

Berliner Studienreihe zur Mathematik
Band 27

Michael Kaltenbäck

Aufbau Analysis



Heldermann Verlag

[zurück](#)

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	ix
12 Topologische Grundbegriffe	1
12.1 Topologische Grundbegriffe	1
12.2 Abgeschlossene Mengen	6
12.3 Häufungspunkte von Netzen*	10
12.4 Stetige Abbildungen	11
12.5 Basis, Subbasis	16
12.6 Initiale Topologie	20
12.7 Spur- und Produkttopologie	23
12.8 Finale Topologie*	27
12.9 Zusammenhang und Trennungseigenschaft (T1)	30
12.10 Trennungseigenschaften (T3) und (T4)	33
12.11 Das Lemma von Urysohn	35
12.12 Kompaktheit	39
12.13 Satz von Tychonoff*	44
12.14 Abstand und Durchmesser von Mengen	45
12.15 Kompaktheit in metrischen Räumen	46
12.16 Abzählbar kompakt und folgenkompakt*	52
12.17 Alexandroff-Kompaktifizierung	53
12.18 Der Satz von Stone-Weierstraß	56
12.19 Übungsaufgaben	61
13 Implizite Funktionen und Mannigfaltigkeiten	73
13.1 Der Banachsche Fixpunktsatz	73
13.2 Implizite Funktionen	75
13.3 Der Umkehrsatz	81
13.4 Höhere Ableitbarkeit von impliziten Funktionen*	85
13.5 Mannigfaltigkeiten	87
13.6 Tangentialräume	97
13.7 Gebiete mit orientierbarem Rand	104
13.8 Abstrakte Mannigfaltigkeiten*	109
13.9 Übungsaufgaben	113

14 Mengen und Abbildungen	121
14.1 Rechnen auf $[0, +\infty]$ und $[-\infty, +\infty]$	121
14.2 Fortsetzung von Funktionenräumen	122
14.3 M -fortsetzbare Funktionale	125
14.4 σ -Algebren und messbare Funktionen	130
14.5 Integrale nichtnegativer Funktionen	134
14.6 Integrierbare $[-\infty, +\infty]$ -wertige Funktionen	136
14.7 Multiplizierte, eingeschränkte und transformierte Maße	140
14.8 Von Funktionalen erzeugte σ -Algebren	143
14.9 Fortsetzung von Maßen und Vergleichssatz	148
14.10 Der Darstellungssatz von Riesz	153
14.11 Das Lebesguesche Maß auf \mathbb{R}^d	159
14.12 Reguläre Maße*	167
14.13 Initiale σ -Algebren	173
14.14 Produktmaße	175
14.15 Integrale komplexwertiger und vektorwertiger Funktionen	183
14.16 Haarsches Maß auf topologischen Gruppen*	191
14.17 Übungsaufgaben	202
15 Transformationsformel, Integralsätze	215
15.1 Transformationsformel	215
15.2 Stetig differenzierbare topologische Gruppe im \mathbb{R}^{d*}	225
15.3 C^1 -Bilder von Nullmengen*	227
15.4 Satz von Sard*	228
15.5 Fixpunktsatz von Brouwer*	229
15.6 Invarianzsätze von Brouwer*	233
15.7 Integration über Mannigfaltigkeiten	236
15.8 Faltung	247
15.9 Integralsätze	253
15.10 Poissonsches Integral*	262
15.11 Übungsaufgaben	268
16 Funktionenräume	277
16.1 Die Höldersche und andere Ungleichungen	277
16.2 L^p -Räume \mathbb{R} -wertiger Funktionen	280
16.3 L^p -Räume \mathbb{C} -wertiger Funktionen	282
16.4 Konvergenz im Maß	283
16.5 Fast gleichmäßige Konvergenz	286
16.6 Dichtheit in L^p	289
16.7 Faltung am L^1	294
16.8 Schwache Ableitung	297
16.9 Übungsaufgaben	300

17 Integraltransformationen und Fourierreihen	303
17.1 Fouriertransformation von L^1 Funktionen	303
17.2 Fouriertransformation von L^2 Funktionen	310
17.3 Laplacetransformation	314
17.4 Fourierreihen	316
17.5 Fourierreihen auf $L^2[-\pi, \pi]$	320
17.6 Gleichmäßige Konvergenz von Fourierreihen*	327
17.7 Übungsaufgaben	328
18 Dualitäten und komplexe Maße	333
18.1 Der Satz von Radon-Nikodym	333
18.2 Die Dualräume der L^p -Räume	337
18.3 Signierte und komplexe Maße	342
18.4 $C_0(\Omega)$ und sein Dualraum*	351
18.5 Übungsaufgaben	355
19 Absolut stetige Funktionen*	357
19.1 Verteilungsfunktionen	357
19.2 Existenz der Ableitung fast überall	359
19.3 Transformation via Verteilungsfunktion	362
19.4 Verteilungsfunktionen von reellen und komplexen Maßen auf \mathbb{R}	366
19.5 Übungsaufgaben	373
A Mächtigkeit und das Lemma von Zorn	375
A.1 Mächtigkeit von Mengen	375
A.2 Halbordnungen und Lemma von Zorn	379
A.3 Mehr über die Mächtigkeit von Mengen	381
Literaturverzeichnis	385
Index	386