

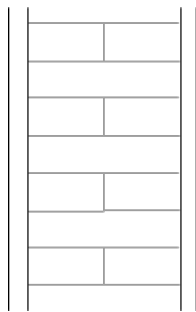
## Einfaches Berechnungsbeispiel für die U-Wert-Berechnung und Schichttemperaturermittlung in einem homogenen, mehrschichtigen Bauteil

Dipl.Ing. Dr.techn. Ulrich Pont

---

Folgender (Außen-)Wandaufbau besteht – von innen nach außen – aus einem Gipsputz, Mauerwerk und einem Außenputz (Anmerkung: Wir nehmen das Mauerwerk als homogene Schicht an, wobei bei genauer Betrachtung die Zusammensetzung aus Ziegeln und Mörtelfugen eigentlich inhomogen ist. Dies ist ).

Nachstehend ist eine Skizze, sowie die Schichtdicken und Wärmeleitfähigkeiten (Lambda-Werte) angegeben.



Schicht (von innen nach außen)	Dicke d [m]	Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
Innenputz (Gips)	0,015	0,75
Mauerwerk	0,25	0,9
Außenputz	0,015	1,4

**Frage 1:** Berechnen Sie den U-Wert dieser Wand!

**Frage 2:** Entspricht dieser U-Wert den Mindestanforderungen für eine neu errichtete Außenwand in Österreich? Wo finden Sie Informationen über die Mindestanforderung an U-Werte in Österreich?

**Frage 3:** Welche Oberflächentemperatur ist an der Innenoberfläche zu erwarten, wenn die Innenluft-Temperatur 20 °C und die Außenlufttemperatur -10 °C beträgt (Annahme: Diese Randbedingungen liegen konstant über einen langen Zeitraum vor, z.B. wenn der Wandbauteil in einem Versuchsaufbau in einer Klimakammer getestet wird, wo auf beiden Seiten lange konstante Temperaturen vorliegen). Wie hoch ist die Wärmestromdichte durch den Bauteil?

**Frage 4:** Welche Temperatur ist zwischen dem Innenputz und dem Mauerwerk zu erwarten?

**Frage 5:** Warum kann mit der für Fragen 3 und 4 verwendeten Schichttemperatur-Methode für wechselnde Randbedingungen (d.h. veränderliche Innen- und Außentemperaturen) nur ein angenäherter und kein exakter Wert gerechnet werden?

**Frage 6:** Wenn der U-Wert der Wand nicht entspricht, soll der Außenputz abgeschlagen werden, eine Dämmplatte mit einer Wärmeleitfähigkeit von 0,04 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> aufgebracht werden und außen ein neuer, 1,5 cm starker Außenputz mit einer Wärmeleitfähigkeit von 0,9 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> aufgebracht werden. Wie dick muss die Wärmedämmschicht sein um (i) einen U-Wert zu erreichen, der den Mindestanforderungen für Neubauten entspricht, (ii) einen U-Wert von 0,20 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> zu erreichen. Die Dämmplatten gibt es nur in ausgewählten Stärken, nämlich 2,4,5,6,8 und 10 cm. Welche Dämmplatten werden benötigt? Wie verändern sich die berechneten Temperaturen sowie die Wärmestromdichte aus Frage 3 und 4?

**Frage 7:** Wie Frage 6, nur dieses Mal wird nach dem erforderlichen Lambda gefragt, wenn eine 6 cm starke Platte verbaut werden kann (also 1,5 cm neuer Putz mit 0,9 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> sowie eine 6cm starke Dämmplatte auf das Mauerwerk von außen aufgebracht werden können)? Wie verändern sich die berechneten Temperaturen sowie die Wärmestromdichte aus Frage 3 und 4?

## Bearbeitung Frage 1:

---

Der U-Wert ist der Kehrwert (Reziprok-Wert) des gesamten Wärmedurchgangswiderstands, den wir nachstehend mit  $R_{Tot}$  bezeichnen wollen.

$$U = \frac{1}{R_{Tot}} [\text{W}\cdot\text{m}^2\cdot\text{K}^{-1}] \quad (1)$$

$R_{Tot}$  setzt sich aus der Summe der Wärmedurchlasswiderstände der Einzelschichten und den Wärmeübergangswiderständen innen ( $R_{si}$ ) und außen ( $R_{se}$ ) zusammen. Die Wärmedurchlasswiderstände der Einzelschichten  $R$  erhält man aus der Summe der Quotienten von Schichtdicke  $d$  und Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  (Lambda) der Einzelschichten.

$$R_{Tot} = R_{si} + \sum R + R_{se} [\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}] \quad (2)$$

$$\sum R = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n} [\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}] \quad (3)$$

Woher bekommen wir nun die Werte für  $R_{si}$  und  $R_{se}$ ? Wobei handelt es sich dabei eigentlich? Während die Berechnung der Wärmedurchlasswiderstände vorrangig auf Wärmeleitung basieren (Übertragung der Bewegungsenergie von Teilchen zu Teilchen in Feststoffen), handelt es sich bei den Wärmeübergangswiderständen an den Bauteiloberflächen um die Abbildung von konvektiven und radiativen Prozessen (Luftstrom entlang der Oberfläche, Abstrahlung von den Oberflächen, etc.). Diese können nicht so trivial berechnet werden, wie dies mit den Wärmedurchlasswiderständen (im eindimensionalen Wärmetransport) durchgeführt werden kann. Die EN ISO 6946 beinhaltet daher eine Tabelle mit Wärmeübergangswiderständen, die bei U-Wert Berechnungen verwendet werden kann (Die nachstehende Tabelle ist an Tabelle 7 aus der DIN EN ISO 6946-2017 angelehnt).

	Richtung des Wärmestroms		
	aufwärts	horizontal	abwärts
$R_{si}$	0,10	0,13	0,17
$R_{se}$	0,04	0,04	0,04

Da es sich bei einer vertikalen Wand um horizontalen Wärmestrom handelt (der Wärmestrom wird als orthogonal zu den Bauteiloberflächen angenommen) können die Werte 0,13 und 0,04 für  $R_{si}$  und  $R_{se}$  verwendet werden.

Wir können jetzt also Frage 1 rechnerisch beantworten:

$$\sum R = \frac{d_{\text{Innenputz}}}{\lambda_{\text{Innenputz}}} + \frac{d_{\text{Mauerwerk}}}{\lambda_{\text{Mauerwerk}}} + \frac{d_{\text{Außenputz}}}{\lambda_{\text{Außenputz}}} = \frac{0,015}{0,75} + \frac{0,25}{0,9} + \frac{0,015}{1,4} = 0,3085 [\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}]$$

$$R_{Tot} = R_{si} + \sum R + R_{se} = 0,13 + 0,3085 + 0,04 = 0,4785 [\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}]$$

$$U = \frac{1}{R_{Tot}} = \frac{1}{0,4785} = 2,0898 \approx 2,09 [\text{W}\cdot\text{m}^2\cdot\text{K}^{-1}]$$

## Bearbeitung Frage 2:

---

Die Mindestanforderungen für U-Werte von neuen Gebäuden finden sich in der OIB-Richtlinie 6 (aktuelle Version 2019). Für Außenwände wird unter *10.2 Anforderungen an Wärmeübertragende Bauteile* für Außenwände ein U-Wert von höchstens **0,35  $\text{W}\cdot\text{m}^2\cdot\text{K}^{-1}$**  genannt. Daher entspricht der Bauteil nicht diesen Mindestanforderungen.

### Bearbeitung Frage 3 & Bearbeitung Frage 4

---

Um den ersten Teil der Frage 3 zu beantworten, müssen wir zunächst den zweiten Teil dieser Frage beantworten, nämlich die Frage nach der Höhe der Wärmestromdichte  $q$ . Bei den konstanten Bedingungen (Innentemperatur  $\theta_i = 20\text{ °C}$  und Außentemperatur  $\theta_e = -10\text{ °C}$ ) kann dies durch Multiplikation des U-Wertes mit der Temperaturdifferenz passieren. Es ist zu beachten, dass Temperaturdifferenzen immer in Kelvin angegeben werden. Da die Kelvin-Skala und die Celsius-Skala die gleiche Schrittweite haben, ergibt sich dies automatisch.

$$q = U \times (\theta_i - \theta_e) \text{ [W.m}^{-2}\text{]} \quad (4)$$

Führen wir dies nun für unsere Wand durch:

$$q = U \times (\theta_i - \theta_e) = 2,09 \times (20 - (-10)) = 62,697 \text{ [W.m}^{-2}\text{]}$$

Zur Berechnung der Oberflächentemperaturen und Schichttemperaturen kann nun folgendes Formelkonvolut verwendet werden.  $\theta_{si}$  bezeichnet die Oberflächentemperatur innen,  $\theta_1$  die Temperatur zwischen den ersten beiden Schichten (im vorliegenden Fall also die Temperatur zwischen Innenputz und Mauerwerk)

$$\begin{aligned} \theta_{si} &= \theta_i - q \times R_{si} \text{ [°C]} \\ \theta_1 &= \theta_{si} - q \times R_1 \text{ [°C]} \\ &\dots \\ \theta_n &= \theta_{si} - q \times R_n \text{ [°C]} \end{aligned} \quad (5)$$

Berechnen wir nun also die Oberflächentemperatur  $\theta_{si}$  und die Temperatur  $\theta_1$  zwischen Innenputz und Mauerwerk:

$$\begin{aligned} \theta_{si} &= \theta_i - q \times R_{si} = 20 - 62,697 \times 0,13 = 11,8494 \text{ [°C]} \\ \theta_1 &= \theta_{si} - q \times R_1 = \theta_{si} - q \times \frac{d_1}{\lambda_1} = 11,8494 - 62,697 \times \frac{0,015}{0,75} = 10,5955 \text{ [°C]} \end{aligned}$$

Wir sehen also einen starken Temperaturabfall von der Lufttemperatur zur Oberflächentemperatur und einen ungleich geringeren Temperaturabfall im Innenputz.

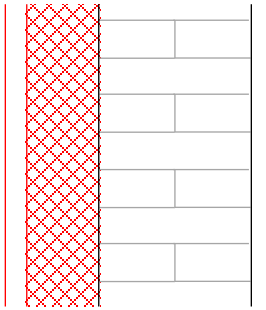
### Bearbeitung Frage 5:

---

Den bisherigen Überlegungen liegt die Annahme von konstanten Innen- und Außentemperaturen zugrunde. Tatsächlich entspricht das aber in den wenigsten Situationen den vorfindbaren Randbedingungen. Die Innentemperatur wird schwanken in Folge unterschiedlicher Belegung, Verwendung von Heizsystemen, etc., während die Außentemperatur dem Tagesgang der Temperaturen im Tages/Nacht-Verlauf folgen wird, sowie in Zentraleuropa auch starken jahreszeitlichen Schwankungen unterliegt. Was in den bisherigen Überlegungen nicht miteingeflossen ist, ist die Wärmespeicherung von Baumaterialien, z.B. in Folge von Sonneneinstrahlung auf den Außenputz. Die Berücksichtigung dieser Aspekte würde das einfache statische Modell des Wärmetransports sehr viel komplexer machen. Der Preis für die Einfachheit des Modells ist dafür, dass wir hier lediglich Wärmetransport in eine Richtung (nämlich Orthogonal zu den Bauteiloberflächen) und nur unter statischen Bedingungen ansehen. Als nichts anderes darf und soll der U-Wert verstanden werden!

## Bearbeitung Frage 6:

Nachstehende Darstellung zeigt die Veränderung des ursprünglichen Wandaufbaus.



Schicht (von innen nach außen)	Dicke d [m]	Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
Innenputz (Gips)	0,015	0,75
Mauerwerk	0,25	0,9
Wärmedämmung (neu)	?	0,04
Außenputz (neu)	0,015	0,9

Wir wollen einen U-Wert von (i) 0,35 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> bzw. (ii) 0,20 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> erreichen. Um herauszufinden, welche Wärmedurchgangswiderstände dazu erforderlich sind, bilden wir jeweils den Kehrwert, gemäß Formel (1).

$$\text{Für (i) beträgt } R_{Tot,i} = \frac{1}{U_{\text{Mindestanforderungen}}} = \frac{1}{0,35} = 2,8571 \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}$$

$$\text{Für (ii) beträgt } R_{Tot,ii} = \frac{1}{0,20} = 5 \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}$$

Der Wärmedurchgangswiderstand der Konstruktion, bestehend aus Innenputz, Mauerwerk und Außenputz (alt) beträgt 0,4785 m<sup>2</sup>.K.W<sup>-1</sup>. Der Wärmedurchlasswiderstand des bestehenden Außenputzes beträgt 0,015 / 1,4 und damit 0,0107 m<sup>2</sup>.K.W<sup>-1</sup>. Wenn wir diesen vom Wärmedurchgangswiderstand abziehen erhalten wir für die Konstruktion ohne Außenputz 0,4678 m<sup>2</sup>.K.W<sup>-1</sup>. Die Differenz zwischen diesem Wert und dem oben berechneten Wärmedurchgangswiderständen für (i) und (ii) müssen nun durch die Wärmedämmplatte und den neuen Putz geleistet werden.

Wir können den Wärmedurchlasswiderstand des Putzes hinzufügen:

$$R_{Tot,neuerAußenputz,keineDämmplatte} = 0,4678 + \frac{0,015}{0,9} = 0,4845 \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}$$

Die Differenzen zwischen den gewünschten Wärmedurchgangswiderständen für (i) und (ii) und dem vorhandenen Konstrukt bestehend aus Innenputz, Mauerwerk und neuem Außenputz (sowie den Wärmeübergangswiderständen) ergibt uns den erforderlichen Wärmedurchlasswiderstand der Dämmschichte.

$$\text{Für (i) beträgt } R_{Dämmschichte} = 2,8571 - 0,4845 = 2,3726 = \frac{d}{\lambda} = \frac{d}{0,04} \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}.$$

Rechnet man nun d aus, erhält man 0,0949 m, was etwa 9,5 cm entspricht. Das nächst bessere Plattenformat beträgt 10cm, daher würde eine 10cm Platte hier ausreichen.

$$\text{Für (ii) beträgt } R_{Dämmschichte} = 5 - 0,4845 = 4,5155 = \frac{d}{\lambda} = \frac{d}{0,04} \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}.$$

Rechnet man nun d aus, erhält man 0,1806 m, was etwas mehr als 18cm entspricht. Man könnte argumentieren, dass 18 cm Dämmung (einmal 10cm plus einmal 8cm Platten) reichen würden. Streng rechnerisch würde der U-Wert dann aber über 0,2 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> liegen, bzw. der erforderliche Wärmedurchgangswiderstand von 5 m<sup>2</sup>.K.W<sup>-1</sup> nicht erreicht werden. In solchen Fällen wäre es vernünftig 2 x 10 cm Platten vorzusehen, wo das Dämmmaterial und die Arbeitskosten des Anbringens nur sehr geringfügige Mehrkosten verursachen dürften.

Der Vollständigkeit halber sollen nun die Wärmestromdichten und Schichttemperaturen errechnet werden. Der Einfachheit halber rechnen wir mit den vorgegebenen U-Werten (0,35 bzw. 0,2 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>).

Fall (i) - Wärmestrom:  $q = U \times (\theta_i - \theta_e) = 0,35 \times (20 - -10) = 10,5 \text{ [W.m}^{-2}\text{]}$

Fall (ii) - Wärmestrom:  $q = U \times (\theta_i - \theta_e) = 0,20 \times (20 - -10) = 6 \text{ [W.m}^{-2}\text{]}$

Fall (i) - Oberflächentemperatur:  $\theta_{si} = \theta_i - q \times R_{si} = 20 - 10,5 \times 0,13 = 18,635 \text{ [}^\circ\text{C]}$

Fall (ii) - Oberflächentemperatur:  $\theta_{si} = \theta_i - q \times R_{si} = 20 - 6 \times 0,13 = 19,22 \text{ [}^\circ\text{C]}$

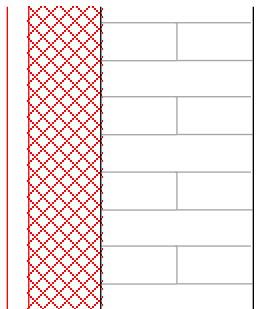
Fall (i) - Schichttemperatur 1:  $\theta_1 = \theta_{si} - q \times R_1 = 18,635 - 10,5 \times \frac{0,015}{0,75} = 18,425 \text{ [}^\circ\text{C]}$

Fall (ii) - Oberflächentemperatur:  $\theta_{si} = \theta_i - q \times R_{si} = 19,22 - 6 \times \frac{0,015}{0,75} = 19,1 \text{ [}^\circ\text{C]}$

Wir sehen also, dass die thermische Erüchtigung des Bauteils mittels Wärmedämmung und neuem Außenputz nicht nur die U-Werte niedriger macht, sondern auch einen Einfluss auf den Temperaturabfall im Bauteil hat und damit auch auf die Oberflächentemperaturen.

**Bearbeitung Frage 7:**

Nachstehende Darstellung zeigt die Veränderung des ursprünglichen Wandaufbaus.



Schicht (von innen nach außen)	Dicke d [m]	Wärmeleitfähigkeit λ [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
Innenputz (Gips)	0,015	0,75
Mauerwerk	0,25	0,9
Wärmedämmung (neu)	0,06	?
Außenputz (neu)	0,015	0,9

Die Frage 7 lehnt sich stark an die Frage 6 an, nur dass wir diesesmal nur 6cm Wärmedämmstoff verbauen dürfen.

Wir können das wieder für beide Fälle rechnen:

Fall (i) (Ziel- U-Wert 0,35 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>):

Aus der Bearbeitung der Frage 6 wissen wir

$$R_{Tot,neuerAußenputz,keineDämmplatte} = 0,4678 + \frac{0,015}{0,9} = 0,4845 \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}$$

Daher können wir jetzt folgende Gleichung aufstellen:

$$R_{Tot,i} = 2,8571 = R_{Tot,neuerAußenputz,keineDämmplatte} + \frac{0,06}{\lambda} = 0,4845 + \frac{0,06}{\lambda} \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}$$

Wenn man diese Gleichung umformt erhält man für Lambda 0,0253 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>.

Fall (ii) (Ziel- U-Wert 0,20 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>):

Analog zu (i) können wir nachstehende Gleichung aufstellen

$$R_{Tot,i} = 5 = R_{Tot,neuerAußenputz,keineDämmplatte} + \frac{0,06}{\lambda} = 0,4845 + \frac{0,06}{\lambda} \text{ [m}^2\text{.K.W}^{-1}\text{]}$$

Wenn man diese Gleichung umformt erhält man für Lambda  $0,0133 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Dämmstoffe mit so niedrigen Lambda-Werten gibt es nur wenige. Diese gehen in Richtung von sehr teuren Hochleistungsdämmstoffen, wie z.B. Aerogelmatten.

Die Oberflächentemperaturen, Schichttemperaturen und Wärmestromdichten berechnen sich analog zu den Ausführungen unter Frage 6.

### **Conclusio:**

---

Wir haben in diesem Beispiel die prinzipielle U-Wert Berechnung für homogene Bauteile angesehen, sowie Oberflächen- und Schichttemperaturen für statische Randbedingungen berechnet. Außerdem haben wir musterhaft berechnet, wie wir bestimmte Ziel-U-Werte erreichen. Das ist so etwas wie das kleine Ein-Mal-Eins des bauphysikalischen Wissens, dass ArchitektInnen und Architekten geläufig haben sollten, nach Möglichkeit ohne Verwendung von Formelsammlungen.

Was wir hier noch nicht angesehen haben sind die folgenden Aspekte:

- Wärmespeicherung in Bauteilen
- Kondensatbildung in Bauteilen und auf Bauteiloberflächen
- Verwenden des Formblatts bzw. automatisierter Berechnungen via Werkzeugen wie z.B. Archiphysik.