close-up

不確定性関係をめぐる攻防

長谷川祐司

はじめに

微視的な世界を記述する量子力学は，黒体放射のスペクトルを説明するために，「光のエネルギーは連続的ではなく非連続的な値をとる」としたエネルギー量子仮説を，プランク（Max Planck）が提唱したことに端を発する。その後，アインシュタイン（Albert Einstein）はこの量子化の概念を用いて，「光の量子である光子1個のエネルギーEは，プランク定数hと振動数νによって$E=h\nu$で与えられる」とする，光を粒子として理解する光量子仮説を発表した。この説は，ヤング（Thomas Young）の干渉実験やマクスウェル（James Clerk Maxwell）たちによる電磁場としての光波のとり扱いのもとになる，従来の波としての光の理解と真っ向から反するものであった。さらに，「光子1個の運動量pは，進行方向に，光速cと波長λで，$p=h\nu/c=h/\lambda$で与えられる」とする光子の運動量は，X線による電子の散乱の観察からコンプトン効果が発見されたことによって確認された。

このようにして始まった量子力学はその後，ボーア（Niels Bohr）が量子条件の仮説に基づく原子模型を提唱し，水素原子の離散スペクトルを説明できるまでになった。またド・ブロイ（Louis de Broglie）は，「電子のような“微視的な粒子”は，粒子の運動量p，質量mと速度vにより$\lambda=h/p=h/mv$で与えられる波長の，物質波の性質をもちうる」ことを提唱した。この物質波の性質は，電子線の回折や干渉として観測された。さらに物質波に起因する現象は，電子にかぎらず中性子，原子，そして複合分子の領域でも観測されるようになってきた。光子の場合はいわずもがな，電子や中性子のように“粒子”とみられてきた物質さえも，粒子と波の両方の性質をもちうることは，古典力学ではまったく予想されなかったことであり，粒子と波動の2重性という，量子力学の特徴の1つとして知られている。この段階の量子力学の新規性は，古典力学では一見背反する，粒子性と波動性の両方の性質をもちうる“量子”という概念の導入にあったといえる。

量子力学の次の段階は，ハイゼンベルク（Werner Heisenberg）の行列力学とシュレーディンガー（Erwin Schrödinger）の波動力学による，基本方程式の構築であった。この2つの表式は，一見すると異なるようにみえるが，この違いは表面的な違いにすぎず，両者が数学的に等価であることは後に証明された。これらの表式は後にディラック（Paul Dirac）やフォン・ノイマン（John von Neumann）たちの研究により，数学的な基礎の裏づけを得た。

このような発展の過程で，現象論的な理論上の記述は大方認められつつも，量子力学の解釈に関しては統一見解が得られず，大きな議論が巻き起こった。もっとも初期の，そしてもっとも広く知られている解釈は，量子力学の創始者の1人であるボーアが開いた理論物理学研究所の立地にちなんで名づけられた，“コペンハーゲン解釈”である。この解釈によると，量子力学で扱われる微視的な世界では，さまざまな“状態”が並行して存在し，これらの状態が“観測”によりある1つの状態に“収束”する。そのさい，途中の状態はたんに便宜的なものであり，さらに観測結果がどの状態になるかはまったく確率的な出来事で，量子力学からは何の説明も得られない。すなわち，量子力学は客観的な実在に関して言及するものではなく，ただたんに測定結果に関する確率を与えるだけだというのである。この確率解釈に対して，アインシュタインは「神はさいころを振らない」といって嫌悪感を表し，シュレーディンガーは生きていながら死んでいるという“シュレーディンガーの猫”の思考実験を通して批判した。この量子力学の解釈問題は，哲学の存在論や認識論にも影響を及ぼし，現在もいまだ統一的な見解にいたっていない[1)]。

このように発展してきた量子力学だが，解釈問題が未解決であるのみならず，長年信じられてきた基本原理に誤りがあることが最近の研究でわかった。すなわち，量子力学が扱う微視的な系に特有な基本的性質として，80年以上もの間広く信じられてきた，ハイゼンベルクが導入した“不確定性関係”に誤りがあることが明らかになったのである。微視的な世界の現象を記述する量子力学が内包する“物理量の不決定性”に関する不確定原理は，量子力学の授業のごく初めの段階で紹介され，少なくない学生が証明に疑問を抱きつつも，この原理を受け入れることを教えられる。今回の研究では，この“疑問”に誠実に対処し，新たな突破口を見いだした。この研究の結果は学術論文誌のみならず一般の新聞でも報道され，世間を沸かせるきわ立った研究成果であることをうかがわせている。ここでは，このハイゼンベルクの不確定性関係の破れに関する研究を紹介しよう。

000-000_09_close-up.indd 2　12/09/13 12:11

＊1　ジョイント測定

†　「今月のキーワード」(p.00) 参照。

新旧の不確定性関係

不確定性原理は，量子力学的な測定では粒子の反跳が避けられないことから，ハイゼンベルクによって提唱された[2)]。彼は“ガンマ線顕微鏡”という思考実験を用いて，この原理を説明した〈図1〉。ここでは，電子の位置と運動量の測定を想定している。まず，電子の位置を正確に測るためには，ガンマ線のような波長の短い光が必要となる。しかし，ガンマ線は運動量も大きいので，位置の測定のさいの反跳で電子ははじき飛ばされ，運動量が変化してしまうことは避けられない。よって，電子の位置の測定の精度 $\varepsilon(Q)$，つまり“平均的な誤差”と，その測定によって引き起こされた運動量における擾乱 $\eta(P)$，つまり“連続的な変化”は

$$\varepsilon(Q)\cdot\eta(P)\sim h \qquad (1)$$

という関係を満たす程度にしか正確に測定できないことになる。この関係式によると，位置を誤差なしで測定しようとすると，その測定前の運動量がまったくわからなくなってしまい，運動量の乱れをなくして測定しようとすると，位置はまったくわからなくなってしまう。これがハイゼンベルクが提唱した，測定の誤差と擾乱に関する不確定性関係である。

上記のハイゼンベルクの不確定性関係と似ているが，意味がまったく異なる関係式が存在する。それは，ケンナード(E●●●● Kennard)やロバートソン(H●●●● Robertson)が示した[3)]，くり返し測定をしたさいに得られる統計量である標準偏差 σ に関しての，非可換なオブザーバブル(観測量)A と B に対しての不確定性関係

$$\sigma(A)\cdot\sigma(B)\geq\frac{1}{2}\left|\langle\psi|[A,B]|\psi\rangle\right| \qquad (2)$$

である。ここでは交換関係 $[A, B] = AB - BA$ を用いている。この関係式は数学的に証明され，単一スリットでの回折実験などによって説明できるが，量子状態の性質に関するものであり，2つの物理量 A と B を測定するジョイント測定[＊1]の限界とは直接関係ない。それ以外にも，情報理論から導かれた情報量の尺度である，エントロピーを用いた不確定性関係の定式化も存在する。

関係式(2)との類推で，誤差と擾乱に関する不確定性関係が

$$\varepsilon(A)\cdot\eta(B)\geq\frac{1}{2}\left|\langle\psi|[A,B]|\psi\rangle\right| \qquad (3)$$

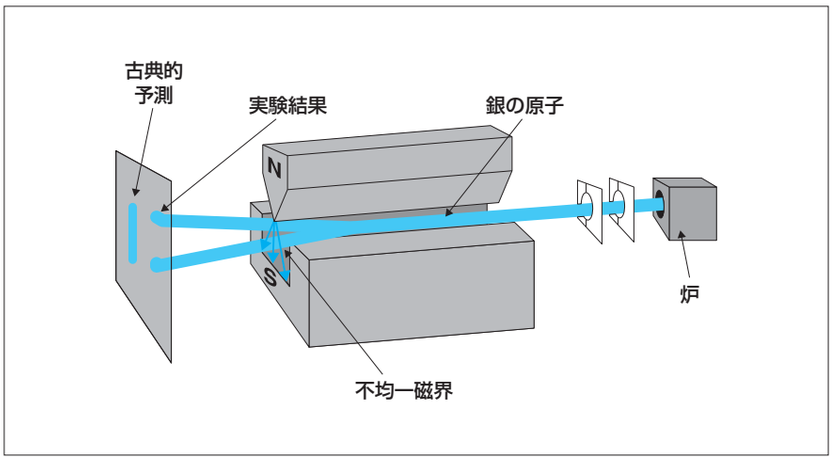
として得られると考えるのは，理にかなっているように思われる(そして多くの人がそう思ってきた)。しかし，この関係式に関しては，ハイゼンベルクが示した証明は不十分であり，限られた状況でしか成立しないことがわかってきた。量子力学における，2つの物理量 A と B を測定するジョイント測定の精度を定量的にとり扱うためには，誤差と擾乱に関する正しい不確定性関係を導出する必要がある。2003年になってようやく，厳密な量子測定のとり扱いによって，新たな関係式

$$\varepsilon(A)\cdot\eta(B)+\sigma(A)\cdot\eta(B)+\varepsilon(A)\cdot\sigma(B)\geq\frac{1}{2}\left|\langle\psi|[A,B]|\psi\rangle\right| \qquad (4)$$

が小澤正直によって示された[4)]。ここでは第2項と第3項が加わったため，測定の誤差と擾乱の積は必ずしも下限をもつとはかぎらない。すなわち，誤差と擾乱の両者とも，かぎりなく小さくできるという可能性を示唆している。小澤の不等式[†]に関してはくわしい論文[4)]や解説[5)]があるので，詳細の説明はそちらに譲る。

〈図1〉ガンマ線顕微鏡

000-000_09_close-up.indd 3　12/09/13 12:11



〈図2〉銀原子のスピンの量子化を観測した，シュテルンとゲルラッハの実験の概要

中性子とそのスピン

量子力学の検証は，可視光領域の光子や，その光子と物質との相互作用を利用したり，電子や中性子の物質波を用いて，光学的な実験として行われてきた。前者としては，情報通信技術はいわずもがな，レーザー光を用いた光学実験が多数ある。また後者のなかでは，電子の物質波の実験としてアハラノフ-ボーム効果（Aharonov-Bohm effect，AB効果）を検証した，外村彰たちの電子線ホログラフィーの実験[6]は特筆すべきである。私たちは実験手段として，中性子光学的な手法を用いている。たとえば量子干渉効果に関する実験は，干渉計という機器を用いて行っている[7,8]。この干渉計を用いて，量子論的なからみ合いに関する実験も行われている[9]。

中性子は陽子とともに，原子核の構成要素の1つであり，電荷がゼロの中性“粒子”である。この中性子は，2個のダウンクォークと1個のアップクォークで構成された複合粒子でもある。量子力学によると，中性子は粒子性と波動性の2重の性質をもつ。たとえば質量，スピン，磁気モーメント，ベータ崩壊の寿命，速度などは，中性子が粒子として示す典型的な性質である。一方，コンプトン波長，ド・ブロイ波長などは，中性子が波動として示す典型的な性質である。このような中性子は，電磁気力，重力，弱い力，強い力からなる，自然界の4つの力すべてとの相互作用がある。

今回の実験で用いたのは，中性子のスピンの測定である。スピン（正確にはスピン角運動量）はパウリ（Wolfgang Pauli）たちによって，古典的な回転運動に関係する軌道角運動量に相当する量子変数として導入された。このスピンという概念が創出される前に，シュテルン（Otto Stern）とゲルラッハ（Walther Gerlach）は，銀原子のビームが不均一磁場を通過するさいの偏位の実験を行った。この実験の概要を〈図2〉に示す。実験では，ビームが磁場を通過した後，古典論から予想されるようにたんに広がるのではなく，2つに分かれた点が観測された。これは，磁場との相互作用を示す銀原子の磁気モーメントの大きさや向きが，無作為ではなく，大きさが等しく向きが磁場に平行か反平行の2つのしかないことを示唆している。古典力学ではこの結果を説明することができないが，量子力学のスピンの概念を導入すると，磁場の方向に量子化されたスピンによる磁気モーメントの結果として，2つの分かれた点は容易に理解できる。

中性子のスピンは$s=(1/2)h$で，磁気モーメントは$\mu=-9.66\times10^{-27}$ J/Kである。このスピンは2×2のパウリ行列，あるいはスピン演算子に合ったスピノールで表され，s^2の固有値は$(3/4)h^2$である。さらに，s_zの固有値は±1/2の2つで，それぞれの固有値に相当する固有状態は“上向き（下向き）スピン（状態）”とよばれる。また，今回の実験で用いたxとy方向のスピンの測定を与えるオブザーバブルはσ_xとσ_yであり，交換関係$[\sigma_x, \sigma_y]=\sigma_x\sigma_y-\sigma_y\sigma_x=ih\sigma_z$を満たす。

新しい不確定性関係の検証実験

中性子の光学実験は，量子干渉効果を測定する干渉計を用いるほか，中性子の2つのスピン状態間の干渉を利用した中性子偏向解析装置を使っても行われている。この装置は，偏向した入射ビームを試料に照射したあとの，出射ビームの偏向を解析する機能をもつ。この偏向解析装置を使用して，私たちは以前，量子力学の基本である非可換なオブザーバブルに関する実験を行った[10]。この実験では，偏向した入射ビームが2つのスピン反転装置を通過した後の偏向状態を解析した。そしてパウリ行列σ_xとσ_zの非交換関係により，2つのスピン反転装置の順序を変えると，出射するビームの偏向が異なることを観測した。不確定性関係の源であるオブザーバブルの非交換関係を実験で示したことは，数学的には自明なことがらに“物理的な意味合い”を与えるために重要である。またこの実験が，今回の不確定性関係の実験を遂行するにあたり，理論的にも実験的にも基盤として働いた意義は強調しすぎることはない。

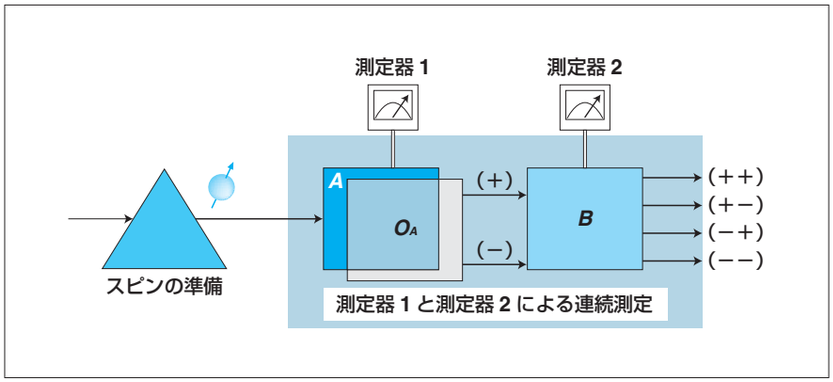
今回の新しい不確定性関係の検証実

000-000_09_close-up.indd 4　12/09/13 12:11

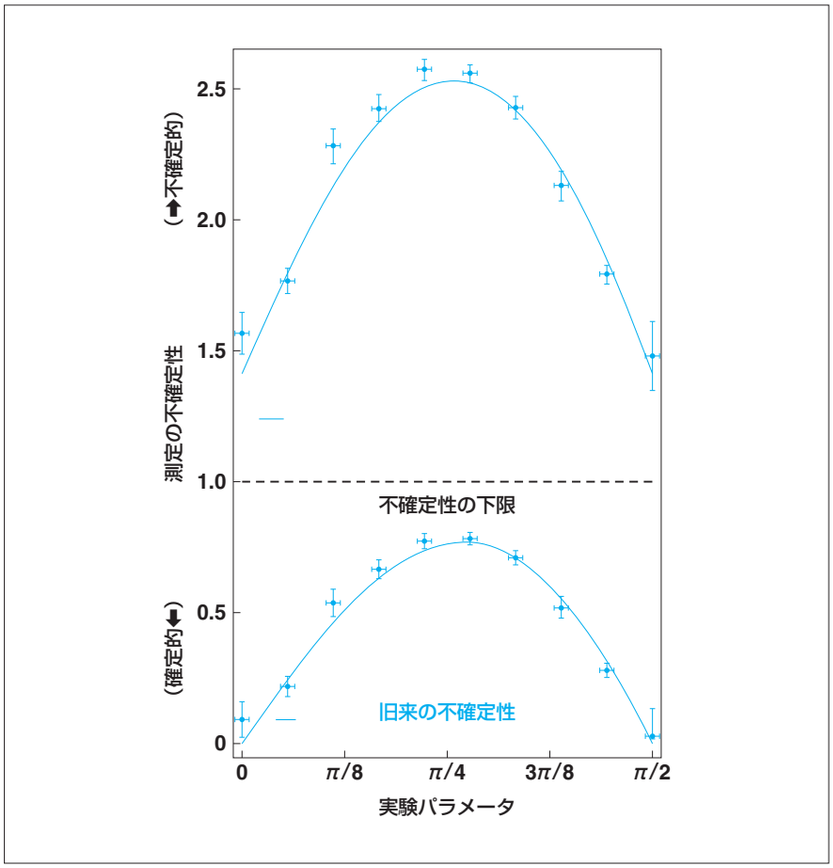
験の概念図を〈図3〉に示す[11]。この実験では，ある状態に準備されたスピンに対して，AとBの連続測定を行っている。このとき，前段の測定を“故意に”ずらして，このずれの測定誤差への寄与を決定する。また，この前段の測定によるスピンの変化を，後段の測定の擾乱として測定する。

実際の実験では，入射スピンの方向を$+z$とし，パウリ行列σ_xとσ_yで表される，中性子の1/2スピンのxとy成分の測定における，測定誤差と擾乱に関する不確定性関係を調べた。これは，関係式(3)と(4)の違いをもっとも顕著にみせるための判断である。測定はウィーン工科大学原子研究所の研究用原子炉を利用して行った。前段の測定における故意のずれは，この実験では，x方向からy方向にかけての方位角を実験パラメーターとして調整した。得られた実験データから，測定誤差$\varepsilon(A)$，擾乱$\eta(B)$，さらに標準偏差$\sigma(A)$と$\sigma(B)$を決定した。

今回の実験の目的は，実験結果がハイゼンベルクの不確定性関係(3)と小澤による新たな不確定性関係(4)のどちらを満たすかを示すことである。実験データから計算した，関係式(3)の左項であるハイゼンベルクの積$\varepsilon(A)\cdot\eta(B)$(下のほう)と，関係式(4)の左項である$\varepsilon(A)\cdot\eta(B)+\sigma(A)\cdot\eta(B)+\varepsilon(A)\cdot\sigma(B)$(上のほう)を〈図4〉にプロットした。ここでは，関係式(4)の左項がつねに下限よりも大きいことがわかる。さらに，ハイゼンベルクの積は左右の端でゼロに近づき，今回の実験の範囲ではつねに下限よりも小さいこともわかる。つまりこの実験で，ハイゼンベルクの不確定性関係(3)は成り立たず，小澤の不確定



〈図3〉検証実験の概念図



〈図4〉今回の実験における新旧の不確定性関係

ハイゼンベルクの不確定関係は左右の端でゼロに近づき，下限よりも小さい。一方，小澤の不確定関係はつねに下限よりも大きい。

000-000_09_close-up.indd 5　12/09/13 12:11

関係（4）が成り立っていることが検証された。

おわりに

筆者が量子力学の基礎研究に感銘を受け，この分野の実験的な研究を進めるために，ウィーン工科大学原子研究所の中性子干渉計を用いた物質波の干渉実験グループに参加して，20年以上の年月が過ぎた。今回紹介した，量子力学の創成期に提唱され，量子力学の基本原理として80年以上もの間広く信じられてきた不確定性関係に関する新たな展開という，大いなる成果を準“和製”で納めることができてうれしく思っている。今回の研究が，日本における量子力学の基礎研究が盛んになる，よい契機になることを願っている。そのさい，未解決である量子力学の解釈問題へのとり組みをはじめ，量子物理学の検証や新現象を求める研究が盛んに行われるようになることを期待している。

実験技術の発展にともない，数十年前まではたんなる思考実験レベルでしかなかった量子力学の予言する多くの現象が，いまでは実際に具体化されている。量子力学特有のスピン，位相，重ね合わせ，からみ合いといったことがらに関する認識も深まっている。今回紹介した旧来の不確定性を破る実験にとどまらず，量子力学の枠組の変更をも余儀なくされるような理論や実験結果が得られる時期も，そう遠くないと思われる。その過程では，“思い込み”にとらわれることなく，物理的な意味合いを正確に理解し，柔軟に熟考する態度が重要だと筆者は感じている。

★　★　★

ここで紹介した研究は，著者がウィーン工科大学において，当地の学生と行った研究の成果です。また，本研究は著者が日本科学技術振興機構（JST）の「量子と情報」でのさきがけ研究で，名古屋大学小澤正直教授と出会ったことに端を発した共同研究です。これらの関係者に感謝します。

参考文献

1) J. A Wheeler and W. H. Zurek (eds.): *Quantum Theory and Measurement*, Princeton Univ. Press (1983).
2) W. Heisenberg: Z. Phys. **43**, 172 (1927).
3) E. H. Kennard: Z. Phys. **44**, 326 (1927); H. P. Robertson: Phys. Rev. **34**, 163 (1929).
4) M. Ozawa: Phys. Rev. A **67**, 042105 (2003); Phys. Lett. A **318**, 21 (2003); Ann. Phys. (N.Y.) **311**, 350 (2004).
5) 小澤正直：日本物理学会誌 **59**, 158 (2004).
6) 外村彰：『量子力学をみる　電子線ホログラフィーの挑戦』（岩波科学ライブラリー）岩波書店（1995）.
7) H. Rauch and S. A. Werner: *Neutron interferometry*, Clarendon Press (2000).
8) Y. Hasegawa and H. Rauch: New J. Phys. **13**, 115010 (2011).
9) Y. Hasegawa *et al.*: Nature **425**, 45 (2003).
10) Y. Hasegawa and G. Badurek: Phys. Rev. A **59**, 4614 (1999).
11) J. Erhart *et al.*: Nature Physics **8**, 185 (2012).

000-000_09_close-up.indd 6　　12/09/13 12:11