

# Mathematisches Framework für Simulationsmodelle von State Event Modellen

Andreas Körner<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Technische Universität Wien,  
Institut für Analysis und Scientific Computing,  
Wiedner Hauptstraße 8-10,  
1040 Wien, Österreich  
*andreas.koerner@tuwien.ac.at*

Der Beitrag befasst sich mit der Problematik rund um State Event Modelling. Ein Grundproblem hierbei stellt die mathematische Formulierung der Modelbeschreibung dar. Für gewisse Spezialfälle wie beispielsweise Variable Structure Systems (VSS), gibt es entsprechende Beschreibungen in den Anwendungen, doch fehlt hier eine Struktur um es auf andere Typen von State Event Modelle abstrahieren zu können. Ein Grund hierfür ist, dass die Modellbeschreibung oft mit der die Simulation betreffenden Numerik vermischt wird. Das Auffinden der State Events, welches entweder durch mathematische Gleichungen formuliert wird, oder durch einen entsprechenden Algorithmus abgebildet wird, wird als Modellbeschreibung aufgefasst. Eine klare mathematische Beschreibung fehlt hier oft.

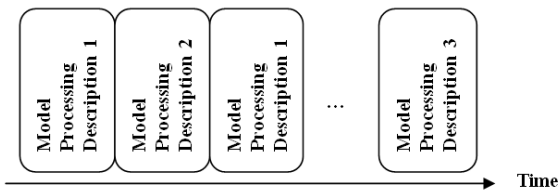
In diesem Artikel werden diese beiden Ebenen der mathematischen Beschreibung und der Numerik betreffenden Simulation getrennt betrachtet. Dies ermöglicht, ein mathematisches Modell und die an den entsprechenden Simulator gekoppelte Formulierung eines sogenannten Simulationsmodells als Implementierung in einer Simulationsumgebung zu unterscheiden. Das mathematische Modell bietet die Möglichkeit eines abstrakten Vergleiches diverser State Event Modelle unabhängig von Einschränkungen, welche in den Simulationsmodellen berücksichtigt werden müssen. Die beiden Modellbeschreibungen, das mathematische Modell und das Simulationsmodell werden in Beziehung zueinander gesetzt und unterschiedliche Vergleichsmöglichkeiten werden erörtert um Möglichkeiten von Benchmarks und Comparisons korrekt definieren zu können.

## 1 Einleitung

State Event Modelling als Modellierungstechnik ist in den letzten Jahren und Jahrzehnten immer bedeutsamer geworden. Der Ansatz lockt durch einen simples Optimalitätsargument, dass die unterschiedlichen Zustände eines Systems getrennt betrachtet werden und die Übergänge von einem Zustand in den anderen zu definieren. Implizit wird erwartet, dass in einem Zustand die entsprechende Modellbeschreibung hinsichtlich eines Attributs optimal gewählt wurde. Das kann sich manifestieren, dass lediglich eine Koordinatentransformation notwendig ist, oder aber auch dass einmal eine gewöhnliche Differentialgleichung als Beschreibung verwendet wird, einmal aber eine Differential-Algebraische Gleichung notwendig ist.

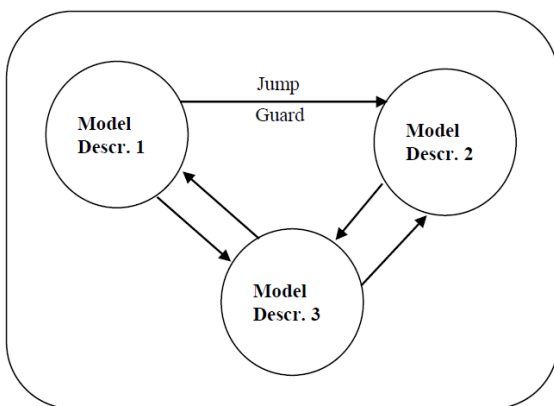
## 2 Framework für State Event Modelle

Damit ergibt sich eine strukturelle Beschreibung, die sich der Bezeichnungen Zustände (States) und der zugehörigen Übergänge (Transitions) bedient. Als In jedem Zustand wird die Modellbeschreibung herangezogen um in einem Simulationsenvironment gerechnet zu werden und ergibt damit eine entsprechenden zeitlichen Verlauf der Lösungen, welche hintereinander angeordnet den zeitlichen Verlauf der Trajektorie des gesamten Systems ergibt. Dabei gibt es Zeitpunkte, wo eine Modellbeschreibung durch einen Transition in eine andere Modellbeschreibung übergeführt wird, dies wird als Event bezeichnet. Es werden also Modellbeschreibungen durchlaufen, welche nicht als zeitliche Abfolge den Simulationslauf abbilden. Abbildung 1 veranschaulicht diesen Zusammenhang mit Hilfe einer Auswahl von 3 Modellen.



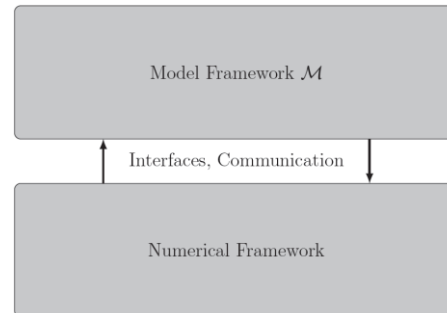
**Abbildung 1.** Zeitliche Durchlaufung von Teilmodellbeschreibungen eines State Event Modells.

Wichtig ist hierbei die Möglichkeit der Durchlaufung einzelner Teilbeschreibungen, da diese nicht abgearbeitet sind, wenn diese einmal durchlaufen wurden, diese können mit den entsprechenden Transitions weitere male durchlaufen werden. Diese Eigenschaft einer Beschreibung ist auf der topologischen Ebene zu finden, diese muss in einer prozeduralen Darstellung erfasst werden. Eine mögliche Repräsentation ist jene, welche die Zustände und Übergänge in einem Graphen, wie es für das in Abbildung 1 angeführte Beispiel in Abbildung 2 dargestellt ist.



**Abbildung 2.** Strukturelle Darstellung von Teilmodellbeschreibungen eines State Event Modells.

Grundlegendes Problem in dieser Darstellung ist jedoch, dass diese Beschreibung lediglich eine mathematische Beschreibung ist und keinen Simulationsaspekt beinhaltet. Bei Modellen, welche die Simulationsumgebung berücksichtigen – sogenannten Simulationsmodellen – ist jedoch das Problem, dass oftmals eine derart reine mathematische Beschreibung nicht vorliegt. Es muss also eine Beschreibung gefunden werden, welche sowohl das mathematische Modell, als auch die Aspekte einer Simulationsumgebung beinhaltet. Diese strukturelle Trennung von unterschiedlichen Beschreibungsebenen ermöglicht eine saubere Unterscheidung zwischen Modell und Simulationsmodell, wie in Abbildung 3 illustriert.



**Abbildung 3.** Strukturelle Trennung von Mathematischer Beschreibung und numerischen Betrachtungen der Simulationsumgebung.

Die Komponente, welche für die mathematische Beschreibung zuständig ist, wird als Model Framework bezeichnet und ist für die abstrakte Beschreibung zuständig. Das Numerical Framework beschreibt die gesamten numerischen und simulativen Attribute.

### 3 Zusammenfassung und Ausblick

Dieser Beitrag ist als Work in Progress Beitrag zu verstehen, wo die bisherigen Überlegungen ausgeführt werden. Es kann als Fortsetzung des Beitrages [1] sein und eine Formalisierung der Gedanken und Beispiele aus [2]. Maßgeblich ist dieser Framework Begriff für Vergleiche von Modellierungsansätzen und Simulationsumgebungen. Hiermit kann eine Fähigkeit bewertet, zugeordnet und eindeutig verglichen werden. Weitere Arbeitsaufgaben werden im Bereich der mathematischen Formalisierung und Untersuchung des Mathematical Frameworks liegen.

### 4 References

- [1] A. Körner und F. Breiteneker. *Approaches for State Event Handling by Simulation Algorithm and via Model Description*. In: Proceedings ASIM 2014 22 Symposium Simulationstechnik, Wittmann J., Deatcu C. (Hrsg.); ARGESIM/ASIM, 43/2/Vienna, ISBN: 978-3-901608-44-5; ARGESIM/ASIM, Wien, 2014
- [2] A. Körner, H. Ecker und F. Breiteneker. *Anforderungen an State Event Charakterisierung für die Simulation Hybrider Modelle*. In: ASIM-Workshop der STS/GMMS 2014", J. Scheible, I. Bausch-Gall, C. Deatcu (Hrsg.); ARGESIM, Wien