

## 21. Fachtagung Schüttgutfördertechnik 2016

---

Dr. M. Egger , Dipl.-Ing. A. Haber, Dr. K. Decker

---



Dr. M. Egger  
FH- Wels, Fakultät für  
Technik und angew. Naturwissenschaften  
Fachhochschule Oberösterreich  
Stelzhamerstraße 23  
A-4600 Wels

Dipl.-Ing. A. Haber und Dr. K. Decker  
IKL, Institut für  
Konstruktionslehre und technische Logistik  
Technische Universität Wien  
Getreidemarkt 9  
A-1060 Wien



## Antriebsleistung eines Abzugförderbandes

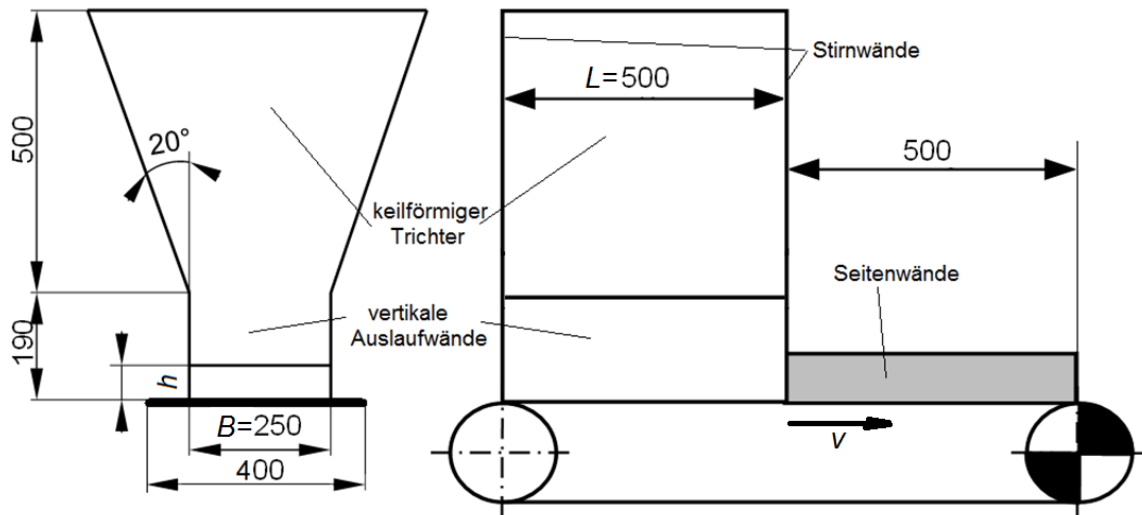
*Die physikalischen Eigenschaften eines Schüttgutes (Sand, Kies, Beton, Düngemittel, Arzneimittel,...) haben offensichtlich wesentlichen Einfluss auf dessen Verhalten bei seiner (Be)förderung bzw. Lagerung und damit auf die Auslegung einer Förderanlage. Von Interesse ist z.B. die Vorhersage des Leistungsbedarfs eines Antriebs oder die geeignete Dimensionierung eines Speichers so, dass Ausflussstörungen ausgeschlossen werden können. Im geplanten Beitrag wird das klassische analytische Auslegungsverfahren dem numerischen Simulationsverfahren gegenübergestellt. Beide Verfahren kommen exemplarisch an einem Massenflusssilos mit Abzugsförderband zum Einsatz und werden letztendlich mit Messergebnissen verglichen. Ziel ist die zuverlässige Dimensionierung der Antriebsleistung des Abzugsförderbandes.*

*Diskutiert wird, wie bei der Simulation von feinkörnigem Schüttgut mit der enormen Partikelanzahl umgegangen wird und inwieweit die Abbildung größerer Ersatzpartikel physikalisch überhaupt sinnvoll ist. Ebenfalls diskutiert wird die Zuverlässigkeit und die Vorhersagekraft der klassischen analytischen Auslegungsverfahren. Die im Zuge des geförderten Forschungsprojektes gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich der Vermessung des Schüttgutverhaltens für die klassischen Auslegungsverfahren, sowie die Parameterwahl und Kalibrierung der numerischen Simulationsmodelle werden zusammengefasst und präsentiert.*

### 1 Einleitung

Der Bandförderer zählt sicherlich zu den wichtigsten Fördermitteln, sowohl für Schütt- als auch für Stückgut. Eingesetzt, insbesondere beim Abbau von Rohstoffen für höchste Massenströme über weite Distanzen liegt sein Vorteil dabei in den geringen Bewegungswiderständen einerseits und in seiner Natur als Stetigförderer im geringen Aufwand für die Steuerung andererseits.

Für die klassische Anwendung als Fördermittel hoher Massenströme ist die Auslegungsrechnung genormt, z.B. [DIN- 01]. Davon abweichend kann das Prinzip des Bandförderers auch als Abzugsförderband eingesetzt werden. Ein relativ kurzes, umlaufendes Band fördert aus einem darüber liegenden Silo. Begründet durch die im Silo verursachte Abscherbewegung des Schüttguts stellt sich ein großer Bewegungswiderstand ein. Im Gegensatz zur klassischen Anwendung ergeben sich gänzlich andere Eigenschaften und entsprechend andere Berechnungsgrundlagen für die Auslegung werden erforderlich. Bild 1 zeigt das Prinzip des Abzugsförderbandes, die Hauptabmessungen der eingesetzten Versuchsanlage, sowie für die Auslegung wichtige Schüttgutparameter und separat angeführt interessante physikalische Eigenschaften der Schüttgutpartikel.

**Anlagenparameter:**

Volumen $V$	Öffnung $h$	Geschwindigkeit $v$	Länge $L$	Breite $B$
0,1216 m <sup>3</sup>	0-140 mm	0,2 m/s	500 mm	250 mm

**Schüttgutparameter Kantkorn 4/8:**

Schüttdichte $\rho$	Reibungswinkel $\varphi_e$	Wandreibung $\varphi_x$	Horizontallastverhältnis $\lambda$
1202 kg/m <sup>3</sup>	52°	24°	0,15

**Physikalische Eigenschaften Kantkorn 4/8:**

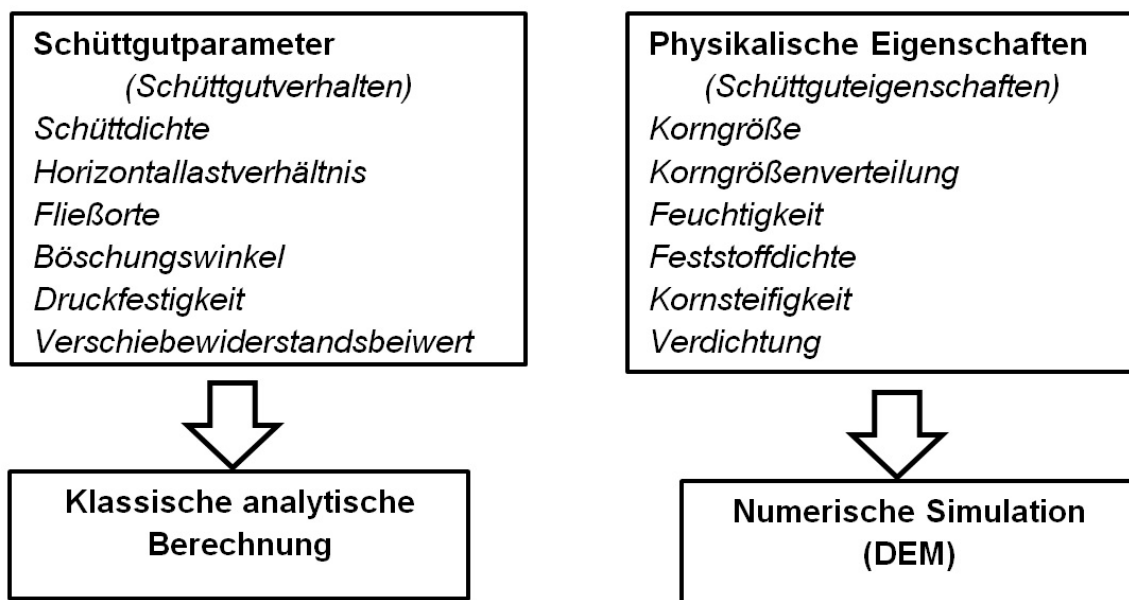
Korngröße $a$	Feststoffdichte $\rho_o$	Steifigkeit $E$	Restitutionskoeffizient
4-8 mm (94%)	2600 kg/m <sup>3</sup>	$77 \cdot 10^9$ N/m <sup>2</sup>	0,3

**Bild 1:** Prinzip-Darstellung der Versuchsanlage mit den Hauptabmessungen

Die unterschiedlichen Anwendungsmöglichkeiten des Förderprinzips ‚Bandförderer‘ zeigen gut die Einschränkungen die ganz allgemein mit analytischen normierten Auslegungsverfahren einhergehen: Sie sind im Allgemeinen an sehr spezielle Rahmendbedingungen gebunden. Die Grundlagen für Berechnung und Auslegung aus [DIN-01] sind offensichtlich nicht dazu geeignet ein Abzugsförderband zu berechnen. Ein weiteres Problem stellen die erforderlichen komplexen Schüttgut-Parametern dar, die das Schüttgutverhalten geeignet beschreiben sollen. Diese sind oft schwer zu ermitteln und auch dann wieder nur für sehr spezielle Situationen gültig. In der Literatur findet man Richtwerte oft nur in Form ungenauer Bereichsangaben. Klassische Auslegungsverfahren sind damit unflexibel und für innovative Lösungsansätze meist ungeeignet. Es bedarf also viel zusätzlicher Erfahrung um eine sinnvolle Auslegung zu garantieren.

Auf der anderen Seite ermöglicht die numerische Simulation das Verhalten des Schüttgutes auf Basis weniger physikalischer Partikel-Eigenschaften zu berechnen. Die benötigten Parameter sind allgemein gültig und nicht an spezielle Rahmenbedingungen gebunden. Damit ergibt sich ein enormes Potential innovative Lösungen ohne vorhandener praktischer Erfahrung einer Berechnung zugänglich zu machen. Es stellt sich natürlich die Frage, ob mit diesen wenigen Eigenschaften des einzelnen Korns das komplexe Verhalten des Schüttgutes hinreichend genau abgebildet werden kann. Die Erfahrung zeigt, dass geringe Veränderungen in den Eigenschaften zu starken Veränderungen im Verhalten führen können. Anerkannte Literaturquellen gehen davon aus, dass eine Beschreibung des Schüttgut-Verhaltens in Abhängigkeit weniger physikalischer Parameter nicht möglich ist [Sch-02]. Die klassischen Auslegungsverfahren basieren daher auf dem Prinzip das relevante Schüttgutverhalten für den jeweiligen Anwendungsfall messtechnisch zu bestimmen. Auf der anderen Seite werden Innovationserwartungen an numerische Simulationsprogramme wie die **Diskrete-Elemente-Methode** gesetzt, die von einem eindeutigen physikalischen Zusammenhang zwischen den Eigenschaften des Korns und dem daraus resultierend Verhalten des Schüttgutes ausgehen.

Bild 2 zeigt eine Gegenüberstellung von Schüttgutparametern für die klassische analytische Berechnung und den physikalischen Eigenschaften der Partikel für die numerische Simulation.



**Bild 2:** Gegenüberstellung von Schüttgutverhalten und den physikalischen Eigenschaften des einzelnen Partikels.

Eine große Schwierigkeit für die numerische Simulation stellt die im Allgemeinen enorm große Partikelanzahl dar. Tatsächlich kann bei feinkörnigem Schüttgut nicht jedes Partikel für sich abgebildet werden. Stattdessen werden relative große Ersatzpartikel mit abgeänderten Eigenschaften herangezogen. In diesem Sinne kann die DEM nicht mehr als Lag-

range'sche Auflösung der Einzelpartikel, sondern als Lagrange'sche Diskretisierung eines Kontinuums verstanden werden. Inwieweit dieser Vorgang physikalisch sinnvoll ist muss diskutiert werden.

Neben der klassischen analytischen Berechnung und der numerischen Simulation gibt es noch die Möglichkeit Auslegungskriterien für fördertechnische Anlagen über Laborversuche abzuleiten. Auch diese Methode ist mit einigen Schwierigkeiten verbunden: Versuche an der realen Anlage sind meist kostenintensiv und z.T. gefährlich. Bei skalierten Versuchen können meist weder die geforderte geometrische Ähnlichkeit noch die physikalische Ähnlichkeit erfüllt werden. Diese Diskrepanz trifft übrigens auch auf die numerische Simulation zu, wo man reale Anlagenabmessungen mit vergrößerten Ersatzpartikeln beschickt. Im Experiment ist es meist umgekehrt: Das Schüttgut ist original, dafür sind die Anlagenabmessungen reduziert.

## 2 Entwicklungswerkzeuge in der Schüttguttechnik

Wie in anderen Bereichen der technischen Entwicklung existieren in der Schüttguttechnik mehr oder weniger etablierte Werkzeuge mit ihren Vor- und Nachteilen:

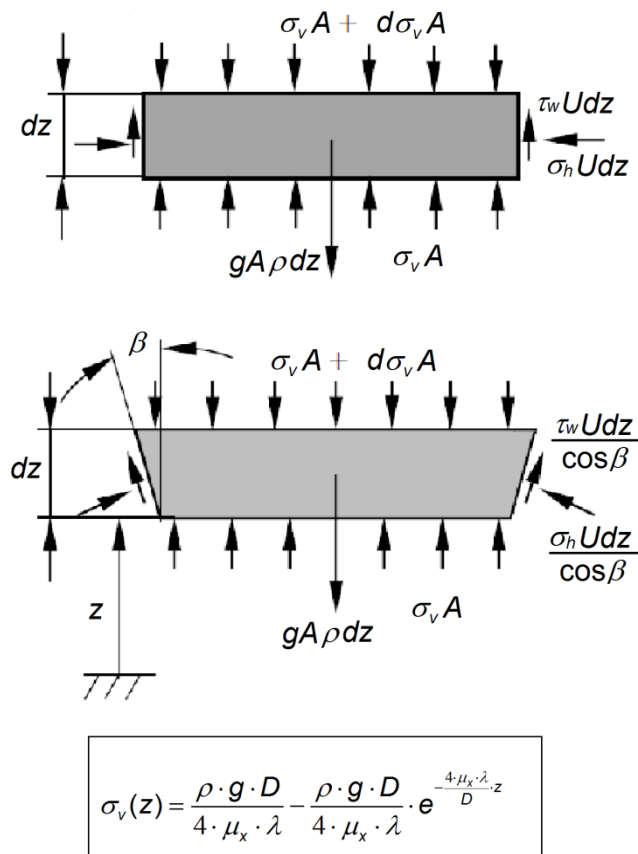
- Klassische analytische Berechnung
- Numerische Simulation
- Labor-Experiment

Für die Leistungsberechnung spielt vor allem der sich im Bereich des Abzugsförderbandes einstellende Spannungszustand die zentrale Rolle. Ganz allgemein begründet das Spannungs-Niveau in Kombination mit der Fließbewegung des Schüttgutes die auftretende Verlust- bzw. Antriebsleistung. Auf der anderen Seite ist ein entsprechendes Spannungs-Niveau erforderlich um Fließbewegung zu ermöglichen und Ausflussstörungen zu vermeiden.

### Klassische analytische Berechnung

Die klassische analytische Berechnung basiert auf idealisierten mechanischen Modellannahmen in Verbindung mit schwer zu ermittelnden und sich gegenseitig beeinflussenden Schüttgutparametern (Bild 2) die das Schüttgutverhalten geeignet beschreiben.

Je nach Vereinfachungsgrad führen diese Modelle im einfachsten Fall auf algebraische Gleichungen, bei differentieller Betrachtungsweise auf gewöhnliche Differentialgleichungen (bei nur einer Dimension) oder eben auf schwer lösbare partielle Differentialgleichungen bei mehrdimensionalen Fragestellungen. Bild 3 stellt ein wichtiges Ergebnis dieser Methodik dar: Die Janssen-Formel [Jan-03] für die Berechnung der Druckverteilung im zylindrischen Silo.



**Bild 3:** Klassische analytische Berechnung, die Janssen Formel: Druckverteilung im Schüttgutsilo

Das Ergebnis ist dabei eine mathematische Formel die die Gesamtheit aller Lösungen beschreibt. Im Gegensatz zur Simulation oder auch zum Versuch am realen Prototyp, wo immer nur eine konkrete Parameterkonfiguration untersucht wird. Die getroffenen Vereinfachungen werden von der Realität oft nur sehr schlecht erfüllt, aber nichts desto trotz ist die präzise mathematische Beschreibung und deren Ergebnis unglaublich wichtig für das Verständnis der vor herrschenden Situation. Darüber herrscht sicherlich kein Zweifel.

Die Vorgehensweise über analytische mathematische Modelle vermittelt vor allem ein tiefes Verständnis der Situation, sie ist aber limitiert auf sehr einfache geometrische Randbedingungen (Rund-Silo,...) und nicht brauchbar für die Optimierung von komplexen Geometrien. Trotz ständig steigender Rechenleistungen und Fortschritten in der numerischen Partikelsimulation werden die klassischen Berechnungsverfahren auch in absehbarer Zukunft unverzichtbar sein, denn:

- Klassische Berechnungsmethoden sind sehr zuverlässig und etabliert
- Zumindest für den ersten Entwurf wird man auf analytische Berechnungsverfahren zurückgreifen.

- Numerische Partikelsimulationen sind mit hohem Zeit- und Infrastrukturaufwand verbunden und daher nicht immer wirtschaftlich einsetzbar. Teilweise sind die Softwarekosten hoch und erfahrene Anwender sind kaum verfügbar.
- Aufgrund der Komplexität der Simulationsprogramme sowie der Unsicherheit der angesetzten Parameter und Randbedingungen werden zur Ergebniskontrolle analytische Berechnungen eingesetzt.

Für die vorliegende Anwendung des keilförmigen Trichters ist die in Bild 3 angeführte Janssen Formel alleine nicht ausreichend, aber man findet in der Literatur mehrere analytische Ansätze zur Berechnung der Spannungsverteilung für diese Art von Silo: [DIN-04], [Arn-05], [Mot-06]. Damit kann die vertikale Schüttgutspannung auf Bandniveau  $\sigma_{vb}$  bestimmt werden.

Interessanter Weise beinhaltet ein über viele Jahre etablierter Standard wie [DIN-04] einen offensichtlichen Fehler der bei Anwendung auf keilförmige Trichter zu einem quantitativ, aber auch qualitativ falschen Ergebnis führt. Mit Gleichung 6.8 von [DIN-04] wird mit

$$n = S \cdot (F \cdot \mu_{heff} \cot(\beta) + F) - 2 \quad (1)$$

ein für die Bestimmung der Vertikalspannung  $\sigma_v$  benötigter Koeffizient  $n$  berechnet. Dabei ist:

- $S$  Koeffizient zur Berücksichtigung der Trichterform
- $F$  charakteristischer Wert des Lastverhältnisses im Trichter
- $\mu_{heff}$  effektiver oder mobilisierter charakteristische Wandreibungskoeffizient und
- $\beta$  Trichterneigungswinkel bezogen auf die Vertikale.

Der Koeffizient  $S$  kann folgende Werte annehmen:

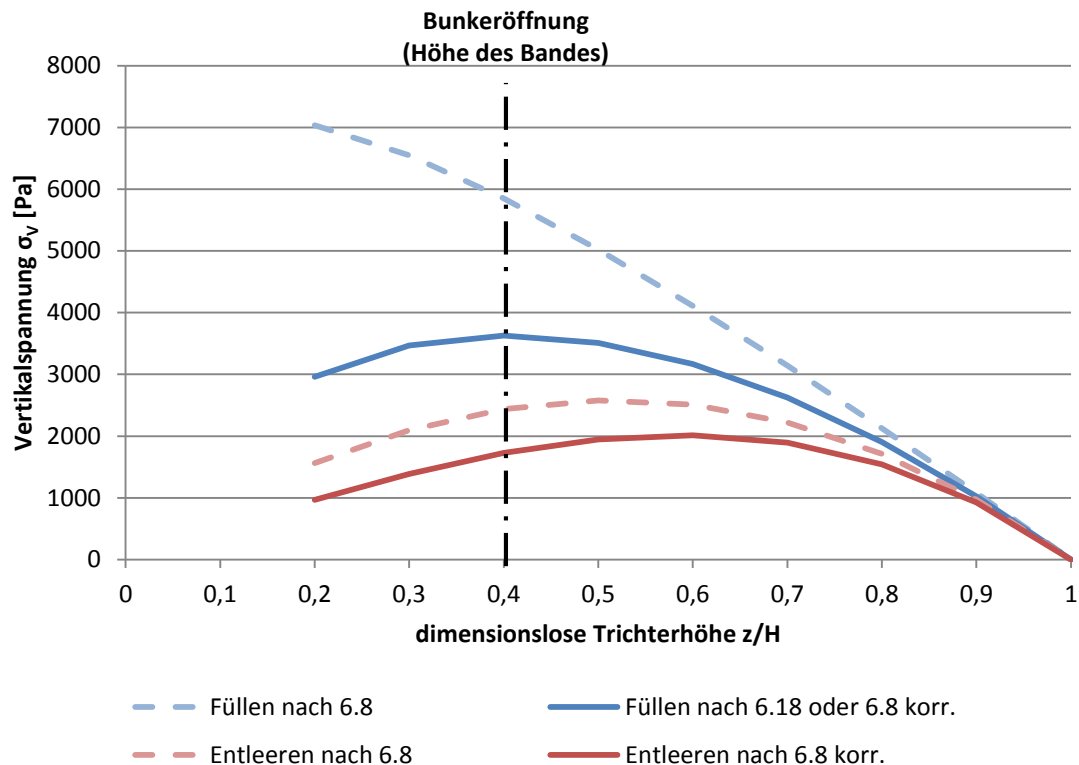
- $S=2$  für konische und quadratische pyramidenförmige Trichter
- $S=1$  für keilförmige Trichter
- $S=(1+b/a)$  für Trichter mit rechteckigem Grundriss

Bild 4 zeigt die Auswertung der in [DIN-04] angegebenen Beziehungen, wonach die Vertikalspannung  $\sigma_v$  im Füllzustand (blau gestrichelte Kurve) im verjüngenden Trichter stark anwächst. Dies steht in Widerspruch zu den Ergebnissen der Gleichungen für den konischen Trichter, zur Erfahrung und auch zu einer vergleichbaren australischen Norm [AS-07]. In dieser wird anstelle der oben angeführten Gleichung der korrekte Ausdruck

$$n = S \cdot (F \cdot \mu_{heff} \cot(\beta) + F - 1) \quad \text{oder} \quad n = S \cdot (F \cdot \mu_{heff} \cot(\beta) + F) - S \quad (2)$$



verwendet. Für den konischen Trichter mit  $S=2$  sind die Gleichungen der beiden Normen identisch, jedoch unterscheiden sie sich, sobald  $S \neq 2$  ist. Für den Füllzustand gibt die DIN EN 1991-4 mit Gl. 6.18 eine alternative Formel zur Berechnung des gleichen Koeffizienten an, die diesen Fehler umgeht. Für den Entleerungszustand verweist die Norm allerdings ausschließlich auf Gl. 6.8. Die Erkenntnisse wurden dem DIN-Normenausschuss mitgeteilt, wo dieser Fehler bekannt ist. Es wird an einer überarbeiteten Fassung der Norm gearbeitet.



**Bild 4:** Auswertung der für den keilförmigen Trichter fehlerhaften Gl. 6.8 aus [DIN-04]

In weiterer Folge wird mit den Anlagen- und Schüttgutparametern aus Bild 1 die Abzugskraft  $F_A$  errechnet: Diese setzt sich aus der Kraft  $F_s$  in der Scherzone, den beiden Wandreibkräften  $F_{wu}$  unter dem Trichter und  $F_{wn}$  nach dem Trichter zusammen.

$$F_A = F_s + F_{wu} + F_{wn} \quad (3)$$

mit

Scherkraft: 
$$F_s = \tan(\varphi_{\text{äquivalent}}) \cdot \sigma_{vb} \cdot L \cdot B \quad (4)$$

Wandreibkraft unter dem Trichter: 
$$F_{wu} = \tan(\varphi_x) \cdot \lambda \cdot \sigma_{vb} \cdot L \cdot h \quad (5)$$

Wandreibkraft nach dem Trichter: 
$$F_{wn} = \tan(\varphi_x) \cdot \lambda \cdot g \cdot \rho \cdot L_n \cdot h^2 \quad (6)$$

Damit es zwischen Abzugsförderband und Schüttgut zu keinem Durchrutschen kommt, muss das Schüttgut in einer Scherzone oberhalb des Abzugsförderbandes zum Fließen

gebracht werden. Ist die Reibung zwischen Band und Schüttgut groß genug, wird die Kraft  $F_s$  zum Abscheren des Schüttgutes in dieser Scherfläche benötigt. Die Größe dieser Kraft wird hauptsächlich von dem äquivalenten inneren Reibungskoeffizient  $\varphi_{\text{äquivalent}}$  und der wirkenden Vertikalspannung  $\sigma_{vb}$  bestimmt. In den einfachsten Modellen wird  $\varphi_{\text{äquivalent}}$  durch einen konstanten Wert oder durch den effektiven inneren Reibwert  $\varphi_e$  ersetzt. Überlegungen hinsichtlich der Form der Scherfläche und deren Einfluss auf den äquivalenten inneren Reibungskoeffizient findet man z.B. bei A. W. Roberts [Rob-08]. Je nach Wahl des einen oder anderen Ansatzes, kann so für den vorliegenden Fall für  $\varphi_{\text{äquivalent}}$  ein Wert zwischen 0,4 und 0,7 „gewählt“ werden. Ähnlich verhält es sich mit den verfügbaren Ansätzen zur Bestimmung der Vertikalspannung  $\sigma_{vb}$ . Die folgende Tabelle zeigt für deren Berechnung einen Vergleich zwischen der DIN EN 1991-4 und Methoden mit numerischen Anteilen.

	$\sigma_{vb}$ Füllzustand [Pa]	$\sigma_{vb}$ Entleerungszustand [Pa]
[DIN-04]	3600	1750
[Arn-05], [Mot-06]	5000	2700

**Tabelle 1:** Vergleich nach unterschiedlichen Methoden berechnete Vertikalspannung auf Band-Niveau,  $\sigma_{vb}$

Allein anhand der Vielzahl an dokumentierten Ansätzen und der Bandbreite ihrer Ergebnisse lässt sich über die Genauigkeit dieser Methoden mutmaßen. In der Tat berücksichtigt nur der Ansatz von Roberts den Einfluss der Schieberöffnung auf den Winkel der Scherebene.

Die Abzugskraft  $F_A$  wird bei den kleinen Schieberöffnungen (bis 20 mm beim Füllzustand und bis 15 mm beim Entleerungszustand) nicht durch Gleichung (3) beschrieben, sondern ist durch die maximal zwischen Band und Schüttgut übertragbare Reibungskraft limitiert. In diesem Fall kommt es zu einer ungewünschten Relativbewegung zwischen Band und Schüttgut.

### Numerische Simulation (DEM)

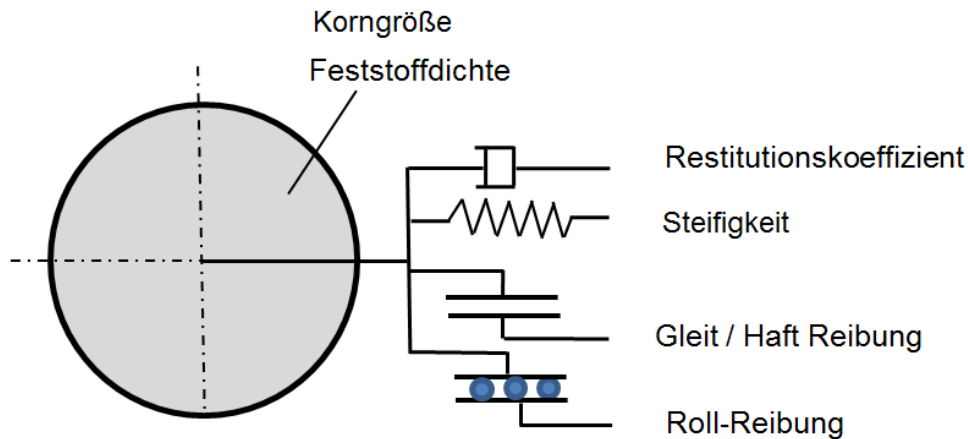
Auf Grund der vorliegenden schwierigen Rahmenbedingungen durch das Anzugsförderband und die möglichen unterschiedlichen Schieberöffnungen, stößt die klassische analytische Auslegung hier bereits an ihre Grenzen. Es bietet sich daher an die Versuchsanlage mittels numerischer Simulation zu behandeln.

Simulationsmethoden zielen ausschließlich auf die *physikalischen Eigenschaften* der Partikel ab und versuchen das *Schüttgutverhalten* aus den Bewegungsgleichungen der Partikel abzuleiten.

Da die Anzahl der beteiligten Körner in einer realen Anlage sehr groß ist, stellt die Berechnung der Partikelbahnen in der Regel ein recht aufwendiges Unterfangen dar: Für eine idealisierte, hexagonale Packung befinden sich entsprechend Gleichung (7) in einem betrachteten Volumen  $V$  die Anzahl  $n$  einheitlich kugelförmiger Körner mit Korndurchmesser  $a$ .

$$n = \frac{V \cdot \sqrt{2}}{a^3} \quad (7)$$

Bei einem Korndurchmesser von  $a=10\mu\text{m}$  sind das  $n=1,4$  Milliarden Körner in jedem Kubikzentimeter Schüttgut. Zwar stellt sich beim realen Schüttgut keine hexagonale Packung ein, die Größenordnung wird aber mit obiger Beziehung gut beschrieben.



Korngröße $a$	Feststoffdichte $\rho_0$	Steifigkeit $E$	Rayleigh-Zeit $T_R$	Zeitschrittweite
8 mm (100%)	2400 kg/m <sup>2</sup>	$1,3 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$	$T_R = 188 \cdot 10^{-6} \text{ s}$	$\Delta t = 50 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

**Bild 5:** Einfaches Kontaktmodell mit einer geeigneten Wahl an physikalischen Eigenschaften für realistische Rechenzeiten.

Um bei Simulationen die Rechenzeiten im vertretbaren Rahmen von einigen Tagen zu halten, werden daher im Allgemeinen Partikel simuliert, die größer sind als die Körner des realen Schüttgutes. Man wählt eine Ersatzkorngröße von mehreren Millimetern, auf alle Fälle so, dass sich die Anzahl der simulierten Körner und damit die angestrebte Rechenzeit in Grenzen hält.  $10^5$ - $10^6$  Körner stellen derzeit eine realistische Größenordnung dar.

Ebenso wie die Partikelanzahl hat auch die Integrationsschrittweite einen starken Einfluss auf die benötigte Rechenzeit. Für möglichst wenige Integrationsschritte und damit kurze Rechenzeiten benötigt man relativ weiche Partikel-Kontakte. Aus diesem Grund wählt man in der Simulation einfach geformte, meist sphärische Partikel mit einer Steifigkeit die wesentlich weicher ist als die des realen Schüttgutes. Der Ausdruck der Rayleigh-Zeit  $T_R$  entsprechend Gleichung (8) hat sich für die Wahl der Zeitschrittweite etabliert. Sie ist abhängig vom Korndurchmesser  $a$ , der Feststoffdichte  $\rho_0$  sowie von der Kornsteifigkeit  $E$ . Mit zunehmendem Korndurchmesser  $a$  und geringer werdender Steifigkeit  $E$  nimmt die Rayleigh-Zeit  $T_R$  zu.

$$T_R \approx 5,47 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{\rho_0}{E}} \quad (8)$$

Die Erfahrung zeigt, dass Werte zwischen 10% und 30% der Rayleigh-Zeit als Zeitschrittweite geeignet sind, um einen stabilen Simulationslauf zu erreichen. Bei einer Zeitschritt-

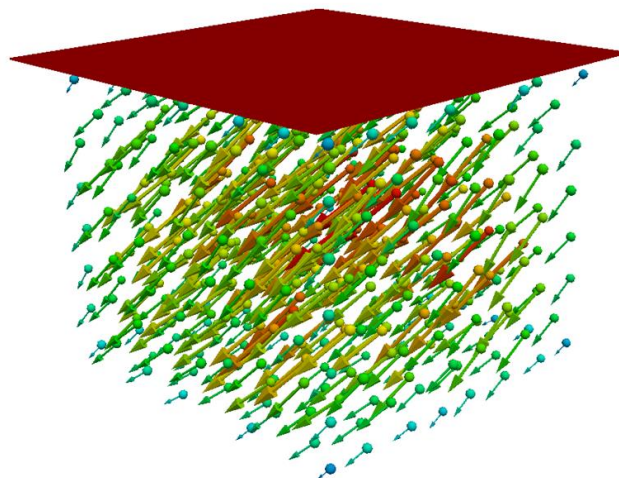
weite von  $50\mu\text{s}$  bedarf es pro Partikel etwa einer Million Rechenschritte für 10 Sekunden Simulationszeit. Bild 5 zeigt eine Wahl geeigneter physikalischer Eigenschaften für die numerische Simulation fließfähiger Schüttgüter. Ein Vergleich mit Bild 1 zeigt die z.T. enormen Abweichungen von den realen physikalischen Eigenschaften.

Entsprechend der Abänderung des Korndurchmessers, sowie der Partikelsteifigkeit müssen auch die anderen physikalischen Eigenschaften angepasst werden so, dass die Simulation ein ähnliches Schüttgut-Verhalten zeigt wie das des realen Schüttguts.

Die Anpassung erfolgt dahingehend, dass das messbare Schüttgut-Verhalten durch die Simulation abgebildet wird. Erste Priorität bildet z.B. ein Anpassen der Feststoffdichte  $\rho_0$  so, dass die Schüttdichte  $\rho$  in der Simulation richtig errechnet wird.

Die Ergebnisse der numerischen Simulation sind vielfältig: Einerseits können Antriebsparameter wie Antriebsmoment, Abzugskräfte, Massenströme usw. ermittelt werden, andererseits liegen als Ergebnis die Trajektorien sowie die Reaktionskräfte sämtlicher Partikel vor. Mit diesen Daten können Geschwindigkeitsverläufe und Druckverläufe der sich einstellenden Schüttgutströmung abgeleitet werden. Wie bei vielen numerischen Verfahren ist auch bei der DEM für eine Interpretation der Ergebnisse eine Nachbearbeitung der Daten erforderlich. Für jeden berechneten Zeitschritt liegt eine enorme Menge an Information bezüglich Position, Geschwindigkeit und Reaktionskräfte der Partikel vor. Die Momentaufnahme hat meist keinerlei Aussagekraft. Entscheidend ist eine geeignete zeitliche und örtliche Mittelwertbildung der berechneten Daten.

Für die vorliegende Aufgabenstellung der Antriebsleistungsberechnung spielt der Spannungszustand im Schüttgut eine wesentliche Rolle. Um den vollständigen Spannungstensor an jedem Partikel zu kennen, wird das Modell von Goldhirsch [Gol-09] in die DEM Software implementiert. Bild 6 zeigt das Ergebnis dieser Berechnung in Form von Diagonalkomponenten des Spannungstensors als Plausibilitätskontrolle. Physikalisch hat die Diagonalkomponenten des Spannungstensors keinerlei Bedeutung.



**Bild 6:** Berechnung des Spannungszustandes in der numerischen Simulation, Quelle: Dr. Arno Mayrhofer, CFDEMResearch, LIGGGHTS

## Labor- Experiment

Weiterführend oder auch alternativ zur rechnerischen Auslegung, sei es analytisch oder numerisch, können reale Experimente an Prototypen durchgeführt werden. Insbesondere bei fehlender Erfahrung ist dies wohl die einzige Möglichkeit zu überprüfen inwieweit die Modellvoraussetzungen der Berechnungsverfahren erfüllt sind und die ermittelten Ergebnisse vertrauenswürdig sind. Die intuitive Weiterentwicklung der Anlagen und Werkzeuge durch Experimente ist langwierig, unabhängig davon ob es sich um einen realen Prototyp oder um ein numerisches Computermodell handelt. Im Fall des realen Prototyps kommen noch der Materialaufwand sowie die mit dem Versuch verbundenen Risiken für Personal und die Infrastruktur hinzu. Die große Anzahl an möglichen Parametervariationen macht eine systematische Suche nach einer idealen Lösung sehr schwierig.

### Skalierte Versuche

Bei der Entwicklung von Prototypen ist es hilfreich das Schüttgutverhalten zunächst an kleineren, leicht handhabbaren Versuchsaufbauten zu untersuchen. Es stellt sich dann aber die Frage wie daraus das Schüttgutverhalten für die reale Anlage abgeleitet werden kann.

Die Dimensionsanalyse stellt ein mathematisches Verfahren dar, um das Zusammenspiel physikalischer Größen bei Naturphänomen zu erfassen. Die Beschreibung hochkomplexer Mechanismen, wie eben z.B. die Wechselwirkung tausender Partikel untereinander, kann oft nicht direkt aus physikalisch-mathematischen Modellen abgeleitet werden, sondern muss über sinnvolle Experimente, numerischer oder messtechnischer Natur, beschrieben werden. Um von den gewonnenen Ergebnissen auf das Verhalten einer geometrisch abweichenden Anlage schließen zu können, müssen gewisse Bedingungen erfüllt werden:

- Geometrische Ähnlichkeit
- Physikalische Ähnlichkeit

Geometrische Ähnlichkeit: Alle Längenabmaße von Prüfstand und realer Anlage stehen im gleichen, konstanten Verhältnis. Bei schüttguttechnischen Experimenten ist die geometrische Ähnlichkeit allerdings schwer realisierbar. Im Falle einer verkleinerten Versuchsanlage müssten auch die Schüttgutabmessung  $a$  der charakteristischen Länge  $L$  des Prüfstandes angepasst werden. Aus rechentechnischen Gründen wird man im Falle der numerischen Simulation aber eher zum umgekehrten Weg gezwungen: Die Anlage wird in Originalmaßen abgebildet, die Partikel werden zugunsten kurzer Rechenzeiten hingegen vergrößert modelliert. Gleichung (7) dimensionslosen Kennzahl  $\Pi_G$  zur Beschreibung der geometrischen Verhältnisse.

$$\Pi_G = \frac{a}{L} \tag{7}$$

Physikalische Ähnlichkeit: Die physikalischen Vorgänge sollen am Prüfstand oder in der Simulation denen der realen Anlage möglichst genau entsprechen. Dies führt auf Verhältnisse physikalischer Größen, die beim Prüfstand, in der numerischen Simulation und in der realen Anlage gleich sein müssen. Für vergleichbares Verhalten müssen beispielsweise Oberflächen- und Volumenkräfte im gleichen Verhältnis zueinander stehen.

Wendet man die Methode der Dimensionsanalyse auf die drei wichtigen Schüttguteigenschaften Korndurchmesser  $a$ , Steifigkeit des Kornmaterials  $k$  und Feststoffdichte  $\rho_o$  im Schwerfeld der Erde an, lässt sich der unbekannte Zusammenhang der 4 dimensionsbehafteten Größen  $f(a, k, \rho_o, g) = 0$  durch eine einzige dimensionslose Kennzahlen  $\Pi_1$  darstellen:

Symbol	Physikalische Größe	Einheit
$a$	Korndurchmesser	$m$
$k$	Steifigkeit des Kornmaterials	$\frac{N}{m} = \frac{kg}{s^2}$
$\rho_o$	Feststoffdichte	$\frac{kg}{m^3}$
$g$	Erdbeschleunigung	$\frac{m}{s^2}$

**Tabelle 2:** Dimensionsanalyse der wichtigen Schüttgutparameter Korndurchmesser  $a$ , Steifigkeit des Kornmaterials  $k$  und Feststoffdichte  $\rho_o$  im Schwerfeld der Erde.

Es ist davon auszugehen, dass das Verhalten des Schüttgutes bei gleicher Kennzahl  $\Pi_1$ , entsprechend Gleichung (8) jeweils identisch ist, unabhängig davon ob es sich um die Realität, die numerische Simulation oder das Experiment handelt.

$$\Pi_1 = \frac{k}{\rho_o \cdot g \cdot a^2} \quad (8)$$

Aus dem Ergebnis der Dimensionsanalyse muss der Schluss gezogen werden, dass sich große steife Partikel ähnlich verhalten wie kleine weiche Partikel bei gleicher Feststoffdichte. Dieser Umstand mag physikalisch plausibel erscheinen, ist aber weder für die numerische Simulation noch für skalierte Versuche hilfreich. In der numerischen Simulation werden große und weiche Partikel verwendet. Um die Kennzahl  $\Pi_1$  gleich dem realen Schüttgut zu machen, müssten sehr kleine Feststoffdichten angesetzt werden. Bei skalierten Versuchen ist die geometrische Ähnlichkeit zwischen Versuchsanlage, den Schüttgutabmessungen und der realen Anlage wohl schwer herzustellen, denn der Maßstab für die Versuchsanlage ist auch auf das Schüttgut anzuwenden. Dementsprechend ändern sich aber auch die anderen Schüttguteigenschaften. Obige Beziehung (8) liefert einen Zusammenhang der Schüttguteigenschaften für das notwendige skalierte Schüttgut.

### 1:1 Versuche

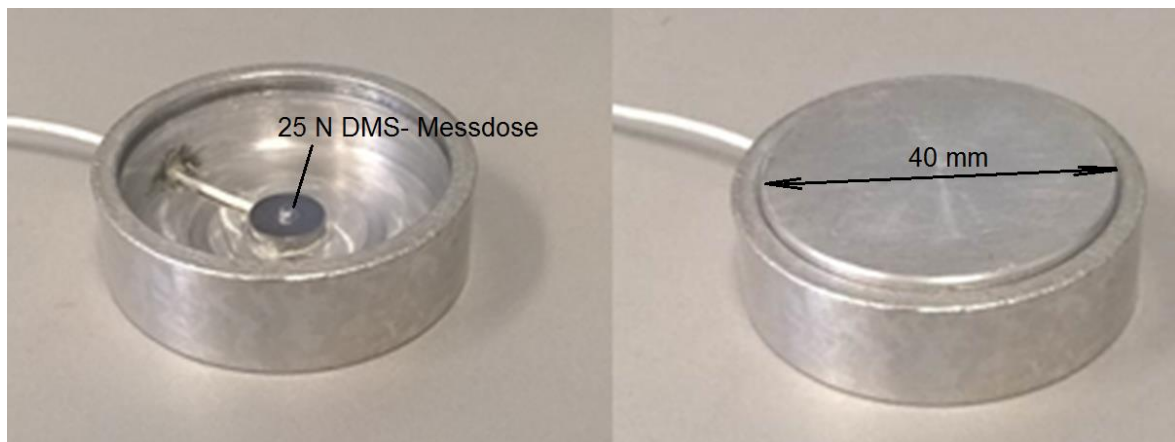
Für die Berechnung der Antriebsleistung des Abzugförderbandes spielt der Spannungszustand im Silo eine zentrale Rolle. Das Schüttgut verursacht durch sein Eigengewicht, in Zusammenhang mit den geometrischen Zwängen durch das Silo und in Abhängigkeit von seinem inneren Zusammenhalt Spannungen sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung. Entsprechend der gängigen Meinung z.B. [Sch-02] ist dabei zwischen dem aktiven und dem passiven Spannungszustand zu unterscheiden:

#### *Aktiver Spannungszustand (Füllzustand):*

Der leere Silo wird gefüllt. Der sich einstellende Spannungszustand resultiert aus der Erdanziehung und der Fließbehinderung durch die Silowände. Die Spannungen sind in vertikaler Richtung größer als in horizontaler Richtung. Ein Teil des Schüttgutgewichtes lastet direkt auf dem Abzugförderband das den Silo verschließt, der Rest stützt sich über Reibung an der Silowand ab. Es ergeben sich somit relativ vertikale Spannungen  $\sigma_v$ .

#### *Passiver Spannungszustand (Entleerungszustand):*

Beim Anfahren des Abzugförderbands fließt das Schüttgut nach unten ab und wird im Trichter horizontal verdichtet und vertikal entspannt. Dadurch steigt die von der Bunkerwand aufgenommene Gewichtskraft an und die Kraft auf die vertikale Spannung  $\sigma_v$  nimmt ab und wird kleiner als im Füllzustand.



**Bild 7:** Druckmesssensor zum Erfassen des Spannungszustandes

Bild 7 zeigt die für Vermessung des Spannungszustandes entwickelten Druckmessensoren auf DMS-Basis. Die Messergebnisse des Spannungszustandes im Schüttgut bestätigen das oben erläuterte Verhalten hinsichtlich Füll- und Entleerungszustand grundsätzlich. Die Wiederholgenauigkeit der Messung ist aber derzeit noch gering. Es wird vermutet, dass der Spannungszustand im Silo auch innerhalb des Querschnitts einer Höhe nicht konstant ist und dieser insbesondere vom Befüllungsvorgang abhängt.

## 7 Zusammenfassung

Als Basis für die richtige Auslegung der Antriebsleistung eines Abzugsförderbandes wird die Ermittlung des im Schüttgut vorherrschenden Spannungszustandes im Bereich des Abzugsförderbandes behandelt. Es werden dabei drei Entwicklungsmethoden der Schüttguttechnik einander gegenübergestellt: Die Klassische analytische Berechnung, die numerische Simulation mittels DEM sowie das Labor-Experiment.

Die Klassische analytische Berechnung gilt als etablierte, zuverlässig, jedoch unflexibel auf geänderte Randbedingungen. Sie basiert auf Schüttgutparametern die für die gegebene Situation speziell über Messungen oder aus Erfahrungswerten zu bestimmen sind. Am Beispiel des Abzugsförderbandes wird gezeigt, dass nicht nur die Bestimmung der Schüttgutparameter Schwierigkeiten bereitet, sondern auch die Vielzahl an existierenden Lösungsansätzen mit einer großen Ergebnisbandbreite. Selbst eine etablierte Norm wie DIN EN 1991-4 weist eine enorme Schwachstelle in der Berechnung des Spannungszustandes auf.

Als besonderer Vorteil der numerischen Simulation erweist sich deren Flexibilität in Bezug auf die möglichen Randbedingungen. Auf Grund der enorm hohen Partikelanzahlen bei realen Problemstellungen ist man im Allgemeinen jedoch gezwungen große, weiche Ersatzpartikel heranzuziehen deren physikalische Eigenschaften gänzlich von denen der realen Partikel abweichen. Inwieweit damit das Verhalten des Schüttgutes abgebildet werden kann ist natürlich fraglich.

Im Labor Experiment wird das Schüttgutverhalten real, meist an kleineren, leicht handhabbaren Versuchsaufbauten untersucht. Ebenso wie bei der numerischen Simulation stellt sich aber auch hier die Frage wie daraus das Schüttgutverhalten für die reale Anlage abgeleitet werden kann, denn auch diese Methode ist mit einigen Schwierigkeiten verbunden: Versuche an der realen Anlage sind meist kostenintensiv und z.T. gefährlich. Bei skalierten Versuchen können meist weder die geforderte geometrische Ähnlichkeit noch die physikalische Ähnlichkeit erfüllt werden. Bei der numerischen Simulation wendet man vergrößerten Ersatzpartikeln auf reale Anlagenabmessungen an. Im Experiment ist das Schüttgut original, dafür sind die Anlagenabmessungen reduziert.

Die Forschungstätigkeit wird durch finanzielle Mittel der österreichischen Forschungsförderungsgesellschaft (FFG] unterstützt.



**Literaturverzeichnis**

- [DIN-01] DIN 22101 Gurtförderer für Schüttgüter, August 2002
- [Sch-02] Schulze D.: Pulver und Schüttgüter, 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009
- [Jan-03] Janssen, H. A.: Getreidedruck in Silozellen, Z. Ver. Dt. Ing., Vol. 39, pp. 1045-1049, 1895.
- [DIN-04] DIN EN 1991-4, Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 4: Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter, 12.2012
- [Arn-05] Arnold, P.C., McLean, A.G.: An analytical solution for the stress function at the wall of a converging channel, Powder Technology, Vol. 13, pp. 279-281, 1976
- [Mot-06] Motzkus, U.: Belastung von Siloböden und Auslauftrichtern durch körnige Schüttgüter, Dissertation TU Braunschweig, 1974
- [AS-07] AS 3774, Loads on bulk solids containers, 1996
- [Rob-08] Roberts, A. W.: Recent developments in feeder design and performance, Handbook of Powder Technology, Vol. 10, pp. 211-223, 2001
- [Gol-09] Goldhirsch, I.: Stress, stress asymmetry and couple stress: from discrete particles to continuous fields, Granular Matter 12.3, pp. 239-252, 2010