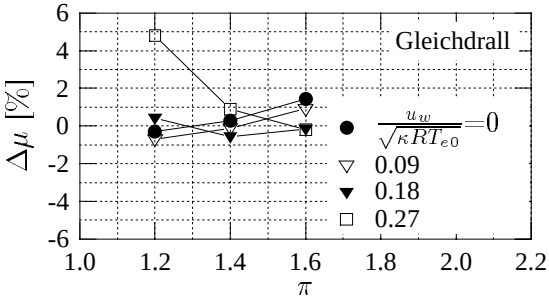

Abbildung 6.63: D810: Gleichdrall

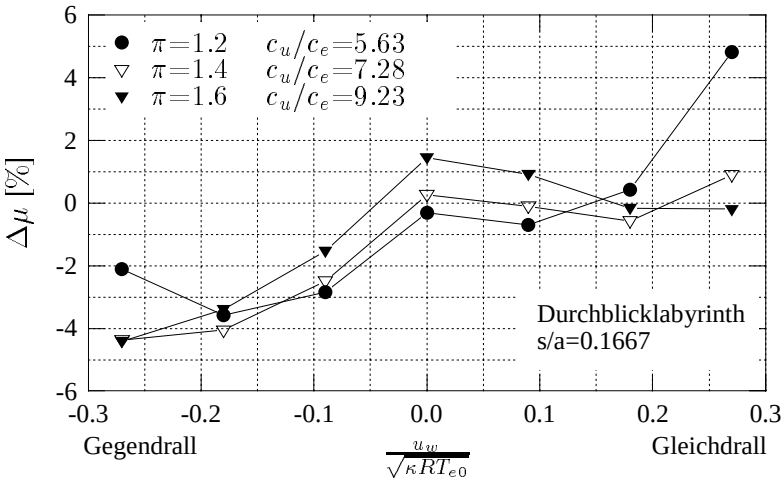

Abbildung 6.64: D810: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

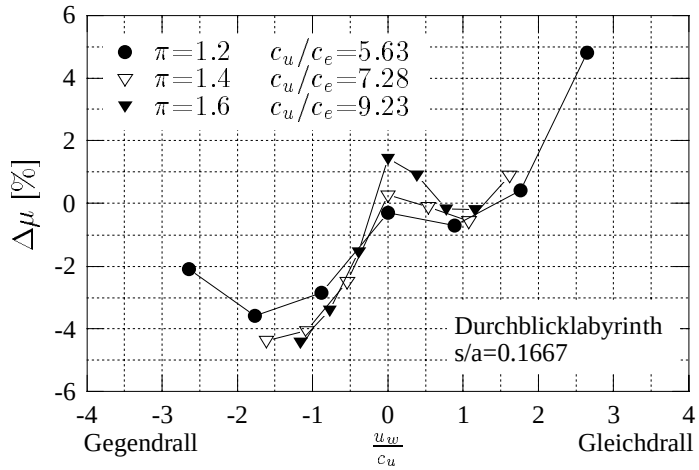

Abbildung 6.65: D810: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\mathbf{c_u}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

6.4 Axiale Reynoldszahl Re_{ax}

$$Re_{ax} = \frac{2\dot{m}}{d_s \pi \mu_e} \qquad \textbf{axiale Reynoldszahl} \tag{6.1}$$

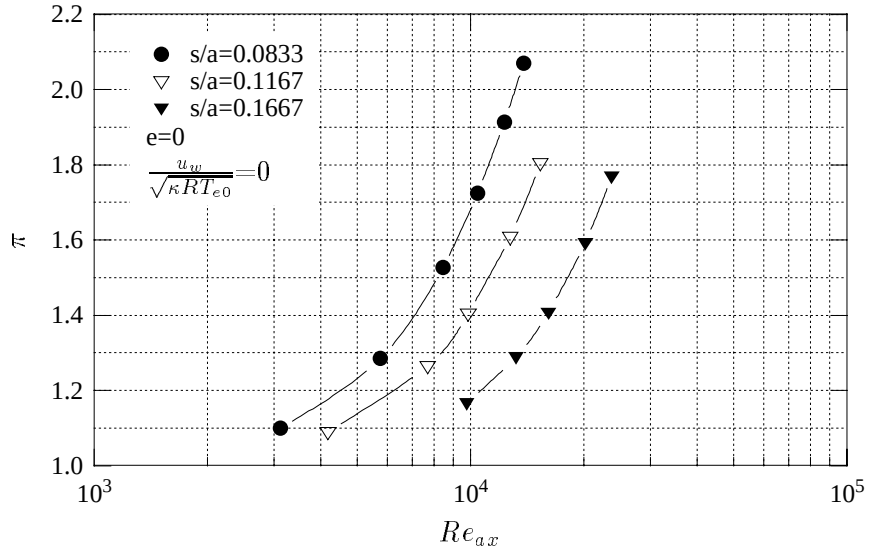

Abbildung 6.66: Durchblicklabyrinthe: Axiale Reynoldszahl - π

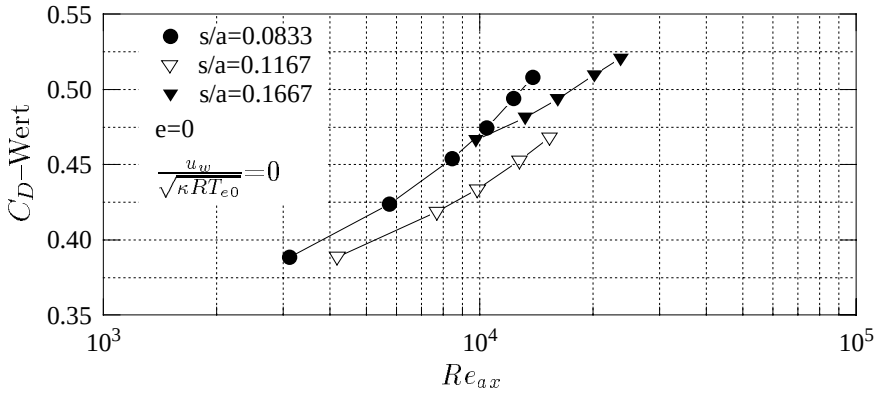

Abbildung 6.67: Durchblicklabyrinthe: Axiale Reynoldszahl - C_D

Die Abbildungen 6.66 und 6.67 zeigen den Verlauf der axialen Reynoldszahl Re_{ax} dargestellt über das Druckverhältnis π bzw. über den Durchflußbeiwert C_D. Dargestellt sind die Verläufe für stillstehendem Rotor in zentrischer Lage bei rein axialer Zuströmung. Die gemessenen axialen Reynoldszahlen bewegten sich im Bereich von ca. Re_{ax}=3000÷23000.

6.5 Druckverlauf

Die Druckverläufe der sechsspitzigen Durchblicklabyrinthe bei zentrischer Rotorlage und stillstehendem Rotor sind in den Abb. 6.68 bis 6.70 auf der nächsten Seite zu sehen. Die dargestellten Drücke sind die in der Mitte der jeweiligen Kammer am Stator gemessenen statischen Drücke.
Der Druckverlauf bei kleiner Spaltweite s/a=0.0833 (Abb. 6.68) war durch einen gleichmäßigen Druckabfall gekennzeichnet, der nur über der ersten Spitze etwas größer war. Mit steigender Spaltweite nahm der Druckabfall über der ersten Dichtspitze auffallend stark zu. Während bei der mittleren Spaltweite von s/a=0.1667 der Druck in der zweiten Kammer annähernd derselbe wie jener in der ersten war, so lag dieser bei der größten Spaltweite von s/a=0.1667 bereits deutlich über dem ersten Kammerdruck; es kam zu einem Druckanstieg in der zweiten Kammer. Dieses Verhalten stimmte mit den Beobachtungen anderer Autoren überein (z.B. Komotori [24], Dörr [5], Jacobsen [17] und Schelling [42]). Das starke Abfallen des Druckes über der ersten Dichtspitze ist von den genannten Autoren mit einem *Überstrahleffekt*, in der Literatur mit *carry-over* bezeichnet, erklärt worden. Der *carry-over*-Effekt bewirkt maßgeblich einen schnelleren Druckabbau. So war bei der kleinsten Spaltweite (Abb. 6.68) nach der ersten Spitze erst 30% des vorhandenen Druckgefälles abgebaut worden, während bei der größten bereits 45-55% abgebaut war. Ab der dritten Spitze war bei allen Spaltweiten ein gleichmäßiger Druckabfall über die restlichen Dichtspitzen erkennbar. In Abhängigkeit der Spaltweite bzw. des *carry-over*-Effektes sank ab der dritten Dichtspitze das noch abzubauende Druckverhältnis von ca. 70% bei s/a=0.0833 um 10% auf ca. 60% bei s/a=0.1667. Bei kleinem Druckverhältnis war in der zweiten Kammer bereits bei der größten Spaltweite 50% des vorhandenen Druckverhältnisses abgebaut. Ebenso wurde mit steigender Spaltweite eine Abhängigkeit des *carry-over*-Effektes vom anliegenden Druckverhältnis erkennbar. Mit größerem Druckverhältnis nahm der *carry-over*-Effekt ab. Auffallend war auch der Einfluß des Druckverhältnisses in Abhängigkeit von der Spaltweite auf den Druck in der ersten Kammer. Bei der kleinsten Spaltweite war der Druck in der ersten Kammer bei allen Druckverhältnissen annähernd derselbe, während er sich bei der größten Spaltweite beträchtlich mit zunehmendem Druckverhältnis kontinuierlich zu größeren Werten verschob. In den Diagrammen mit den prozentuellen Druckverläufen stellt Δp_{max} die Differenz von Eintritts- zu Austrittsdruck dar: $\Delta p_{max}=p_e - p_a$.

Die Abb. 6.71 bis 6.73 auf Seite 70 zeigen die Druckverläufe bei zentrischer Lage und verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten des Rotors. Da sich bei den Durchflußmessungen eine Verringerung des Leckagestromes aufgrund der Rotorrotation einstellte, erhob sich die Frage, ob sich die Rotation auch auf den Druckverlauf auswirkt. In den Abbildungen mit Rotation zeigt sich jedoch kein Unterschied im Druckverlauf bei den unterschiedlichen Umfangsgeschwindigkeiten. Die Kurvenverlaufe decken sich nahezu bei allen Spaltweiten. Die kleinen Unterschiede sind eher den unterschiedlichen Druckverhältnissen – diese konnten bei den Messungen bei verschiedenen Drehzahlen nicht konstant gehalten werden – zuzuordnen, als daß der Grund dafür bei der Rotation des Rotors liegen würde. Es war kein Einfluß der Rotation auf den Druckverlauf zu beobachten.

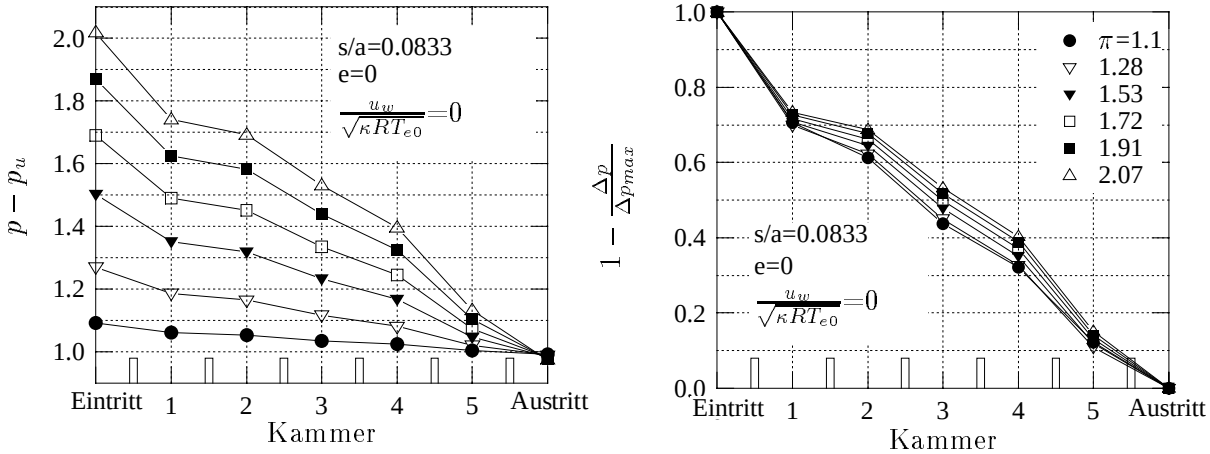

Abbildung 6.68: Kammerdruckverlauf D805

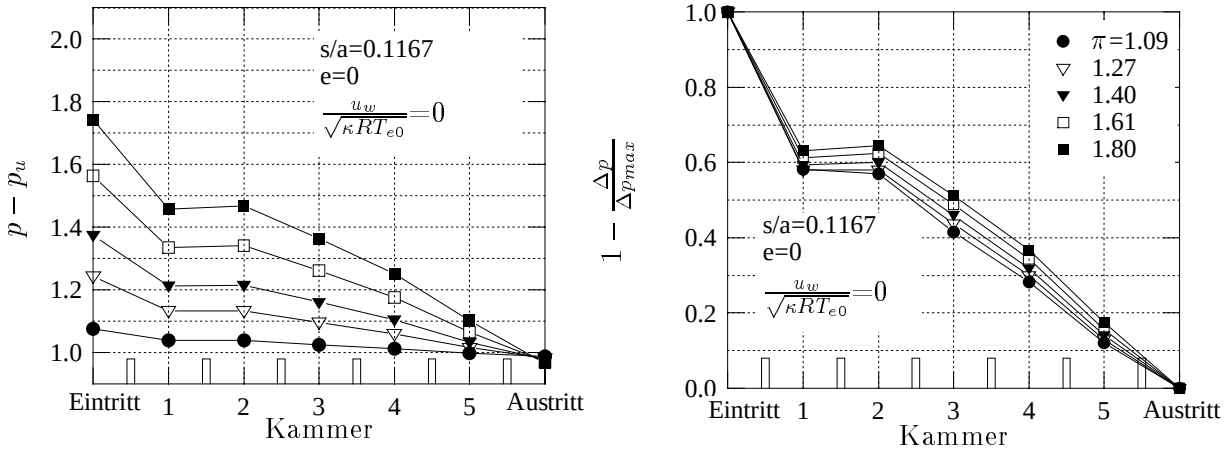

Abbildung 6.69: Kammerdruckverlauf D807

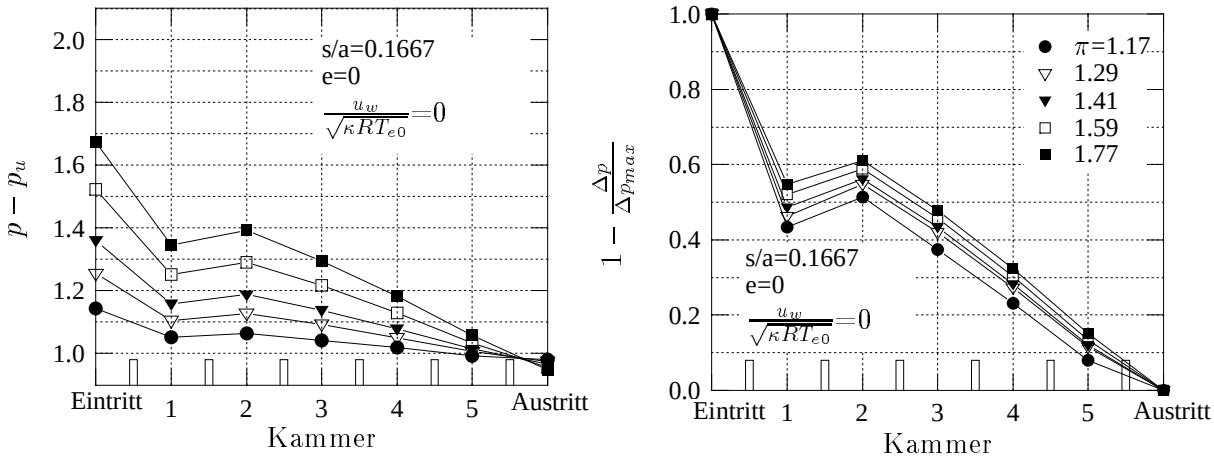

Abbildung 6.70: Kammerdruckverlauf D810

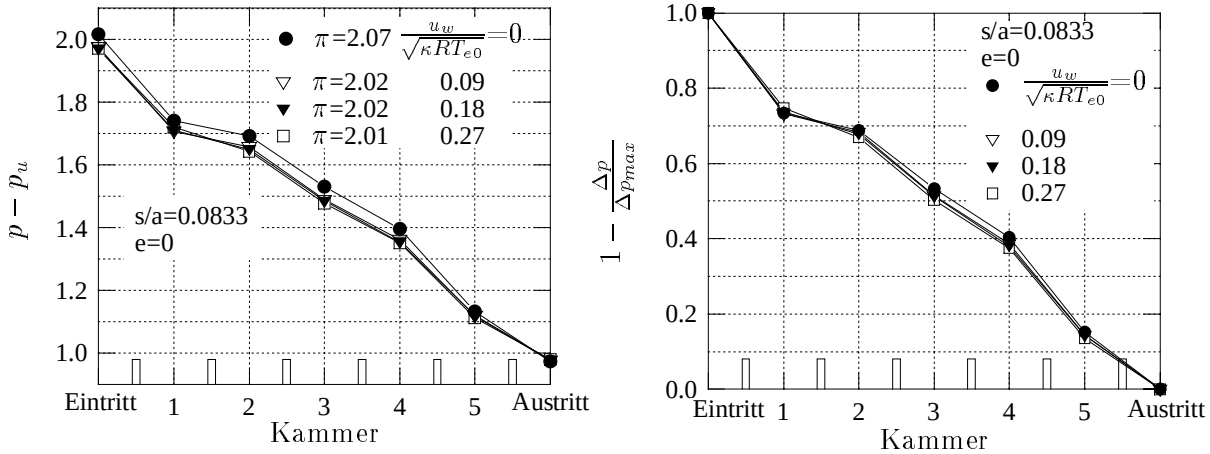

Abbildung 6.71: Kammerdruckverlauf D805 mit Rotation

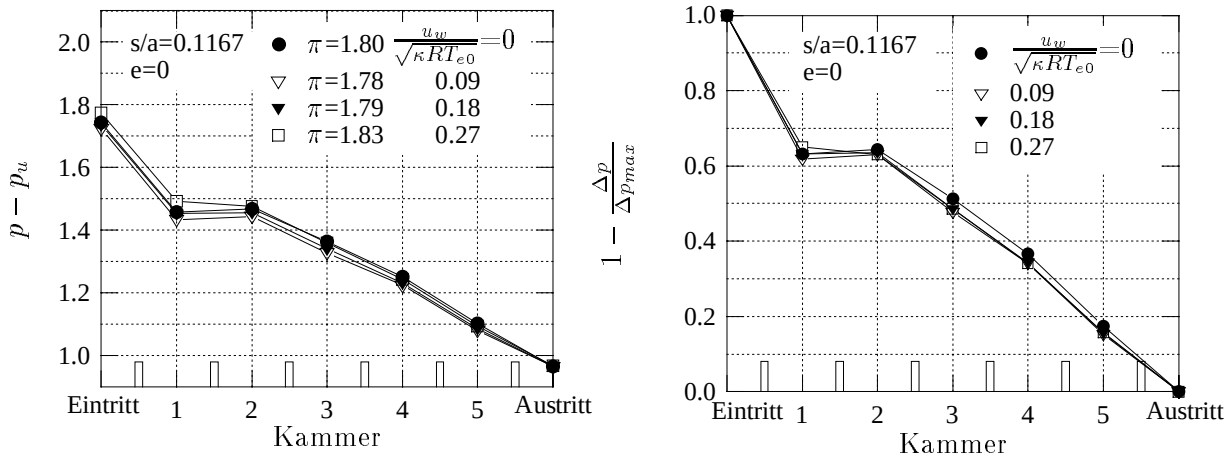

Abbildung 6.72: Kammerdruckverlauf D807 mit Rotation

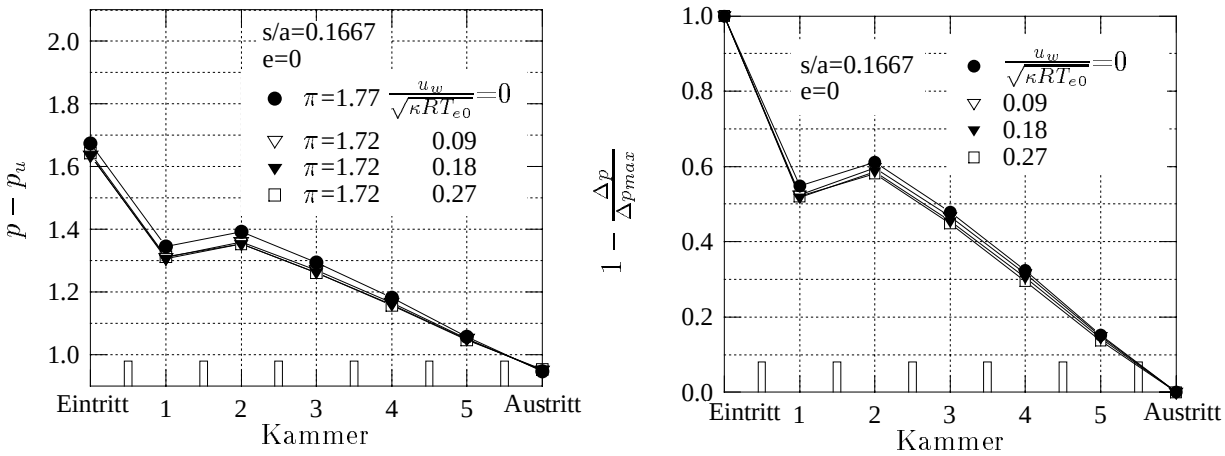

Abbildung 6.73: Kammerdruckverlauf D810 mit Rotation

6.6 Diskussion der Meßergebnisse

Die Durchflußmessungen bei den Durchblicklabyrinthen ergaben im wesentlichen für alle Spaltweiten qualitativ dieselben Ergebnisse in Bezug auf die Massenstromänderungen aufgrund der untersuchten Parameter.
Die Parallelauslenkung des Rotors äußerte sich generell in einer Zunahme des Massenstromes. Mit größerwerdender Spaltweite verringerte sich diese Zunahme, wobei bei der größten untersuchten Spaltweite von s/a=0.1667 zu beobachten war, daß dieses Labyrinth bis zu einer Exzentrizität von e=0.5 unempfindlich gegen eine Parallelauslenkung war. Erst darüber konnte ein größerer Effekt gemessen werden. Quantitativ äußerte sich die Parallelauslenkung durch eine Massenstromzunahme bei s/a=0.0833 und s/a=0.1167 von ca. 9÷17% und bei s/a=0.1667 von 8÷17%.
Die Rotation bewirkte bei Parallelauslenkung eine Massenstromabnahme von 7÷8% bei der kleinsten, von ca.6% bei der mittleren und nur mehr 5÷1% bei der größten gemessenen Spaltweite. Hier zeigte sich der Effekt nur noch bei kleinen axialen Reynoldszahlen und großer Umfangsgeschwindigkeit. Der Rotationseffekt nahm damit mit zunehmender Spaltweite kontinuierlich ab.
Die Schiefstellung bewirkte eine Massenstromabnahme. Dieses Verhalten war gegensätzlich zu den Vollabyrinthen. Diese Abnahme nahm kontinuierlich mit zunehmender Spaltweite zu. Während bei der kleinsten Spaltweite noch kein Effekt meßbar war, zeigte sich bei der mittleren Spaltweite bei voller Schiefstellung (e=±1.0) ein Absinken des Massenstromes von ca. 6%. Bei der Spaltweite s/a=0.1667 bewirkte die Schiefstellung eine sehr große Massenstromabnahme von bis zu 16%.
Der Rotationseffekt blieb auch bei Schiefstellung des Rotors erhalten, und bewirkte eine Abnahme des Massenstromes von ca. 8÷3%, abhängig von der Spaltweite.
Die Vordrallversuche ergaben bei den beiden Spaltweiten s/a=0.0833 und s/a=0.1167 für den Gleichdrall eine Massenstromzunahme von bis zu 7%. Bei der Spaltweite s/a=0.0833 ist ein deutliches Maximum im Bereich von $u_w/c_u \sim 1$ erkennbar, d.h. wenn die Umfangskomponente der Zuströmung dem Betrag und der Richtung nach in etwa gleich der Umfangskomponente des Rotors bzw. der Dichtspitzen war. Der Gegendrall verringerte geringfügig den Massenstrom in Bezug auf rein axiale Zuströmung. Das Durchblicklabyrinth mit der Spaltweite s/a=0.1667 ergab für Gleich- und Gegendrall ein zu den beiden anderen Spaltweiten gegensätzliches Verhalten. Der Gleichdrall bewirkte nur bei kleinem anliegendem Druckverhältnis (kleine Umfangskomponente der Zuströmung) eine Massenstromzunahme, während der Gleichdrall eine deutliche Massenstromverringerung bewirkte.
Die gemessenen Druckverläufe zeigten ein deutliches Zunehmen des *carry-over*-Effektes mit steigender Spaltweite, der sich in einem zunehmenden Abfall des Druckes nach der ersten Dichtspitze äußerte, wobei es bei der größten Spaltweite zu einem Anstieg des Druckes in der zweiten Kammer kam. Einflüsse der Rotation auf die Kammerdrücke bzw. auf den Druckverlauf waren nicht zu beobachten.

Kapitel 7

Meßergebnisse Vollabyrinthe

7.1 Vollabyrinth s=0.5mm

7.1.1 Drallfreie Zuströmung

7.1.1.1 Parallelauslenkung

7.1.1.1.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}11, s/a{=}0.0833)$

Bei den untersuchten Vollabyrinthen konnte bei den Versuchen mit Parallelauslenkung des Rotors im Vergleich zu den Durchblicklabyrinthen ein gegensätzlichen Verhalten bezüglich des Massenstromes beobachtet werden. Während bei den Durchblicklabyrinthen der Massenstrom mit steigender Exzentrizität zunahm, so nahm er bei den Vollabyrinthen mit steigender Rotorexzentrizität ab (Abb. 7.1).

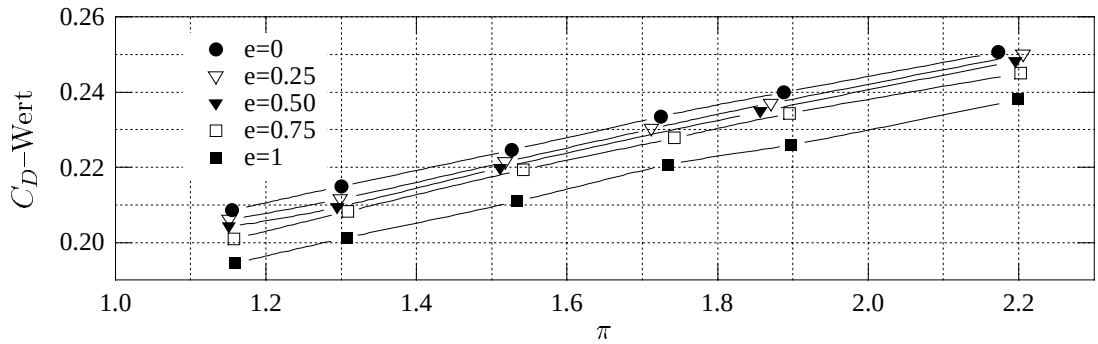

Abbildung 7.1: V805: Parallelauslenkung $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Bei voller Exzentrizität (e=1) verringerte sich der Massenstrom, unabhängig vom anliegenden Druckverhältnis π, um ca. 6%. Die Abbildungen 7.2 bis 7.5 zeigen den Einfluß der Exzentrizität bei steigender Umfangsgeschwindigkeit des Rotors. Versuche mit Rotation konnten aus Sicherheitsgründen nur bis e=0.75 durchgeführt werden. Der Abstand zwischen den Dichtstreifen und den Wänden betrug nur mehr 0.125mm. Hier zeigte sich eine Massenstromverringerung nahezu unabhängig von der Umfangsgeschwindigkeit von ca.3%. Es war ein geringer Einfluß des Druckverhältnisses π zu bemerken.

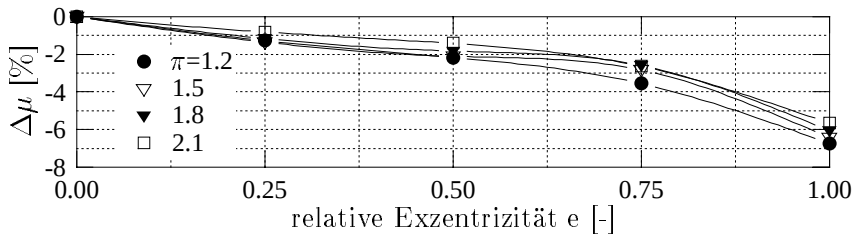

Abbildung 7.2: V805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0)$

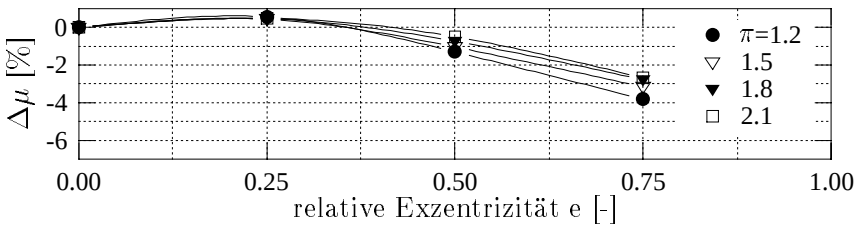

Abbildung 7.3: V805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.09)$

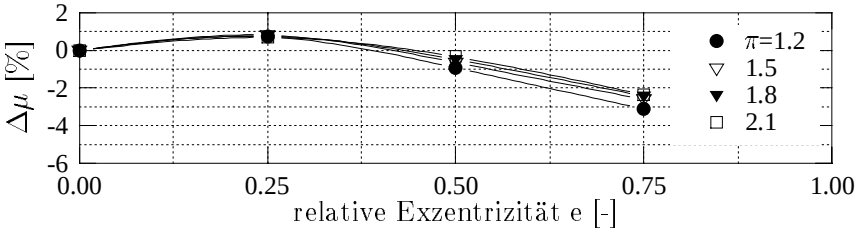

Abbildung 7.4: V805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.18)$

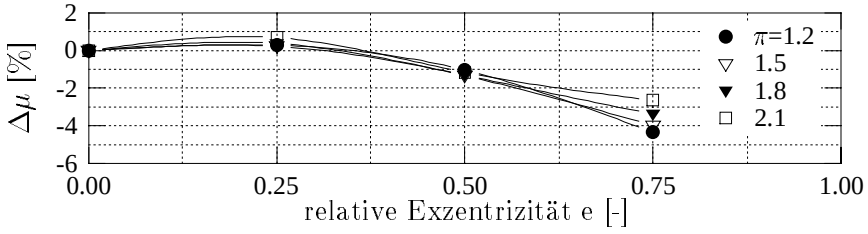

Abbildung 7.5: V805: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.27)$

7.1.1.1.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e, n{=}11, s/a{=}0.0833)$

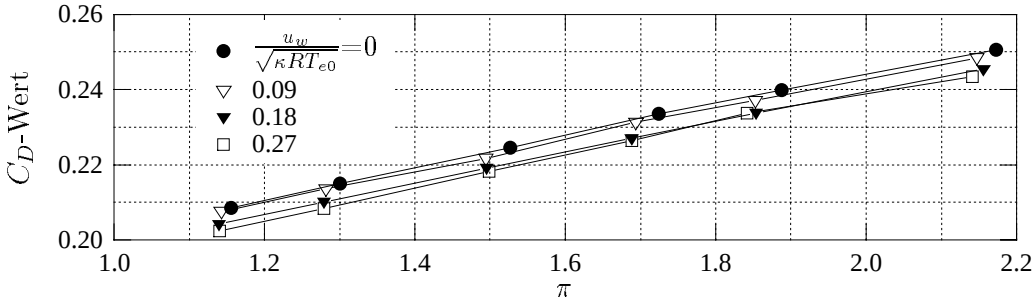

Abbildung 7.6: V805: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Etwa in derselben Größenordnung wie die Exzentrizität bewirkte auch die Rotation eine Massenstromverringerung von ca. $2 \div 3\%$. Mit steigender Exzentrizität stieg dieser Einfluß leicht an und wurde vom Druckverhältnis unabhängig.

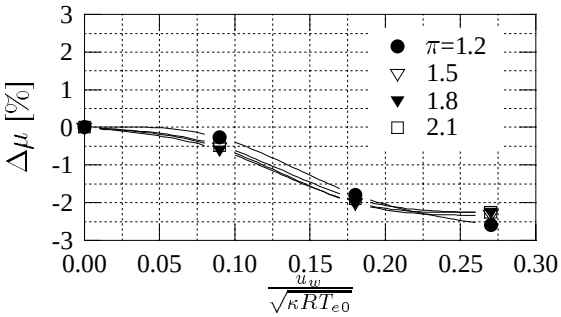

Abbildung 7.7: V805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

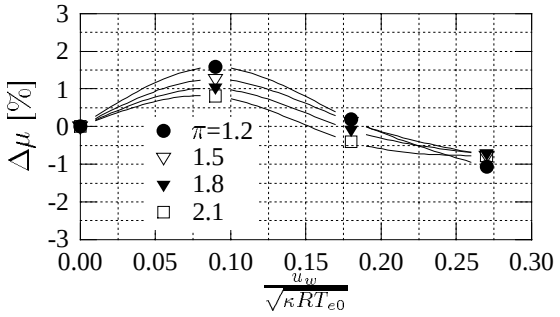

Abbildung 7.8: V805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.25)$

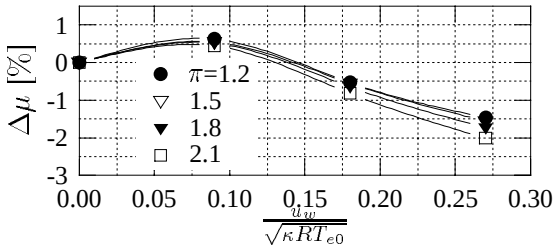

Abbildung 7.9: V805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.50)$

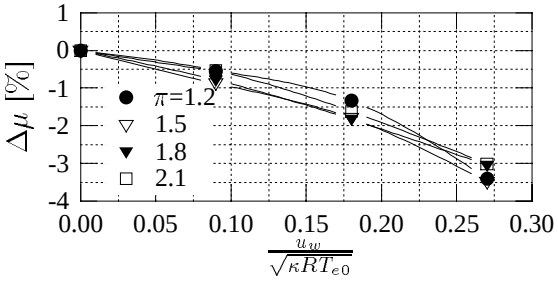

Abbildung 7.10: V805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.75)$

7.1.1.2 Schiefstellung

7.1.1.2.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}11, s/a{=}0.0833)$

Bei der symmetrischen Schiefstellung des Rotors wiesen die jeweils erste ($+e$) und letzte Dichtspitze ($-e$) dieselbe Exzentrizität auf. Die Schiefstellung des Rotors bewirkte eine relativ starke Zunahme des Massenstromes. Im Gegensatz zur Parallelauslenkung, bei der eine Exzentrizität von e=1 erreichbar war, wobei die Dichtstreifen die Gehäusewände berührten, konnte der Rotor aus geometrischen Gründen (Teilung) nur soweit schiefgestellt werden, bis die Dichtstreifen des Rotors jene des Stators berührten. So war bei der Spaltweite s/a=0.0833 eine maximale Schiefstellung von e=±0.82 zu erreichen.

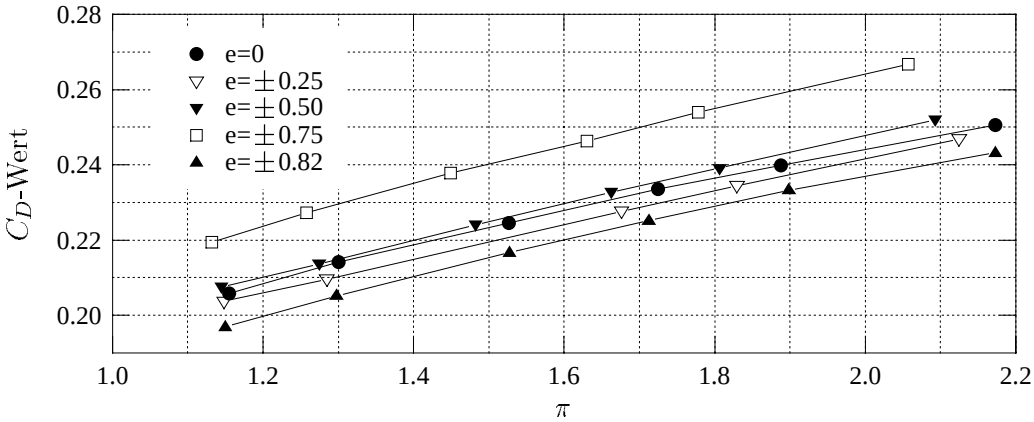

Abbildung 7.11: V805: Schiefstellung $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Bei stillstehendem Rotor stieg der Massenstrom mit zunehmender Exzentrizität bis zu 10% an, und fiel bei der maximal möglichen Auslenkung von e=±0.82 stark ab. Dies führte sogar zu einer Verringerung des Massenstromes in Relation zur zentrischen Lage e=0. Mit steigender Umfangsgeschwindigkeit blieb eine maximale Zunahme des Massenstromes von ca. $8 \div 10\%$ abhängig vom anliegenden Druckverhältnis erhalten (Abb. 7.12 bis Abb. 7.15). Die starke Verringerung des Massenstromes bei e=±0.82 könnte dadurch erklärt werden, daß die durchströmbare Fläche verkleinert wird, wenn die Dichtstreifen des Stators jene des Rotors berühren.

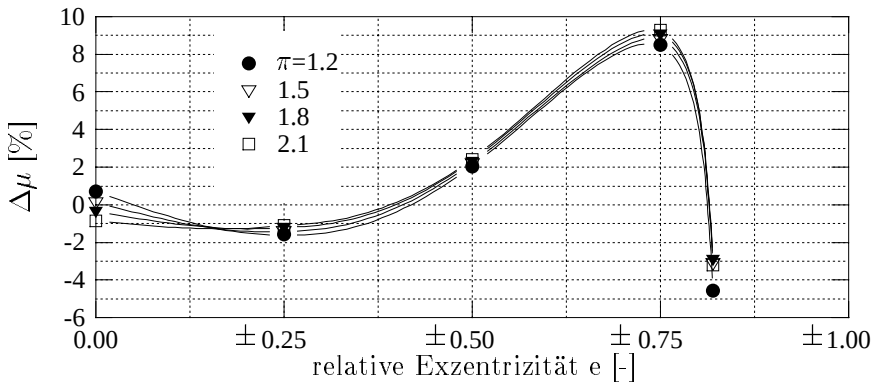

Abbildung 7.12: V805: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

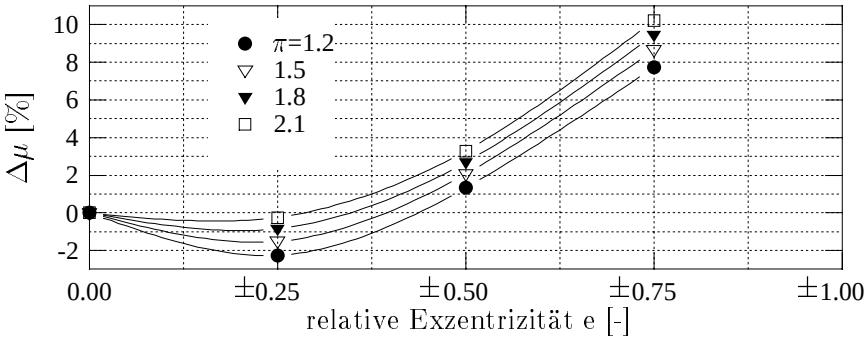

Abbildung 7.13: V805: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.09)$

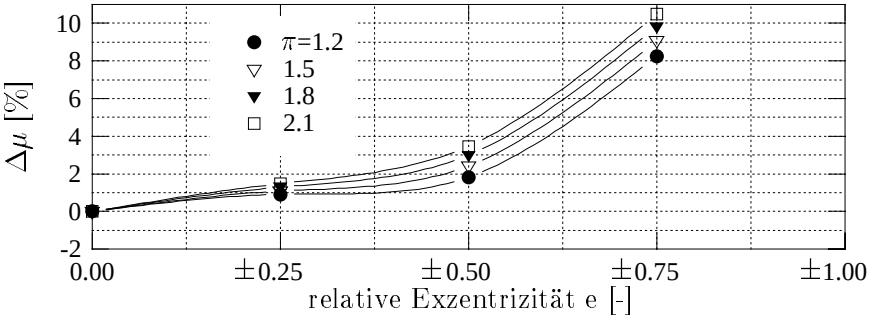

Abbildung 7.14: V805: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.18)$

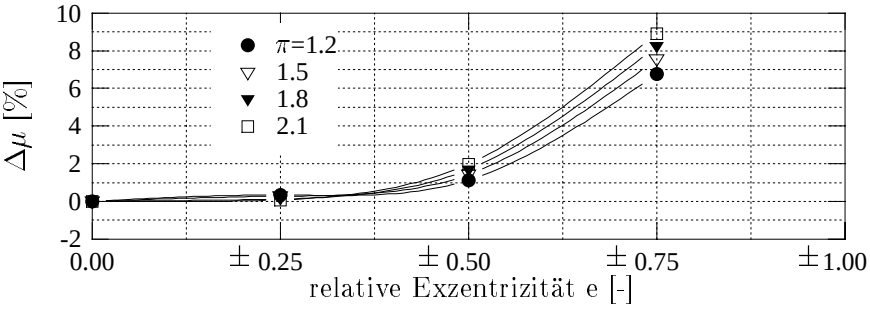

Abbildung 7.15: V805: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.27)$

7.1.1.2.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \pm e, n{=}11, s/a{=}0.0833)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Bei Schiefstellung des Rotors konnte mit steigender Umfangsgeschwindigkeit ein Ansteigen des Massenstromes beobachtet werden. Erst bei hoher Rotorrotation sank der Massenstrom wieder ab. Mit steigender Schiefstellung gewann die Rotation immer mehr an Einfluß und bewirkte bei $e{=}\pm 0.75$ und maximaler Umfangsgeschwindigkeit eine Verringerung von ca. 2%.

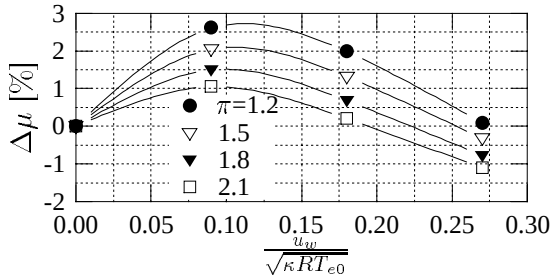

Abbildung 7.16: V805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.25)$

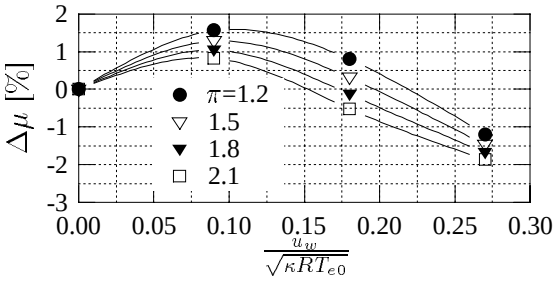

Abbildung 7.17: V805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.50)$

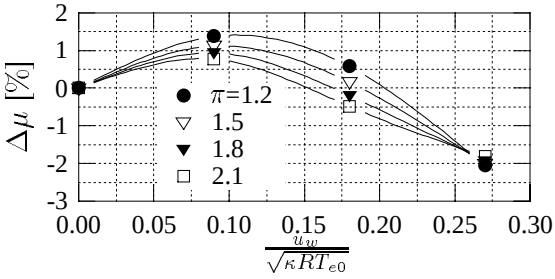

Abbildung 7.18: V805: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.75)$

7.1.2 Einfluß des Gleich- bzw. Gegendralls

Qualitativ zeigte sich, daß mit steigendem Vordrall, sowohl bei Gleich- als auch bei Gegendrall, die relative Änderung des Massenstromes in Bezug auf rein axiale Zuströmung ansteigt. Bei höheren Druckverhältnisssen liegen die Werte durchwegs über jenen bei rein axialer Zuströmung. Wie bei dem Durchblicklabyrinth mit gleicher Spaltweite s/a=0.0833 zeigt sich in Abb. 7.24 auch beim Vollabyrinth ein Einfluß des Parameters u_w/c_u. Für Gleichdrall liegt das Maximum in Abhängigkeit des anliegenden Druckverhältnisses π bzw. der Umfangskomponente c_u der Zuströmung im Bereich von u_w/c_u=$0.5 \div 1.5$. Der Gegendrall bewirkt ebenso im Bereich von u_w/c_u=$-0.7 \div -1.5$ abhängig von π eine Massenstromzunahme. Die Werte liegen jedoch deutlich erkennbar unter jenen bei Gleichdrall. Es konnte eine Umfangskomponente c_u von ca. 85m/s bei π=1.7 erreicht werden (Abb. 7.19).

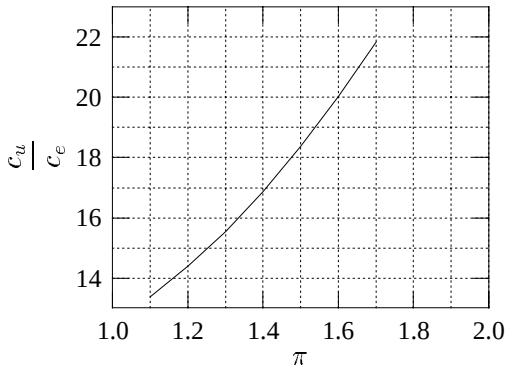

Abbildung 7.19: V805: Drall vor erster Dichtspitze

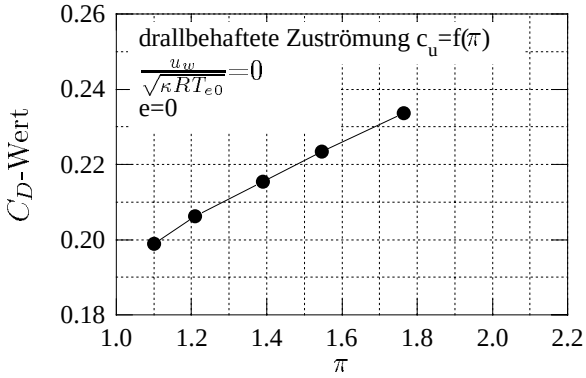

Abbildung 7.20: V805: C_D-Wert drallbehaftete Zuströmung

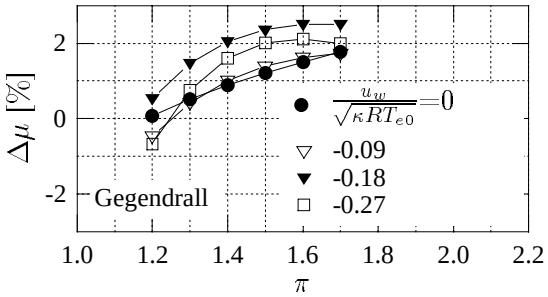

Abbildung 7.21: DV805: Gegendrall

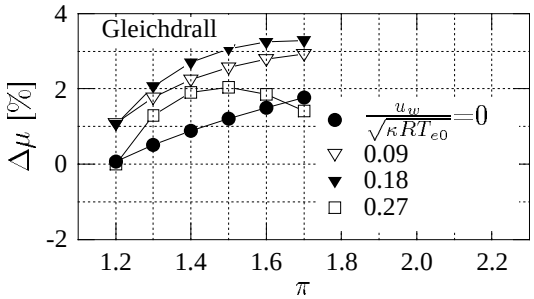

Abbildung 7.22: V805: Gleichdrall

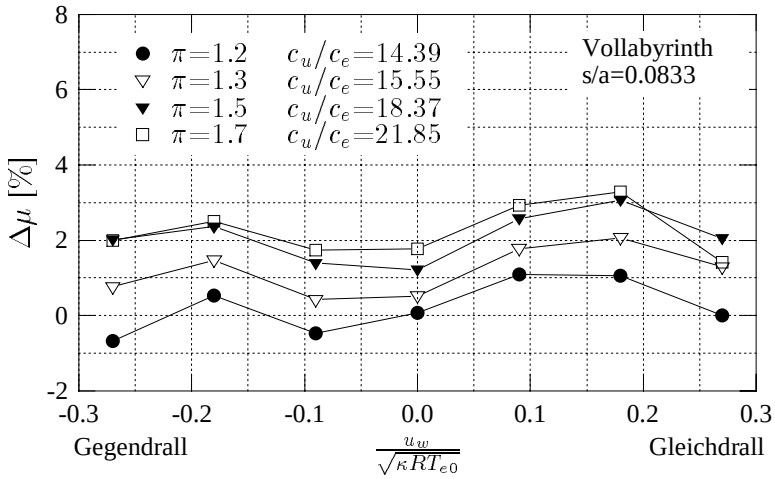

Abbildung 7.23: V805: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

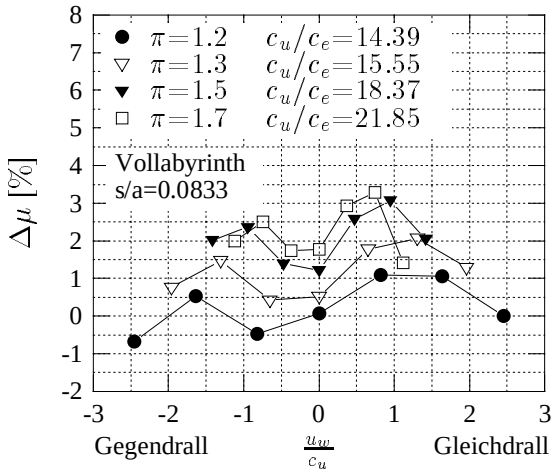

Abbildung 7.24: V805: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\mathbf{c_u}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

7.2 Vollabyrinth s=0.7mm

7.2.1 Drallfreie Zuströmung

7.2.1.1 Parallelauslenkung

7.2.1.1.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}11, s/a{=}0.1167)$

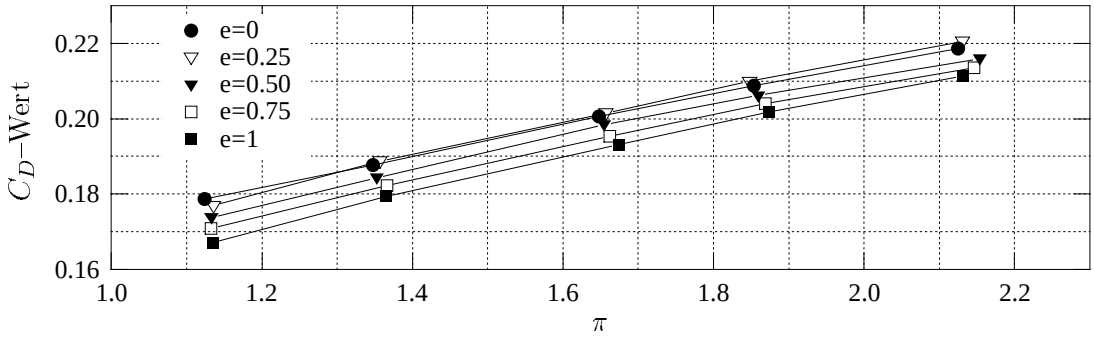

Abbildung 7.25: V807: Parallelauslenkung $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Die Parallelauslenkung bewirkte eine Verringerung des Massenstromes unabhängig von der Rotorrotation von ca. 2% (Abb. 7.26 bis Abb. 7.29).

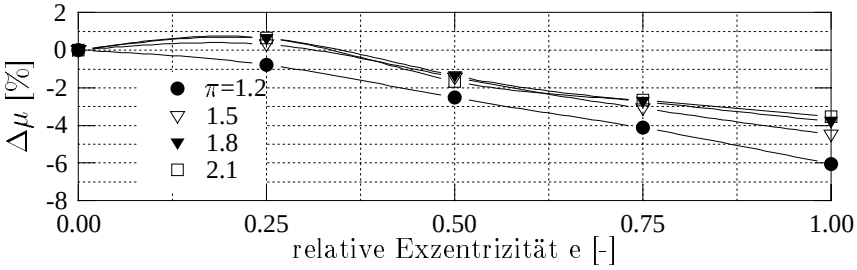

Abbildung 7.26: V807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

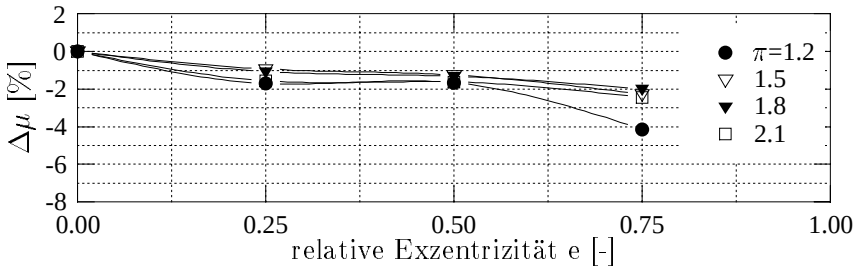

Abbildung 7.27: V807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.09)$

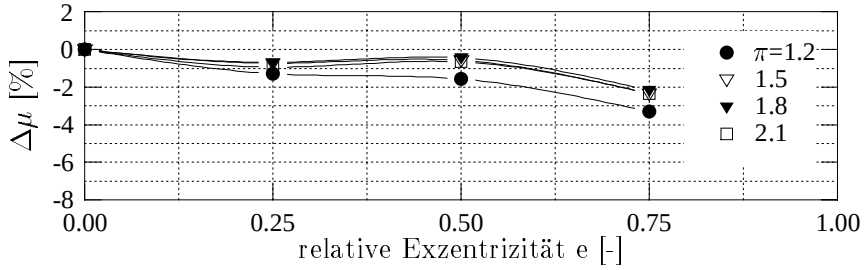

Abbildung 7.28: V807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.18)$

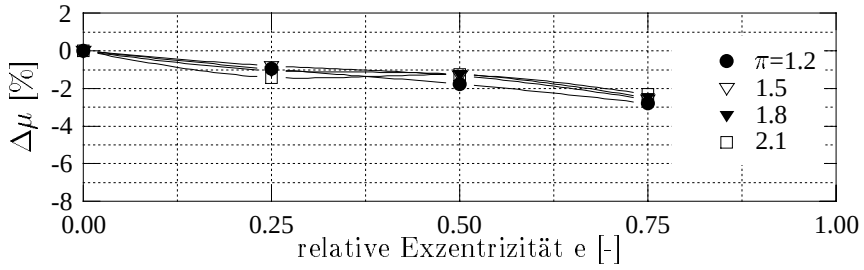

Abbildung 7.29: V807: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.27)$

7.2.1.1.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{R T_{e0}}}}, \pi, e, n{=}11, s/a{=}0.1167)$

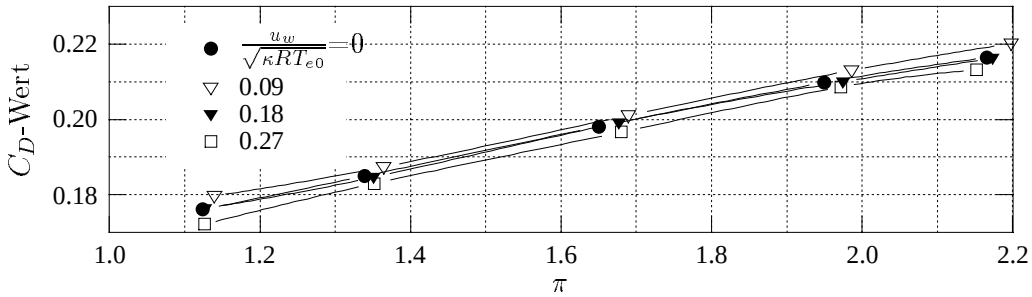

Abbildung 7.30: V807: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{R T_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Unabhängig vom Druckverhältnis und bei allen gemessenen Exzentrizitäten bewirkte die Rotation des Rotors eine maximale Verringerung des Massenstromes in einem Bereich von ca. 2%.

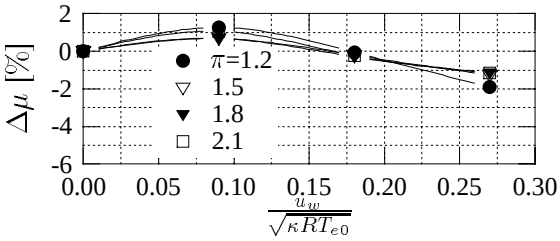

Abbildung 7.31: V807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

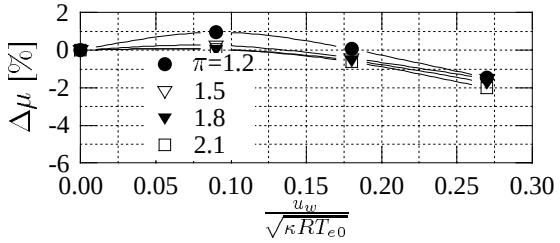

Abbildung 7.32: V807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.25)$

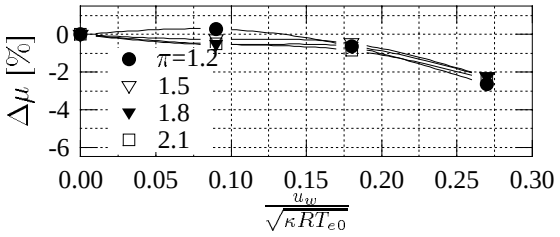

Abbildung 7.33: V807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.50)$

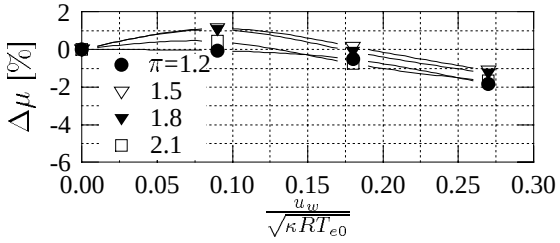

Abbildung 7.34: V807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.75)$

7.2.1.2 Schiefstellung

Wie schon bei der Spaltweite s/a=0.0833 bewirkt auch bei Spaltweite s/a=0.1167 die Schiefstellung einen bedeutend größeren Einfluß auf den Massenstrom als die Rotation bzw. Parallelauslenkung. Aufgrund der Geometrie konnte bei dieser Konfiguration eine maximale Schiefstellung des Rotors von e=±0.60 erreicht werden. Um einen Kurvenverlauf zu erkennen, wurde zusätzlich die Exzentrizität e=±0.37 gemessen.

7.2.1.2.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}11, s/a{=}0.1167)$

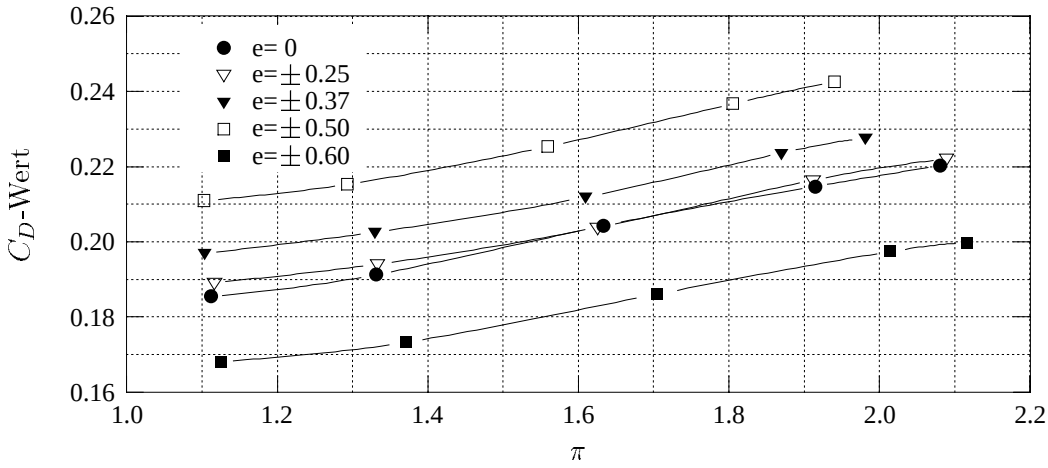

Abbildung 7.35: V807: Schiefstellung $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Nach einem starken Anstieg des Massenstromes bis zu e=±0.50 von ca. 13% fällt dieser bei gegenseitigem Berühren der Rotor- und Statordichtstreifen auf einen Wert von −10% ab (Abb. 7.36). Bei den Messungen mit Rotation konnte ein Ansteigen von bis zu 16% beobachtet werden, unabhängig von der Rotorumfangsgeschwindigkeit (Abb. 7.37 bis Abb. 7.39).

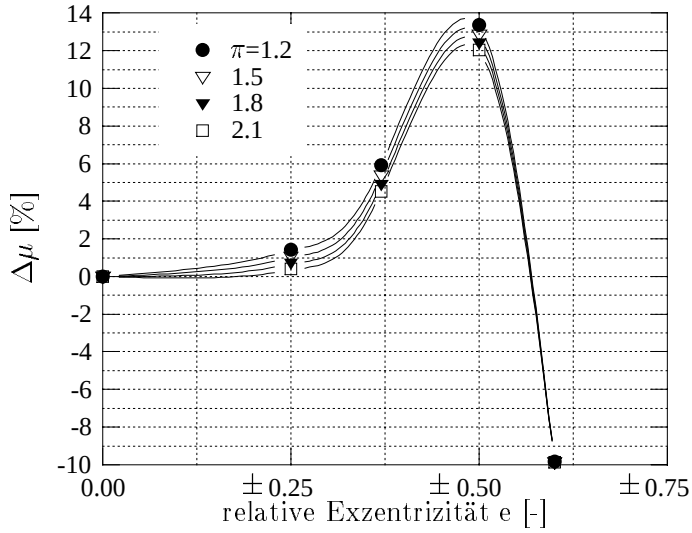

Abbildung 7.36: V807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

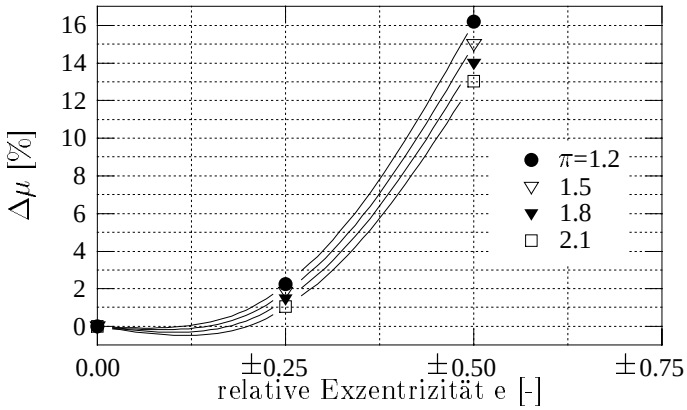

Abbildung 7.37: V807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.09)$

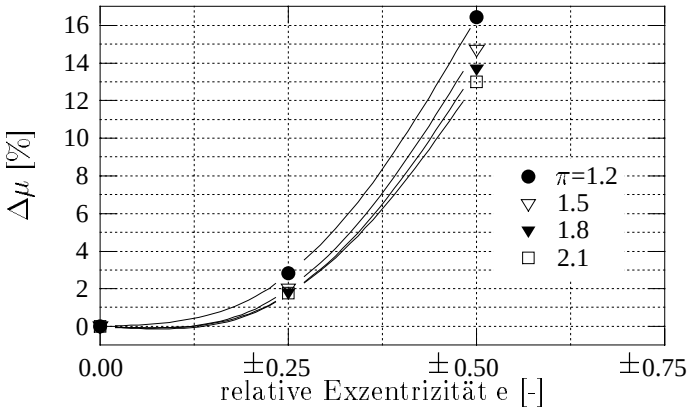

Abbildung 7.38: V807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.18)$

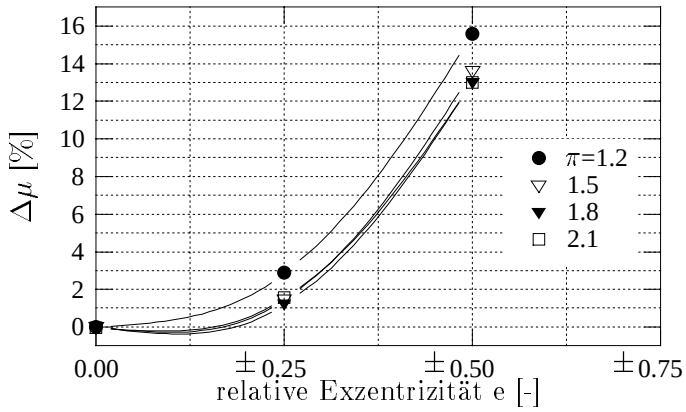

Abbildung 7.39: V807: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}=0.27)$

7.2.1.2.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \pm e, n{=}11, s/a{=}0.1167)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Wie schon bei der Spaltweite s/a=0.0833 beobachtet, steigt auch hier die prozentuelle Änderung des Massenstromes mit geringer Umfangsgeschwindigkeit leicht an, und sinkt bei der maximal gefahrenen Umfangsgeschwindigkeit auf einen Wert von ca. -2%.

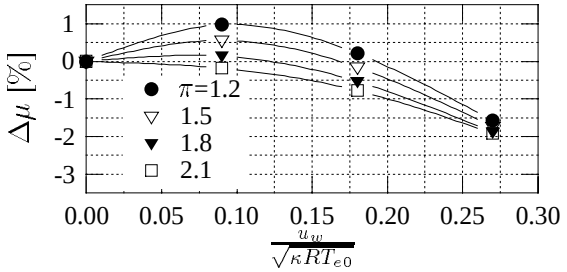

Abbildung 7.40: V807: Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.25)$

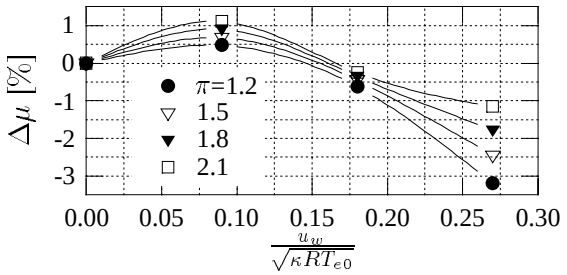

Abbildung 7.41: V807: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.50)$

7.2.2 Einfluß des Gleich- bzw. Gegendralls

Ein ähnliches Verhalten wie bei der Spaltweite s/a=0.0833 bezüglich eines Gleich- und Gegendralles wurde bei der Spaltweite s/a=0.01167 beobachtet. Die Messungen ergaben, daß die Werte von $\Delta\mu$ sowohl für Gegen- als auch für Gleichdrall bei größeren Druckverhältnissen über den Werten für rein axiale Zuströmung liegen. Bei kleineren Druckverhältnissen und damit auch bei kleineren Umfangskomponenten fallen die Werte etwas unter jenen bei rein axialer Zuströmung ab. Es konnte eine Umfangskomponente der Zuströmung von ca. 68m/s bei π=1.7 vor der ersten Dichtspitze erreicht werden. Es ist für Gleichdrall in Abb. 7.47 ein Maximum an Massenstromzunahme abhängig von π im Bereich von $u_w/c_u \sim 0.5$ erkennbar. Bei Gegendrall liegt dieses Maximum etwa im Bereich von $u_w/c_u \sim -1$.

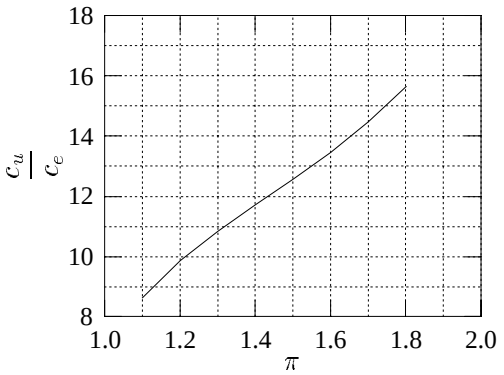

Abbildung 7.42: V807: Drall vor erster Dichtspitze

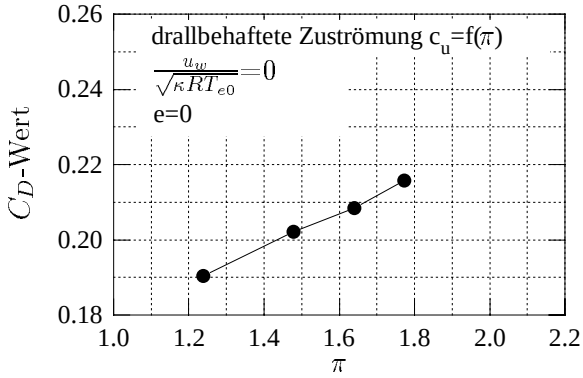

Abbildung 7.43: V807: C_D-Wert drallbehaftete Zuströmung

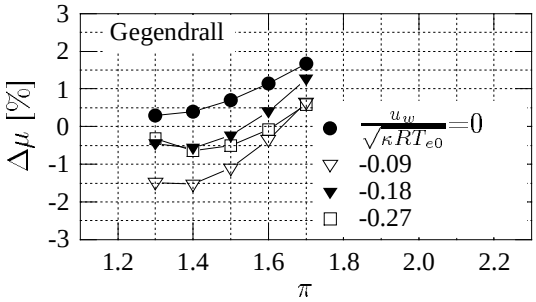

Abbildung 7.44: V807: Gegendrall

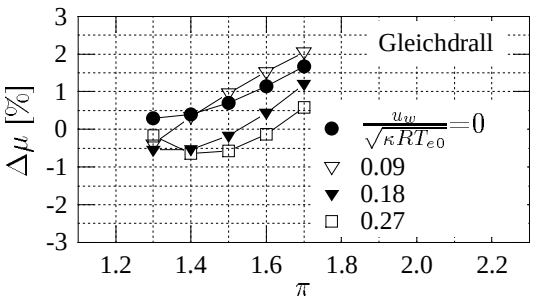

Abbildung 7.45: V807: Gleichdrall

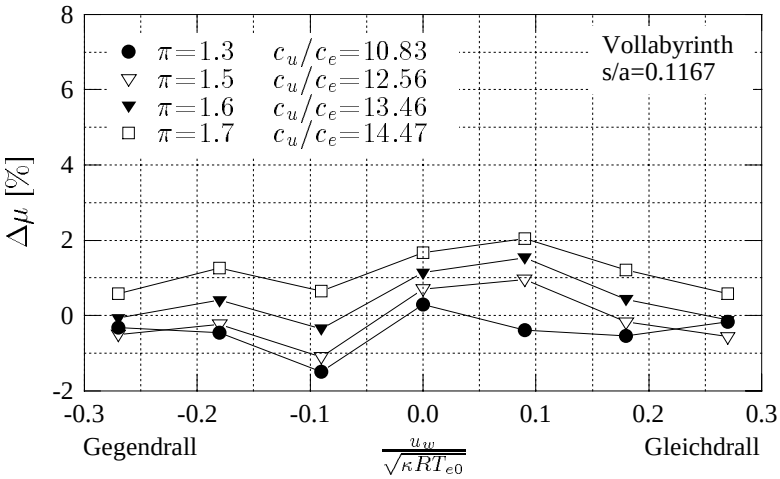

Abbildung 7.46: V807: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

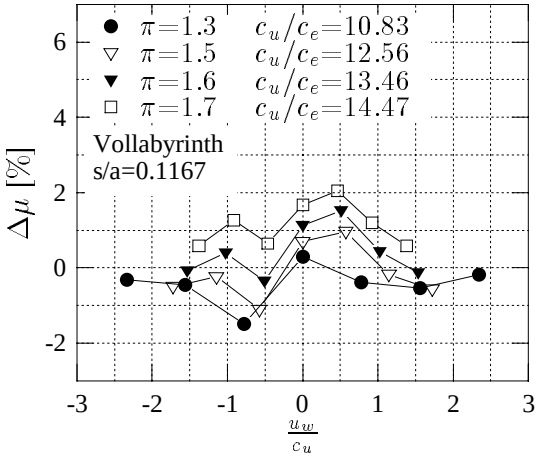

Abbildung 7.47: V807: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\mathbf{c_u}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

7.3 Vollabyrinth s=1.0mm

7.3.1 Drallfreie Zuströmung

7.3.1.1 Parallelauslenkung

7.3.1.1.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}, n{=}11, s/a{=}0.1667)$

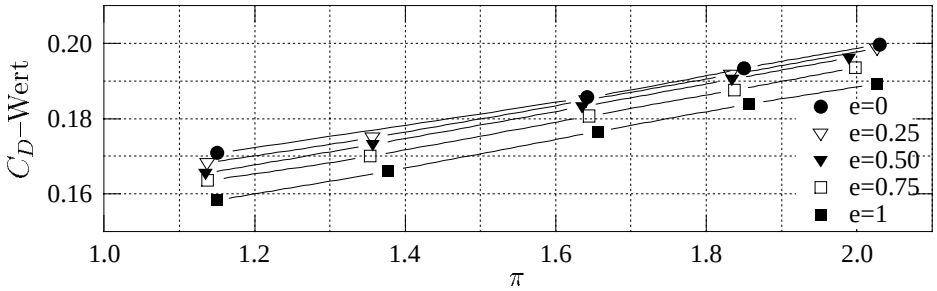

Abbildung 7.48: V810: Parallelauslenkung $C_D = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Eine Parallelauslenkung von $e{=}1$ bewirkt bei stillstehendem Rotor eine Verringerung des Massenstromes von ca. $5 \div 6\%$. Unabhängig von der Rotorumfangsgeschwindigkeit ist eine Massenstromverringerung bei den verschiedenen Exzentrizitäten von maximal 2% erkennbar.

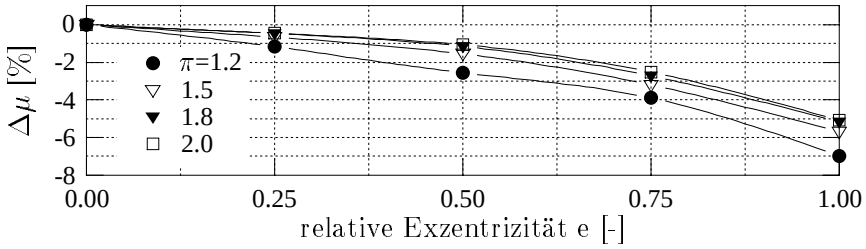

Abbildung 7.49: V810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

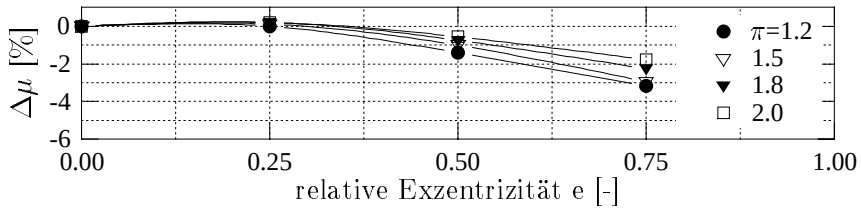

Abbildung 7.50: V810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.09)$

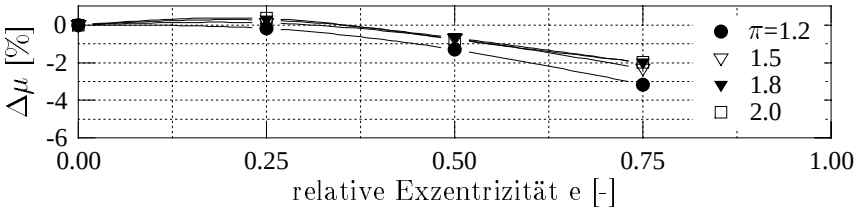

Abbildung 7.51: V810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.18)$

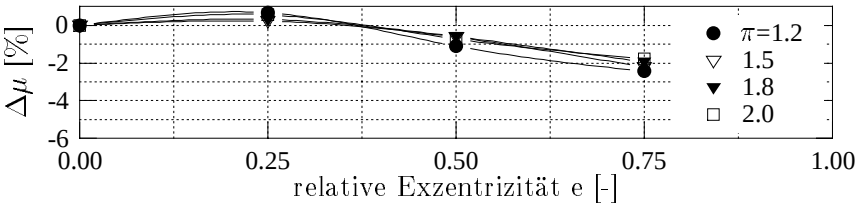

Abbildung 7.52: V810: $\Delta\mu = f(\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0.27)$

7.3.1.1.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e, n{=}11, s/a{=}0.1667)$

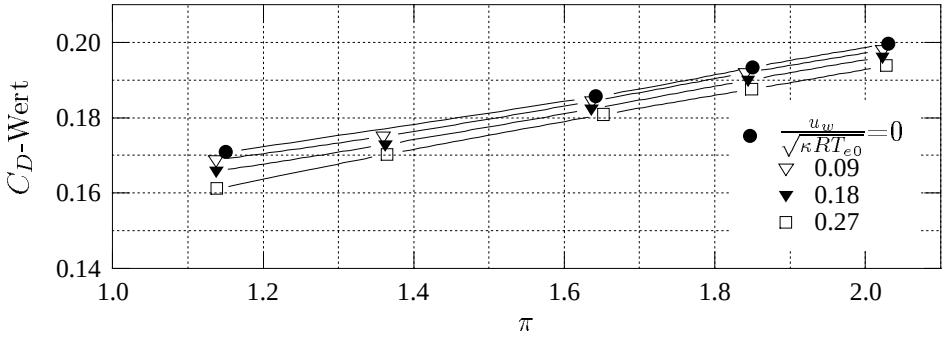

Abbildung 7.53: V810: $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

Unabhängig von der Exzentrizität des Rotors bewirkt die Rotation eine Massenstromverringerung von ca. 2%.

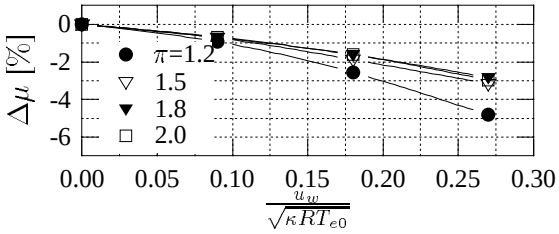

Abbildung 7.54: V810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0)$

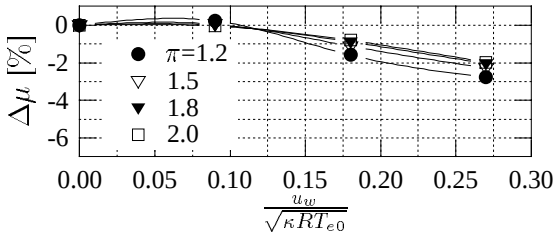

Abbildung 7.55: V810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.25)$

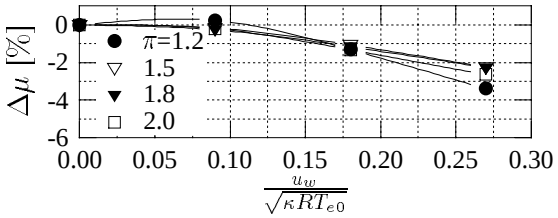

Abbildung 7.56: V810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.50)$

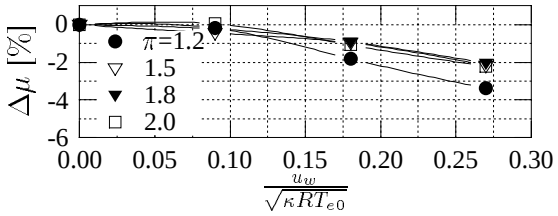

Abbildung 7.57: V810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}0.75)$

7.3.1.2 Schiefstellung

7.3.1.2.1 Einfluß der Exzentrizität $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa RT_{e0}}}, n{=}11, s/a{=}0.1667)$

Auch bei einer Spaltweite von s/a=0.1667 hat die Schiefstellung des Rotors den größten Einfluß auf eine Massenstromänderung. Bei dieser Konfiguration konnte als maximale Exzentrizität e=±0.42 erreicht werden. Zusätzlich wurde e=±0.35 in die Meßreihe aufgenommen.

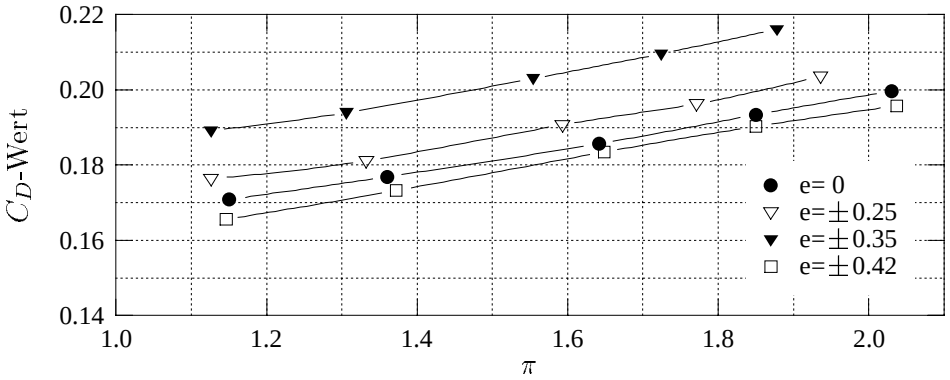

Abbildung 7.58: V810: Schiefstellung $C_D = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa RT_{e0}}}{=}0)$

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Exzentrizität:

Die Schiefstellung bewirkt bei stillstehendem Rotor eine maximale Massenstromvergrößerung von ca. 11% bei e=±0.35. Danach fällt der Massenstrom stark ab.

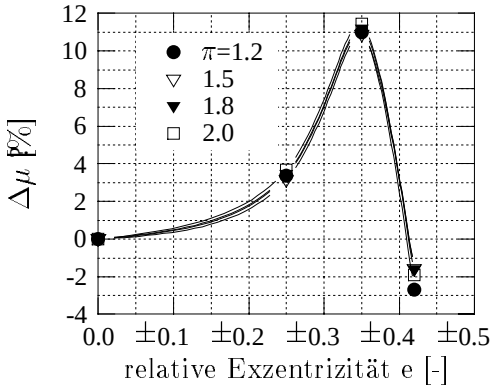

Abbildung 7.59: V810: $\Delta\mu = f(\pm\mathbf{e}, \pi, \frac{u_w}{\sqrt{\kappa R T_{e0}}}{=}0)$

7.3.1.2.2 Einfluß der Rotation $C_D = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \pm e, n{=}11, s/a{=}0.1667)$

Aufgrund der starken Schiefstellung des Rotors (ca. 2°) wurden aus Sicherheitsgründen keine Versuche mit Rotorrotation bei einer relativen Exzentrizität von mehr als e=±0.25 durchgeführt.

Änderung $\Delta\mu$ des Massenstromes aufgrund der Rotation:

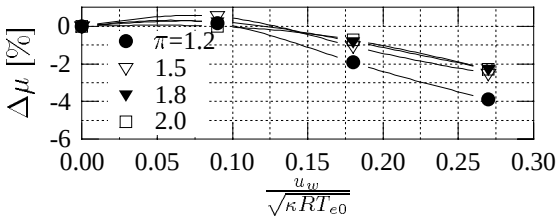

Abbildung 7.60: V810: $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, e{=}\pm 0.25)$

Die Rotation bewirkt eine Massenstromverringerung von maximal 2%.

7.3.2 Einfluß des Gleich- bzw. Gegendralls

Sowohl der Gleich- als auch der Gegendrall bewirkte bei der Spaltweite s/a=0.1667 einen Anstieg des Massenstromes in Bezug auf rein axiale Zuströmung. Während bei den beiden anderen Spaltweiten s/a=0.0833 und s/a=0.1167 bei der Darstellung der Meßdaten als Funktion von u_w/c_u noch relative Maxima erkennbar waren, so ist nur noch für Gleichdrall bei $u_w/c_u \sim 0.5$ eine leichte Überhöhung im Meßdatenverlauf erkennbar. Der maximale Drall vor der ersten Dichtspitze betrug ca. 81.8m/s bei π=1.6.

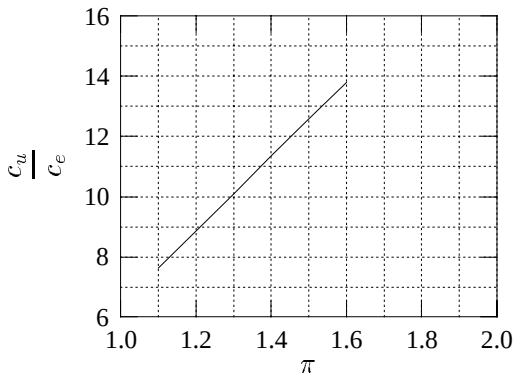

Abbildung 7.61: V810: Drall vor erster Dichtspitze

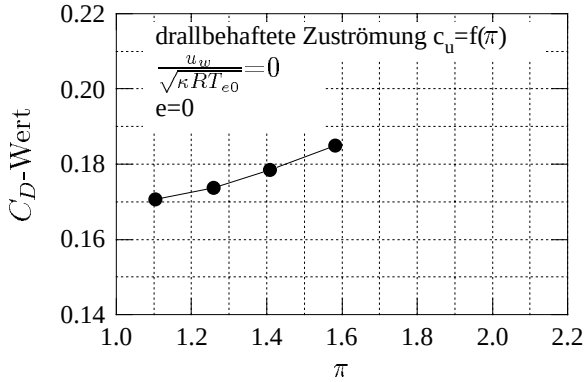

Abbildung 7.62: V810: C_D-Wert drallbehaftete Zuströmung

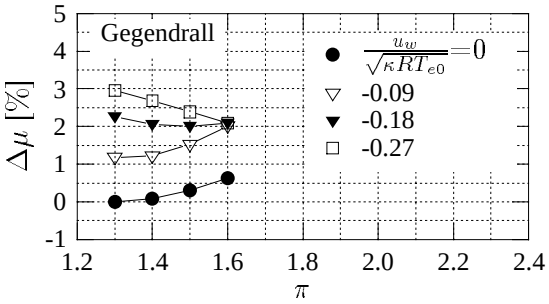

Abbildung 7.63: V810: Gegendrall

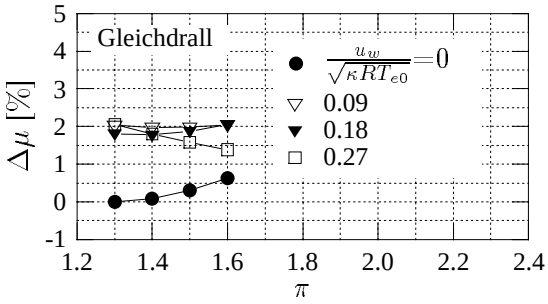

Abbildung 7.64: V810: Gleichdrall

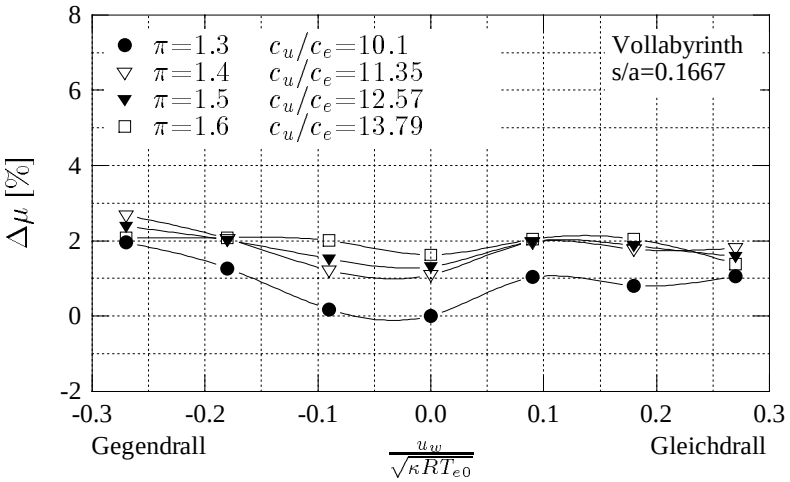

Abbildung 7.65: V810: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\sqrt{\kappa \mathbf{RT_{e0}}}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

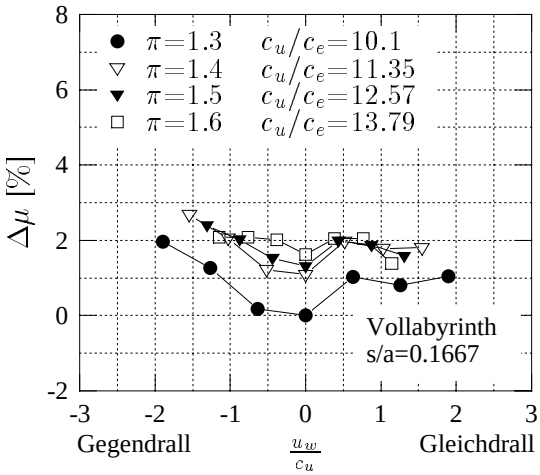

Abbildung 7.66: V810: Einfluß Vordrall $\Delta\mu = f(\frac{\mathbf{u_w}}{\mathbf{c_u}}, \pi, \frac{c_u}{c_e})$

7.4 Axiale Reynoldszahl Re_{ax}

Die Abbildungen 7.67 und 7.68 zeigen den Verlauf der axialen Reynoldszahl Re_{ax} dargestellt über das Druckverhältnis π bzw. über den Durchflußbeiwert C_D. Dargestellt sind die Verläufe für stillstehendem Rotor in zentrischer Lage bei rein axialer Zuströmung. Die gemessenen axialen Reynoldszahlen bewegten sich im Bereich von ca. Re_{ax}=2000÷11000.

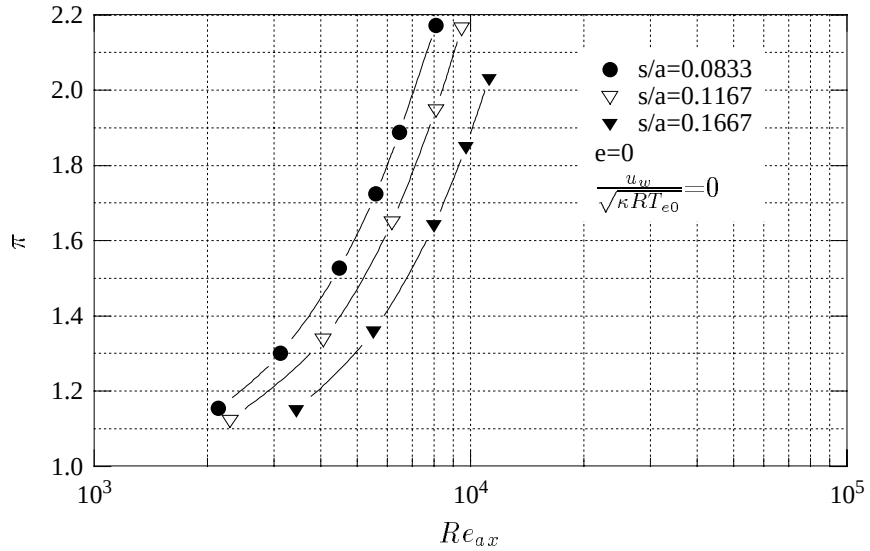

Abbildung 7.67: Vollabyrinthe: Axiale Reynoldszahl - π

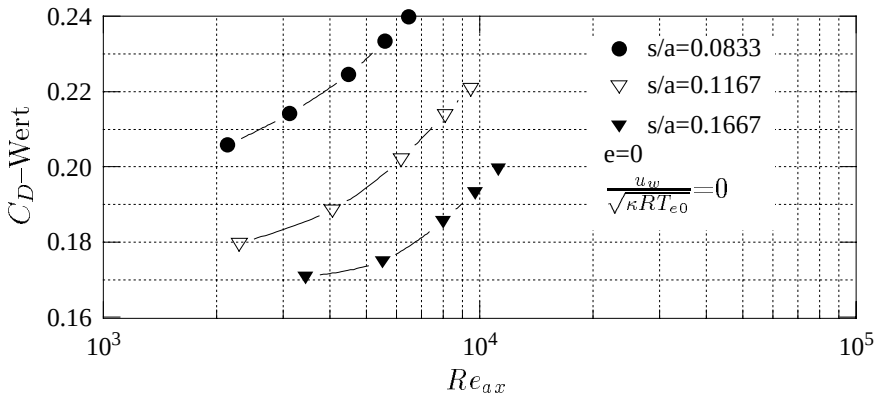

Abbildung 7.68: Vollabyrinthe: Axiale Reynoldszahl - C_D

7.5 Druckverlauf

Im Vergleich zu den Druckverläufen bei den Durchblicklabyrinthen wiesen jene der Vollabyrinthe (Abb. 7.69 bis 7.71 auf der nächsten Seite) einen gleichmäßigen Druckabfall über alle Dichtspitzen auf. Beim Vergleich der Darstellungen des prozentuellen Druckverlaufes (Diagramme auf der rechten Seite in den Abb. 7.69 bis 7.71) fallen kleine Unregelmäßigkeiten im Druckverlauf auf. Diese sind mit der Fertigungsungenauigkeit der Durchmesser der Dichtstreifen am Rotor bzw. am Stator zu begründen. So wies die Spaltweite am Stator einen geringfügigen Unterschied von wenigen 1/100 Millimetern zu jener am Rotor auf, was im Druckverlauf des Labyrinthes mit der Spaltweite s/a=0.1667 deutlich erkennbar wird. Größerwerdende Druckverhältnisse bewirkten kein stärkeres Abfallen des Druckes über der ersten Dichtspitze, sondern wirkten sich erst ab der zweiten Dichtspitze in den Kammerdrücken aus, wobei die Drücke in den nachfolgenden Kammern mit steigendem Druckverhältnis leicht anstiegen. Der prozentuelle Druckabfall nach der ersten Dichtspitze blieb konstant.
Ähnlich wie bei den Durchblicklabyrinthen konnte auch bei den Vollabyrinthen kein Einfluß der Rotorrotation auf den Druckverlauf in den Labyrinthen beobachtet werden. Auf eine Darstellung der Druckverläufe mit Rotorrotation wurde deshalb verzichtet.

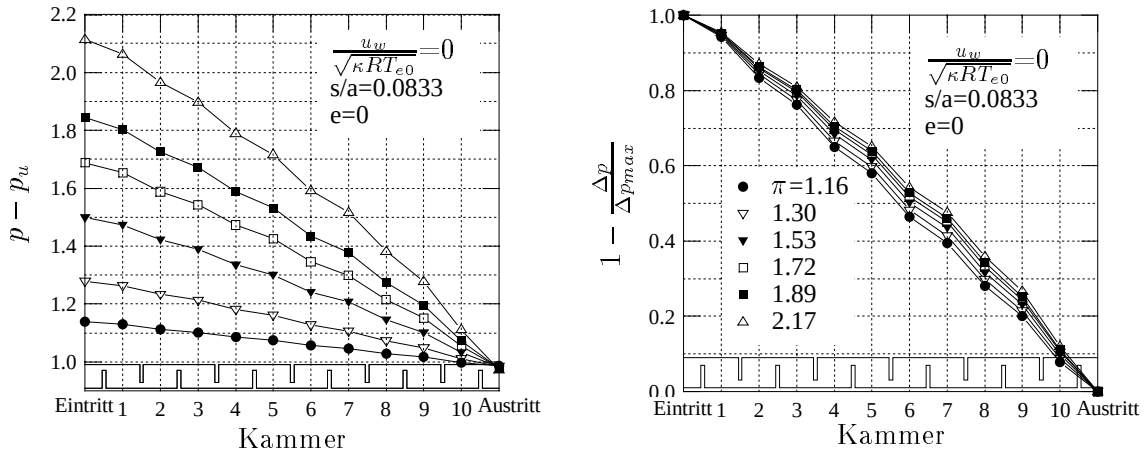

Abbildung 7.69: V805: Kammerdruckverlauf

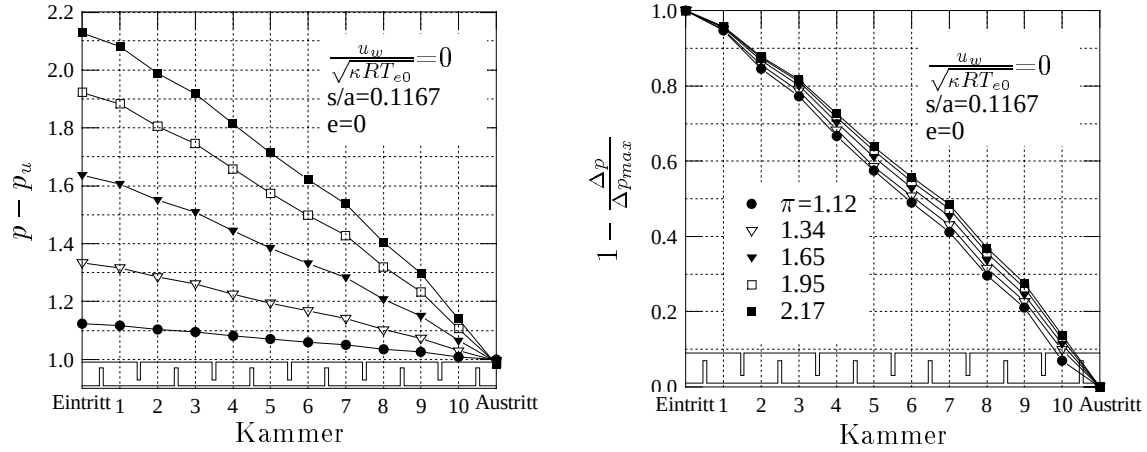

Abbildung 7.70: V807: Kammerdruckverlauf

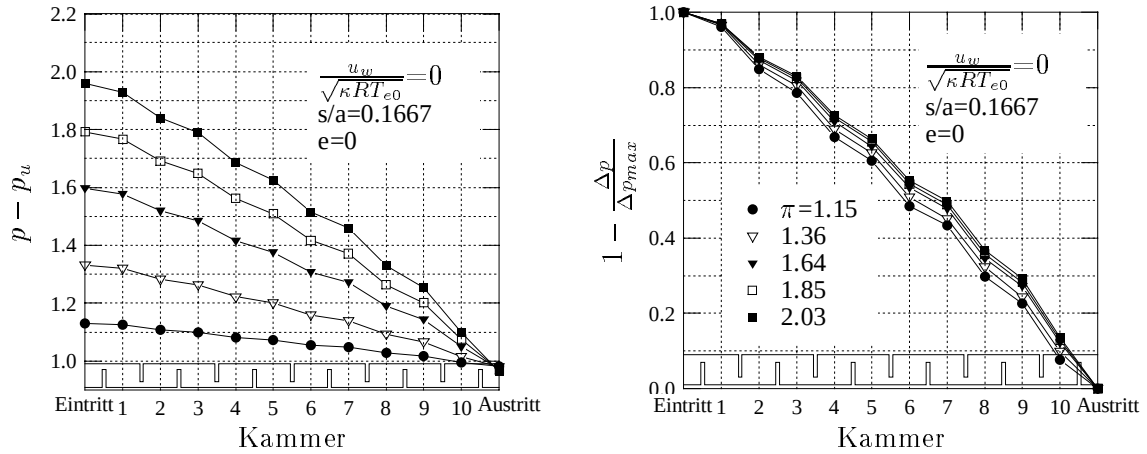

Abbildung 7.71: V810: Kammerdruckverlauf

7.6 Diskussion der Meßergebnisse

Die Durchflußmessungen ergaben bei den Vollabyrinthen für alle Spaltweiten (s/a=0.0833, s/a=0.1167 und s/a=0.1667) im wesentlichen qualitativ und quantitativ dieselben Ergebnisse in Bezug auf die Massenstromänderung aufgrund der untersuchten Parameter.
Die Parallelauslenkung des Rotors äußerte sich bei allen untersuchten Spaltweiten im Gegensatz zu den Durchblicklabyrinthen in einer Verringerung des Leckmassenstromes. Dieser sank kontinuierlich mit steigender Exzentrizität. Bei stillstehendem Rotor und voller Auslenkung (e=1) betrug die Verringerung ca. 6%.
Weiters wurde untersucht, inwieweit sich die Rotorrotation auf den Exzentrizitätseinfluß auswirkt. Hier zeigte sich, daß die Massenstromverringerung aufgrund der Parallelauslenkung unabhängig von der Spaltweite bei den variierten Umfangsgeschwindigkeiten maximal 2% betrug (e=0.75). Die Rotation bewirkte bei Parallelauslenkung ebenfalls eine Verringerung des Massenstromes von maximal 2%. Es zeigte sich, daß mit steigender Umfangsgeschwindigkeit der Massenstrom zuerst leicht anstieg, und erst bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten auf Werte unter jenen bei Stillstand abfiel. Dieses Ansteigen sank zusehends mit größerwerdender Exzentrizität.
Während sich der Massenstrom aufgrund der Parallelauslenkung bzw. der Rotation mit ca. 2% vergleichsweise moderat verringerte, so konnte bei Schiefstellung des Rotors doch ein deutlicher Effekt beobachtet werden. Die symmetrische Schiefstellung des Rotors bewirkte bei allen Spaltweiten ein Ansteigen des Massenstromes (max. 10÷16%). Auffallend war der starke Abfall des Massenstromes, wenn die Dichtstreifen des Rotors jene des Stators berührten, auf Werte unter jenen bei zentrischer Lage des Rotors. Der Rotationseffekt zeigte sich auch bei Variieren der Schiefstellung mit einer Verringerung des Massenstromes von maximal 2%. Es war ebenfalls wie bei der Parallelauslenkung bei geringer Umfangsgeschwindigkeit zuerst ein Ansteigen mit nachfolgendem Absinken des Massenstromes bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten beobachtbar.
Im Vergleich zu den Meßergebnissen bei den Durchblicklabyrinthen bezüglich einer Auswirkung eines Gleich- bzw Gegendralls auf den Leckmassenstrom, konnte bei den Vollabyrinthen ein unterschiedliches Verhalten beobachtet werden. So bewirkten sowohl Gleich- als auch Gegendrall einen Massenstromanstieg im Vergleich zur rein axialen Zuströmung. Bei der Spaltweite s/a=0.0833 stellte sich für Gleichdrall ein Maximum an Massenstromzunahme im Bereich von $u_w/c_u \sim 1$ ein. Mit zunehmender Spaltweite verschob sich dieses Maximum zu Werten von $u_w/c_u \sim 0.5$, wobei bei der größten Spaltweite s/a=0.1667 bei diesem Wert nur noch eine leichte Überhöhung im Meßdatenverlauf einstellte. Der Massenstrom stieg auch zufolge eines Gegendralls leicht an, wobei die Maxima in Abhängigkeit der Spaltweite und des anliegenden Druckverhältnisses bzw. der Umfangskomponente der Zuströmung in einem Bereich von $u_w/c_u \sim -0.75 \div -1.5$ zu liegen kamen. Bei s/a=0.1667 war kein Maximum erkennbar. Die Massenstromzunahme zufolge eines Gegendralls lag jedoch deutlich erkennbar unter jener bei Gleichdrall.
Die gemessenen Druckverläufe zeigten einen gleichmäßigen Druckabfall über alle Dichtspitzen. Ein Einfluß der Rotorrotation auf den Druckverlauf konnte nicht beobachtet werden.

Kapitel 8

Numerische Simulation

8.1 Ausgangssituation

Mit Hilfe eines kommerziellen Programmpaketes sollte untersucht werden, inwieweit die durch Messung an einem 3–dimensionalen Modell ermittelten Durchflußbeiwerte C_D durch numerische Simulation nachvollzogen werden können. Zu diesem Zweck stand dem Institut als Software das *Finite–Elemente Paket FIDAP, Version 7.52,* zur Verfügung. Als Hardware wurde vom EDV-Zentrum der Technischen Universität Wien der Applikationsserver für Finite Elemente Software *DIGITAL ALPHA 8200 5/440* mit 4 Prozessoren, 4 GByte Hauptspeicher und 440 MHz Taktfrequenz zur Verfügung gestellt. Ebenso wurde die am Institut vorhandene *DIGITAL ALPHA 250 4/266* Workstation mit 128 MByte Hauptspeicher und 266 MHz Taktfrequenz für die Berechungen verwendet.
Es wurden ausschließlich Meßreihen nachgerechnet, bei denen sich der Rotor in der zentrischen Lage befand (keine Exzentrizität). Bei diesen Konfigurationen konnte das 3-dimensionale Modell aufgrund der Rotationssymmetrie auf ein ebenes 2-dimensionales Strömungsmodell reduziert werden. Die simulierten Labyrinthgeometrien sind in den Abb. 4.5 auf Seite 33 und Abb. 4.6 auf Seite 34 abgebildet.

8.2 Mathematisches Modell

Zur Berechnung der in der kompressiblen, stationären, rotationssymmetrischen, turbulenten Strömung auftretenden Variablen (Geschwindigkeiten u, v, w, Temperatur T, Druck p, kinetische Energie k und deren turbulente Dissipationsrate ε) steht folgendes Gleichungssystem zur Verfügung.

- Kontinuitätsgleichung
- Impulsbilanz in z-Richtung (axial)
- Impulsbilanz in r-Richtung (radial)
- Impulsbilanz in ϑ-Richtung (Umfangsrichtung)
- Energiegleichung
- Transportgleichung für die kinetische Energie k
- Transportgleichung für die turbulente Dissipationsrate ε

Für den Zusammenhang zwischen dem Druck p und der Dichte ϱ wird die Zustandsgleichung für ideale Gase $pv{=}RT$ verwendet.
Für die Beschreibung der Turbulenz wurde ein Zwei–Gleichungsmodell, das sogenannte *Standard k/ε-Modell* verwendet.

8.2.1 Gleichungssystem für laminare, stationäre, kompressible Strömung:

Eine laminare, stationäre, kompressible Strömung mit konstanter Viskosität μ_l läßt sich durch das unten angeführte Gleichungssystem beschreiben. Darin treten die drei Geschwindigkeitskomponenten, der Druck und die Temperatur als Variablen auf. Unter Beachtung der Einstein'schen Summationskonvention lassen sich die Transportgleichungen wie folgt darstellen.

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\varrho u_i) = 0 \tag{8.1}$$

Navier–Stokes Gleichung:

$$\varrho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_l\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)\right] \tag{8.2}$$

Energiegleichung:

$$\varrho u_i \frac{\partial h}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\mu_l}{Pr_l}\frac{\partial h}{\partial x_i}\right) + S_h \tag{8.3}$$

S_h stellt den Quellterm der Energiegleichung dar, der je nach Strömungstyp verschiedenen Vereinfachungen unterworfen wird.

Mit

$Pr_l = \frac{\nu_l}{a}$	Prandtl-Zahl
$a = \frac{\lambda}{\varrho c_p}$	Temperaturleitfähigkeit
$\nu_l = \frac{\mu_l}{\varrho}$	kinematische Viskosität
λ	Wärmeleitfähigkeit

Kroneckerdelta: $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad i = j \\ 0 & \text{für} \quad i \neq j \end{cases} \quad i, j{=}1{,}2{,}3$

Mit diesem Gleichungssatz können turbulente Transportvorgänge wegen der zeitlichen Mittelung der Transportgrößen u_i nicht beschrieben werden. Damit turbulente Transportvorgänge beschrieben werden können, werden die Transportgleichungen in einen zeitlich gemittelten und einen Schwankungsanteil aufgeteilt.

8.2.2 Gleichungssystem für turbulente, stationäre, kompressible Strömung:

Aufteilung der Momentanwerte u_i in einen zeitlichen Mittelwert $\overline{u}_i$ und einen Schwankungswert u_i':

$$u_i = \overline{u}_i + u_i' \tag{8.4}$$

Der zeitliche Mittelwert $\overline{u}_i$ ist definiert mit:

$$\overline{u}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u_i dt \tag{8.5}$$

Für den Momentanwert u_i' gilt:

$$\overline{u_i'} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u_i' dt = 0 \tag{8.6}$$

Das Einsetzen von Glg. (8.4) in Glg. (8.2) führt zu Korrelationen der Schwankungsgrößen, die zunächst unbekannt sind. Sie werden im Falle der Impulsgleichung als *Reynolds'sche Spannungen* $\varrho\overline{u_i'u_j'}$ und im Falle der Energiegleichung als *Reynolds'scher Wärmestrom* $\varrho\overline{u_i'h'}$ bezeichnet.

Für die Reynolds'schen Spannungen folgt [27]:

$$-\varrho\overline{u_i'u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\varrho\delta_{ij}k \tag{8.7}$$

wobei:

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i} \quad \text{turbulente kinetische Energie} \tag{8.8}$$

und für den Reynolds'schen Wärmestrom:

$$-\varrho\overline{u_i'h'} = \frac{\mu_t}{Pr_t}\left(\frac{\partial h}{\partial x_i}\right) \quad \text{mit} \quad Pr_t = \frac{\nu_t}{a} \tag{8.9}$$

Um diese Korrelationen zu bestimmen, werden *Turbulenzmodelle* eingesetzt.
In dieser Arbeit wurde das sogenannte *Standard k/ε-Modell* verwendet. Zusätzlich zu den in Abschnitt 8.2.1 angeführten Transportgleichungen werden zwei weitere, eine für die turbulente kinetische Energie k und eine für deren Dissipationsrate ε, gelöst. Weiters wird das Wirbelviskositätsprinzip von Boussinesq verwendet, das besagt, daß analog zur laminaren Viskosität μ_l, die eine Stoffgröße des Strömungsmediums darstellt, zur Berechnung der Reynolds'schen Spannungen und des Reynolds'schen Wärmestromes eine turbulente Viskosität μ_t eingeführt werden kann[41].

Die Wirbelviskosität μ_t ist eine Größe, die vom jeweiligen lokalen Strömungszustand abhängt und im k/ε-Modell folgend berechnet wird:

$$\mu_t = c_\mu \varrho \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{8.10}$$

Die Dissipationsrate ε von k ist definiert durch:

$$\varepsilon = \mu_l \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \tag{8.11}$$

Die turbulente Dissipationsrate ε der turbulenten Energie k ist die pro Zeit- und Masseneinheit durch viskose Kräfte in innere Energie (Wärme) überführte (dissipierte) kinetische Energie der Schwankungsbewegung. Durch die großen Turbulenzelemente wird der Hauptströmung Energie entzogen, durch Wirbelfadenstreckung an immer kleinere Elemente weitergegeben und schließlich bei den kleinsten dissipiert.
Zur Bestimmung der Verteilung von k und ε in der Strömung werden zwei zusätzliche Transportgleichungen benötigt. In diesen Gleichungen treten empirische Konstanten auf, die durch einen numerischen Optimierungsprozeß ermittelt wurden [27].

Die Transportgleichung für die kinetische Energie k lautet unter Annahme lokaler Isotropie:

$$\varrho u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \varrho \varepsilon \tag{8.12}$$

Die Gleichung für die Dissipationsrate lautet:

$$\varrho u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon_1} G_k - c_{\varepsilon_2} \varrho \varepsilon) \tag{8.13}$$

Mit dem Produktionsterm G_k und der effektiven Viskosität μ_{eff}:

$$G_k = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left[\mu_t \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \varrho k \delta_{ij} \right] \tag{8.14}$$

$$\mu_{eff} = \mu_l + \mu_t \tag{8.15}$$

Die Konstanten des *Standard k/ε-Modells* lauten:

c_μ	σ_k	σ_ε	c_{ε_1}	c_{ε_2}
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

Abbildung 8.1: Konstanten des k/ε-Modells

Mit den beiden Transportgleichungen des Turbulenzmodells folgt ein gekoppeltes, nichtlineares, partielles Differentialgleichungssystem, das sich in zylindrischen Koordinaten für die quasi-dreidimensionale, turbulente, stationäre Strömung für jede der abhängigen Variablen

grundsätzlich in der unten dargestellten Form (Glg. (8.16)) darstellen läßt. Unter quasi-dreidimensional ist hier zu verstehen, daß beim Lösen des Gleichungssystems zwar die Impulsgleichung in tangentialer Richtung mitberücksichtigt wird, die Werte in tangentialer Richtung jedoch konstant sind. Dies wird in *FIDAP* als *cylindrical* bezeichnet.
Der Vollständigkeit halber sei das zu lösende Gleichungssystem hier dargestellt. Es ist der Arbeit von *Scherer* [43] entnommen (vgl. auch*Patankar* [36]):

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\varrho u\phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\varrho v r\phi)}_{Konvektion} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}\right)}_{Diffusion} + \underbrace{S_\phi}_{Quelle} \tag{8.16}$$

In dieser Form enthält der Quellterm für jede der betrachteten Variablen die Anteile der Gleichung, die nicht durch den Konvektions- und Diffusionsterm ausgedrückt werden können.
Nachfolgend soll dargestellt werden, durch welche Terme bzw. Variablen die jeweilige Transportgröße ϕ, der Diffusionskoeffizient Γ_ϕ und der Quellterm S_ϕ für die jeweils betrachtete Gleichung ersetzt werden.

Kontinuitätsgleichung:

$$\phi = 1$$

$$\Gamma_\phi = 0$$

$$S_\phi = 0$$

Impulsgleichung in axialer (z)-Richtung:

$$\phi = u$$

$$\Gamma_\phi = \mu_{eff}$$

$$S_\phi = -\frac{\partial}{\partial z}\left(p + \frac{2}{3}\rho k\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{eff} r \frac{\partial v}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff} r \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$
$$- \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_{eff}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r}\right)\right]$$

Impulsgleichung in radialer (r)-Richtung:

$$\phi = v$$

$$\Gamma_\phi = \mu_{eff}$$

$$S_\phi = -\frac{\partial}{\partial r}\left(p + \frac{2}{3}\rho k\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{eff} r \frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r}\right)$$
$$- 2\mu_{eff}\frac{v}{r^2} + \frac{\rho w^2}{r} - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{eff}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r}\right)\right]$$

Impulsgleichung in Umfangs- (ϑ)-Richtung:

$$\phi = w$$

$$\Gamma_\phi = \frac{\mu_{eff}}{Pr_{eff}} \quad \text{mit} \quad Pr_{eff} = Pr_l + Pr_t$$

$$S_\phi = -\frac{w}{r}\left(\frac{\partial \mu_{eff}}{\partial r} + \rho v - \frac{\mu_{eff}}{r}\right)$$

Energiegleichung:

$$\phi = h$$

$$\Gamma_\phi = \frac{\mu_{eff}}{Pr_{eff}}$$

$$S_\phi = u\frac{\partial p}{\partial z} + v\frac{\partial p}{\partial r} + \rho\varepsilon - 2\mu_l\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{v}{r}\right)^2\right] + \frac{2}{3}\mu_l\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}\right)^2$$
$$- \mu_l\left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{v}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right]$$

Turbulente kinetische Energie k:

$$\phi = k$$

$$\Gamma_\phi = \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}$$

$$S_\phi = G_k - \varrho\varepsilon$$

Dissipationsrate ε von k:

$$\phi = \varepsilon$$

$$\Gamma_\phi = \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon}$$

$$S_\phi = \frac{\varepsilon}{k}(c_{\varepsilon_1} G_k - c_{\varepsilon_2}\varrho\varepsilon)$$

mit

$$G_k = \mu_t\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + 2\left(\frac{v}{r}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2$$
$$- \frac{2}{3}\left[\varrho k + \mu_t\left(\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]\left(\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) - \frac{\mu_t}{\varrho^2}\left(\frac{\partial \varrho}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \varrho}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial z}\right)$$

Eine Auflistung der Grundgleichungen (Kontinuitätsgleichung, Energiegleichung und die Navier–Stokes Gleichungen) für ein kompressibles Fluid mit konstanter Viskosität findet man in

Hughes und Gaylord [16]. Das *Standard k/ε-Modell*, der Übergang von den Navier-Stokes Gleichungen zu den zeitlich gemittelten *Reynolds–Gleichungen*, sowie die Transportgleichungen für die kinetische Energie, die turbulente Dissipationsrate und der verwendete *Boussinesq Ansatz* (Wirbelviskositätsmodell) ist bei Wilcox [61] angeführt. Die Aufbereitung dieses Gleichungssystem, sowie die Diskretisierung für die in *FIDAP* verwendete *Finite–Elemente* Methode ist in den für dieses Programmpaket erhältlichen Handbüchern nachzulesen [8].

Koordinatensystem: Die oben angeführten Gleichungen sind für ein zylindrisches Polarkoordinatensystem formuliert. *FIDAP* bezeichnet ein Strömungsproblem als *axi–symmetric*, wenn alle Strömungsgrößen von ϑ unabhängig sind (w=0). Die Impulsgleichung in ϑ-Richtung wird nicht gelöst. Dieser Fall bietet sich für die numerische Analyse der Strömung durch das Labyrinth bei stillstehendem Rotor an. Bei Berücksichtigung der Rotorrotation muß das Strömungsproblem als *cylindrical* definiert werden. In diesem Fall wird durch das Hinzunehmen der Impulsgleichung in ϑ-Richtung die dritte Geschwindigkeitskomponente berücksichtigt. Wenn im gesamten Strömungsfeld die Geschwindigkeit w=0 gesetzt wird, gelangt man wieder zum axial-symmetrischen Fall.

8.3 Randbedingungen

In der **Eintrittsebene** wurden sogenannte *Dirichlet'sche Randbedingungen* (ein fixer Wert wird vorgegeben) gesetzt. Die Geschwindigkeitskomponenten u_z=u, u_r=v, u_ϑ=w, die Temperatur T, sowie Werte für die turbulente kinetische Energie k und die turbulente Dissipationsrate ε wurden vorgegeben. Bei der Vorgabe von Geschwindigkeitskomponenten kann das Geschwindigkeitsprofil frei gewählt werden (parabolisch, linear, rechteckig usw.). In den vorliegenden Berechnungen wurde ein Rechteckprofil für u_z verwendet. Die radiale Komponente u_r wurde null gesetzt. Mit der Umfangskomponente u_ϑ kann der Strömung ein Vordrall erteilt werden. Die Eintrittstemperatur wurde mit 293 Grad Kelvin festgelegt. Diese Temperatur entsprach der bei den Versuchen aufgetretenen Labyrintheintrittstemperatur von 20°C. Für die Vorgabe von Werten für die turbulente kinetische Energie k und für die turbulente Dissipationsrate ε am Eintritt in das Labyrinth sind in [8] Anhaltswerte angegeben. Charakteristische Werte für k können z.B. mit Hilfe folgender Gleichungen ermittelt werden.

Turbulente kinetische Energie k:

$$k = a u_\infty \tag{8.17}$$

Hierin ist a ein dimensionsloser Koeffizient, der Werte von $0.1 \div 0.001$ annehmen kann. Für u_∞ wird die mittlere Eintrittsgeschwindigkeit eingesetzt.

$$k = 1.5(I u_\infty)^2 \tag{8.18}$$

Wenn durch Messungen Daten für den Turbulenzgrad I vorliegen, kann Glg. (8.18) angewendet werden. Der Turbulenzgrad ist definiert mit:

$$I = \frac{(\overline{u'^2})^{1/2}}{u_\infty} \tag{8.19}$$

Die zeitlich gemittelten turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen sind mit $\overline{u}'$ bezeichnet.

Dissipationsrate ε: Einen Anhaltswert liefert Glg. (8.20).

$$\varepsilon = \varrho c_\mu \frac{k^2}{R_\mu \mu_l} \tag{8.20}$$

In dieser Gleichung stellt $R_\mu = \mu_t/\mu_l$ das Verhältnis von turbulenter μ_t zu laminarer μ_l Viskosität dar. Im allgemeinen ist dieses Verhältnis von Strömung zu Strömung unterschiedlich und kann Werte von $1 \div 1000$ annehmen. *FIDAP* empfiehlt, durch gezieltes Probieren einen passenden Wert zu finden. c_μ ist eine der Konstanten für das k/ε-Modell und beträgt 0.09. Der Turbulenzgrad I konnte mittels Hitzdrahtsondenmessungen am Eintritt in das Labyrinth ermittelt werden. Gemessen wurde ca. 6.5 mm vor dem ersten Dichtspalt. I war vom anliegenden Druckverhältnis abhängig und nahm Werte von ca. $10 \div 8\%$ an. Glg. (8.18) lieferte damit Werte für k von $0.22 \div 0.64$. Bei einer Annahme für $R_\mu = 30$ erhielt man für ε in Abhängigkeit des Druckverhältnisses Werte von $10 \div 150$. Wie oben beschrieben, waren diese Wert allenfalls als Anhaltswerte zu bewerten. Zur genaueren Bestimmung von Eingabewerten für k und ε wurde folgend vorgegangen:
Als Randwerte wurden in ersten Rechenläufen Mittelwerte von den ermittelten Anhaltswerten von k und ε eingegeben. Es zeigte sich, daß die Werte für ε durchwegs um ein bis zwei Zehnerpotenzen zu hoch waren. Es konnte keine Konvergenz erreicht werden. Erst durch systematisches Verkleinern von k und ε konnte eine Konvergenz erreicht werden. Bei der Analyse von *surface–plots* (die skalaren Werte für k und ε werden 3-dimensional über den Knotenpunkten aufgetragen) für diese beiden Werte zeigte sich ein starkes Abfallen von k und ε im Einströmbereich über die ersten Elemente auf niedrigere konstante Werte, die fast bis hin zur ersten Dichtspitze konstant waren. Dies deutete auf immer noch zu hohe Randwerte für k und ε hin. Durch weiteres Variieren wurde ein Wertepaar für k und ε ermittelt, mit welchem einerseits Konvergenz erreicht und andererseits der unerwünschte Gradient am Eintritt vermieden werden konnte. Bei allen Berechnungen wurden $k = 0.01$ und $\varepsilon = 1.0$ als Randwerte am Eintritt eingesetzt.

An Begrenzungsflächen, die stillstehen (**Stator, Statordichtstreifen** bei Vollabyrinth), wurde die Haftbedingung $u_z = u_r = u_\vartheta = 0$ vorgegeben. Zur Berücksichtigung der Rotorrotation könnte dem **Rotor** und den **Rotordichtstreifen** eine Umfangsgeschwindigkeit $u_\vartheta = r\omega = r\pi n_{Rotor}/30$ zugeteilt werden. Aufgrund der Verwendung des k/ε-Modells wurden alle unmittelbar an Begrenzungsflächen anliegenden Elemente als *WALL*-Elemente definiert. Mit Hilfe von Wandfunktionen wurden die starken Gradienten der Strömungsvariablen im wandnahen Bereich berechnet. Dazu mußten jene Elemente, die an die Wand angrenzten, so breit sein, daß die gesamte laminare Unterschicht innerhalb dieser Elemente lag. Die Wandfunktionen sind von der charakteristischen turbulenten Reynoldszahl abhängig und wurden während des Lösungsvorganges immer wieder automatisch angepaßt. Der Benützer des Programmpaketes kann als Kontrolle für die notwendige Elementabmessung, d. h. ob die laminare Unterschicht innerhalb des ersten Elementes liegt, die dimensionslose Größe y^+ heranziehen.

$$y^+ = \frac{\varrho u_* \delta}{\mu} \tag{8.21}$$

$u_* = \sqrt{\tau_w/\varrho}$, die Schubspannungsgeschwindigkeit, ist ein Maß für die Stärke der turbulenten Schwankungsbewegung [44]. Der Abstand vom betrachteten Punkt normal zur Wand ist mit δ bezeichnet, τ_w bezeichnet die Wandschubspannung. Obwohl y^+ ein dimensionsloser Abstand ist, kann man y^+ auch von der Definition her als lokale Element-Reynoldszahl betrachten. Das F-E Netz mußte solange angepaßt werden, bis y^+ für eine konvergente Lösung entlang der Begrenzungswände einen Wert von 30 nicht unterschritt, dann lag die laminare Unterschicht innerhalb des an die Wand grenzenden Elementes. War y^+ kleiner als 30 ist, mußte das Netz in Wandnähe normal zur Begrenzungsfläche vergröbert werden. Randbedingungen für k und ε wurden als Teil dieses Wandfunktionenmodells automatisch von *FIDAP* gesetzt. Begrenzungswände wurden als adiabat betrachtet. Der Wärmefluß an Rotor, Stator und an den Dichtstreifen wurde null gesetzt.

Am **Austritt** wurde ein konstanter statischer Druck vorgegeben. Dies wird in *FIDAP* durch die sog. *traction-free-conditions* verwirklicht. Der Druck p wird durch Normalspannungen ausgedrückt.

$$\sigma_i = \sigma_{ij} n_j \quad \sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) \tag{8.22}$$

σ_{ij} ist der Spannungstensor, n_i der Normalvektor am Austrittsrand und δ_{ij} das Kronecker-Delta. Die Spannungskomponenten in Richtung der Koordinatenachsen z, r, ϑ des Spannungstensors σ_{ij} werden gleich null gesetzt (Glg. (8.23)).

$$\sigma_n = \sigma_i n_i = -p + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) n_i n_j = 0 \tag{8.23}$$

Für kompressible Medien wurde das Druckniveau durch einen Referenzdruck festgelegt. Die Summe des errechneten Druckes und des Referenzdruckes stellte den Absolutdruck dar. Da durch die *traction-free-condition* der Druck am Austritt gleich null gesetzt wurde, mußte der Referenzdruck $1.0 \cdot 10^5$Pa betragen, damit die bei Umgebungsdruck durchgeführten Versuche mit der numerischen Simulation übereinstimmten.
Alle anderen nicht durch *Dirichlet'sche Randbedingungen* festgelegten Strömungsgrößen an den Rändern wurden automatisch von *FIDAP* durch *Neumann'sche Randbedingungen*, bei denen der Gradient gleich null gesetzt wird, berücksichtigt. Dies betraf z.B. die RB für k, ε und den Wärmefluß am Austritt bzw. an Stator und Rotor.

Stoffwerte: Als Medium für die numerische Simulation wurde trockene Luft verwendet. Die Stoffwerte betragen: Allgemeine Gaskonstante R_m=8314J/kmolK, die molare Masse von Luft M_L=28.966kg/kmol, woraus sich die Gaskonstante für Luft R_L=R_m/M_L errechnet. Weiters die dynamische Viskosität μ_l=$1.8 \cdot 10^{-5}$Pas, die Wärmeleitfähigkeit λ_L=0.026W/mK und die spezifische Wärmekapazität c_p=1.005kJ/kgK. Die Stoffwerte gelten für Druck 1bar und Temperatur 293K. Entnommen sind sie dem VDI-Wärmeatlas [57].

8.4 F–E Netz

Die Generierung eines geeigneten Finite-Elemente Netzes zur Berechnung von Labyrinthströmungen war aufgrund der komplexen Geometrie der Labyrinthe ein mit vielen Problemen behaftetes Unterfangen. Besondere Aufmerksamkeit erforderten die starken Gradienten der zu lösenden Variablen im Bereich des Spaltes. Das geometrische Verhältnis der kleinen Spaltweite zur gesamten Bauhöhe stellte das Hauptproblem bei der Gittergenerierung dar. Anhand von verschiedenen F-E Netzen soll die Problematik der Netzerstellung erläutert werden.

8.4.1 Probleme bei der Netzerstellung

FIDAP stellt zwei Arten der Netzgenerierung zur Verfügung:

- *mapping* – für strukturierte Netze
- *paving* – für unstrukturierte Netze

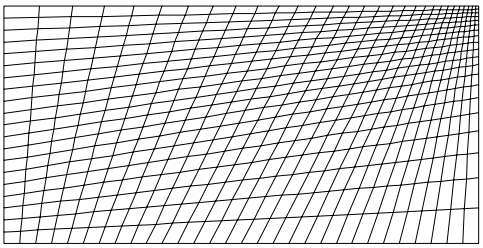

Abbildung 8.2: *mapping*

Bei strukturierten Netzen, Abb. 8.2 muß der Bereich, der vernetzt wird, ein *topologisches Viereck* bilden, wobei jeweils gegenüberliegende Seiten dieselbe Anzahl an Elementen aufweisen müssen. Mehrere Linien können eine Seite des topologischen Vierecks bilden. Bei Verwendung von strukturierten Netzen ist der Übergang von grob – zu fein vernetzten Bereichen nur durch Einfügen von sog. *Übergangselementen* möglich. Dies kann mit Hilfe von Dreieckselementen geschehen. Ein kontinuierliches Größer- bzw. Kleinerwerden der Elemente ist nur schwer zu verwirklichen.

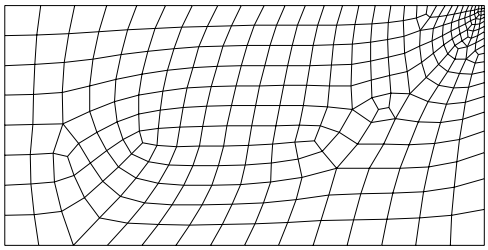

Abbildung 8.3: *paving*

Unstrukturierte Netze sind an kein topologisches Viereck gebunden. Der zu vernetzende Bereich kann aus beliebig vielen und mit einer unterschiedlichen Anzahl von Elementen belegten Linien bestehen. Durch Festlegen einer gewünschten Elementgröße (*base-element*) versucht der *paving*-Algorithmus, wo immer es möglich ist, Elemente dieser Größe zu generieren.

Verschiedene Netze:

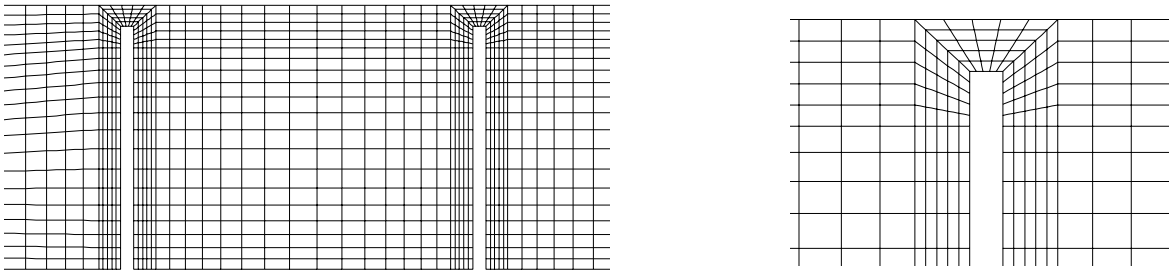

Abbildung 8.4: Netz 1

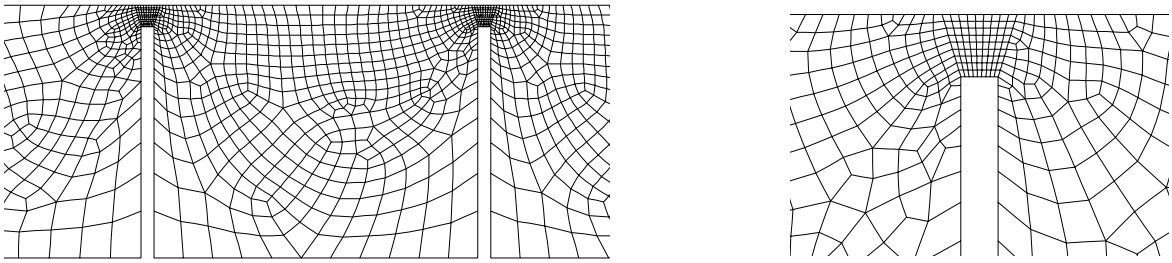

Abbildung 8.5: Netz 2

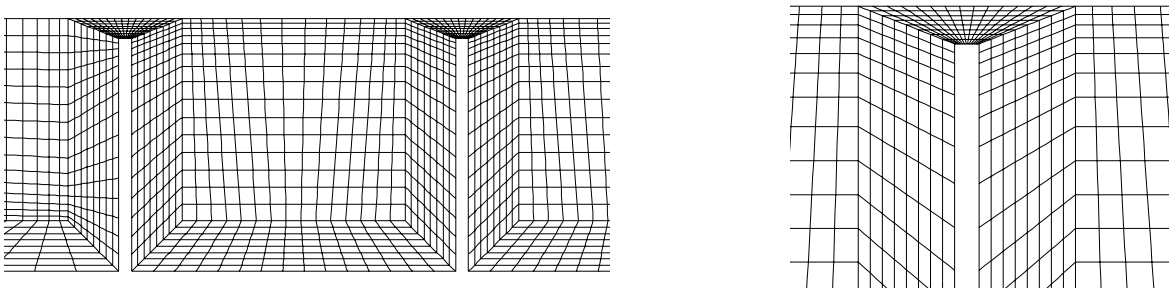

Abbildung 8.6: Netz 3

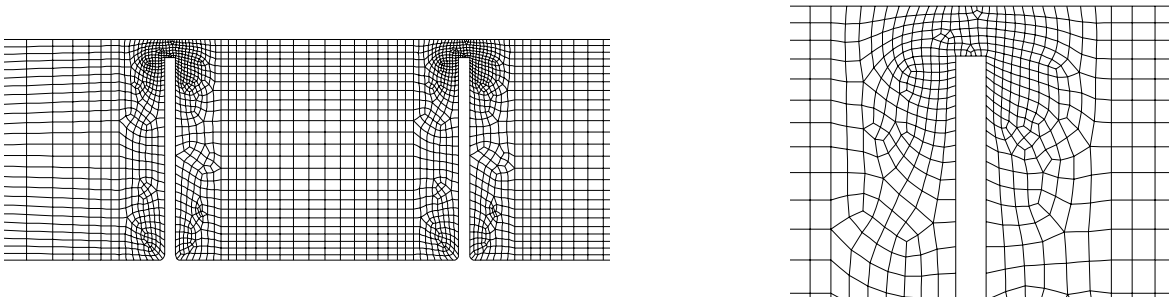

Abbildung 8.7: Netz 4

Die meisten Schwierigkeiten bei der Netzerstellung für Labyrinthe ergaben sich aus den großen geometrischen Unterschieden in den Abmessungen. Da die größten Gradienten im Bereich um die Dichtspitzen auftreten, mußte hier eine ausreichende Feinheit des Netzes erreicht werden. Abb. 8.4 *Netz 1* zeigt ein strukturiertes Netz, wobei durch Einfügen von zwei Hilfslinien, die

unter einem Winkel von 45° von den Ecken der Dichtspitze ausgehen, der zu vernetzende Bereich in mehrere Teilbereiche aufgeteilt wurde. Dies brachte einerseits eine Verfeinerung des Netzes direkt über den Dichtspitzen und den Übergang vom groben Netz in der Kammer zum feinen über der Dichtspitze, aber andererseits wurde durch die vielen Elemente links und rechts entlang der Dichtstreifen die Elementanzahl und damit die benötigte Rechenzeit unnötigerweise erhöht.
Eine Kombination von strukturiertem und unstrukturiertem Netz wurde bei *Netz 2* Abb. 8.5 versucht. Die Kammer, sowie der Ein- und Austritt, wurde unstrukturiert und der Bereich über der Dichtspitze strukturiert vernetzt. Durch geeignete Wahl der Elementanzahl an den eingefügten Hilfslinien und an den Begrenzungsflächen konnte damit ein kontinuierlicher Übergang zwischen groben und feinen Elementen erreicht werden. Mit dem *Netz 2* konnten zwar konvergente Lösungen erzielt werden, beim *postprocessing* traten jedoch Fehlermeldungen auf. Die Verwendung des k/ε-Modelles verlangt das Definieren von *Wall*-Elementen entlang von Begrenzungswänden. Für alle jene Elemente, die an den Schnittpunkten von Dichtstreifen und Rotor lagen, lag keine eindeutige Zuordnung zum Dichtstreifen oder zum Rotor vor. Diese Elemente konnten deshalb auch nicht als *Wall*-Elemente definiert werden. Das hatte zur Folge, daß für das k/ε-Modell, bzw. für die Wandfunktionen, keine Werte für k und ε für die oben erwähnten Elemente errechnet werden konnten.
Das *Netz 3* Abb. 8.6 entstand durch das Einfügen von weiteren Hilfslinien in das *Netz 1*. Dadurch konnte für die Elemente an der Ecke zwischen den Dichtstreifen und dem Rotor eine eindeutige Zuordnung zu jeweils einer dieser beiden Begrenzungswänden hergestellt werden. Somit waren auch die Werte für k und ε an diesen Elementen definiert. Mit dem *Netz 3* wurde das Labyrinth in mehrere mit strukturierten Netzen belegte Teilbereiche aufgeteilt.

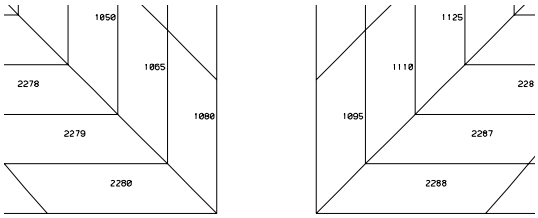

Abbildung 8.8: Eck–Elemente

Bei Simulationen mit Rotorrotation verursachte das *Netz 3* sog. *floating point errors*, die zu Programmabstürzen führten. Die Ursache lag bei den Eck-Elementen (z.B. Nummer 1095 und 2288). Für Knoten, die an den Ecken lagen, wurden aufgrund der Zweideutigkeit der Tangenten inkorrekte Normalvektoren berechnet.

FIDAP ermöglicht durch infinitesimales Verschieben dieser problematischen Knoten entlang einer der beiden Begrenzungslinien das Berechnen von korrekten Normalvektoren. Dem System mußte vor einem Rechenlauf im Eingabe-file – durch Angabe der Knotennummern – mitgeteilt werden, welche Knotenpunkte verschoben werden sollten. Bei Änderung des Netzes änderten sich die Knotennummern. Das Lokalisieren der betroffenen Knoten wurde dadurch zu einer aufwendigen Prozedur, die bei jedem neuen Netz wiederholt werden mußte. *Netz 3* wies neben dem Normalvektorenproblem zudem noch eine weitere Unzulänglichkeit auf. Der Bereich über dem Dichtspalt konnte nicht beliebig verfeinert werden, da dies zu einer sehr starken Verzerrung der Elemente – lang und schmal – geführt hätte, was wiederum numerische Probleme (keine Konvergenz) nach sich gezogen hätte.
Im *Netz 4* wurden sämtliche oben erwähnte Probleme vermieden. Das Verwenden eines unstrukturierten Netzes um den Dichtstreifen ermöglichte einerseits eine beliebige Anzahl von Elementen im Bereich des Dichtspaltes und andererseits einen kontinuierlichen Übergang zum strukturierten Netz in der Kammer. Die Schwierigkeiten mit den Eck–Elementen wurden durch Einfügen eines Viertelkreises vermieden. Der Radius des Kreises betrug die Hälfte der Dichtstreifenbreite. Ähnliche (feinere) Netze wurden für die numerische Simulation der Durchblicklabyrinthe verwendet. Sie bestanden aus 9-knotigen Elementen.

9-knotige Elemente:

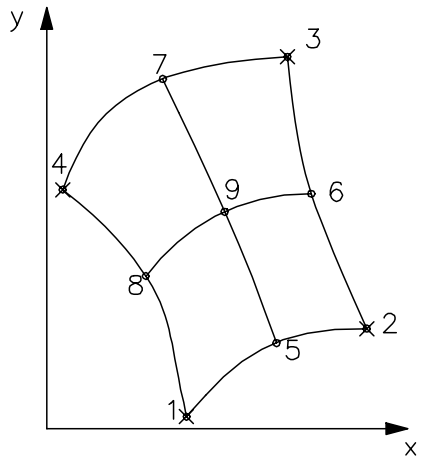

Abbildung 8.9: 9-knotiges finites Element

Bei der Formulierung einer kompressiblen Strömungssimulation schreibt *FIDAP* [8] für das Finite-Elemente Verfahren eine kontinuierliche Druckapproximation vor. Zusätzlich wird empfohlen, daß die Interpolationsfunktionen für die Geschwindigkeiten eine Ordnung höher ist als jene der Druckinterpolationsfunktionen. Diese Forderungen können nur mit quadratischen Elementen (9-knotig, 8-knotig) erfüllt werden. Für die kontinuierliche Druckinterpolation werden lineare Interpolationsfunktionen verwendet.

Zwischen den Druckwerten der vier Eckpunkte des Elementes wird *bilinear* interpoliert. Daraus folgt, daß die ermittelten Werte an gemeinsamen Knoten angrenzender Elemente stetig verlaufen. Im Gegensatz dazu werden bei einer diskontinuierlichen Approximation die Werte von den *Gauß'schen Integrationspunkten*, die innerhalb des Elementes liegen, für die Interpolationsfunktionen verwendet. Dies führt im allgemeinen zu einer Unstetigkeit der Werte an gemeinsamen Eckpunkten angrenzender Elemente. Eine Ordnung höher (*biquadratisch*) werden die Geschwindigkeiten und die Temperatur interpoliert. Um zwischen den Eckpunkten quadratisch interpolieren zu können, werden Stützpunkte benötigt. Hierfür werden die Werte an den restlichen fünf Knoten des 9-knotigen Elementes herangezogen.

8.5 Konvergenzunterstützende Maßnahmen

Konvergenzunterstützende Maßnahmen lassen sich im wesentlichen in drei Teilgebiete gliedern:

- Relaxationsfaktoren
- Anfangswerte – Zwischenlösungen
- Lösungsverfahren (*solver*)

8.5.1 Relaxationsfaktoren

Das aufgestellte und mit einem geeigneten Lösungsverfahren zu lösende Gleichungssystem hat die Form:

$$K(u)u = R \tag{8.24}$$

Es handelt sich um ein *nichtlineares* Gleichungssystem, da die Koeffizientenmatrix $\mathbf{K}$ von dem zu bestimmenden Lösungsvektor $\mathbf{u}$ abhängt. Damit dieses System iterativ gelöst werden kann, wird es folgendermaßen angeschrieben:

$$K(u_i)u^* = R \tag{8.25}$$

In Glg. (8.25) ist der Vektor $\mathbf{u_i}$ die Lösung des vorangegangenen Iterationsschrittes. Mit diesem wird die Koeffizientenmatrix $\mathbf{K}$ bestimmt und der neue Lösungsvektor $\mathbf{u}^*$ berechnet, der wiederum im nächsten Lösungsschritt zur Bestimmung von $\mathbf{K}$ verwendet wird. Zu Beginn des Iterationsprozesses ist noch keine vorläufige Lösung vorhanden, deshalb werden *Anfangsbedingungen* festgelegt, mit denen der Anfangsvektor $\mathbf{u_0}$ bestimmt werden kann.
In vielen Fällen führt das Einsetzen des im vorangegangenen Schritt berechneten Vektors $\mathbf{u}^*$ zum Divergieren der Lösung, die Differenz der beiden Lösungsvektoren $\mathbf{u_i}$ und $\mathbf{u_{i-1}}$ wird immer größer.
Es werden *Relaxationsfaktoren* eingeführt:

$$u_{i+1} = \alpha u_i + (1 - \alpha) u^* \tag{8.26}$$

Bei α=0 wird im nachfolgenden Schritt mit der vollen Lösung u^* die Koeffizientenmatrix K bestimmt – es wird nicht relaxiert –, bei α=1 wird u_i verwendet. Für jede beliebige Variable wird ein Relaxationsfaktor bestimmt, der so auszuwählen ist, daß die Lösung konvergiert. Es zeigte sich, daß in den meisten Fällen ein zu gering relaxierter Druck nach wenigen Iterationsschritten zu Divergenz führte. Durch gezieltes Probieren stellte sich ein Satz von Relaxationsfaktoren ein, der sich als zielführend erwies.

Relaxationsfaktoren

α_z	α_r	α_ϑ	α_p	α_T	α_k	α_ε
0.2	0.2	0.2	0.9	0.2	0.6	0.6

8.5.2 Anfangswerte – Zwischenlösungen

Vor der ersten Iteration wurden dem Strömungsfeld Werte für die Geschwindigkeiten u_z, u_r, u_ϑ, der Temperatur T und für die beiden Turbulenzgrößen k und ε mitgeteilt. Durch geeignete Wahl dieser Werte konnte das Divergieren der Lösung verhindert werden. Das Einsetzen der Randwerte für den Eintritt als Anfangswerte für das gesamte Strömungsfeld hat sich hierbei bei kleinen Druckverhältnissen bewährt.
Bei dem verwendeten Programmpaket ist es nicht erlaubt, einen Eintrittsdruck als Randbedingung anzugeben. Der Eintrittsdruck stellt sich zufolge der Eintrittsgeschwindigkeit ein. Damit ein Vergleich von Meßdaten, Wertepaar C_D und Druckverhältnis π mit der numerischen Lösung möglich wurde, mußte die Eintrittsgeschwindigkeit solange systematisch verändert werden, bis sich das gewünschte Druckverhältnis einstellte. Diese Vorgangsweise ergab zwangsweise eine Vielzahl von Zwischenlösungen.
Es war festzustellen, daß Strömungsfälle, bei denen das zu berechnende Druckverhältnis bzw. die angegebene Eintrittsgeschwindigkeit gering war, schon nach wenigen Iterationsschritten zu konvergieren begannen. Hingegen führte eine zu hohe Eintrittsgeschwindigkeit nach wenigen Iterationen zu Divergenz bzw. zu einem Programmabsturz. Hierbei genügten offensichtlich die oben erwähnten Anfangsbedingungen nicht mehr. In diesen Fällen war es nur durch sog. *restarts* möglich, zu einer konvergenten Lösung zu gelangen. Als Anfangsbedingungen wurden die Werte von den Zwischenlösungen in das Strömungsfeld eingelesen. Diese Vorgangsweise erwies sich durch moderate Steigerung der Eintrittsgeschwindigkeit von Zwischenlösung zu Zwischenlösung als zielführend. Als Grenzwert für die Drucksteigerung mittels der Eintrittsgeschwindigkeit konnte in etwa eine Druckverhältnisänderung von 0.2 von Zwischenlösung zu Zwischenlösung angegeben werden, die bei höheren zu berechnenden Druckverhältnissen etwas kleiner wurde.

8.5.3 Lösungsverfahren – *solver*

Der verwendete Gleichungslöser hat auf die Konvergenz, die benötigte Rechenzeit und den benötigten Hauptspeicherbedarf eines Rechenlaufes einen entscheidenden Einfluß. Als einziger

solver für kompressible Strömungsprobleme ist in der vorliegenden Version des Programmpaketes *FIDAP* der sog. *segregated solver* erlaubt. Dieser Gleichungslöser teilt im Gegensatz zu anderen Lösungsalgorithmen (z.B. *Successive Substitution, Newton–Raphson, Modified Newton, Quasi–Newton*, siehe [8]), die das gesamte aufgestellte lineare Gleichungssystem auf einmal lösen, dieses in mehrere kleinere lineare Systeme auf. Gelöst werden diese Systeme mittels direkter Gauß'scher Elimination. Durch das Aufteilen des Systemes benötigt der *segregated solver* bedeutend weniger Hauptspeicher als die anderen Löser. Ebenso erreicht man damit bei größeren 2-D Problemen eine beträchtliche Verringerung der Rechenzeit. Der *segregated solver* bietet zusätzlich die Möglichkeit, anstelle der Gauß'schen Elimination die oben erwähnten kleineren Gleichungssysteme iterativ zu lösen, was zu einer Reduktion des Speicherbedarfs von ca. 50% bzw. der Rechenzeit von ca. 60% in Relation zur voreingestellten Art, das gesamte Gleichungssystem mittels Gauß'scher Elimination zu lösen, führt.
Eine weitere Möglichkeit, den Konvergenzprozesses zu stabilisieren, ist das Aktivieren des Einflusses der Kompressibilität des Fluids in den Gleichungen erst nach einer gewissen vorgegebenen Anzahl von Iterationen. Als günstig haben sich ca. 15 Anfangsiterationen erwiesen.

8.5.4 Konvergenz–Kriterium

Als Abbruchbedingung gilt für den *segregated solver*:

$$\frac{\|u_i - u_{i-1}\|}{\|u_i\|} \leq DTOL \tag{8.27}$$

Diese Gleichung stellt den relativen Fehler des momentanen Lösungsvektors $\mathbf{u_i}$ zum vorangegangenen $\mathbf{u_{i-1}}$ dar. Wenn dieser den Wert der Abbruchschranke $DTOL$ unterschreitet, wird die Lösung als konvergiert betrachtet. Mit der verwendeten Abbruchschranke von $5.0 \cdot 10^{-4}$ konnte in den meisten Rechenläufen nach etwa $700 \div 900$ Iterationen Konvergenz erreicht werden. Die benötigten Rechenzeiten pro Iterationsschritt lagen im Bereich von 35 bis 48 Sekunden, in Abhängigkeit der Knotenanzahl der verwendeten F-E Netze.

Kapitel 9

Berechnungsergebnisse

Die numerische Simulation der Labyrinthströmung wurde einerseits durchgeführt um grundsätzlichen Einblick in die Strömung durch die untersuchten Labyrinthe zu erhalten, und andererseits um zu untersuchen, inwieweit es möglich ist, die durch Messung ermittelten C_D-Werte nachzuvollziehen bzw. vorauszuberechnen. Das Interesse des Anwenders ist letztlich auf wenige das Labyrinth charakterisierende Kennzahlen konzentriert, die es ihm ermöglichen, diese im Auslegungsprozeß schnell und einfach anzuwenden. Zur Beurteilung des Durchflußverhaltens kann der in dieser Arbeit verwendete Durchflußbeiwert C_D herangezogen werden. Zur Ermittlung der Durchflußbeiwerte wurden einerseits Versuche durchgeführt und andererseits die Finite-Elemente Methode (F-E) eingesetzt. Die Zuverlässigkeit des bei der Bestimmung der Beiwerte verwendeten Programmes kann nur durch Messungen beurteilt werden. Im vorliegenden Kapitel erfolgt daher der Vergleich der aus den berechneten Feldwerten gebildeten Kennzahlen mit entsprechenden Daten aus den experimentellen Untersuchungen.

Die nachfolgenden Ergebnisse wurden aus Berechnungen gewonnen, bei denen der Rotor stillstand und sich in der zentrischen Lage befand. Vorgestellt werden die errechneten C_D-Werte und der Massenstrom $\dot{m}$ als Funktion des anliegenden Druckverhältnisses, sowie der Druckverlauf im jeweiligen Labyrinth. Untersucht wurden Durchblicklabyrinthe mit sechs Dichtspitzen am Rotor und Vollabyrinthe mit elf Dichtspitzen (sechs am Rotor und fünf am Stator). Hierbei wurde die Spaltweite (s/a=0.0833, s/a=0.1167 und s/a=0.1667 für Durchblick- und Vollabyrinthe) und über die Eintrittsgeschwindigkeit das Druckverhältnis variiert.

In den Abbildungen 9.7 bis 9.18 auf den Seiten 118 bis 120 sind die Ergebnisse für die untersuchten Durchblicklabyrinthe dargestellt. Während die Berechnungsergebnisse für die Spaltweite s/a=0.0833 sehr gute Übereinstimmungen mit den Meßdaten aufweisen (+5%), so treten bei den beiden größeren Spaltweiten Abweichungen von bis zu ca.+20% auf. Der Grund dafür liegt in einer Überbetonung des Druckabfalles in der ersten Wirbelkammer durch das F-E Programm. Qualitativ wird der Druckverlauf auch bei großem *carry-over* Effekt gut wiedergegeben. Dies betrifft vor allem den starken Wiederanstieg des Druckes bei der Spaltweite s/a=0.1667 in der zweiten Kammer (Abb. 9.18). Die Ursache für den starken Druckabfall in der ersten Kammer der Durchblicklabyrinthe liegt im Überströmen der ersten Dichtspitze. In den Abbildungen 9.1 bis 9.3 auf Seite 116 ist qualitativ der Geschwindigkeitsverlauf im Bereich vom Labyrintheintritt bis zur dritten Dichtspitze dargestellt. Verglichen werden die Strömungen in den drei untersuchten Labyrinthen bei einem anliegenden Druckverhältnis von π=1.7. (Die rote Farbe entspricht hohen, und die blaue Farbe geringen Geschwindigkeiten). Es zeigt sich ein deutliches Ablösen der Strömung im Bereich der Dichtspitzen, sowie die sich in Strömungsrichtung drehenden Wirbel in den einzelnen Kammern. Die kinetische Energie wird in der ersten Kammer bei der Spaltweite s/a=0.0833 gut verwirbelt – erkennbar am

Abnehmen der Geschwindigkeit in Richtung zweiter Dichtspitze. Es kommt zu einer neuerlichen Beschleunigung des Fluids über der zweiten Spitze. Mit steigender Spaltweite wird ein starker Strahl erkennbar, der sich von der ersten Dichtspitze bis weit in die zweite Kammer erstreckt. Deutlich ist das Überströmen des ersten Dichtspaltes bei der größten Spaltweite zu erkennen.

Die Berechnungsergebnisse für die untersuchten Vollabyrinthe weisen im Vergleich zu den Durchblicklabyrinthen bei allen Spaltweiten eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Meßdaten auf. Die Abweichungen liegen im Bereich von $5 \div 8\%$. Interessante strömungstechnische Details sind in den Abbildungen 9.4 bis 9.6 auf der Seite 117 zu sehen. Verglichen werden hierbei die Strömungen bei einem Druckverhältnis von $\pi=2$. Bei allen Spaltweiten bilden sich ausgeprägte Wirbel in den einzelnen Kammern aus. Die Umlenkung der Strömung erfolgt bei der geringsten Spaltweite in den Ecken der Kammern mit einem sehr kleinen Radius. Dieser Umlenkungsradius steigt mit steigender Spaltweite an. Dies wird vor allem in der ersten Kammer deutlich sichtbar. Die Ablösung der Strömung an den Dichtspitzen wird mit steigender Spaltweite immer ausgeprägter. Bei der größten Spaltweite beginnt das Gebiet mit hoher Strömungsgeschwindigkeit erst nach dem Dichtstreifen während es bei der kleinsten Spaltweite bereits unter bzw. über dem Dichtspalt beginnt. Ebenso bilden sich mit zunehmender Spaltweite Gebiete mit höherer Strömungsgeschwindigkeit entlang der Seitenwände der Dichtstreifen aus.
Eine Darstellung des gesamten Rechengebietes ist aufgrund des großen Verhältnisses von Bauhöhe (a=6mm) und Gesamtlänge des Rechengebietes ($\sim$ 120mm) kaum möglich. Es wurde deshalb darauf verzichtet.

Die mit Hilfe der numerischen Simulation erhaltenen Ergebnisse bestätigen im wesentlichen die Einsetzbarkeit des Finiten-Elemente Verfahrens zur Berechnung von Labyrinthströmungen bzw. von Durchflußbeiwerten. Mit Ausnahme der Durchblicklabyrinthe mit größeren Spaltweiten ($\sim$ +20%), bei denen bereits ein *carry-over* Effekt einsetzt, weisen die durch Berechnung ermittelten Beiwerte im Vergleich zu den experimentell ermittelten eine max. Abweichung von ca.+5% (max.+8%) auf.
Das deutet darauf hin, daß das in dieser Arbeit verwendete Berechnungsverfahren durchaus zur Auslegung von Labyrinthdichtungen Verwendung finden kann. Allerdings sollte bei Durchblicklabyrinthen darauf geachtet werden, daß nur Spaltweiten simuliert werden, bei denen noch kein allzu großer *carry-over*-Effekt auftritt. Bei Vollabyrinthen können aufgrund der gezeigten Berechnungen auch wesentlich größerere Spaltweiten simuliert werden, da auch die Berechnungsergebnisse bei größeren Spaltweiten eine sehr gute Übereinstimmung mit Meßdaten aufweisen. So könnten Parameterstudien durchgeführt werden, bei denen bei konstanter Spaltweite die geometrischen Abmessungen eines Labyrinthes (Kammertiefe, Kammerbreite, Dichtstreifenstärke ...) so optimiert werden, daß das Labyrinth einen minimalen Leckmassenstrom aufweist.

9.1 Strömungsbilder

9.1.1 Durchblicklabyrinthe

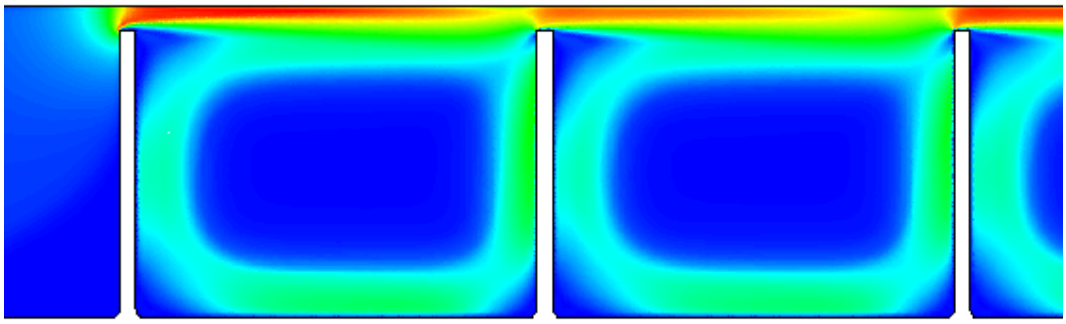

Abbildung 9.1: D805: Geschwindigkeitsplot π ~1.7, s/a=0.0833

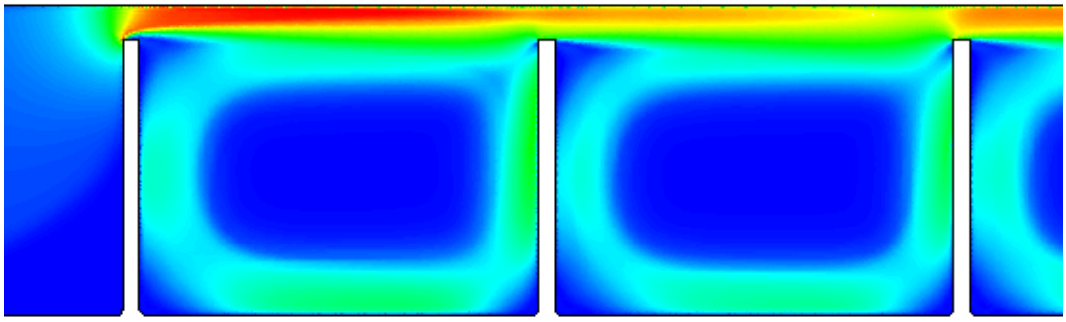

Abbildung 9.2: D807: Geschwindigkeitsplot π ~1.7, s/a=0.1167

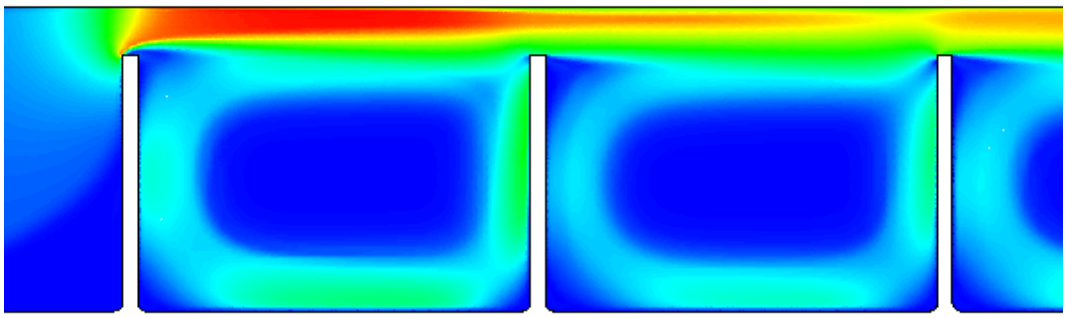

Abbildung 9.3: D810: Geschwindigkeitsplot π ~1.7, s/a=0.1667

9.1.2 Vollabyrinthe

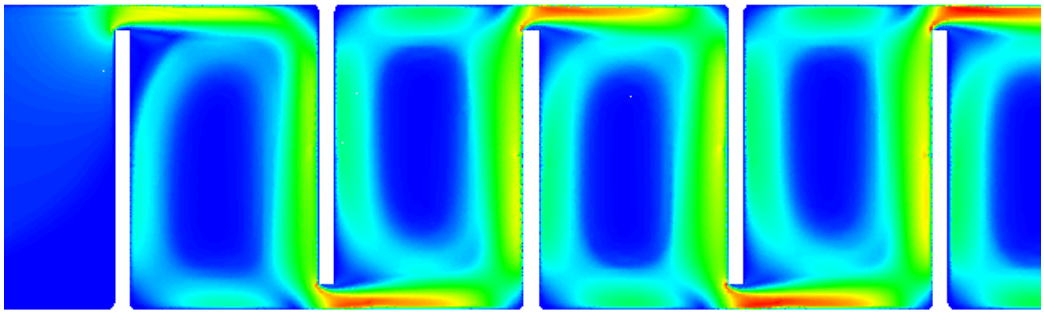

Abbildung 9.4: V805: Geschwindigkeitsplot π ~2.0, s/a=0.0833

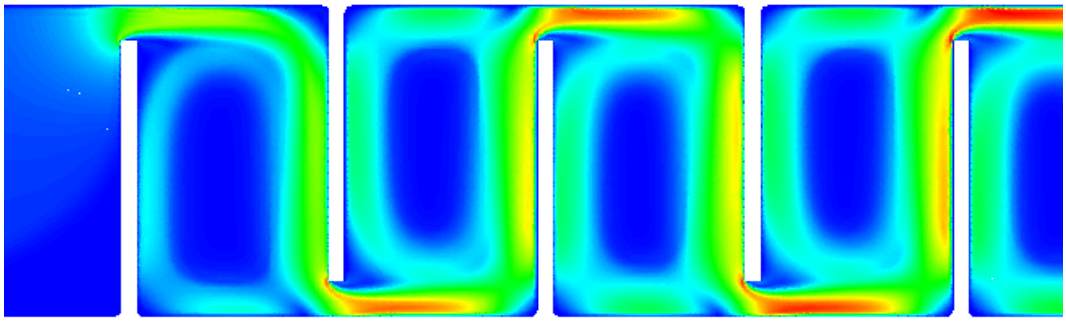

Abbildung 9.5: V807: Geschwindigkeitsplot π ~2.0, s/a=0.1167

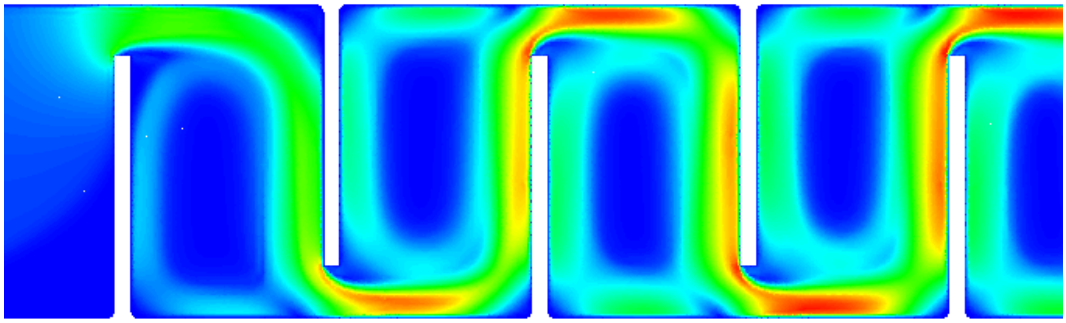

Abbildung 9.6: V810: Geschwindigkeitsplot π ~2.0, s/a=0.1667

9.2 Durchblicklabyrinthe: Vergleich Berechnung - Messung

9.2.1 Durchblicklabyrinth s=0.5mm

FE-Netz D805 (s/a=0.0833)

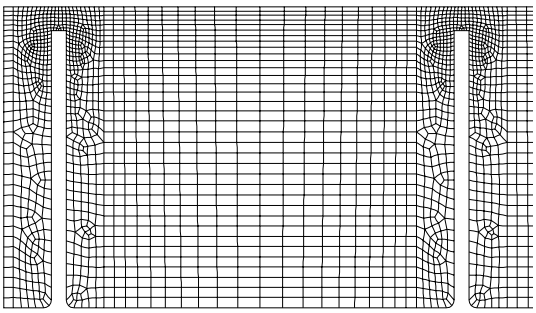

Abbildung 9.7: D805: F-E Netz s/a=0.0833

Das verwendete Netz bestand aus 11320 9-knotigen Elementen bzw. 42011 Knotenpunkten. Über und um die Dichtstreifen wurde ein unstrukturiertes Netz verwendet. Am Ein- und Austritt bzw. in den Kammern wurde strukturiert vernetzt.

C_D-Wert, Massenstrom $\dot{m}$ und Kammerdruckverlauf

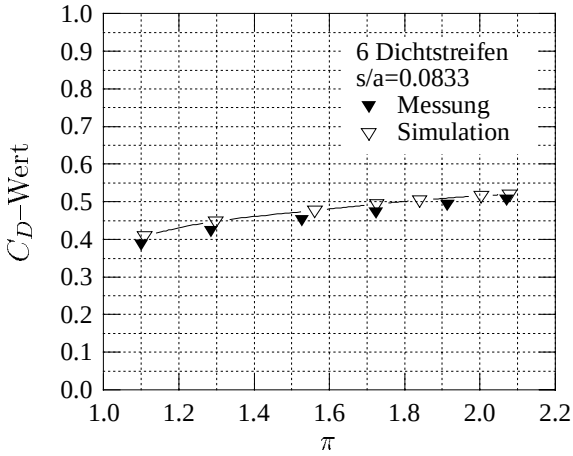

Abbildung 9.8: D805: C_D-Wert

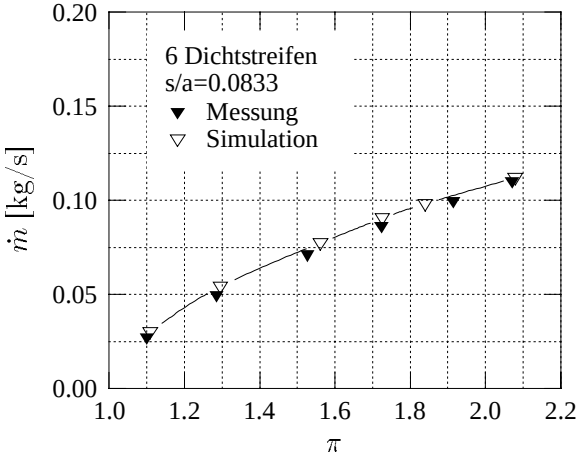

Abbildung 9.9: D805: Massenstrom

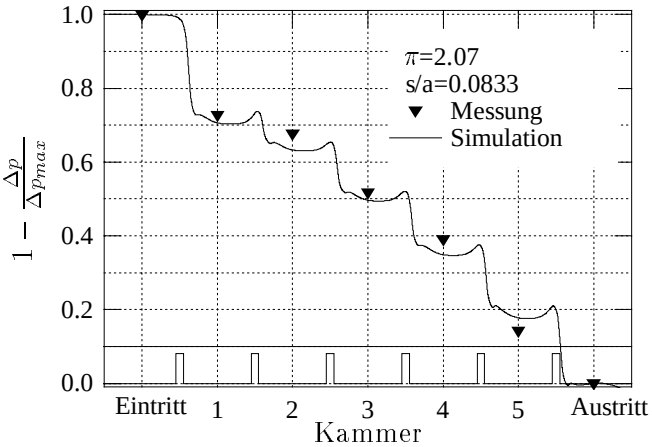

Abbildung 9.10: D805: Kammerdruckverlauf

9.2.2 Durchblicklabyrinth s=0.7mm

FE-Netz D807 (s/a=0.1167)

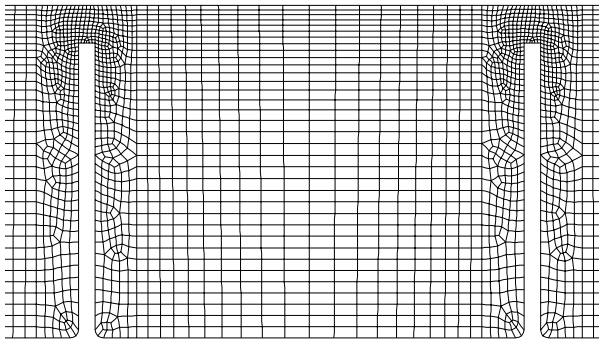

Abbildung 9.11: D807: F-E Netz s/a=0.1167

Das verwendete Netz bestand aus 11656 9-knotigen Elementen bzw. 43355 Knotenpunkten.

C_D-Wert, Massenstrom $\dot{m}$ und Kammerdruckverlauf

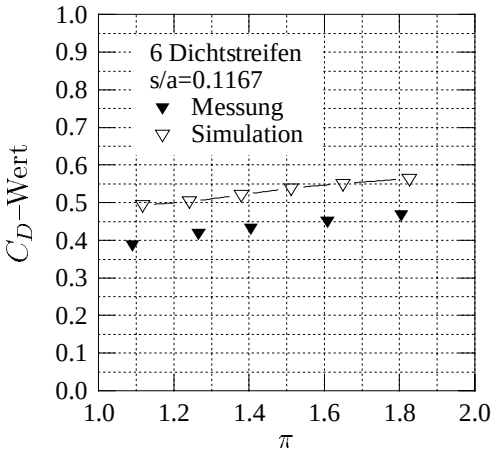

Abbildung 9.12: D807: C_D-Wert

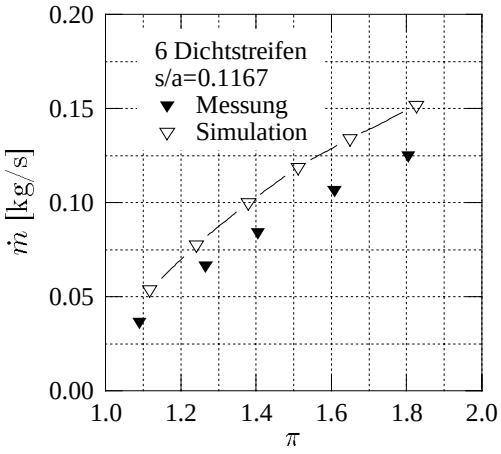

Abbildung 9.13: D807: Massenstrom

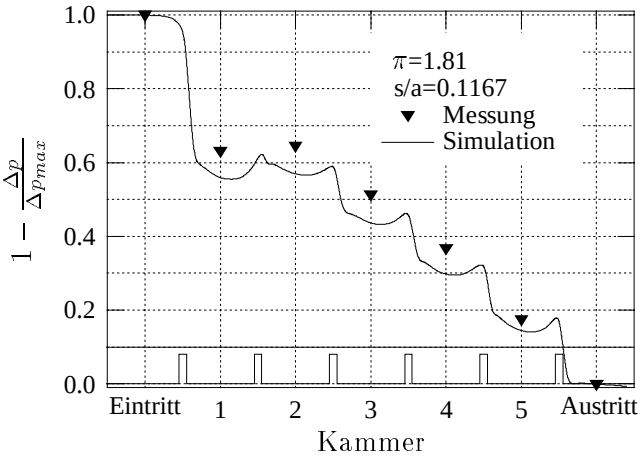

Abbildung 9.14: D807: Kammerdruckverlauf

9.2.3 Durchblicklabyrinth s=1.0mm

FE-Netz D810 (s/a=0.1667)

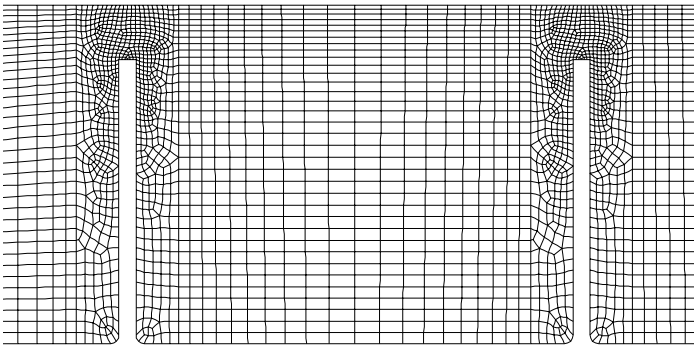

Abbildung 9.15: D810: F-E Netz s/a=0.1667

Das verwendete Netz bestand aus 12040 9-knotigen Elementen bzw. 44891 Knotenpunkten.

C_D-Wert, Massenstrom $\dot{m}$ und Kammerdruckverlauf

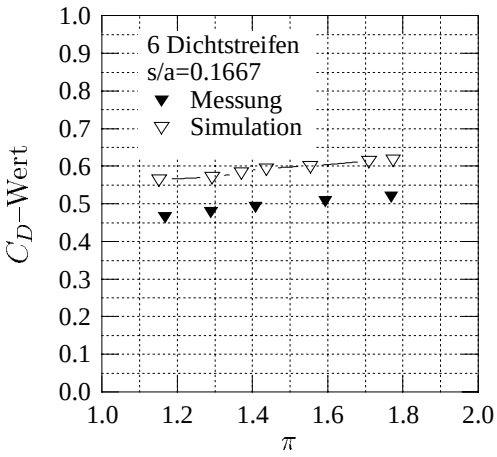

Abbildung 9.16: D810: C_D-Wert

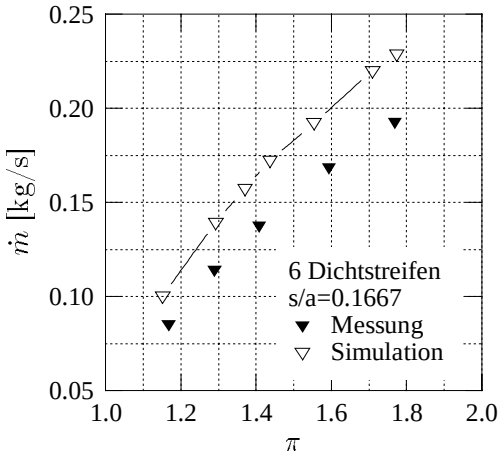

Abbildung 9.17: D810: Massenstrom

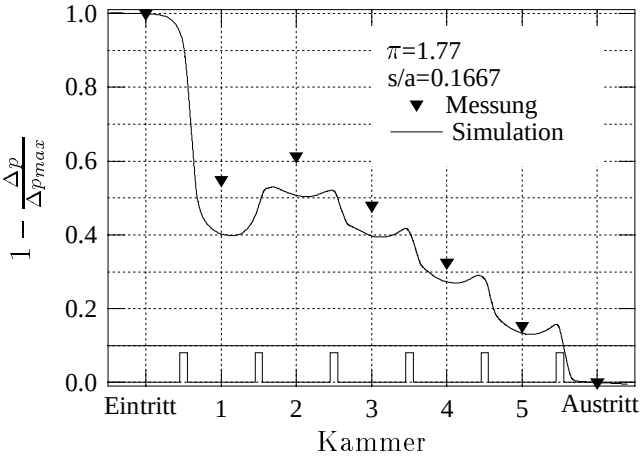

Abbildung 9.18: D810: Kammerdruckverlauf

9.3 Vollabyrinthe: Vergleich Berechnung - Messung

9.3.1 Vollabyrinth s=0.5mm

FE-Netz V805 (s/a=0.0833)

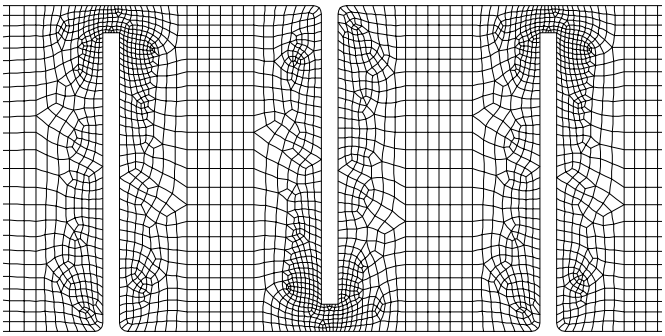

Abbildung 9.19: V805: F-E Netz s/a=0.0833

Das verwendete Netz bestand aus 12488 9-knotigen Elementen bzw. 45333 Knotenpunkten.

C_D-Wert, Massenstrom $\dot{m}$ und Kammerdruckverlauf

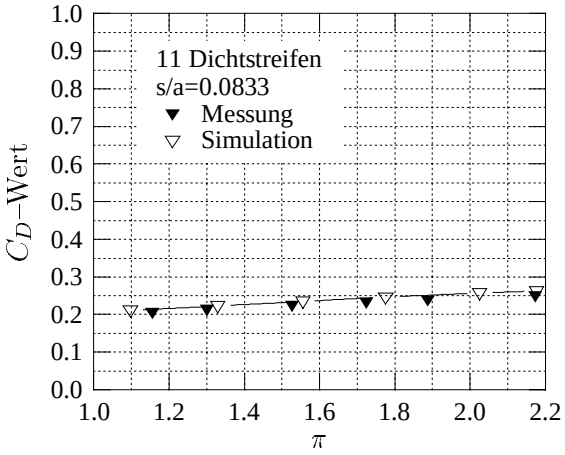

Abbildung 9.20: V805: C_D-Wert

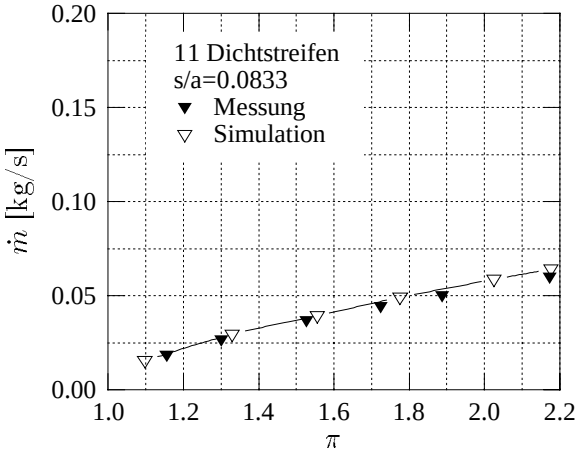

Abbildung 9.21: V805: Massenstrom

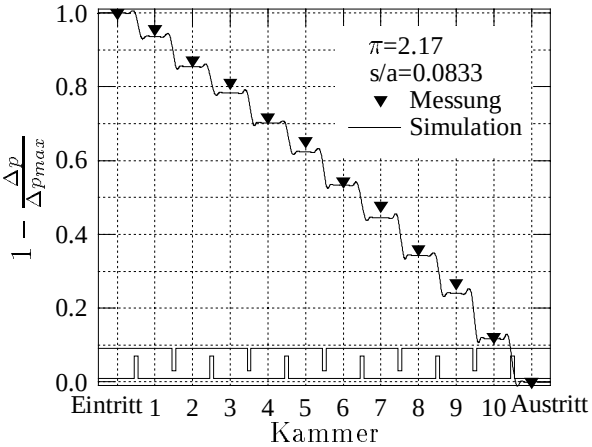

Abbildung 9.22: V805: Kammerdruckverlauf

9.3.2 Vollabyrinth s=0.7mm

FE-Netz V807 (s/a=0.1167)

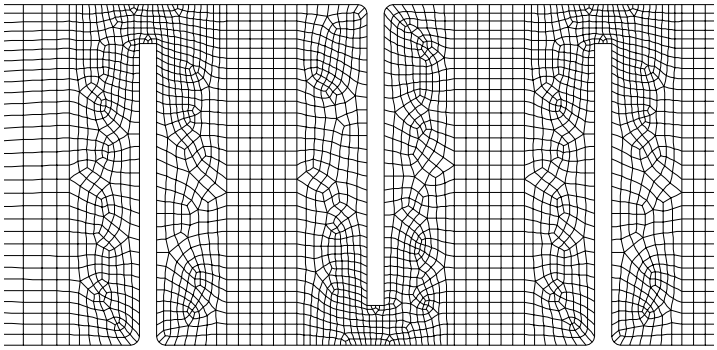

Abbildung 9.23: V807: F-E Netz s/a=0.1167

Das verwendete Netz bestand aus 12604 9-knotigen Elementen bzw. 46289 Knotenpunkten.

C_D-Wert, Massenstrom $\dot{m}$ und Kammerdruckverlauf

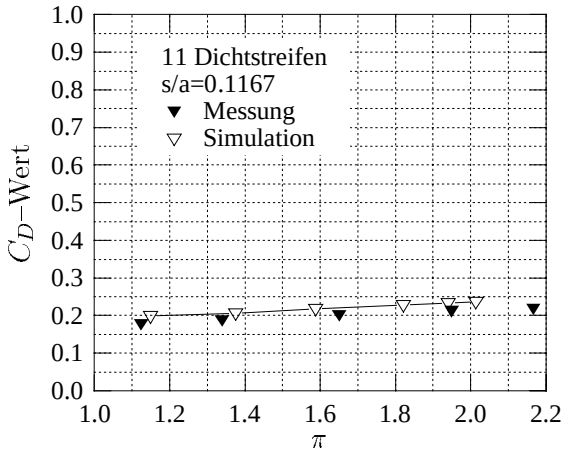

Abbildung 9.24: V807: C_D-Wert

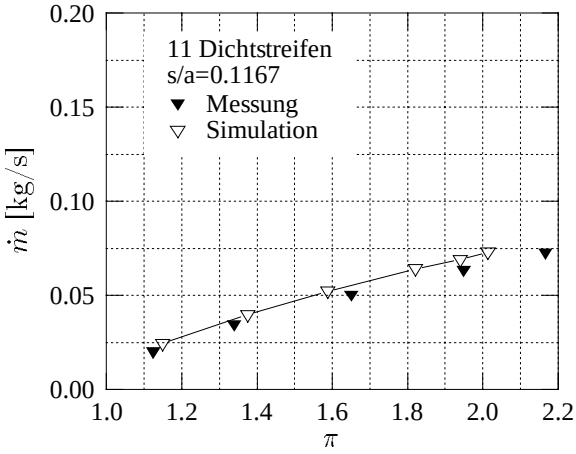

Abbildung 9.25: V807: Massenstrom

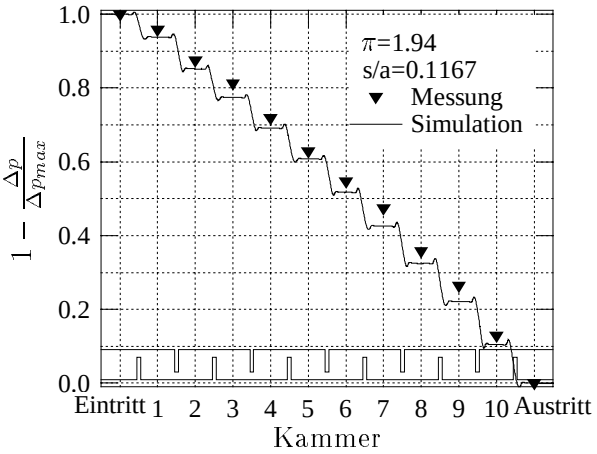

Abbildung 9.26: V807: Kammerdruckverlauf

9.3.3 Vollabyrinth s=1.0mm

FE-Netz V810 (s/a=0.1667)

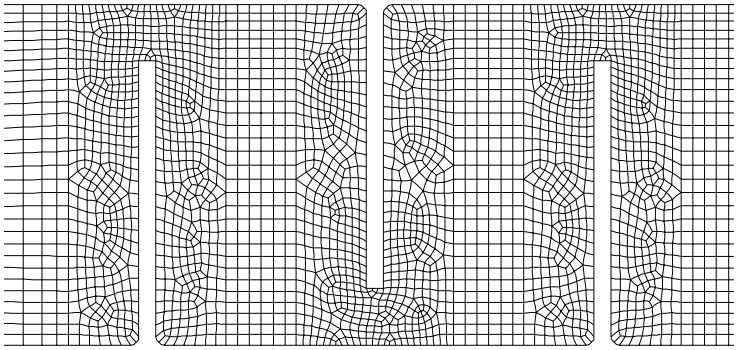

Abbildung 9.27: V810: F-E Netz s/a=0.1667

Das verwendete Netz bestand aus 12179 9-knotigen Elementen bzw. 44721 Knotenpunkten.

C_D-Wert, Massenstrom $\dot{m}$ und Kammerdruckverlauf

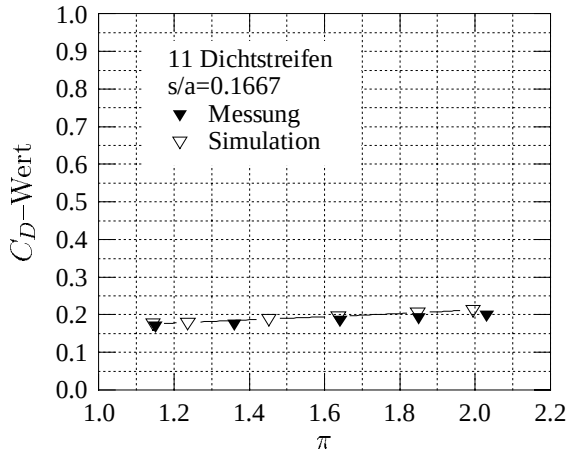

Abbildung 9.28: V810: C_D-Wert

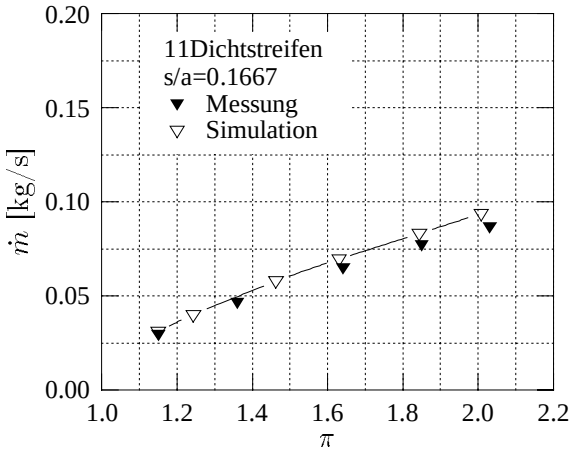

Abbildung 9.29: V810: Massenstrom

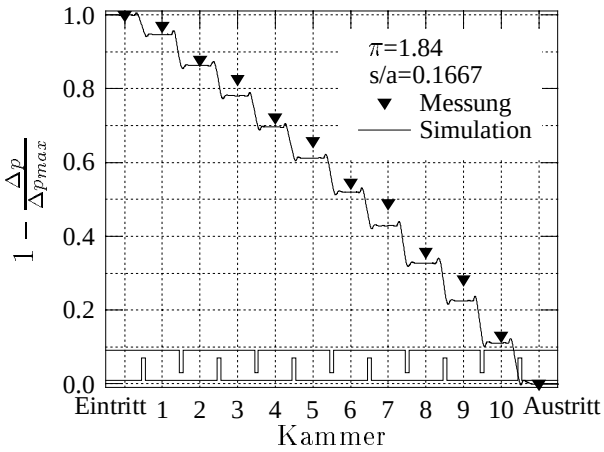

Abbildung 9.30: V810: Kammerdruckverlauf

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden umfangreiche experimentelle Untersuchungen zum Durchflußverhalten von Durchblick- und Vollabyrinthen durchgeführt. Parallel dazu wurde mit Hilfe eines kommerziellen Finite-Elemente Programmpaketes versucht, die durch Messungen ermittelten Durchflußbeiwerte für stillstehenden Rotor in zentrischer Lage vorauszuberechnen bzw. nachzuvollziehen.
Besonderes Interesse galt dabei im **experimentellen Teil** dieser Arbeit dem Einfluß von mehreren Parametern, welche dreidimensionale Effekte hervorrufen, wie der Exzentrizität des Rotors, eines Gleich- bzw. Gegendralles der Zuströmung, sowie der Rotation des Rotors auf das Leckageverhalten der oben erwähnten Dichtungen bei unterschiedlichen Spaltweiten. Im Falle der Exzentrizität wurde zwischen Parallelauslenkung und symmetrischer Schiefstellung des Rotors unterschieden, wobei bei der symmetrischen Schiefstellung jeweils der erste und der letzte Dichtstreifen dieselbe relative Exzentrizität aufwies.
Die Versuchslabyrinthe wurden so gewählt, daß sie sowohl geometrische Ähnlichkeit (der Durchmesser des Rotors (ø300mm), die Breite der eingestemmten Dichtstreifen (0.3mm), deren Teilung, sowie die untersuchten Spaltweiten (0.5mm, 0.7mm und 1.0mm bei den Durchblicklabyrinthen und bei den Vollabyrinthen)), als auch strömungstechnische Ähnlichkeit (Umfangsgeschwindigkeit des Rotors) mit Labyrinthen in realen Maschinen aufwiesen. Dies stand im Gegensatz zu von anderen Forschern in den letzten Jahren veröffentlichten Untersuchungen z.B., [59], die an vergrößerten Modellen durchgeführt wurden. Die Meßdaten wurden bei Druckverhältnissen von $\pi \sim 1.1$ bis zu $\pi \sim 2.1$ aufgenommen. Die max. Drehzahl bei den Rotationsversuchen betrug ca. 5700Umin^{-1}, was einer Umfangsgeschwindigkeit des Rotors von ca. 90m/s entsprach. Bei den Gleich- bzw. Gegendrallversuchen konnte dem Fluid bei maximalem Druckverhältnis mit Hilfe von tangentialen Zuströmdüsen eine Umfangskomponente erteilt werden, die annähernd der maximalen Umfangsgeschwindigkeit des Rotors gleichzusetzen war.

Durchblicklabyrinthe: Die Messungen an den Durchblicklabyrinthen ergaben bezüglich der Exzentrizität bei **Parallelauslenkung** des Rotors generell eine Zunahme des Leckmassenstromes von bis zu 17%, die sich mit zunehmender Spaltweite etwas verringerte. Das Durchblicklabyrinth mit der größten Spaltweite (s/a=0.1667) erwies sich bis zu einer relativen Exzentrizität von e=0.5 als unempfindlich gegen eine Parallelauslenkung. Gegensätzlich dazu bewirkte eine symmetrische **Schiefstellung** des Rotors eine Massenstromabnahme. Während bei der kleinsten Spaltweite kein Einfluß der Schiefstellung beobachtet werden konnte, nahm der Massenstrom mit steigender Spaltweite kontinuierlich ab und verringerte sich bei der größten Spaltweite bei maximaler Schiefstellung um ca. 16%.
Der Einfluß der **Rotation** äußerte sich generell in einer Massenstromabnahme. Quantitativ verringerte sich der Massenstrom bei der kleinsten Spaltweite um ca. 8% und bei der größten

im Abhängigkeit des Druckverhältnisses um ca. 5−1%. Versuche bei parallelausgelenktem bzw. schiefgestelltem Rotor mit Rotation zeigten, daß sich die Größe des Rotationseffektes von dem Parameter Exzentrizität als unabhängig erwies.
Gleich- bzw. Gegendrallversuche ergaben bei den Durchblicklabyrinthen qualitativ für alle Spaltweiten dieselben Ergebnisse. Während der Gleichdrall generell eine Zunahme des Massenstromes bewirkte, äußerte sich ein Gegendrall durch geringe Abnahme des Leckmassenstromes. Aus den Diagrammen mit u_w/c_u als Abszisse und $\Delta\mu$ als Ordinate läßt sich entnehmen, daß bei s/a=0.0833 die Massenstromzunahme im Bereich von u_w=c_u ein Maximum erreichte, d.h., wenn die Umfangskomponente der Zuströmung dem Betrag und der Richtung (Gleichdrall) nach in etwa gleich der Umfangskomponente des Rotors bzw. der Dichtspitzen war. Für s/a=0.1167 stieg der Massenstrom bei Gleichdrall ebenfalls im Bereich von u_w/c_u=$0 \div 1$ stark an. Der Gegendrall bewirkte bei allem untersuchten Spaltweiten eine Massenstromabnahme, die sich bei s/a=0.1667 am deutlichsten zeigte.
Äußerst deutlich konnte durch Messung des Kammerdruckverlaufes das in der Literatur als *carry-over* Effekt bezeichnete Überstrahlen der ersten Dichtspitze beobachtet werden. Dies bewirkte mit zunehmender Spaltweite einen starken Druckabfall von bis zu 50% des vorhandenen Gesamtdruckverhältnisses nach der ersten Dichtspitze. Bei der größten Spaltweite wurde ein leichter Wiederanstieg des Druckes in der zweiten Kammer gemessen. Eine Auswirkung der Rotation auf den Druckverlauf konnte nicht beobachtet werden.

Vollabyrinthe: Bei den Vollabyrinthen ergaben die Messungen im Vergleich zu den Durchblicklabyrinthen zum Teil ein gegensätzliches Verhalten, was das Durchflußverhalten aufgrund der verschiedenen Parametern betrifft. So bewirkte die **Parallelauslenkung** eine Abnahme des Massenstromes von bis zu 6%. Es ergaben die Messungen bei allen Vollabyrinthen bei einer Exzentrizität von e=0.75 eine geringe Abnahme des Massenstromes von etwa 2%. Die symmetrische **Schiefstellung** bewirkte ein Ansteigen des Leckmassenstromes. Bei der jeweils maximal möglichen Schiefstellung, die aufgrund der Spaltweite und der Teilung für die einzelnen Labyrinthe unterschiedlich war, ergaben die Messungen eine Zunahme der Leckage von etwa 10–16%.
Die Rotation des Rotors verursachte eine ähnlich geringe Massenstromabnahme wie die Parallelauslenkung, etwa 2%. Dieser geringe Effekt war auch bei Versuchen mit parallelausgelenktem, sowie auch bei schiefgestelltem Rotor zu messen. Auffallend war ein leichtes Ansteigen des Massenstromes bei geringer mit einem nachfolgendem Absinken desselben bei hoher Umfangsgeschwindigkeit.
Die Meßergebnisse bezüglich einer Auswirkung eines **Gleich- bzw Gegendrall**s auf den Leckmassenstrom zeigten, daß sowohl Gleich- als auch Gegendrall eine Massenstromzunahme im Vergleich zu rein axialer Zuströmung bewirkten. Bei s/a=0.0833 und s/a=0.1167 können in den Meßdatenverläufen für Gleichdrall relative Maxima erkannt werden, die im Bereich von $u_w/c_u \sim 0.5 \div 1$ liegen und vom anliegenden Druckverhältnis bzw. der Umfangskomponente der Zuströmung c_u abhängen. Bei Gegendrall liegen die relativen Maxima im Bereich von $u_w/c_u \sim -0.7 \div -1.5$. Die Massenstromzunahme zufolge eines Gegendralls liegt jedoch deutlich unter jener zufolge eines Gleichdralls.

Zusammenfassend sollen die wichtigsten qualitativen Ergebnisse der Messungen an den beiden unterschiedlichen Labyrintharten in der nachfolgenden Tabelle zusammengefaßt und einander gegenübergestellt werden.

zunehmende Einflußgröße	**Durchblick-labyrinthe**	**Voll-labyrinthe**
Parallelauslenkung	$\uparrow$	$\downarrow$
Schiefstellung	$\downarrow$	$\uparrow$
Rotation	$\downarrow$	$\downarrow$
Gleichdrall	$\uparrow$	$\uparrow$
Gegendrall	$\downarrow$	$\uparrow$

$\uparrow \ldots$ Massenstromzunahme $+\Delta\dot{m}$
$\downarrow \ldots$ Massenstromabnahme $-\Delta\dot{m}$

Tabelle 10.1: Qualitative Meßergebnisse

Bei der Interpretation der dargestellten Tabelle ist zu beachten, daß die beiden Labyrinthtypen nicht direkt miteinander vergleichbar sind, da sie sich in der Anzahl der Dichtstreifen und in der Kammerbreite doch erheblich unterscheiden.
Im zweiten Teil der Arbeit wurde mit Hilfe eines **numerischen Berechnungsverfahrens** die stationäre, rotationssymmetrische, kompressible und turbulente Strömung in Labyrinthdichtungen berechnet. Dabei wurde das Hauptaugenmerk nicht auf die Bestimmung und Berechnung von einzelnen Feldgrößen (Geschwindigkeiten, Temperatur, Druck, turbulente kinetische Energie und deren Dissipationsrate) gelegt. Die genaue Verteilung der einzelnen Strömungsgrößen war von untergeordnetem Interesse. Vielmehr wurde die Berechnung der Labyrinthströmung bzw. des Leckmassenstromes aus der Sicht eines Anwenders gesehen, dessen Interesse hauptsächlich in der Berechnung von globalen Kenngrößen, die das jeweilig betrachtete Labyrinth kennzeichnen, liegt. Vor diesem Hintergrund ist auch die Verwendung eines kommerziellen Programmpaketes bzw. Berechnungsverfahrens, das aufgrund von Arbeiten wie die vorliegende auf seine Einsetzbarkeit überprüft wurde, anstelle eines eigens für die Berechnung von Labyrinthströmungen erstellten Programmes zu rechtfertigen. Während bisherige Forschungsarbeiten, wie [4, 17, 35, 42, 43, 50, 64] und [65] einerseits die Finite-Differenzen Methode und andererseits die Finite-Volumen Methode zur Berechnung anwendeten, so wurde in dieser Arbeit erstmals die Finite-Elemente Methode verwendet.
Da am hiesigen Institut die Anwendung eines Finite-Volumen Programmes bei anderen strömungstechnischen Berechnungen gute Ergebnisse lieferte [46], wurde zu Beginn der Arbeit versucht, die Finite-Volumen Methode auch auf die Labyrinthströmung anzuwenden. Aufgrund der komplexen Labyrinthgeometrie traten jedoch bei der Netzerstellung schon bald erhebliche Probleme auf. Da die Finite-Volumen Methode zu Beginn dieser Arbeit nur strukturierte Netze erlaubte, war es äußerst schwierig, den Bereich um die Dichtspitzen ausreichend fein mit Gitterpunkten zu belegen. Wie schon mehrfach erwähnt, lag das Hauptproblem bei der Vernetzung von Labyrinthen in den großen Unterschieden der geometrischen Abmessungen von einzelnen Bereichen, wie z.B das Verhältnis von Bauhöhe zu Spaltweite. Das langfristig gesteckte Ziel bei der Netzerstellung lag jedoch darin, das Eingabefile für die jeweils zu berechnende Labyrinthart, Durchblick- bzw. Vollabyrinth, so zu parametrisieren, daß in Hinblick auf zukünftige Arbeiten durch einfaches Variieren der Labyrinthabmessungen, auf schnellem Wege unterschiedliche Konfigurationen simuliert werden können. Im speziellen wurde hierbei das Verändern der Spaltweite, aber auch im weiteren die Möglichkeit des Veränderns der Bauhöhe, der Kammerbreite, der Teilung, der Dichtstreifenbreite, der Länge des Eintritts- bzw. des Austrittsbereiches, sowie der Anzahl der Dichtstreifen berücksichtigt. Durch diese Vorgangsweise war gewährleistet, daß der für die Erstellung eines Eingabefiles für ein Rechennetz benötigte doch erhebliche Zeitaufwand auf ein Minimum reduziert werden

konnte, da nur geringfügige Korrekturen von einzelnen Gitterbereichen der Netze bei veränderter Labyrinthgeometrie nötig waren. Voraussetzung für das Erreichen des oben genannten Zieles war jedoch das Verwenden von unstrukturierten Netzen, wodurch einerseits problematische Bereiche, wie der Bereich um die Dichtspitzen und die Übergangsgebiete von grobem zu feinem Netz, sehr leicht vernetzt werden können, und andererseits unnötiger Speicherbedarf und damit auch der benötigte Rechenzeitbedarf vermieden bzw. reduziert werden kann. Eine ausschließliche Verwendung von strukturierten Netzen bei Labyrinthen führt zwangsweise aufgrund der Beschränkung auf topologische Vierecke zu einer Reihe von viel zu fein vernetzten Bereichen (unnötiger Speicherbedarf). Ebenso sind die Übergänge von den feinzu den grobvernetzten Bereichen nur sehr schwer zu verwirklichen. Da zu Beginn dieser Arbeit nur Finite-Elemente Methoden unstrukturierte Netze zuließen, wodurch das Vernetzen von Labyrinthgeometrien erheblich erleichtert wurde, fiel die Entscheidung zugunsten dieser Methode.

Im **numerischen Teil dieser Arbeit** wurden ausschließlich Konfigurationen mit stillstehendem Rotor in zentrischer Lage simuliert. Von der numerischen Untersuchung der dreidimensionalen Effekte, wie Parallelauslenkung und Schiefstellung des Rotors, wurde aus Hardwaregründen abgesehen. Das Lösen des Gleichungssystems, das aufgrund einer dreidimensionalen Vernetzung entstehen würde, wäre mit der derzeitig zur Verfügung stehenden Hardware aus Zeit- und Speicherbedarfsgründen nicht vertretbar. Somit konnten nur Konfigurationen numerisch untersucht werden, die aufgrund der zentrischen Lage des Rotors auf ein rotationssymmetrisches Strömungsproblem reduziert werden konnten, was zu einem ebenen Rechengitter führte. Zur Berechnung der quasi-dreidimensionalen, stationären, kompressiblen und turbulenten Strömung wurde ein Zylinderkoordinatensystem verwendet, wodurch die Unterschiede in den durchströmten Flächen (Vollabyrinthe) berücksichtigt werden konnten, was mit einem karthesischen Koordinatensystem nicht möglich gewesen wäre. Die mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente berechneten Durchflußbeiwerte wurden mit den durch Messung ermittelten Beiwerten verglichen. Bei den **Durchblicklabyrinthen** stimmten die Berechnungsergebnisse bei s/a=0.0833 quantitativ und qualitativ sehr gut mit den Meßdaten überein. Die errechneten Werte lagen maximal 5% über den gemessenen. Bei den beiden Durchblicklabyrinthen mit größerer Spaltweite (s/a=0.1167 und s/a=0.1667), bei denen ein merklicher *carry-over* Effekt auftrat, stimmten die Berechnungsergebnisse qualitativ gut mit den Messungen überein. So wurde bei beiden Labyrinthen der starke Druckabfall zufolge des *carry-over* Effektes über der ersten Dichtspitze, sowie bei s/a=0.1667 der Wiederanstieg des Druckes in der zweiten Kammer numerisch berechnet. Quantitativ betrug die Abweichung der berechneten Durchflußbeiwerte im Vergleich zu den gemessenen etwa +20%.
Die numerische Simulation der **Vollabyrinthe** ergab für alle untersuchten Spaltweiten eine sehr gute Übereinstimmung mit den Meßdaten. Dies traf sowohl für die Druckverläufe in den Kammern als auch für die Durchflußbeiwerte zu. Die berechneten Werte lagen ca. 5-8% über den gemessenen. Es ist anzumerken, daß die numerischen Ergebnisse unter der Verwendung des *Standard* k/ε*-Modells* ermittelt wurden, wobei bewußt keinerlei Änderungen der voreingestellten Konstanten für dieses Modell vorgenommen wurden. Es war nicht Ziel dieser Arbeit, durch Ändern der Konstanten möglicherweise eine bessere Übereinstimmung von Meß- und Berechnungsergebnissen zu erzielen, sondern die praktische Anwendbarkeit dieses Modelles auf Labyrinthströmungen zu überprüfen.
Mit dieser Arbeit liegen eine Reihe von Erkenntnissen vor, die in der praktischen Auslegung von Labyrinthdichtungen ihre Anwendung finden könnten. Im Besonderen wurde nachgewiesen, daß die numerische Simulation, basierend auf der Methode der Finiten-Elemente, bei der Auslegung von Voll-, aber auch von Durchblicklabyrinthen mit kleinen Spaltweiten einsetzbar ist.

Vorschläge für weitere Arbeiten

1. Das verwendete Berechnungsverfahren bietet die Möglichkeit, umfangreiche Parameterstudien bezüglich einer optimalen Geometrie von Labyrinthdichtungen kostengünstig durchzuführen, denen nach einer Vorauswahl aufgrund der Berechnungsergebnisse gezielte Versuche nachfolgen sollten. Dadurch könnten aufwendige und umfangreiche Versuchsreihen stark eingeschränkt werden. Ausgangspunkt für Durchblick- und Vollabyrinthe wären die in dieser Arbeit erstellten parametrisierten Eingabefiles.

2. In der Literatur steht kaum eine direkte Gegenüberstellung bezüglich des Dichtverhaltens von verschiedenen Labyrinthtypen zur Verfügung. Dazu könnten numerische Untersuchungen an Durchblick-, Voll-, Kamm-Nut-, sowie Stufenlabyrinthen, sowohl divergente wie auch konvergente, durchgeführt werden, wobei die Spaltweite und die Anzahl der Dichtstreifen gleich sein sollte, wie auch möglichst darauf geachtet werden sollte, daß die übrigen Abmessungen miteinander annähernd vergleichbar sind.

3. Die Berechnung der Labyrinthströmung unter Berücksichtigung der Rotation fand bisher noch wenig Beachtung. In diesem Zusammenhang müßte überprüft werden, ob dieser dreidimensionale Effekt mit Hilfe eines ebenen Gitters überhaupt nachgewiesen werden kann.

4. Die Auswirkung von Gleich- und Gegendrall der Zuströmung auf den Leckmassenstrom könnte detaillierter untersucht werden. Dazu müßte der vorhandene Prüfstand so adaptiert werden, daß es möglich wird, bei konstanten Druckverhältnissen die Kennzahl u_w/c_u gezielt zu variieren.

5. Die Auswirkungen von dreidimensionalen Effekten auf das Durchflußverhalten konnten bisher fast ausschließlich nur mittels experimenteller Methoden nachgewiesen werden. Aufgrund der geringen Abmessungen von Labyrinthdichtungen ist es äußerst schwer, detaillierte Einblicke in die Labyrinthströmung auf dem experimentellen Wege zu erhalten. Hier könnte man im Zuge der stetigen Weiterentwicklung auf dem Hard- und Softwaresektor die Vorteile der numerischen Simulation nutzen und so interessante Einblicke in die dreidimensionale Strömung gewinnen.

Abbildungsverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] Beitz, W., und Küttner, K. *Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 14. Auflage.* Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1981.

[2] Benckert, H., und Wachter, J. Investigations on the Mass Flow and Flow induced Forces in contactless Seals of Turbomachines. *Proceedings of the 6th Conference on Fluid Machinery, Budapest 1979* (1979), S.57–66.

[3] Brownell, J. B., Millward, J. A., und Parker, R. J. Nonintrusiv Investigations Into Life-Size Labyrinth Seal Flow Fields. *Trans. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.111, Apr.89* (1989), S.335–342.

[4] Demko, J. A., Morrison, G. L., und Rhode, D. L. The Prediction and Measurement of incompressible Flow in a Labyrinth Seal. *Trans. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.111, Oct.89* (1989), S.697–702.

[5] Dörr, L. *Modellmessungen und Berechnungen zum Durchflußverhalten von Durchblicklabyrinthen unter Berücksichtigung der Übertragbarkeit.* Diss. Universität (TH) Karlsruhe, 1985.

[6] Egli, A. The Leakage of Steam Through Labyrinth Seals. *Trans. ASME 57* (1935), S.115–122.

[7] Escher-Wyss. Escher Wyss Mitteilungen, Vol.23/24, S.14, 1950/51.

[8] FDI. *FIDAP 7.52 Manuals.* Fluid Dynamics International, Evanston, 1995.

[9] Gercke, M. J. Berechnung der Ausflußmengen von Labyrinthdichtungen. *Die Wärme, Band 57* (1934), S.513–517.

[10] Görtler, H. *Dimensionsanalyse, Theorie der physikalischen Dimensionen mit Anwendungen.* Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1975.

[11] Gretler, W. *Strömungslehre, Vorlesungsskriptum, 4. Auflage.* Institut für Strömungslehre und Gasdynamik, Technische Universität Graz, 1983.

[12] Groddeck, K.-H. Probleme der berührungsfreien Hochdruck–Stopfbuchsen. *Forsch. Ing.–Wes., Band 23, Heft 5* (1957), S.183–195.

[13] Grünagel, E. Kantenwiderstand von Schaufelreihen. *Forsch. Ing.–Wes., Band 9, Heft 4* (1938), S.187–196.

[14] Hartmann, W. Messung von Stopfbuchsverlusten. *Forschung Band 13, Heft 4* (1942), S.165–168.

[15] Hodkinson, B. Estimation of Leakage through a Labyrinth Gland. *Proc. Instn. Mech. Engrs. 141* (1939), S.283–288.

[16] Hughes, W. F., und Gaylord, E. W. *Basic Equations of Engineering science.* McGraw Hill Book Company, Schaum's outline series, New York, St.Louis, San Francisco, Toronto, Sydney, 1964.

[17] Jacobsen, K. *Experimentelle Untersuchungen zum Durchfluß und Wärmeübergang in Durchblick- und Stufenlabyrinthen.* Diss. Universität Karlsruhe, 1987.

[18] Kearton, W. J. The Flow of Air through Radial Labyrinth Glands. *Proc. of The Institution of Mech. Engineers, Vol.169* (1955), S.539–550.

[19] Kearton, W. J., und Keh, T. H. Leakage of air through labyrinth glands of staggered type. *Proceedings Instn. Mech. Engrs. 166* (1952), S.180–188.

[20] Keller, C. Strömungsversuche an Labyrinthdichtungen für Dampfturbinen. *Escher Wyss Mitt. 7* (1934), S.9–13.

[21] Keller, C. Labyrinthströmungen bei Turbomaschinen. *Escher Wyss Mitt. 8* (1935), S.160–166.

[22] Koenig, H. A., und Bowley, W. W. Labyrinth Seal Analysis. *Trans. ASME Journal of Lubrication Technology* (1972), S.5–11.

[23] Komotori, K. Flow Observations in the Labyrinth Packing. *Proc. of the Fujihara Memorial Faculty of Engineering, Keio University, Tokyo 9, Nr.33* (1956), S.1–9.

[24] Komotori, K. Probleme bei Labyrinth–Stopfbüchsen. *Proc. of the Fujihara Memorial Faculty of Engng., Keio University, Japan, Vol.14, Nr.54* (1961), S.1–48.

[25] Komotori, K., und Mori, H. Leakage Characteristics of Labyrinth Seals. *Conference, Warwick, England, Paper E4* (1971).

[26] Komotori, K., und Myake, K. Leakage characteristics of labyrinth seals with high rotating speed. *Tokyo Gas Turbine Congress* (1977), S.371–380.

[27] Launder, B. E., und Spalding, D. B. The numerical computation of turbulent flows. *Computer methods in applied mechanics and Engineering 3, North-Holland Publishing Company* (1974), S.269–289.

[28] Martin, H. M. Labyrinth Packings. *Engineering* (1908), S.35–36.

[29] Martin, H. M. Steam Leakage in Dummies of the Ljungstrom Type. *Engineering* (1919), S.1–3.

[30] Martin, O. Der Labyrinthdampf und sein Einfluß auf die Wirtschaftlichkeit großer Dampfturbinen. *Energie 8* (1956), S.240–244,255–259.

[31] Martin, P. *Beitrag zur Durchflußberechnung von Spaltdichtungen.* Diss. Universität (TH) Karlsruhe, 1967.

[32] Martin, P. Beitrag zur Durchflußberechnungen von Spaltdichtungen. *Wärme Band 77, Heft 5* (1967), S.112–124.

[33] Neumann, K. Zur Frage der Verwendung von Durchblickdichtungen im Dampfturbinenbau. *Maschinenbautechnik 13, Heft 4* (1964), S.188–195.

[34] Neumann, K. Untersuchungen von Wellendichtungen für Dampfturbinen bei hohen Parametern. *Maschinenbautechnik 15, Heft 1* (1966), S.27–31.

[35] Ortinger, W. *Numerische Berechnung der Strömung in Labyrinthdichtungen und deren Auswirkung auf die Querkräfte an der Welle.* Fortschr.-Ber. VDI-Verlag, Reihe 7: Strömungstechnik, Nr.231, 1993.

[36] Patankar, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

[37] Profos, P. *Meßfehler, Eine Einführung in die Meßtheorie.* Teubner Studienbücher, B.G. Teubner Stuttgart, 1984.

[38] Rhode, D., und Johnson, J. Flow Visualisation and Leakage Measurements of Stepped Labyrinth Seals; Part 1: Annular Groove. *ASME–Conference 96-GT-136, Birmingham, UK* (1996).

[39] Rhode, D., Younger, J., und Wernig, M. Flow Visualisation and Leakage Measurements of Stepped Labyrinth Seals; Part 2: Sloping Surfaces. *ASME–Conference 96-GT-137, Birmingham, UK* (1996).

[40] Rhode, D. L., und Sobolik, S. R. Simulation of Subsonic Flow Through a Generic Labyrinth Seal. *Trans. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Oct.86, Vol.108* (1986), S.674–680.

[41] Rodi, W. *Numerische Berechnung turbulenter Strömungen in Forschung und Praxis.* Unterlagen zum Kurzlehrgang: Universität Karlsruhe, 15 Beiträge, 1984.

[42] Schelling, U. *Numerische Berechnung kompressibler Strömungen mit Wärmeübergang in Labyrinthdichtungen.* Diss. Universität Karlsruhe, 1988.

[43] Scherer, T. *Grundlagen und Voraussetzungen der numerischen Beschreibung von Durchfluß und Wärmeübergang in rotierenden Labyrinthdichtungen.* Diss. Universität Karlsruhe, 1994.

[44] Schlichting, H. *Grenzschicht–Theorie.* Verlag G. Braun, 5. Auflage, Karlsruhe, 1965.

[45] Schneckenberg, E. Der Durchfluß von Wasser durch konzentrische und exzentrische zylindrische Drosselspalte mit und ohne Ringnuten. *Zeitschrift f. angew. Math. u. Mech., Band 11 Heft 1* (1931), S.27–40.

[46] Sengschmied, F. *Ein Beitrag zur Entwicklung einer druckbeaufschlagten Brennkammer für die zweistufige Verbrennung von Holzstaub.* Diss. Technische Universität Wien, 1995.

[47] Steckel, J. *Experimentelle Untersuchungen zum Durchfluß- und Radialkraftverhalten einer Labyrinthdichtung.* Fortschr.-Ber. VDI-Verlag, Reihe 7: Strömungstechnik, Nr.238, 1994.

[48] Stetter, H. *Messtechnik an Maschinen und Anlagen.* B.G. Teubner Stuttgart, 1992.

[49] Stocker, H. L. Advanced labyrinth seal design performance for high pressure ratio gas turbines. *ASME Paper No. 75-WA/GT-22* (1975).

[50] Stoff, H. Incompressible Flow in a Labyrinth Seal. *J. Fluid Mech., Vol.100, Part 4* (1980), S.817–829.

[51] Thieleke, G. *Experimentelle und theoretische Untersuchung der Strömungskräfte in Labyrinthdichtungen von Turbomaschinen.* Diss. Universität Stuttgart, 1991.

[52] Thieleke, G., und Stetter, H. Strömungskräfte in Dichtlabyrinthen von Turbomaschinen. *BWK Band 43, Nr. 1/2* (1991), S.81–85.

[53] Trutnovsky, K. Labyrinthspalte und ihre Anwendung im Kolbenmaschinenbau. *Forsch. Ing.–Wes. 8* (1937), S.131–143.

[54] Trutnovsky, K. Untersuchungen an berührungsfreien Dichtungen. *Konstruktion 6* (1954), S.389–392.

[55] Trutnovsky, K. *Berührungsfreie Dichtungen, Grundlagen und Anwendungen der Strömung durch Spalte und Labyrinthe.* VDI-Verlag Düsseldorf GmbH, 2.Auflage, 1964.

[56] Trutnovsky, K., und Komotori, K. *Berührungsfreie Dichtungen.* VDI-Verlag Düsseldorf GmbH, 4.Auflage, 1981.

[57] VDI. *VDI-Wärmeatlas, Berechnungsblätter für den Wärmeübergang.* VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 4.Auflage, 1984.

[58] Vermes, G. A Fluid Mechanics Approach to the Labyrinth Seal Problem. *Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, Vol.83, Apr.61* (1961), S.161–169.

[59] Waschka, W. *Zum Einfluß der Rotation auf das Durchfluß- und Wärmeübergangsverhalten in Labyrinthdichtungen und Wellendurchführungen.* Diss. Universität Karlsruhe, 1991.

[60] Waschka, W., Wittig, S., und Kim, S. Influence of High Rotating Speeds on the Heat Transfer and Discharge Coefficients in Labyrinth Seals. *ASME–90-GT-330, Brussels, Belgium* (1990).

[61] Wilcox, D. C. *Turbulence Modeling for CFD.* DCW Industries, Inc., La Canada, California, 1993.

[62] Winkhaus, A. Dampfverlust in Labyrinthdichtungen. *Zeitschrift VDI,Band 66* (1922), S.804–807.

[63] Winkler, H. Untersuchungen über das Verhalten berührungsloser Dichtungen, insbesondere Durchblick-Stopfbüchsen für Turbomaschinen. *Wiss. Zeitschrift, TH Dresden, Band 7* (1957/58), S.35–65.

[64] Wittig, S., Kim, S., Waschka, W., und Scherer, T. *Wärmeübergang in Labyrinthen–Rotierende Labyrinthdichtungen; Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Einfluß der Rotation auf Durchfluß und Wärmeübergang in Wellendurchführungen und Labyrinthdichtungen.* Abschlußbericht Forschungsvorhaben Nr.377 und 424, 1990.

[65] Wittig, S., Schelling, U., Kim, S., und Jacobson, K. Numerical Prediction and Measurements of Discharge Coefficients in Labyrinth Seals. *ASME–Conference 87-GT-188, Anaheim, California* (1987).

[66] Yamada, Y. On the Pressure Loss of Flow between Rotating Co-Axial Cylinders with Rectangular Grooves. *Bulletin of JSME 5, Nr.20* (1962), S.642–651.

[67] Zabriskie, W., und Sternlicht, B. Labyrinth–Seal Leakage Analysis. *Trans. ASME, Journal of Basic Engineering* (1959), S.332–336.

[68] Zimmermann, H. Some Aerodynamic Aspect of Engine Secondary Air Systems. *ASME–89-GT-209, Toronto, Ontario, Canada* (1989).

[69] Zimmermann, H., und Wolff, K. H. Comparison Between Empirical and Numerical Labyrinth Flow Correlations. *ASME–87-GT-86, Anaheim, California* (1987).

Lebenslauf

Name:	Klaus Leeb
geboren am:	18.08.1966
in:	Waiern/Feldkirchen (Kärnten)
als Sohn von:	Rosemarie und Leonhard Leeb
Familienstand	ledig
1972 – 1976	Volksschule in St.Ulrich/Feldkirchen
1976 – 1977	Hauptschule 4 in Feldkirchen
1977 – 1985	Bundesgymnasium am Völkermarkterring 27, Klagenfurt Schulzweig: Realistisches Gymnasium
Juni 1985	Reifeprüfung
1985 – 1992	Diplomstudium Maschinenbau an der Technischen Universität Graz Studienzweig: Strömungsmaschinen
1/1993 – 8/1993	Präsenzdienst
seit Jänner 1994	Universitätsassistent am Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen der Technischen Universität Wien