Forschungsbereich
MaschinenbauInformatik
und Virtuelle
Produktentwicklung
A.o.Univ.-Prof. Dr.-Manfred Grafinger

Methodik zur Auslegung von gewickelten Rotoren für permanenterregte Axialflussmaschinen

Dissertation

Dipl.-Ing. Rainer Riegler

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna | Austria

Dissertation

Methodik zur Auslegung von gewickelten Rotoren für permanenterregte Axialflussmaschinen

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der technischen Wissenschaften (Dr.techn.),

eingereicht an der TU Wien, Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften, von

Rainer RIEGLER

Mat.Nr.: 1127060

unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Grafinger

Institut für Konstruktionswissenschaften und Technische Logistik, E307

Wien, April 2021

Begutachtet von

Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.
Heinz Pettermann
Technische Universität Wien
Institut für Leichtbau und Struktur
Biomechanik, E317

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.mont. MBA
Martin Leitner
Technische Universität Graz
Institut für Betriebsfestigkeit und
Schienenfahrzeugtechnik, 3120

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen von mir selbstständig erstellt wurde. Alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, sind in dieser Arbeit genannt und aufgelistet. Die aus den Quellen wörtlich entnommenen Stellen, sind als solche kenntlich gemacht.

Das Thema dieser Arbeit wurde von mir bisher weder im In- noch Ausland einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt. Diese Arbeit stimmt mit der von den Begutachterinnen/Begutachtern beurteilten Arbeit überein.

Ich nehme zur Kenntnis, dass die vorgelegte Arbeit mit geeigneten und dem derzeitigen Stand der Technik entsprechenden Mitteln (Plagiat-Erkennungssoftware) elektronisch-technisch überprüft wird. Dies stellt einerseits sicher, dass bei der Erstellung der vorgelegten Arbeit die hohen Qualitätsvorgaben im Rahmen der geltenden Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis „Code of Conduct“ an der TU Wien eingehalten wurden. Zum anderen werden durch einen Abgleich mit anderen studentischen Abschlussarbeiten Verletzungen meines persönlichen Urheberrechts vermieden.

Wien, den 6. Juli 2021

Abstract

The current electrification in automotive technology and industry necessitates the best possible utilization of the available installation space. Due to the high built-in storage capacities with a simultaneous low energy density, attempts are being made to accommodate the drives in previously unused and unsuitable installation spaces for energy storage. Axial flux motors can be suitable for this issue because of their disc-shaped construction. In addition, they offer a higher torque density than radial flux motors with the same diameter.

For radial flux machines, electrical sheet metal layered in the direction of the rotor axis is used to reduce stray fields. The individual layers are aligned parallel to the direction of the magnetic flux. For conventional axial flow machines, the alignment must be adjusted accordingly. Radially aligned the sheets would be necessary to be produced with non-constant thickness. That is why steel disks with SMC elements are used as rotors to compensate for stray fields between the magnets in practice.

For axial flux machines, layered electrical sheet metal with constant thickness can still be used. Instead of the steel disc, sheet metal wound on a hub can be used, onto which the magnets are glued. However, this means that the wound rotor has to absorb the entire load. Conventionally, one would calculate the entire assembly with an FEM. The difficulty, however, is that the metal strip can be several hundred meters long and has many contact points with itself. Therefore, it is very complex to model the problem with FEM. In addition, this problem converges very slowly, and the evaluation takes a lot of time.

To avoid solving the complete problem with the FEM, the problem itself is modified in this work. Instead of the spirally wound electrical steel sheet, sheet metal rings are pulled onto a hub. The mounting of a ring on a hub can be solved analytically and the behaviour of such bandages is known and used in practice. The properties and the calculation are published i.e. in DIN7990.

This approximation is justified in this thesis by the fact, that there is an asymmetry in the load capacity with regard to the load direction. This is due to the spiral shape of the sheet. The coefficient of friction is different in the ring modelling, but these errors can be compensated by adapting the coefficient of friction and these errors are negligible small.

It is obvious that the modelled sheet metal rings may be regarded as infinitely thin due to the low thickness of conventional electrical steel sheets compared to the other dimensions. This allows more general statements to be made and the errors that occur are characterized and the limits of applicability are determined.

In the next step, the load limits for different possible types of loading are determined and the form in which the prestressing must be carried out in order to achieve simultaneous failure in every layer. It is also shown that not only plasticizing is a failure criterion, but that lifting of the individual layers from one another leads to a loss of prestress and thus a failure.

In order to be able to predict where and in what way the rotor will fail, general diagrams are developed for the wound rotor and drum. Limits to the possible number of layers are also sought before plasticizing occurs during the winding itself.

The magnetic pockets can be produced either before winding by cutting out the pockets in the sheet metal strip itself or after winding by milling out of the rotor. The former is preferred for series production, while the latter is preferred for test bench verification of prototypes. Due to the different production, however, there is a change in the preloading and therefore a change in the load capacity of the rotor. These differences and effects are examined.

How strong a rotor can be loaded depends, among other things, on the shape of the magnet and the way the magnetic forces are transferred through the adhesive layer into the rotor itself. To investigate this, an algorithm is presented that models the adhesive layer as a FEM model. Deformations are applied in three characteristic directions and the algorithm is used to convert the stresses into a force distribution curve that can be used for numerical analysis. Additionally, curves for simple magnet shapes and a method for determining the magnet shape based on the curve are presented.

The main parameter of the load capacity of the rotor is the pre-tensioning force during winding. To check this during production, the ideal position of a deformation measurement for hollow hubs is derived depending on the geometry. Changes in the stress curve when using hollow hubs are also shown. Slotted hollow hubs can approximate hollow hubs with axial screw connections.

This method is implemented as a Matlab script. This and the implementation details are explained within the commented code.

The entire algorithm requires many material and geometry-dependent parameters. The effect on the torque characteristic is examined using an example. An example how the algorithm can be used to select a suitable electrical steel sheet is presented.

Kurzfassung

Die fortschreitende Elektrifizierung in der Fahrzeugtechnik und Industrie macht eine möglichst gute Ausnutzung der verfügbaren Bauräume nötig. Aufgrund der hohen verbauten Speicherkapazitäten bei gleichzeitiger niedriger Energiedichte wird versucht die Antriebe in bisher ungenutzte und für Energiespeicher ungeeignete Bauräume unterzubringen. Dafür können Axialflussmotoren aufgrund ihres scheibenförmigen Aufbaus geeignet sein. Außerdem bieten diese gegenüber Radialflussmotoren bei gleichem Durchmesser eine höhere Drehmomentdichte.

Für Radialflussmaschinen wird in Rotorachsrichtung geschichtetes Elektroblech zur Reduktion von Streufeldern benutzt. Dabei sind die einzelnen Schichten parallel zur Magnetflussrichtung ausgerichtet. Für herkömmliche Axialflussmaschinen muss die Ausrichtung entsprechend angepasst werden. Radial ausgerichtete Schichtung würde zu Blechen mit nicht konstanter Dicke führen. Deshalb werden Stahlscheiben mit SMC Elementen zur Streufeldkompensation zwischen den Magneten als Rotoren benutzt.

Für Axialflussmaschinen lässt sich trotzdem geschichtetes Elektroblech mit konstanter Dicke benutzen. Dazu kann statt der Stahlscheibe auf einer Nabe aufgewickeltes Blech benutzt werden, auf das die Magnete anschließend aufgeklebt werden. Das heißt allerdings, dass der gewickelte Rotor die gesamten Belastungen aufnehmen muss. Herkömmlicherweise würde man die gesamte Baugruppe mit einer FEM berechnen. Die Schwierigkeit besteht allerdings darin, dass der gewickelte Blechstreifen mehrere hundert Meter lang sein kann, und mit sich selbst eine Vielzahl an Kontaktstellen aufweist, und somit sehr aufwendig zu modellieren ist. Außerdem konvergiert dieses Problem nur sehr langsam und die Auswertung bedeutet großen Zeitaufwand.

Um die Lösung des Gesamtproblems mit der FEM zu vermeiden wird in dieser Arbeit das Problem modifiziert. Statt des spiralförmig aufgewickelten Elektroblechs zu betrachten, werden stattdessen modelhaft Blechringe nacheinander auf eine Nabe aufgezogen. Das Aufziehen eines Ringes auf eine Nabe lässt sich analytisch darstellen und wie sich so ein Verband in der Praxis verhält ist bekannt. Z.B. in der DIN7990 sind die Eigenschaften und die Berechnung davon veröffentlicht. Hier werden im Wesentlichen modellhaft eine Reihe von Ringen nacheinander aufgezogen und die Eigenschaften dieses Verbandes abgeleitet.

Diese Näherung wird in dieser Arbeit dahingehend begründet, dass zwar durch die eigentliche Spiralform eine Asymmetrie in der Belastbarkeit bezüglich der Belastungsrichtung existiert und der Reibkoeffizient bei der Ringmodellierung anders ist, aber diese Fehler lassen sich einerseits durch Anpassung des Reibkoeffizienten ausgleichen und andererseits sind diese Fehler vernachlässigbar klein.

Es ist naheliegend die modellierten Blechringe, aufgrund der geringen Dicke üblicher Elektrobleche gegenüber den anderen Abmessungen, als unendlich dünn anzusehen. Dadurch können allgemeinere Aussagen getroffen werden und es werden die dabei auftretenden Fehler charakterisiert und die Grenzen der Anwendbarkeit bestimmt.

Damit werden im nächsten Schritt die Belastungsgrenzen für unterschiedliche mögliche Belastungsarten bestimmt, und in welcher Form die Vorspannung zu erfolgen hat, um gleichzeitiges Versagen in jeder Schicht zu erreichen. Es wird außerdem gezeigt, dass nicht nur Plastizieren ein Versagenskriterium ist, sondern dass Abheben der einzelnen Schichten voneinander zum Verlust der Vorspannung und somit zum Versagen führt.

Um Vorhersagen zu können, wo und in welcher Art und Weise der Rotor versagt, werden allgemeingültige Diagramme für den gewickelten Rotor und einer etwaigen Bandage entwickelt. Es werden dabei auch Grenzen der möglichen Schichtanzahl gesucht, bevor es schon beim Wickeln selbst zu Plastizieren kommt.

Die Herstellung der Magnettaschen kann entweder vor dem Aufwickeln durch Ausschneiden der Taschen im Blechstreifen selbst oder nach dem Aufwickeln durch Ausfräsen aus dem Rotor erfolgen. Ersteres wird für die Serienproduktion präferiert, während Zweiteres zur Prüfstandsverifikation von Prototypen bevorzugt wird. Durch die unterschiedliche Herstellung kommt es allerdings zu einer Veränderung des Vorspannungsverlaufs und dementsprechend auch zu einer Veränderung der Belastbarkeit des Rotors. Diese Unterschiede und Auswirkungen werden untersucht.

Wie stark ein Rotor belastbar ist, hängt unter anderem von der Magnetform und wie die Magnetkräfte durch die Kleberschicht in den Rotor übertragen wird ab. Zur Untersuchung davon wird ein Algorithmus vorgestellt, bei der die Klebeschicht FEM modelliert und die Verformungen in drei charakteristischen Richtungen aufgebracht werden. Die Resultate davon werden in eine Kraftverteilungskurve umgerechnet, die zur numerischen Analyse benutzt werden kann. Dahingehend werden auch Kurven für einfache Magnetformen und eine Methode zur Bestimmung der Magnetform ausgehend von der Kraftverteilungskurve vorgestellt.

Der wesentliche Parameter, der die Belastbarkeit des Rotors beeinflusst, ist die Vorspannkraft beim Wickeln. Um während der Produktion diese überprüfen zu können, wird die ideale Position einer Deformationsmessung bei Hohlnaben abhängig von der Geometrie hergeleitet. Außerdem werden Änderungen im Spannungsverlauf bei Verwendung von Hohlnaben gezeigt. Geschlitzte Hohlnaben können Hohlnaben mit axialen Verschraubungen annähern.

Diese Methodik ist als Matlab Programm implementiert und wird mit dem kommentierten Code erklärt. Es wird an einem Beispiel untersucht, wie sich die verwendeten Parameter auf die ertragbare Drehmomentkennlinie auswirken.

Inhaltsverzeichnis

1 Axialflussmotoren **1**

1.1 Bauartauswahl 1

1.2 Elektroblechlaminierung 5

1.3 Beantwortete Forschungsfragen 6

2 Einführung in die Modellierung **9**

2.1 Lokale Steigung der Blechwicklung 10

2.2 Kräftegleichgewicht bei Drehmomentbelastung 11

2.3 Grenzen der Ringmodellierung 13

3 Untersuchungen zur Bestimmung der Art des Versagens **17**

3.1 Querpressverband 17

3.2 Fliehkraftermittlung 22

3.3 Näherung durch unendlich dünne Bleche 24

3.4 Theoretische Belastungsgrenzen 36

4 Vorhersagen zur Versagensform **49**

4.1 Versagen durch Fliehkraft 52

4.2 Versagensform einer Bandage 54

4.3 Versagen der Wicklung durch Schubbelastungen 60

4.3.1 ohne Fliehkraft – statischer Fall 60

4.3.2 mit Fliehkraft 65

4.4 Fertigung der Magnettaschen nach dem Vorspannen 73

5 Analyse der Kraftverteilung mittels Finite Elemente Methode (FEM) **75**

5.1 Numerische Berechnung der Auslastung eines Läufers 75

5.2 Kraftverteilung für unterschiedliche Magnetformen 82

5.3 Magnetform aus gewähltem Kraftverlauf bestimmen 84

6 Überprüfung der Wickelvorspannung 87

6.1 Durchmesseränderung bei theoretischer Hohlnabe 87

6.2 Näherung für reale Naben 90

7 Einflussgrößen auf die Beanspruchbarkeit eines Rotors 97

7.1 Auswertung 97

7.2 Zusammenfassung der Ergebnisse der Beispielrechnung 104

8 Zusammenfassung 105

9 Ausblick 107

Anhang 109

A verwendeter Matlab Code 109

A1 Auslegung_Einlesen_Knotenkraefte.m 109

A2 Auslegung.m 112

B Beispiele für Fugendruckreduktion 125

C Beispiele für Kraftverläufe 129

D Beispiel zur Anwendung zur Auswahl eines Elektroblechs 137

D1 Fertigung mit vor dem Aufwickeln geschnittenen Taschen 137

D2 Fertigung mit nach dem Aufwickeln geschnittenen Taschen 139

D3 Empfehlung 141

Literaturverzeichnis 143

Abbildungsverzeichnis

1.1.1 Axialflussmaschine [Tong, 2014] 2
1.1.2 Radialflussmaschine [Gottlieb, 1997] 2
1.1.3 Magnetische Flussdichte im Luftspalt 4
1.2.1 Wirbelströme im Elektroblechlaminat[Tong, 2014] 6

2.1.1 Definition der örtlichen Steigung 10
2.2.1 Kraftrichtung beim Kräftegleichgewicht am vorgespannten Blech 12
2.2.2 Reibwert der Ringmodellierung 14
2.3.1 Reibwert der Ringmodellierung 15

3.1.1 Kräfte an einem Hohlzylindersektor 18
3.1.2 Verformungen am Hohlzylinder 19
3.1.3 Definition der Variablen für zylindrischen Querpressverband 20
3.1.4 wirkende Spannungen bei Querpressverband 21
3.2.1 Verhältnis der maximalen Tangentialspannungen 25
3.3.1 Rotor aus gewickeltem Blech, Blech übertrieben dick dargestellt 25
3.3.2 Radialspannungsverlaufsvgl. für konst. und quadr. Vorspannungsverlauf 27
3.3.3 Tangentialspg.verlaufsvgl. für konst. und quadr. Vorspannungsverlauf . 28
3.3.4 Radialspannungsverläufe bei endlicher Blechdicke 31
3.3.5 Tangentialspannungsverläufe bei endlicher Blechdicke 31
3.3.6 Korrekturfaktor bei konstanter Vorspannung 32
3.3.7 Korrekturfaktor bei quadratischer Vorspannung 33
3.3.8 Fugendruckvergleich für konstanten Vorspannungsverlauf 34
3.3.9 Fugendruckvergleich für quadratischen Vorspannungsverlauf 35
3.4.1 Abmessungen für Magnetfliehkraft 38
3.4.2 Aufteilung der Fliehkraft 39
3.4.3 Abmessungen für bessere Kraftverteilung 40

3.4.4 Numerische Auswertung der Kraftaufteilung 42
3.4.5 beispielhafte Darstellung der zulässigen Drehzahl der Bandage 45

4.0.1 Kräfte an der äußersten Wicklung 50
4.0.2 Kräfte bei miteinander verbundenen Schichten 51
4.2.1 Fließort und Versagensform bei bsph. Querkontraktionszahl 59
4.2.2 Fließort und Versagensform bei var. Querkontraktionszahl 59
4.3.1 Bereiche zur Berechnung d. Vergleichsspg. bei konst. Vorspg. 61
4.3.2 Grenzkurven für unterschiedliche Reibkoeffizienten 64
4.3.3 Grenzkurven für unterschiedliche Reibkoeffizienten 64
4.3.4 Grenzkurven für unterschiedliche Drehzahlen und $\mu = 0.2$ 68
4.3.5 Linearisierung der Grenzkurvendifferenz 70
4.3.6 Näherungsweise Bestimmung der sicheren Bereiche, $\mu = 0.5$ 71

5.1.1 exemplarische Darstellung der Klebeflächen 76
5.1.2 ungeordnetes Mesh 76
5.1.3 geordnetes Mesh, nachteilig zur Bestimmung des Kraftverlaufs 77
5.1.4 Kraftaufteilungskurven, bei ungeordnetem und geordnetem Mesh . . . 78
5.1.5 Randbedingungen auf den Klebeflächen 79
5.1.6 Skize Geometrie 80
5.1.7 beispielhafte Drehmomentkurve 81
5.1.8 beispielhafte Ausnutzungskurve 82
5.3.1 Beispiel zur berechneten Magnettaschenform 85
5.3.2 mögliche Magnettaschenformen, durch unterschiedliche Basisverläufe . 86

6.1.1 Vgl. d. Dehnungen am Außen- und Innendurchmesser der Nabe 88
6.1.2 Vgl d. rad. Verschiebungen am Außen- und Innendurchmesser der Nabe 89
6.2.1 Definition der 3 Bereiche einer geschlitzten Nabe 91
6.2.2 Beispielhafter Spannungsverlauf in einer geschlitzten Nabe 93
6.2.3 radiale Verschiebung als Isoplot einer geschlitzten Nabe 95

7.0.1 verwendete Drehmomentkurve 98
7.1.1 Auswertung des Basisrotors bei unterschiedlichen Drehzahlen 98
7.1.2 Ausnutzungsgrad des Basisrotors 99
7.1.3 Ausnutzungsgrad, bei unterschiedlicher Magnettaschenfertigung 100

7.1.4 Ausnutzungsgrad, bei halber Dichte und doppelter Reibung 101
7.1.5 Ausnutzungsgrad, bei Veränderung der Geometrieparameter 102
7.1.6 Ausnutzungsgrad, bei Veränderung der Vorspannparameter 102

B1.1 sektorförmige Magnettaschen 126
B1.2 Magnettaschen mit konst. Breite zwischen d. Taschen 126
B1.3 Magnettaschen mit parallelen Flanken 127
B1.4 resultierenden Fugendrücke bei unterschiedlichen Magnetformen 128

C1.1 Definitionen sektorförmige Magnettaschen 129
C1.2 Kraftverlauf sektorförmige Magnettasche 130
C1.3 Definitionen sektorförmige (verschobene) Magnettaschen 131
C1.4 Kraftverlauf (verschobene) sektorförmige Magnettasche 132
C1.5 Kraftverlauf (verschobene) sektorförmige Magnettasche 133
C1.6 Definitionen rechteckförmige Magnettaschen 134
C1.7 Kraftverlauf rechteckförmige Magnettasche 134
C1.8 Definitionen echt rechteckförmige Magnettaschen 135
C1.9 Kraftverlauf rechteckförmige Magnettasche, mit geradem Abschluss . . 136

D0.1 Belastungskurve 138
D1.1 Ausnutzungsgrad high-perm NO30-17, vorgeschnittenen Taschen 139
D1.2 Ausnutzungsgrad, NO35-26 HS, vorgeschnittene Taschen 140
D2.1 Ausnutzungsgrad, high-perm NO30-17, n. d. Wickeln geschn. Taschen . 140
D2.2 Ausnutzungsgrad, NO35-26 HS, n. d. Wickeln geschn. Taschen 141
D2.3 Ausnutzungsgrad, NO35-26 HS, n. d. Wickeln geschn. Taschen, Bandage 142

Symbolverzeichnis

Symbol	Beschreibung
T_d	elektrisches Drehmoment
S_{elm}	elektrische Scheinleistung
T_{dAFPM}	elektrisches Drehmoment von permanenterregten Axialflussmaschinen
k_D	Parameter zur Geometriedefinition von Axialflussmaschinen
k_{w1}	Wicklungsparameter
D_{out}	Außendurchmesser des Stators von Axialflussmaschinen
B_{mg}	Magnetischer Fluss im Luftspalt von permanenterregten Synchronmaschinen
A_m	Stromdichte
k_{dAFPM}	Durchmesserverhältnis des Stators von Axialflussmaschinen
m_1	Anzahl der Phasen
J_a	Stromdichte einer Phase
s_a	Leiterquerschnitt
N_1	Anzahl der Wicklungen
T_{dRFPM}	elektrisches Drehmoment von permanenterregten Radialflussmaschinen
D_{1in}	Statorinnendurchmesser von Radialflussmaschinen
L_i	Statorlänge innen
B_R	Magnetremanenz
H	Magnetdicke eines zylinderförmigen Magnets
z	Abstand von der Stirnfläche
P_e	Wirbelstromverluste
t	Blechdicke des aufgewickelten Blechstreifens
k	Steigung der Blechwicklung
M	wirkendes Drehmoment
P_M	zusätzliche Druckkraft aufgrund der Drehmomentbelastung bei Spiralmodellierung
R_M	durch Drehmomentbelastung und Spiralwinkel aufzunehmende Reibkraft
F_M	durch Drehmomentbelastung an das betrachtete Blechstreifensegment angreifende Kraft

Symbol	Beschreibung
P	vor der Belastung wirkende Druckkraft
μ_S	bei realem Läufer vorhandener Reibkoeffizient
μ_R	Reibkoeffizient bei der Ringmodellierung
a	Verhältnis der Reibkoeffizientsdifferenz zu μ_S
σ_r	Radialspannung
σ_t	Tangentialspannung
ε_r	Radialdehnung
ε_t	Tangentialdehnung
u	radiale Verschiebungskomponente
E	E-Modul
r_{aA}	Außenradius am Außenteil eines Querpressverbandes
r_{iA}	Innenradius am Außenteil eines Querpressverbandes
r_{aI}	Außenradius am Inneneil eines Querpressverbandes
r_{iI}	Innenradius am Außenteil eines Querpressverbandes
Q_A	Radiusverhältnis vom Außenteil
Q_I	Radiusverhältnis vom Innenteil
σ_{rA}	Radialspannungsverlauf am Außenteil
σ_{tA}	Tangentialspannungverlauf am Außenteil
σ_{rI}	Radialspannungsverlauf am Innenteil
σ_{tI}	Tangentialspannungverlauf am Innenteil
p_F	Fugendruck
ω	Winkelgeschwindigkeit des Läufers
ρ	Läuferdichte
ν	Querkontraktionszahl des Läufers
r_{Sa}	Außenradius einer Scheibe
r_{Si}	Innenradius einer Scheibe
σ_m	mittlere Vorspannung im Blechstreifen
R	Außenradius der Blechwicklung
σ_V	Vorspannung des Blechstreifens
p_g	Gesamtfugendruck
c_a	Parameter zur Definition des Vorspannungsverlaufs
r_W	Wickelradius, Außenradius der Nabe
r_i	Innenradius eines Blechringes
r_a	Außenradius eines Blechringes
Q	Radiusverhältnis
u_A	radiale Deformation des Außenteils
u_I	radiale Deformation des Innenteils
σ_F	Fließspannung

Symbol	Beschreibung
K	Korrekturfaktor zum Abgleich des Fugendrucks bei integraler und summativer Betrachtung
n	Läuferdrehzahl
p_{mzus}	Zusätzliche Beanspruchbarkeit durch Kleberschicht der Magnete
$\tau_{Kleber.zul}$	zulässige Schubspannung der Kleberschicht
r_{mi}	Innenradius des Magnetangriffs
r_R	Außenradius des Magnetangriffs
r_m	radialer Massenschwerpunkt der Magnete
p_I	Anteil der extern angreifenden Beanspruchung, der in den Innenteil übertragen wird
p_A	Anteil der extern angreifenden Beanspruchung, der in den Außenteil übertragen wird
E_K	Klebersteifigkeit
ν_K	Querkontraktionszahl der Klebeschicht
F_r	Anteil der Fliehkraft auf die radiale Klebeschicht der Magnete
F_s	Anteil der Fliehkraft auf die seitliche Klebeschicht der Magnete
t_s	Kleberdicke auf den Seitenflächen der Magnete
t_r	Kleberdicke auf den radialen Flächen der Magnete
G_K	Schubmodul der Klebeschicht
p_s	Einbringung der Fugendruckänderung durch die Klebeschicht der seitlichen Magnetflächen
p_{sg}	gesamte Einbringung der Fugendruckänderung durch die Klebeschicht der seitlichen Magnetflächen
M_{an}	Antriebsmoment
$\dot{\omega}$	Winkelbeschleunigung des Rotors
I	Trägheitsmoment
D	Bandagendicke
σ_R	erhöhte Bandagenvorspannung
F_V	Blechvorspannkraft
t_M	Magnetdicke
σ_{zul}	zulässige Spannung
b_0	Blechstreifenbreite vor Taschenfertigung
$\omega_{Abheben}$	Winkelgeschwindigkeit des Läufers, wenn Abheben eintritt
$\omega_{Fliessen}$	Winkelgeschwindigkeit des Läufers, wenn Fließen eintritt
b_R	Restblechbreite, nachdem die Magnettaschen gefertigt wurden
h	Parameter zur Beschreibung der Bandagendicke in Abhängigkeit des äußeren Wickelradius

Symbol	Beschreibung
d	Parameter zur Beschreibung der Bandagendicke in Abhängigkeit des äußeren Wickelradius
σ_{Vges}	Vergleichsspannung durch Vorspannung
g	Parameter als Bezug der Vorspannung auf die zulässige Vergleichsspannugn
$\sigma_{ver,I}$	Vergleichsspannung im Bereich I
$\sigma_{ver,II}$	Vergleichsspannung im Bereich II
M_r	Drehmoment bevor Durchrutschen auftritt
τ_r	Schubspannung, wenn Durchrutschen auftritt
τ_f	Fließschubspannung
$g_{I,stat}$	Vorspannungsparameter bei Betrachtung ohne Fliehkraftanteil
$g_{II,stat}$	Vorspannungsparameter bei Betrachtung ohne Fliehkraftanteil
τ_M	Schubspannung durch Drehmomentbelastung
s	Fliehkraftparameter, der Fliehkraft im Rotor auf die zulässige Spannung bezieht
$g_{I,dyn}$	Vorspannungsparameter bei Betrachtung mit Fliehkraftanteil
$g_{II,dyn}$	Vorspannungsparameter bei Betrachtung mit Fliehkraftanteil
$M_{f,I}$	Drehmoment, bei dem Fließen auftritt
$M_{f,II}$	Drehmoment, bei dem Fließen auftritt
p_{lok}	lokaler Fugendruck
c_{red}	Reduktionsfaktor von lokalem Fugendruck auf effektiven Fugendruck
p_{eff}	effektiver Fugendruck
A_{red}	Fläche eines Ringes nach der Fertigung der Magnettaschen
A_0	Fläche eines Ringes vor der Fertigung der Magnettaschen
F_u	Kraftverlauf für radiale Verschiebungen
F_v	Kraftverlauf für tangentiale Verschiebungen
F_w	Kraftverlauf für axial Verschiebungen
φ_{gU}	unterer Grenzwinkel
φ_{gO}	oberer Grenzwinkel
ϕ	Schubspannung zur Kraftverlaufsbestimmung bei tangentialer Belastung
n_M	Magnetanzahl einer Seite
b_S	Stegbreite zwischen Sektorförmigen Magnete
b_M	Breite von Magnete mit parallelen Flanken

Kapitel 1

Axialflussmotoren

Axialflussmotoren waren eine der ersten Bauformen von Elektromotoren. Zwischen 1831-1834 haben Faraday und andere Physiker bereits entsprechende Maschinen entworfen und Prototypen davon gebaut. Jedoch gelten, seit das erste Patent 1837 auf Radialflussmaschinen vergeben wurden, Radialflussmaschinen als praktikabler [Campbell, 1996][Chan, 1982]. Die damals entscheidenden Nachteile von Axialflussmotoren waren u.a. hohe axiale Kräfte, Probleme bei der Erzeugung der Statorkerne sowie Probleme beim Zusammenbau der Maschinen. Lange Zeit waren außerdem die schlechte Verfügbarkeit und Eigenschaften von hartmagnetischen Materialien ein Problem. Dieses Problem wurde mit den fallenden Preisen von seltene Erden Permanentmagnete durch die Entdeckung von NdFeB Magneten gelöst, wodurch permanent erregte Maschinen, durch die einfachere Geometrie der Magnete von permanenterregten Axialflussmaschinen, wieder wesentlich attraktiver wurden [Gieras et al., 2008].

1.1 Bauartauswahl

Elektromotoren lassen sich u.a. in Radialfluss- und Axialflussmaschinen unterscheiden. Bei Radialflussmaschinen (Abb. 1.1.2) ist das elektrische Feld in radialer Richtung und bei Axialflussmaschinen (Abb. 1.1.1) in axialer Richtung ausgerichtet.

Die passende Bauart hängt u.a. von den Geometrieverhältnissen des vorhandenen Bauraums und den dabei erreichbaren maximalen Drehmomenten der unterschiedlichen Varianten ab.

Das elektrische Drehmoment T_d von permanent erregten Synchronmaschinen wird über die Scheinleistung S_{elm} und die Rotordrehzahl n mit der Gleichung (1.1) bestimmt [Gieras, 2002]. Die Scheinleistung hängt dabei u.a. von der Luftspaltgeometrie und der Magnetgeometrie ab.

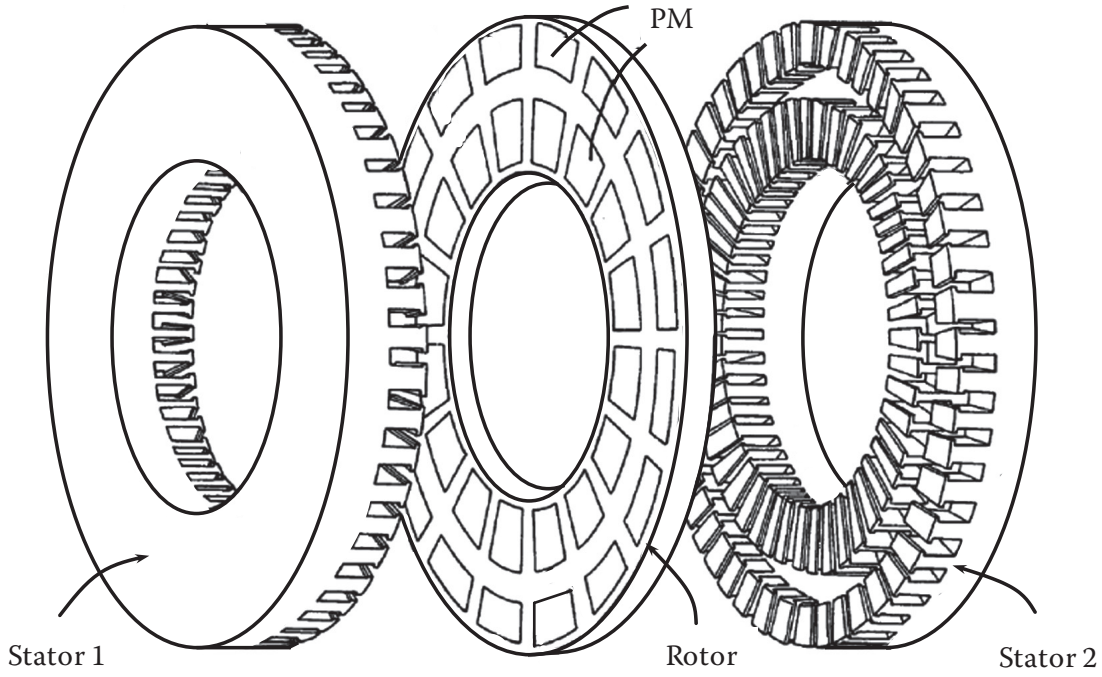

Abbildung 1.1.1: Axialflussmaschine [Tong, 2014]

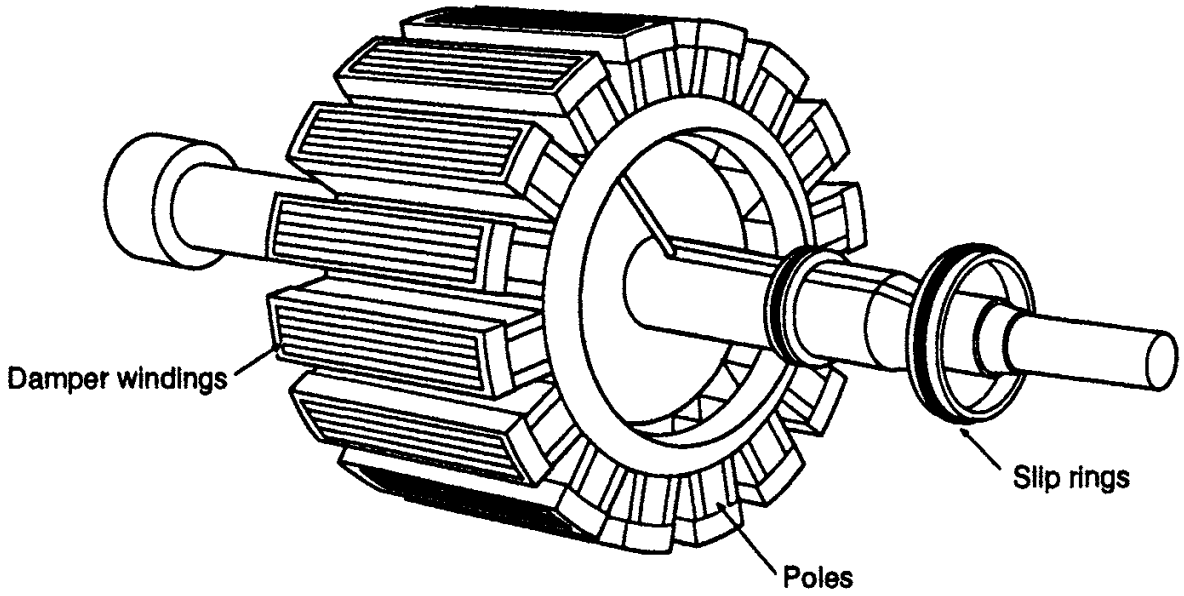

Abbildung 1.1.2: Radialflussmaschine [Gottlieb, 1997]

$$T_d = \frac{S_{elm} \cos\phi}{2\pi n} \tag{1.1}$$

Die Scheinleistung unterscheidet sich für Axial- und Radialflussmaschinen aufgrund der unterschiedlichen Geometrie und entsprechend die Proportionalität. Für Axialflussmaschinen mit permanenter Erregung (AFPM) wird das Drehmoment mit Gleichung (1.6) ermittelt [Gieras et al., 2008].

$$T_{dAFPM} = \frac{\pi}{2} k_D k_{w1} {D_{out}}^3 B_{mg} A_m \cos\psi \tag{1.2}$$

$$k_D = \frac{1}{8}\left(1 + k_{dAFPM}\right)\left(1 - k_{dAFPM}^2\right) \tag{1.3}$$

$$k_{dAFPM} = \frac{R_{in}}{R_{out}} = \frac{D_{in}}{D_{out}} \tag{1.4}$$

$$A_m = \frac{4\sqrt{2} m_1 J_a s_a N_1}{\pi D_{out}\left(1 + k_{dAFPM}\right)} \tag{1.5}$$

$$\begin{aligned} T_{dAFPM} &= \frac{\pi}{2}\frac{1}{8}\left(1 + \frac{D_{in}}{D_{out}}\right)\left(1 - \left(\frac{D_{in}}{D_{out}}\right)^2\right) k_{w1} D_{out}^3 B_{mg} \frac{4\sqrt{2} m_1 J_a s_a N_1}{\pi D_{out}\left(1 + \frac{D_{in}}{D_{out}}\right)} \cos\psi \\ &= \frac{1}{4}\left(D_{out}^2 - D_{in}^2\right) k_{w1} B_{mg} \sqrt{2} m_1 J_a s_a N_1 \cos\psi \\ &\propto \left(D_{out}^2 - D_{in}^2\right) B_{mg} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Für Radialflussmaschinen mit permanenter Erregung (RFPM) ergibt sich das Drehmoment zu Gleichung (1.9). Um die Vergleichbarkeit von RFPM und AFPM bei gegebenem Bauraum zu ermöglichen wird der Luftspaltdurchmesser D_{1in} durch den Innen- und Außendurchmesser ersetzt.

$$T_{dRFPM} = \frac{\pi}{4} k_{w1} {D_{1in}}^2 L_i B_{mg} A_m \cos\psi \tag{1.7}$$

$$A_m = \frac{2 m_1 \sqrt{2} N_1 J_a s_a}{\pi D_{1in}} \tag{1.8}$$

$$\begin{aligned} T_{dRFPM} &= \frac{1}{4} k_{w1} D_{1in} L_i B_{mg} 2 m_1 \sqrt{2} N_1 J_a s_a \cos\psi \\ &\propto D_{1in} L_i B_{mg} \\ &\propto \left(D_{out} + D_{in}\right) L_i B_{mg} \end{aligned} \tag{1.9}$$

Mit den Proportionalitätsgleichungen für das Drehmoment (1.6) und (1.9) ergibt sich eine Proportionalitätsgleichung (1.10) zur Bestimmung der sinnvolleren Bauform bei gegebenem Bauraumverhältnis.

$$\frac{T_{dAFPM}}{T_{dRFPM}} \propto \frac{\left(D_{out} - D_{in}\right) B_{mg}}{L_i B_{mg}} \tag{1.10}$$

Die magnetische Flussdichte B_{mg} im Luftspalt hängt von der magnetischen Remanenz B_R, der Magnetgeometrie und der Luftspaltgröße ab. Die magnetische Remanenz ist eine Werkstoffgröße, welche die Restmagnetisierung nach dem Magnetisieren bis zur Sättigung angibt [Fischer, 2016]. Für einfache Magnetformen lässt sich die magnetische Feldstärke analytisch angeben [Camacho and Sosa, 2013] und für zylinderförmige Magnete entlang der Symmetrieachse wird diese mit Gleichung (1.11) bestimmt. In Abbildung 1.1.3 ist die Gleichung als Isoplot dargestellt. Darin erkennt man, dass die magnetische Flussdichte mit kleiner werdendem Luftspalt z und in weiterer Folge das erreichbare Drehmoment größer wird und dass sich bei fixierter Luftspaltgröße und Magnetdicke H ein bestimmter Magnetradius R zur Maximierung der magnetischen Flussdichte ergibt.

$$\begin{aligned}\frac{B_{mg}}{B_R} &= \frac{1}{2}\left(\frac{H+z}{\sqrt{R^2+(H+z)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{H}{R}+\frac{z}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}+\frac{z}{R}\right)^2}} - \frac{\frac{z}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{R}\right)^2}}\right)\end{aligned} \tag{1.11}$$

$$\lim_{\frac{z}{H}\to 0}\left(\frac{B_{mg}}{B_R}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) \tag{1.12}$$

$$\lim_{\frac{z}{R}\to 0}\left(\frac{B_{mg}}{B_R}\right) = \frac{1}{2}\frac{H}{\sqrt{R^2+H^2}} \tag{1.13}$$

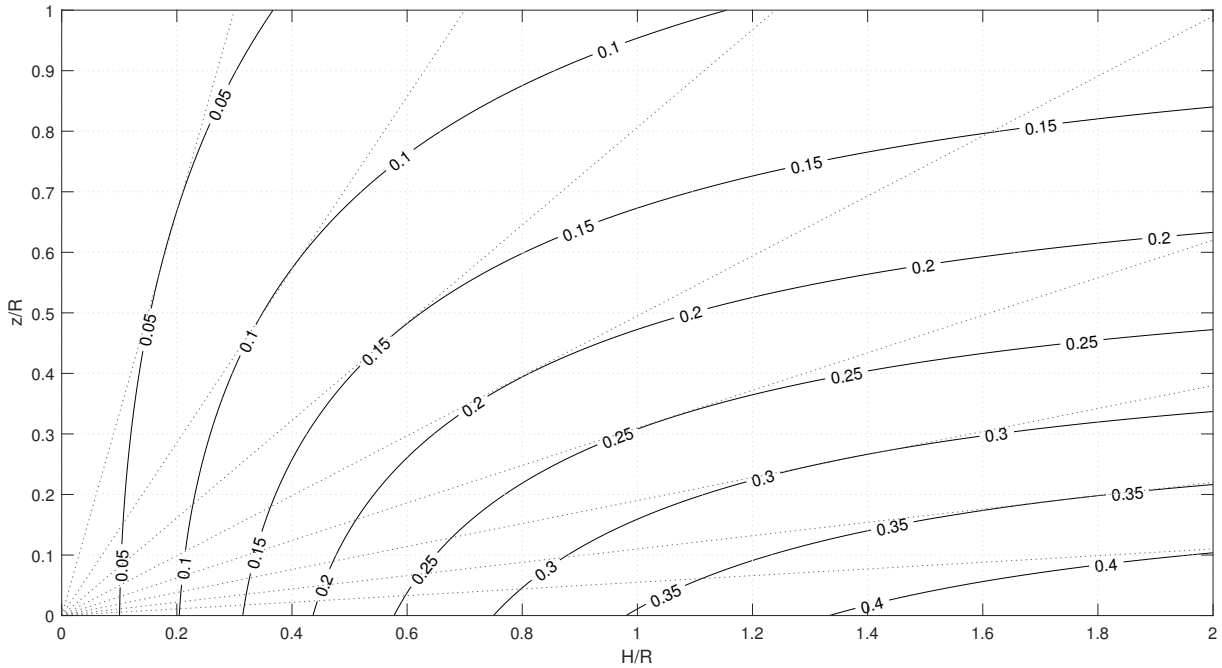

Abbildung 1.1.3: Magnetische Flussdichte im Luftspalt für zylinderförmige Permanentmagnete, bezogen auf die magnetische Remanenz

1.2 Elektroblechlaminierung

Zur Maximierung des erreichbaren Drehmoments werden in üblichen Elektromotoren mit weichmagnetischem Elektroblech laminierte Rotoren verwendet. Die gebräuchlichste Materialvariante sind aufgrund ihrer guten elektrischen Eigenschaften bei gleichzeitig hoher Verfügbarkeit und guter Verarbeitbarkeit Siliziumstähle mit 1.5% bis 3.0% Siliziumanteil. Eine teurere, aber für Hochleistungsmaschinen bessere geeignete, Alternative sind Nickellegierungen. Diese weisen geringere Kernverluste und eine höhere Leitfähigkeit auf. Allerdings erfordert die Verarbeitung einen aufwendigeren Vergütungsprozess um eine isolierende Oxidationsschicht zu bilden. Kobalt Legierungen finden aufgrund ihrer niedrigen Dichte bei gleichzeitig hoher Festigkeit dort Anwendung wo niedriges Gewicht erforderlich ist oder hohe Drehzahlen benötigt werden [Bhagubai et al., 2020].

Der Zuschnitt des Elektroblechs erfolgt in den meisten Fällen mittels Laserschneiden oder Stanzen [Tong, 2014]. Das Ausstanzen weißt eine hohe Produktivität auf, allerdings kann es durch die Deformation der Randbereiche zu einer Verschlechterung der elektrischen Eigenschaften kommen. Um eine elektrische Verbindung zwischen den Schichten zu vermeiden müssen Grate unbedingt verhindert werden. Beim Laserschneiden treten im Normalfall nur kleine Grate auf und die Schnittstellen bilden aufgrund der hohen Temperaturen sofort eine Oxidschicht. Die Produktivität ist jedoch wesentlich niedriger als beim Stanzen [Hubert et al., 2014].

Der Hauptzweck der Verwendung von dünnen Elektroblechen liegt an der Reduktion der ins Blech induzierten Wirbelströme. Die Wirbelströme treten wie in Abbildung 1.2.1 gezeigt in der Ebene normal zum magnetischen Fluss auf. Die Bleche sind an der Oberfläche elektrisch isoliert, deshalb sind die Wirbelströme zwischen den Schichten wesentlich geringer als in den Schichten [Yamazaki et al., 2008]. Um die Isolation nach der Bearbeitung zu gewährleisten ist es oft nötig nach dem Bearbeitungsprozess die Bleche zu oxidieren bzw. neu zu beschichten. Eine geringe Blechdicke t ist essentiell für geringe Wirbelstromverluste da die Proportionalität $P_e \propto t^2$ gilt [Brachthäuser, 2012].

Für Radialflussmotoren lässt sich die Blechung entsprechend einfach durch flache Bleche realisieren. Um die entsprechende Ausrichtung bei Axialflussmotoren zu erreichen gibt es die Möglichkeiten die Bleche radial oder tangential auszurichten. Radial ausgerichtete Bleche sind schwierig herzustellen, da dadurch die Verwendung von Blechen mit konstanter Dicke nicht möglich ist. Tangential ausgerichtetes Blech bedeutet im wesentlichen das in dieser Arbeit behandelte Aufwickeln des Streifens [Odvářka et al., 2009].

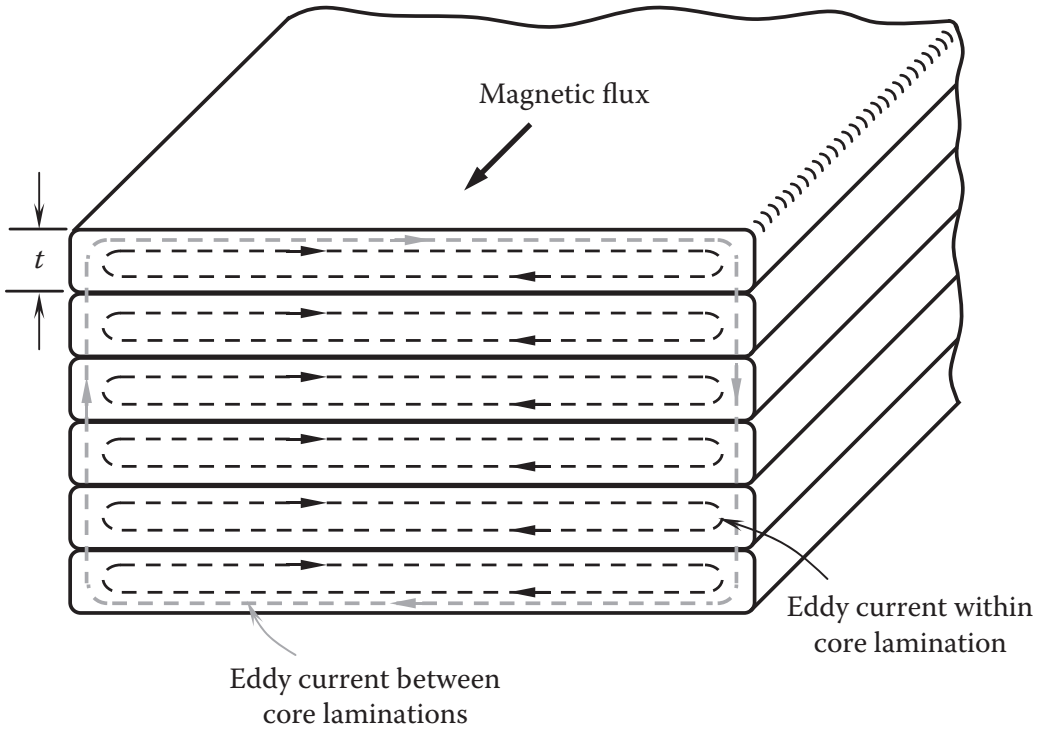

Abbildung 1.2.1: Wirbelströme im Elektroblechlaminat[Tong, 2014]

1.3 Beantwortete Forschungsfragen

Diese Arbeit beantwortet aus der Sicht des Verfassers die folgenden Forschungsfragen:

Wie kann das gewickelte Blechpaket des Rotors von einer Axialflussmaschine modelliert werden um ein rechenfähiges und ressourcensparendes Modell zu erhalten?

Die Modellierung als dünne Blechringe, die nacheinander aufgezogen werden, wird in Kapitel 2 vorgestellt. Es wird außerdem in Kapitel 2.3 gezeigt in welchem Bereich der vorhandene Reibungskoeffizient sein muss, damit die Modellierung ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

Welche Fehler entstehen bei der vereinfachten Modellierung mit dünnen Blechstreifen und welchen Einfluss haben diese auf die Ergebnisse?

In Kapitel 3.3 wird gezeigt, dass der Fehler des größten Fugendrucks durch differentielle Beschreibung nur für praktisch irrelevante Abmessungen stark von der arithmetischen Beschreibung abweicht. Für konstante und quadratische Vorspannung ist das Verhältnis in Abbildung 3.3.6 und 3.3.7 dargestellt.

Welche Versagensform des gewickelten Blechpakets eines Rotors ist zu erwarten und welche Rückschlüsse können dadurch auf mögliche Parameteranpassungen getroffen werden?

Kapitel 4 behandelt welche Schadensmechanismen auftreten können, wobei Kapitel 4.2 speziell auf das Versagen einer Bandage und Kapitel 4.3 auf das Versagen des gewickelten Blechpakets an sich eingeht.

Welchen Einfluss auf die mögliche Beanspruchbarkeit hat die Geometrie der Magnete und Klebeflächen?

In Kapitel 5 wird ein Algorithmus vorgestellt, der zur Bestimmung der Verteilung der, an die Magnete angreifenden, Kräfte dient. Dieser basiert auf der FEM und ist für unterschiedliche Magnet- und Klebeflächengeometrie geeignet.

Welche Empfehlungen können bezüglich der Auslegung von gewickelten Blechpaketen der Rotoren von Axialflussmaschinen gegeben werden?

Es werden die potentiellen Einflussgrößen auf die charakteristischen Kennzahlen von Axialflussmaschinen in Kapitel 7 an einem Beispiel durch gezielte Modifikation der Parameter hervorgehoben. Außerdem werden in Kapitel 4.3.2 die wesentlichen Einflussgrößen, in Form einer Linearisierung der ertragbaren Drehmomente bei unterschiedlichen Versagensformen, hervorgehoben.

Kapitel 2

Einführung in die Modellierung

Um den Rotor herzustellen, wird ein Elektroblechstreifen auf eine Nabe aufgewickelt. Dieser ist mit einer vorgegebenen Kraft vorgespannt und auf der darunter liegenden Schicht abgelegt. Es bleibt die Vorspannkraft aufrecht und damit bleiben auch die dabei entstandenen Dehnungen aufrecht. Durch die Vorspannkraft entsteht ein Druck in der Fuge. Dadurch kann eine Reibkraft zwischen den Schichten aufgenommen werden.

Der Elektroblechstreifen hat eine konstante Dicke. Dadurch lässt sich die sich einstellende Form durch eine archimedische Spirale beschreiben. Der gewickelte Rotor wird u.a. durch Drehmoment in Axialrichtung belastet. Es ergibt sich ein rotationssymmetrisches Spannungsfeld im Rotor, solange es zu keinem Abrutschen der Schichten kommt.

Deshalb ist die Frage zu klären, wann es zum Abrutschen kommt. Hierfür wird Gültigkeit des Coloumbschen Reibungsgesetzes vorausgesetzt und es ist zu beachten, dass die Form asymmetrisch ist. Die verfügbare Reibung und Belastungszustände sind unterschiedlich für die beiden Belastungsrichtungen des Drehmoments.

Der Belastungszustand, bei reiner Betrachtung von Durchrutschen, der ein Festziehen der Wicklung hervorruft ist unkritisch, solange die Belastungsgrenze des Blechstreifens nicht überschritten wird. Es kommt zu einer Erhöhung der Vorspannung und ist „selbstheilend“. In Gegenrichtung führt eine Belastung über die Reibgrenze hinaus zu einem katastrophalen Schaden.

Es werden die einzelnen Schichten durch nacheinander aufgezogene Blechringe modelliert. In Kapitel 2.3 wird gezeigt, dass die Belastungsgrenze gut durch diese Modellierung abgebildet wird. Dadurch kann vorhergesagt werden, wann ein kritischer Schaden auftreten wird. Solange kein Durchrutschen auftritt sind alle Beanspruchungen rotationssymmetrisch.

In Kapitel 2.2 wird gezeigt, dass die Modellierung durch Blechringe eine gute Näherung für die in der Blechwicklung wirkenden Kräfte darstellt. Dazu wird die nötige Druckkraft sowohl für eine Wicklung als auch für die Ringmodellierung bestimmt, um die Drehomo-

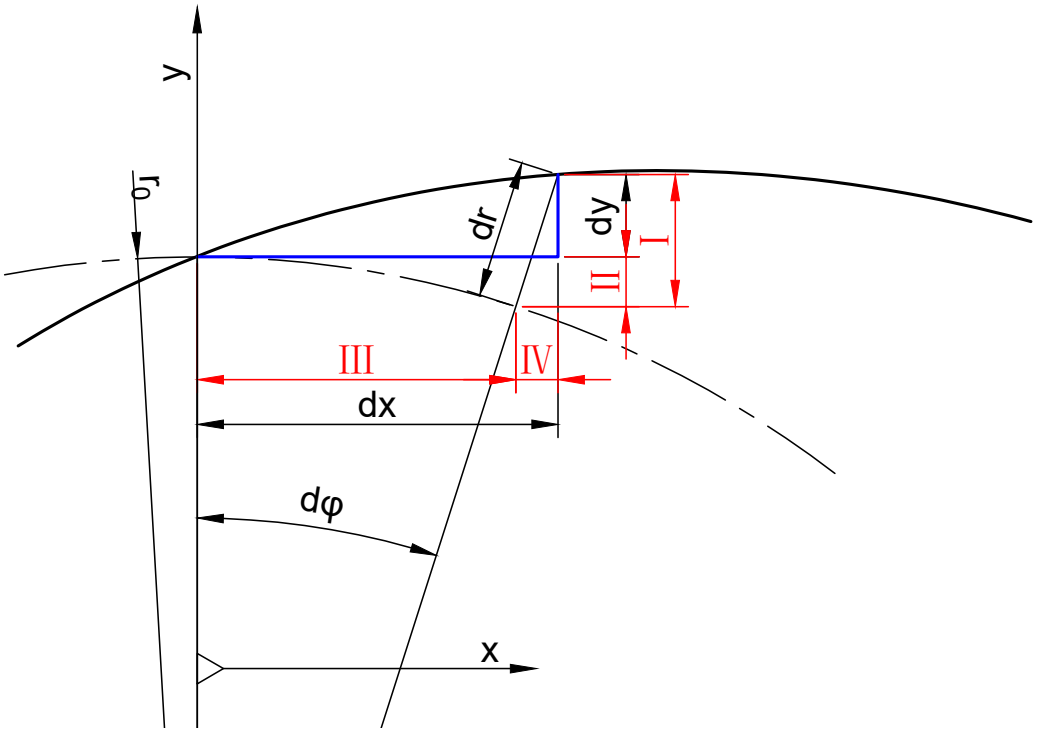

Abbildung 2.1.1: Definition der örtlichen Steigung in einem kartesischen Koordinatensystem

mentbelastung, die durch Reibung zwischen den Schichten ertragbar ist, zu bestimmen und für beide Varianten gleichgesetzt. Anschließend wird der nötige Reibkoeffizient für die Ringmodellierung in Abhängigkeit der Steigung und der Reibung im Spiralmodell berechnet und die tatsächliche Größenordnung des Spiraleffekts exemplarisch ermittelt.

2.1 Lokale Steigung der Blechwicklung

Die Wicklung hat die Form einer archimedischen Spirale, da der Radius mit jeder Umwicklung um die Blechdicke t steigt. Um den tatsächlichen Einfluss der Spiralwicklung auf die Beanspruchungszustände zu bestimmen muss zuerst die Steigung der Spirale bestimmt werden. Dazu wird die Definition in kartesische Koordinaten transformiert und die Steigung durch Ableitung der beiden Koordinatenwerte ermittelt. Die verwendeten Größen sind in Abbildung 2.1.1 grafisch dargestellt. Der Steigungswert wird in einem kartesischem Koordinatensystem in Gleichung (2.3) definiert.

$$r = \frac{t}{2\pi}\varphi = r_0 + \frac{t}{2\pi}\varphi \tag{2.1}$$

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\sin(\varphi) \\ r\cos(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(r_0 + \frac{t}{2\pi}\varphi\right)\sin(\varphi) \\ \left(r_0 + \frac{t}{2\pi}\varphi\right)\cos(\varphi) \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

$$k = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\overbrace{\mathrm{d}r \cdot \cos(\varphi)}^{I} - \overbrace{r_0 \cdot (1 - \cos(\mathrm{d}\varphi))}^{II}}{\underbrace{r_0 \cdot \mathrm{d}\varphi}_{III} + \underbrace{\mathrm{d}r \cdot \sin(d\varphi)}_{IV}} \approx \frac{\frac{t}{2\pi}\mathrm{d}\varphi - r_0 \cdot (1-1)}{r_0 \cdot \mathrm{d}\varphi + \frac{t}{2\pi}\mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi} \approx \frac{t}{2\pi r_0} = \frac{1}{\frac{r_0}{\frac{t}{2\pi}}} \tag{2.3}$$

Die in Gleichung (2.3) anschaulich durchgeführte Ableitung, lässt sich auch vollanalytisch durchführen und führt zu Gleichung (2.7). Dazu wird der Ableitungsvektor (2.4) auf die Einheitsvektoren (2.5) und (2.6) des mitbewegten Koordinatensystems im Punkt P abgebildet und der lokale Steigungswert k bestimmt.

$$\vec{P'} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\varphi} \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{t}{2\pi}\sin(\varphi) + \left(r_0 + \frac{t}{2\pi}\varphi\right)\cos(\varphi) \\ \frac{t}{2\pi}\cos(\varphi) - \left(r_0 + \frac{t}{2\pi}\varphi\right)\sin(\varphi) \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

$$\vec{e_P} = \begin{pmatrix} \sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

$$\vec{e_{Pn}} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ -\sin(\varphi) \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned} k &= \frac{\vec{e_P}^T \cdot \vec{P'}}{\vec{e_{Pn}}^T \cdot \vec{P'}} \\ &= \frac{\sin^2(\varphi) + \cancel{\left(\frac{r_0}{\frac{t}{2\pi}} + \varphi\right)\sin(\varphi)\cos(\varphi)} + \cos^2(\varphi) - \cancel{\left(\frac{r_0}{\frac{t}{2\pi}} + \varphi\right)\sin(\varphi)\cos(\varphi)}}{\cancel{\sin(\varphi)\cos(\varphi)} + \left(\frac{r_0}{\frac{t}{2\pi}} + \varphi\right)\cos^2(\varphi) - \cancel{\sin(\varphi)\cos(\varphi)} + \left(\frac{r_0}{\frac{t}{2\pi}} + \varphi\right)\sin^2(\varphi)} \\ &= \frac{1}{\frac{r_0}{\frac{t}{2\pi}} + \varphi} \cdot \frac{\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi)}{\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi)} = \frac{1}{\frac{r_0}{\frac{t}{2\pi}} + \varphi} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Das bedeutet also, dass die Steigung einer archimedischen Spirale mit zunehmendem Radius reziprok abnimmt.

2.2 Kräftegleichgewicht bei Drehmomentbelastung

Die Drehmomentbelastung erzeugt in der Wicklung eine Kraft F_M, die zu einer Erhöhung des effektiven Fugendrucks führt und somit die Reibbedingung anders als bei Ringmodellierung ist.

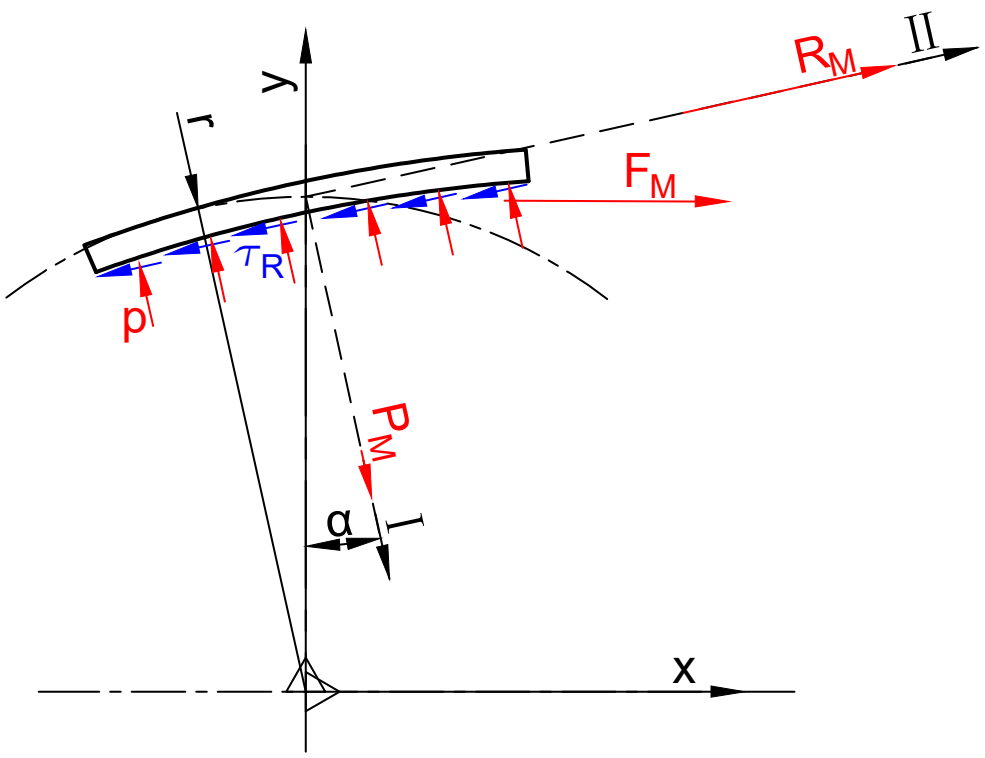

Abbildung 2.2.1: Definition der Kraftrichtung beim Kräftegleichgewicht am vorgespannten Blech

Es wird angenommen, dass die Drehmomentkraft F_M dann positiv ist, wenn dadurch die Wicklung festgezogen wird. Aus den in Abbildung 2.2.1 dargestellten Kräften kann unter Berücksichtigung des Kräftegleichgewichtes die Druckkraft P_M in Richtung I und die Reibungskraft R_M in Richtung II durch die Gleichungen (2.9) und (2.10) ermittelt werden.

Aus dem in Abbildung 2.2.1 dargestellten Kräftegleichgewicht ergibt sich aus der Richtung I die Druckkraft P_M und in Richtgung II die Reibungskraft R_M.

$$k = \frac{t}{2\pi r} \tag{2.8}$$

$$P_M = F_M \cdot \sin(\alpha) = \frac{M}{r} \sin(\arctan(k)) = \frac{M}{r} \frac{k}{\sqrt{k^2+1}} \tag{2.9}$$

$$R_M = F_M \cdot \cos(\alpha) = \frac{M}{r} \cos(\arctan(k)) = \frac{M}{r} \frac{1}{\sqrt{k^2+1}} \tag{2.10}$$

Mit der Reibbedingung (2.11) lässt sich die Ungleichung (2.12) für die durch die Drehmomentbelastung benötigte Druckkraft P_M bei einem gewissen Reibkoeffizienten definieren.

$$|R_M| < (P + P_M) \cdot \mu \tag{2.11}$$

$$P > \frac{M}{r}\left(\frac{1}{\mu_S\sqrt{k^2+1}} - \frac{k}{\sqrt{k^2+1}}\right) = \frac{M}{r}\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}\left(\frac{1}{\mu_S} - k\right) \tag{2.12}$$

Für aufgezogene Blechringe ergibt sich die Ungleichung (2.13) für die nötige Druckkraft zur Aufnahme der Drehmomentbelastung.

$$P > \frac{M}{\mu_R r} \tag{2.13}$$

Die Druckkraft soll in beiden Fällen gleich groß sein. Damit lässt sich der Reibkoeffizient μ_R für das Blechringmodell in Abhängigkeit des Reibkoeffizienten μ_S und der Steigung beim Spiralmodell für Drehmomentbelastung bestimmen.

$$\frac{M}{\mu_R r} = \frac{1}{\sqrt{k^2+1}}(\frac{1}{\mu_S} \mp k) \tag{2.14}$$

$$\mu_R = \mu_S \frac{\sqrt{k^2+1}}{1 \mp k\mu_S} \tag{2.15}$$

Durch das Vorzeichen von M ergibt sich das Vorzeichen von μ_R in Gleichung (2.15). Ist M festziehend, dann ist das Vorzeichen negativ, sonst ist es positiv.

Um zu verdeutlichen, dass die Steigung der Spirale keinen praktisch relevanten Effekt hat, wird in Abbildung 2.2.2 für eine Blechdicke t von 0.1 mm bis 1 mm und einem Wickelradius r von 10 mm μ_R dargestellt. μ_S ist in dieser Abbildung 0 bis 0.3. Die gewählten Grenzwerte stellen die mit üblichen Elektroblechen zu erreichenden Grenzwerte dar. Es ergibt sich eine nur sehr kleine Abweichung von μ_R im Vergleich zu μ_S und es kann somit für praktische Untersuchungen ohne weiteres μ_S anstelle von μ_R benutzt werden.

2.3 Grenzen der Ringmodellierung

Es bleibt noch die Frage zu klären, wann die Grenzen dieser Modellierung erreicht werden. Der zulässige Fehler hängt vom Anwendungsfall ab. Dementsprechend wird die Beziehung (2.17) aus Gleichung (2.15) entwickelt, die den Anteil der Differenz bezogen auf den Reibungskoeffizienten der Spiralmodellierung μ_S berücksichtigt.

$$\Delta\mu = \mu_R - \mu_S = \mu_S \cdot \left(\frac{\sqrt{k^2+1}}{1 \mp k\mu_S} - 1\right) \tag{2.16}$$

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_S} = a = \frac{\sqrt{k^2+1}}{1 \mp k\mu_S} - 1 \tag{2.17}$$

Es lässt sich nun μ_S aus der Gleichung (2.17) durch Umformungen bestimmen und man erhält die Beziehung (2.18) für die Grenze des Reibungskoeffizienten μ_R bei Ringmodel-

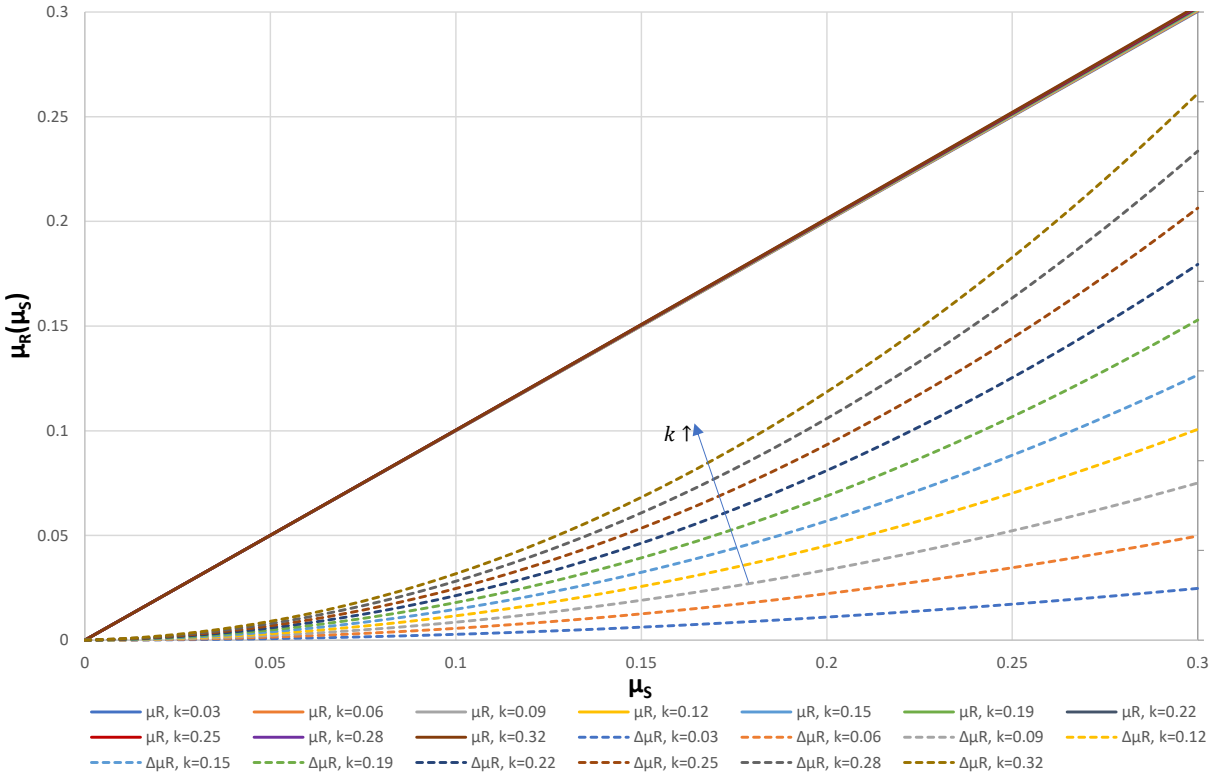

Abbildung 2.2.2: Reibwert der Ringmodellierung über dem Reibwert bei Spiralmodellierung und festziehendem Drehmoment. Differenz der Reibwerte auf der sekundären Achse

lierung in Abhängigkeit der Steigung und zulässigen Abweichung.

$$\mu_S = \frac{\mp(1+a) - \sqrt{k^2+1}}{(1+a)k} \tag{2.18}$$

Dabei ist zu beachten, dass für lösendes Drehmoment ein negatives a zu benutzen ist, da die Differenz der μ Werte in diesem Fall negativ ist. Außerdem wird nur der kleinere Wert der Lösungsformel benutzt, da nur diese praktikable Lösungen liefert. In Abbildung 2.3.1 sind entsprechende Kurven der Gleichung (2.18) dargestellt. In diesem Diagramm zeigt sich, dass die Näherung fast immer ausreichend gut ist. Den dargestellten Kurven liegen k-Werte zugrunde, die mindestens so groß sind, wie die größten im Diagramm 2.2.2 benutzten Werte.

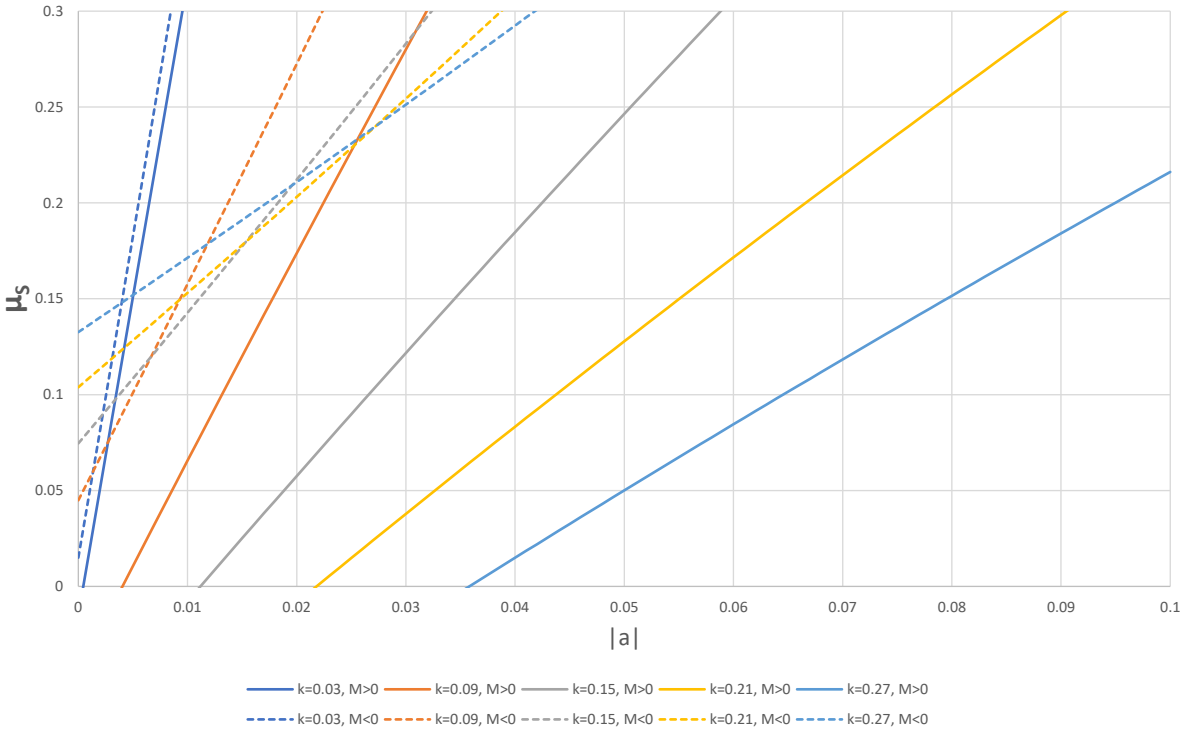

Abbildung 2.3.1: Reibwertgrenze in der Ringmodellierung über der zulässigen Abweichung des Reibwerts

Kapitel 3

Untersuchungen zur Bestimmung der Art des Versagens

In diesem Kapitel werden Beziehungen und Themen behandelt, die dazu dienen eine Aussage über die zu erwartende Versagensform treffen zu können. Dazu werden in Kapitel 3.1 und 3.2 die grundsätzlichen in Querpressverbänden wirkenden Innere- und Fliehkraftspannungen bestimmt. Diese Erkenntnisse werden in Kapitel 3.3 und 3.4 benutzt um Modellierungen und Belastungsgrenzen für gewickelte Rotoren mit endlich und unendlich dünnen Blechstreifen für spezielle Parameter und Zustände finden zu können. In diesem Kapitel wird angenommen, dass Versagen nur aufgrund von Durchrutschen oder Ablösen auftreten kann.

3.1 Querpressverband

Es werden in weiterer Folge die Spannungsverläufe für Querpressverbände benötigt. Dazu wird ein Volumenelement eines Hohlzylinders im ebenen Spannungszustand betrachtet. Die Unterscheidung zwischen einem Hohlzylinder unter Innendruck und Hohlzylinder unter Außendruck erfolgt über die geeignete Wahl der Randbedinungen.

Mit Hilfe des Kräftegleichgewichts (3.1) in radialer Richtung der in Abbildung 3.1.1 dargestellten Kräfte und der Kleinwinkelnäherung (3.2) ergibt sich die Differentialgleichung (3.3) für die Tangentialspannung in Abhängigkeit vom Radius und der Radialspannung.

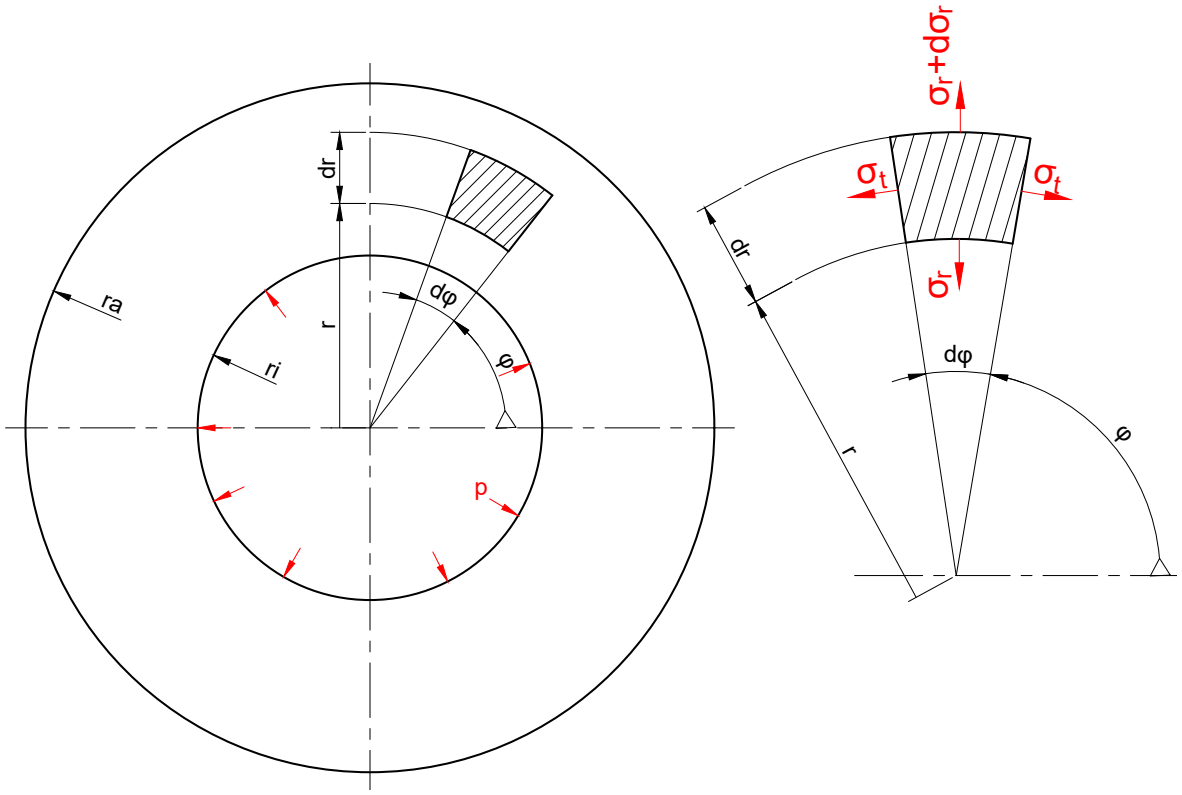

Abbildung 3.1.1: Kräfte an einem Hohlzylindersektor in Zylinderkoordinaten

$$(\sigma_r + d\sigma_r) \cdot \mathrm{d}z \cdot (r + \mathrm{d}r) \ \cdot \mathrm{d}\varphi = \sigma_r \cdot \mathrm{d}z \cdot r \cdot \mathrm{d}\varphi + 2\sigma_t \cdot \mathrm{d}z \cdot \mathrm{d}r \cdot \sin\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{2}\right) \tag{3.1}$$

$$\sin\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{2}\right) = \frac{\mathrm{d}\varphi}{2} \tag{3.2}$$

$$\sigma_t = \sigma_r + r\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r \cdot \sigma_r) \tag{3.3}$$

Die Betrachtung der radialen Verformungen in Abbildung 3.1.2 führt zu den tangentialen und radialen Dehnungen ε_t und ε_r in den Gleichungen (3.4) und (3.5). Die Abhängigkeit von ε_t in ε_r wird genutzt um mit dem Hook'schen Gesetz für den ebenen Spannungszustand und der Differentialgleichung (3.3) eine Differentialgleichung (3.8) für die Radialspannungen σ_r zu erhalten.

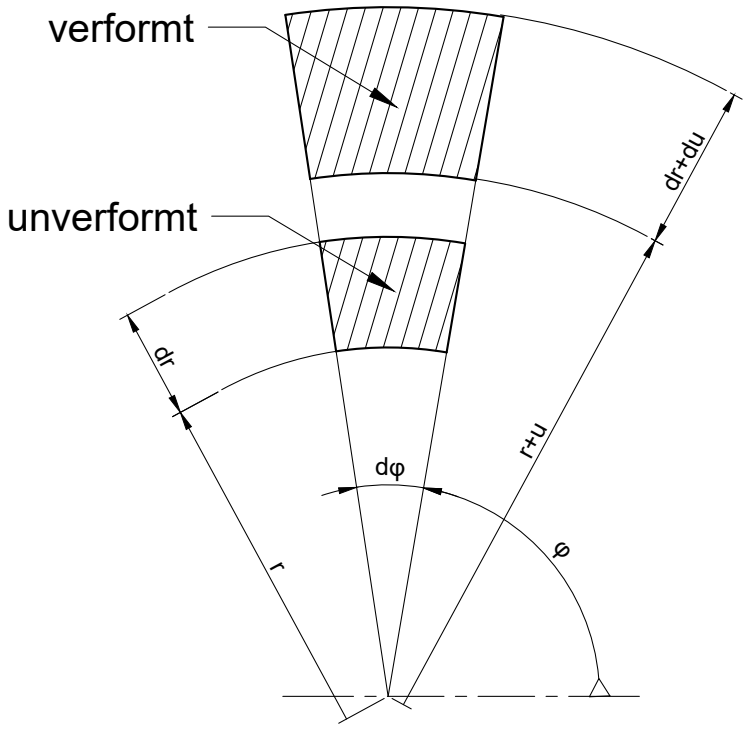

Abbildung 3.1.2: Verformungen am Hohlzylinder

$$\varepsilon_t = \frac{(r+u)\cdot\varphi - r\cdot \mathrm{d}\varphi}{r\cdot\varphi} = \frac{u}{r} \tag{3.4}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\cdot\varepsilon_t\right) \tag{3.5}$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}\cdot\left(\sigma_r - \nu\cdot\sigma_t\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{1}{E}\cdot\left(\sigma_t - \nu\cdot\sigma_r\right)\right) \tag{3.6}$$

$$\frac{1}{E}\cdot\left(\sigma_r - \nu\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\cdot\sigma_r\right)\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{1}{E}\cdot\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\cdot\sigma_r\right) - \nu\cdot\sigma_r\right)\right) \tag{3.7}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma_r}{\mathrm{d}r^2} + \frac{3}{r}\cdot\frac{\sigma_r}{\mathrm{d}r} = 0 \tag{3.8}$$

Die Differentialgleichung (3.8) hat die Form einer Euler'schen Differentialgleichung und wird durch den Ansatz in Gleichung (3.9) und (3.10) gelöst.

$$\sigma_r\left(r\right) = C_1 + \frac{C_2}{r^2} \tag{3.9}$$

$$\sigma_t\left(r\right) = C_1 - \frac{C_2}{r^2} \tag{3.10}$$

Der Außenteil bei einem Querpressverband entspricht dem in Abbildung 3.1.3 dargestellten Hohlzylinder unter Innendruck. Die Radialspannung an den Rändern entspricht wie

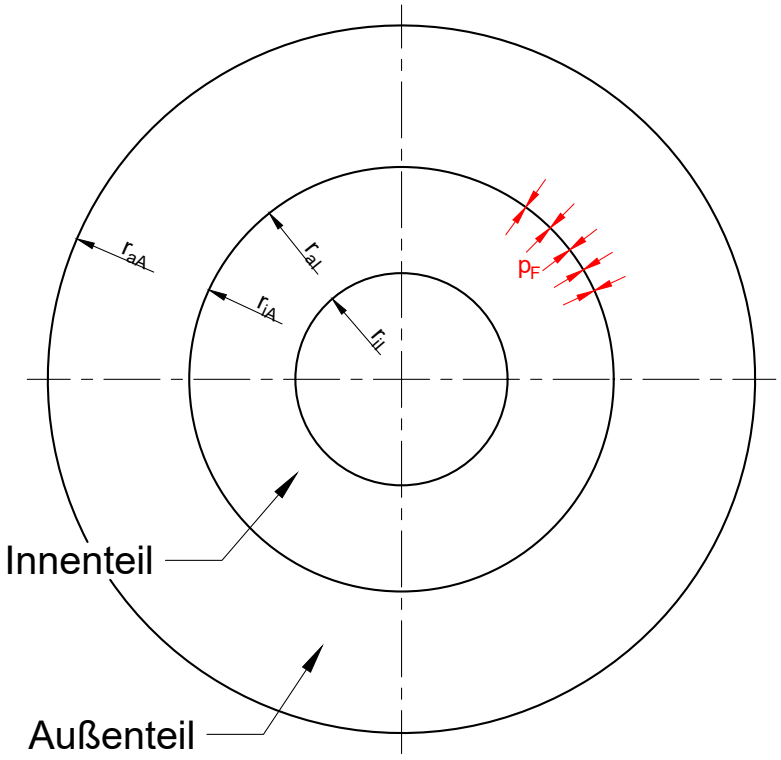

Abbildung 3.1.3: Definition der Variablen für zylindrischen Querpressverband, Außen- und Innenteil

in Gleichung (3.11) und (3.12) aufgeführt den negativen wirkenden Drücken. Dementsprechend ist die Radialspannung am Außenradius r_{aA} 0 und am Innenradius r_{iA} gleich dem negativen Fugendruck p_F. Somit ergeben sich die Radial- und Tangentialspannungsverläufe für den Außenteil eines Querpressverbandes zu (3.14) und (3.15).

$$\sigma_{rA}\left(r = r_{iA}\right) = -p_F \tag{3.11}$$

$$\sigma_{rA}\left(r = r_{aA}\right) = 0 \tag{3.12}$$

$$Q_A = \frac{r_{iA}}{r_{aA}} \tag{3.13}$$

$$\sigma_{rA}\left(r\right) = -p_F \cdot \frac{\left(\frac{r_{iA}}{r}\right)^2 - Q_A^2}{1 - Q_A^2} \tag{3.14}$$

$$\sigma_{tA}\left(r\right) = p_F \cdot \frac{\left(\frac{r_{iA}}{r}\right)^2 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} \tag{3.15}$$

Der Innenteil bei einem Querpressverband entspricht dem in Abbildung 3.1.3 dargestellten Hohlzylinder unter Außendruck. Die Radialspannung an den Rändern entspricht wie in Gleichung (3.16) und (3.17) aufgeführt den negativen wirkenden Drücken. Dementspre-

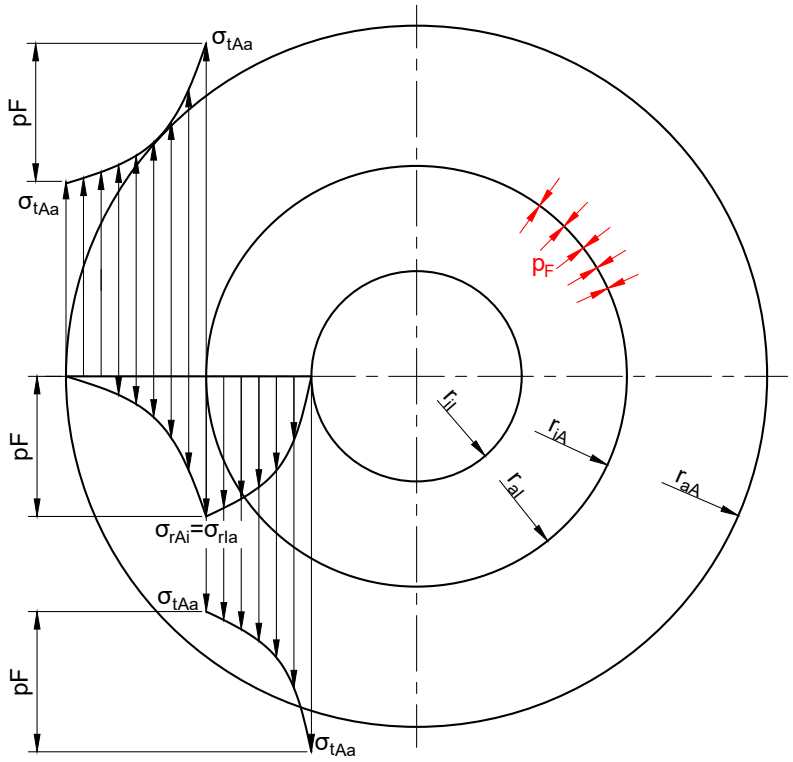

Abbildung 3.1.4: wirkende Spannungen bei Querpressverband

chend ist die Radialspannung am Innenradius r_{iI} 0 und am Außenradius r_{aI} gleich dem negativen Fugendruck p_F. Somit ergeben sich die Radial- und Tangentialspannungsverläufe für den Außenteil eines Querpressverbandes zu (3.19) und (3.20).

$$\sigma_{rI}\left(r = r_{iI}\right) = 0 \tag{3.16}$$

$$\sigma_{rI}\left(r = r_{aI}\right) = -p_F \tag{3.17}$$

$$Q_I = \frac{r_{iI}}{r_{aI}} \tag{3.18}$$

$$\sigma_{rI}\left(r\right) = -p_F \cdot \frac{1 - \left(\frac{r_{iI}}{r}\right)^2}{1 - Q_I^2} \tag{3.19}$$

$$\sigma_{tI}\left(r\right) = p_F \cdot \frac{1 + \left(\frac{r_{iI}}{r}\right)^2}{1 - Q_I^2} \tag{3.20}$$

Die zusammengesetzten Spannungsverläufe für Hohlzylinder sind in Abbildung 3.1.4 dargestellt. Man erkennt darin, dass zwar wie von den Randbedingungen gefordert die Radialspannungen $\sigma_r = 0$ sind, die Tangentialspannungen allerdings nicht. Diese erhöhen sich außerdem um genau p_F zur Fuge hin. Im Innenteil sind sowohl die Radial- als auch die Tangentialspannungen Druckspannungen, während im Außenteil nur die Radialspannugen

Druckspannungen sind. Bei Vollwelle sind die Spannungen im Innenteil nicht vom Radius abhängig und gleich dem Betrag vom Fugendruck p_F.

Die radialen Verschiebungen u ergeben sich aus den tangentialen Dehnungen ε und dem Hook'schen Gesetz zu den Gleichungen (3.21) und (3.22).

$$u_{iA} = \varepsilon_{tiA} \cdot r_{iA} = \frac{1}{E} \cdot \left(p_F \cdot \frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu \cdot p_F \right) \cdot r_{iA} = p_F \cdot r_{iA} \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu \right) \tag{3.21}$$

$$u_{aI} = \varepsilon_{taI} \cdot r_{aI} = \frac{1}{E} \cdot \left(-p_F \cdot \frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} + \nu \cdot p_F \right) \cdot r_{aI} = -p_F \cdot r_{aI} \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu \right) \tag{3.22}$$

3.2 Fliehkraftermittlung

Die Vorgehensweise ist ähnlich zu der in Kapitel 3.1 Es wird zunächst ein Massenelement betrachtet und das Kräftegleichgewicht in radialer Richtung aufgestellt. Der Unterschied besteht jetzt darin, dass zusätzlich noch eine Fliehkraft auf das Massenelement wirkt. Die Differentialgleichung (3.24) erhält man aus dem Kräftegleichgewicht unter Anwendung der Kleinwinkelnäherung (3.2) und dem Streichen der nichtlinearen Ableitungen. Mit den Beziehungen (3.4) und (3.5) zur Beschreibung der Deformationen und der Anwendung des Hook'schen Gesetzes ergibt sich die Differentialgleichung (3.26).

Die Deformationsbedingungen (wie in 3.1) ergeben mit dem Hookschen Gesetz folgende Differentialgleichung 2ter Ordnung.

$$\begin{aligned}(\sigma_r + \mathrm{d}\sigma_r) \cdot \mathrm{d}z \cdot (r + \mathrm{d}r)\,\mathrm{d}\varphi + r \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{d}r \cdot \mathrm{d}z \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r = \\ = \sigma_r \cdot \mathrm{d}z \cdot r \cdot \mathrm{d}\varphi + 2\sigma_t \cdot \mathrm{d}z \cdot \mathrm{d}r \cdot \sin\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{2}\right)\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\sigma_t = \sigma_r + r\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + \rho\omega^2 r^2 \tag{3.24}$$

$$\frac{1}{E} \cdot \left(\sigma_r - \nu \cdot \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r \cdot \sigma_r) + \rho\omega^2 r^2 \right) \right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r \cdot \sigma_r) + \rho\omega^2 r^2 - \nu \cdot \sigma_r \right) \right) \tag{3.25}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma_r}{\mathrm{d}r^2} + \frac{3}{r} \cdot \frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + (3+\nu)\,\rho\omega^2 r^2 = 0 \tag{3.26}$$

Die Eulersche Differentialgleichung (3.26) wird durch die Ansätze (3.27) und (3.28) für σ_r und σ_t gelöst. Der einzige Unterschied zu den Ansätzen in Kapitel 3.1 ist der Fliehkraft-

term.

$$\sigma_r(r) = C_1 + \frac{C_2}{r^2} - \frac{(3+\nu)}{8}\rho\omega^2 r^2 \tag{3.27}$$

$$\sigma_t(r) = C_1 - \frac{C_2}{r^2} + \rho\omega^2 r^2 \left(1 - 3\frac{3+\nu}{8}\right) \tag{3.28}$$

Die Radialspannung ist sowohl am Innenradius r_{Si}, als auch am Außenradius r_{Sa} gleich 0. Dadurch lassen sich die beiden Konstanten bestimmen und damit die Gleichungen (3.31) und (3.32) für die Radial- und Tangentialspannungen geschlossen angeben.

$$C_1 = \varrho\omega^2 \frac{3+\nu}{8}\left({r_{Sa}}^2 + r_{Si}^2\right) \tag{3.29}$$

$$C_2 = -\varrho\omega^2 \frac{3+\nu}{8}{r_{Sa}}^2 \cdot r_{Si}^2 \tag{3.30}$$

$$\sigma_r = \rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8}{r_{Sa}}^2 \left(1 + \frac{r_{Si}^2}{r_{Sa}^2} - \frac{r_{Si}^2}{r^2} - \frac{r^2}{r_{Sa}^2}\right) \tag{3.31}$$

$$\sigma_t = \sigma_r + \rho\omega^2 \left(\left(1 - 2\frac{3+\nu}{8}\right) r^2 + \frac{3+\nu}{8}\frac{{r_{Si}}^2 {r_{Sa}}^2}{r^2}\right) \tag{3.32}$$

$$\sigma_t = \rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8}{r_{Sa}}^2 \left(1 + \frac{r_{Si}^2}{r_{Sa}^2} + \frac{r_{Si}^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu}\frac{r^2}{r_{Sa}^2}\right) \tag{3.33}$$

$$\max(\sigma_t) = \sigma_t(r = r_{Si}) = 2\rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8}{r_{Sa}}^2 \left(1 + \frac{1-\nu}{3+\nu}\frac{r_{Si}^2}{r_{Sa}^2}\right) \tag{3.34}$$

Die Formel (3.32) für die Tangentialspannung σ_t wurde aus dem Kräftegleichgewicht direkt entwickelt und es kommt darin die Radialspannung σ_r explizit vor. Das hat den Vorteil, dass die anderen Terme nur noch lokal sind. Somit werden alle globalen Einflüsse in der Radialspannung berücksichtigt und die Radialspannung kann durch einfache schichtweise Addition der darüberliegenden Radialspannungen bestimmt werden. Somit können die Spannungen durch die Fliehkraft ohne Ausnutzung globaler Zusammenhänge bestimmt werden und die numerische Lösung gilt für alle Geometrien.

Um die Spannungsverläufe (3.35) und (3.36) für eine Vollscheibe zu erhalten reicht es für den Innenradius $r_{Si} = 0$ einzusetzen. Die lokale Formulierung der Tangentialspannung (3.35) für Vollwellen benötigt ebenfalls kein Wissen über den Außenradius und ist dadurch eleganter zu implementieren.

$$\sigma_r = \rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8} {r_{Sa}}^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_{Sa}^2}\right) \tag{3.35}$$

$$\sigma_t = \rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8} {r_{Sa}}^2 \left(1 - \frac{1+3\nu}{3+\nu} \frac{r^2}{r_{Sa}^2}\right) \tag{3.36}$$

$$\sigma_t = \sigma_r + \rho\omega^2 r^2 \left(1 - 2\frac{3+\nu}{8}\right) \tag{3.37}$$

$$\max\left(\sigma_t\right) = \sigma_t\left(r = 0\right) = \rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8} r_{Sa}^2 \tag{3.38}$$

Es kommt zu einer speziellen Situation für die maximale Tangentialspannung σ_t bei Innenradius $r = 0$. Der Grenzwert für die Tangentialspannung bei einer Hohlscheibe mit Innenradius $r_{Si} = 0$ ist doppelt so groß wie bei einer Vollscheibe. Das entspricht einem unendlich kleinem Loch in der Vollscheibe. Zudem nimmt die Tangentialspannung $\sigma_t(r_{Si})$ mit zunehmenden Innenradius weiter zu. Um diesen Effekt zu zeigen werden die Tangentialspannungen am Innenradius der Hohlscheibe auf die maximalen Tangentialspannungen einer Vollscheibe bezogen und in Abbildung 3.2.1 über dem auf den Außenradius r_{Sa} normierten Innenradius r_{Si} bei unterschiedlichen Werten für die Querkontraktionszahl ν dargestellt.

$$c\left(\frac{r_{Si}}{r_{Sa}}\right) = \frac{\max\left(\sigma_{tHohl}\right)}{\max\left(\sigma_{tVoll}\right)} = \frac{2\rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8} {r_{Sa}}^2 \left(1 + \frac{1-\nu}{3+\nu} \frac{r_{Si}^2}{r_{Sa}^2}\right)}{\rho\omega^2 \frac{3+\nu}{8} {r_{Sa}}^2} = 2\left(1 + \frac{1-\nu}{3+\nu} \frac{r_{Si}^2}{r_{Sa}^2}\right) \tag{3.39}$$

$$\max\left(c\left(\frac{r_{Si}}{r_{Sa}}, \nu\right)\right) = \frac{8}{3} \tag{3.40}$$

3.3 Näherung durch unendlich dünne Bleche

Das aufgewickelte Blech hat die Form einer archimedischen Spirale. Weil das für E-Maschinen verwendete Elektroblech sehr dünn im Vergleich zum Wickeldurchmesser ist, wird für die Berechnung angenommen, dass Blechringe auf eine Welle aufgezogen werden. Damit die Beanspruchungen ähnlich zur Realität sind, werden die Abmessungen der Ringe so gewählt, dass das Integral der Tangentialspannungen gleich groß der verwendeten Wickelvorspannkraft ist.

Es soll die Blechbreite konstant und gleich der Nabenlänge sein. Die Welle soll als Vollwelle ausgeführt sein. Außerdem sollen die Welle und das Elektroblech dieselben elastischen Materialeigenschaften aufweisen. Es wird das System außerdem rotationssymmetrisch betrachtet. Das heißt, alle Kräfte und Blechvariationen werden gemittelt betrachtet.

Dieser Abschnitt ist in ähnlicher Form bereits publiziert. [Riegler and Grafinger, 2020]

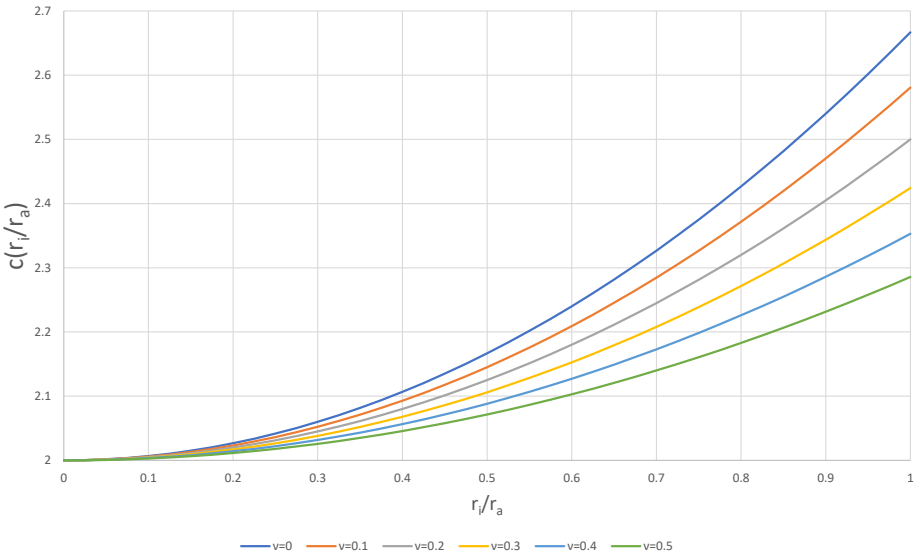

Abbildung 3.2.1: Verhältnis der maximalen Tangentialspannung einer Hohlwelle zu der maximalen Tangentialspannung in einer Vollwelle

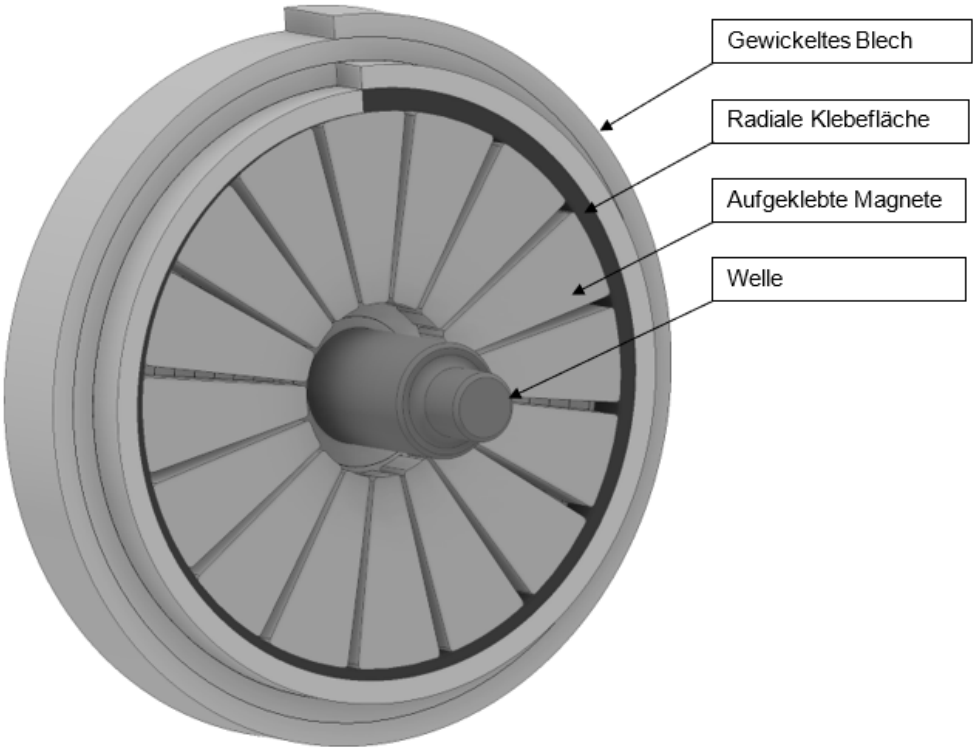

Abbildung 3.3.1: Rotor aus gewickeltem Blech, Blech übertrieben dick dargestellt

Unendlich dünne Bleche

Zur analytischen Bestimmung der Fugendrücke p_F und der Spannungsverläufe wird die Vorspannkraft auf eine mittlere Vorspannung σ_m umgerechnet und analog dem Kräftegleichgewicht einer Seilrolle der Fugendruck bestimmt.

$$p_F(r) = \sigma_m \frac{\mathrm{d}r}{r} \tag{3.41}$$

Aufgrund dieses Fugendrucks ergibt sich ein Spannungsverlauf im Wellen- und im Ringteil wie bei Zylinderringen unter Innen- bzw. Außendruck. Die Radial- und Tangentialspannungen bei Vollwellen unter Außendruck sind unabhängig vom Radius und sind so groß wie der auftretende Fugendruck [Böge et al., 2007].

Der Fugendruck p_g an einem bestimmten Radius r ergibt sich damit als Summe der Fugendrücke aller darüberliegenden Ringe, bzw. als das Integral der Fugendrücke von r bis zum Radius des äußersten Ringes R.

$$p_g = \int_r^R p(x)\ \mathrm{d}x = \int_r^R \sigma_V(x)\,\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \tag{3.42}$$

Wenn eine Hohlnabe statt einer Vollwelle benutzt wird, ergibt sich der Gesamtdruck zu einer modifizierten Form des Gesamtdrucks der Vollwelle aus der Integration der Radialspannung im Innenteil (3.19).

$$p_g = \int_r^R \sigma_{rI}(x)\ \mathrm{d}x = \int_r^R \sigma_V(x)\,\frac{1-\left(\frac{r_{iI}}{r}\right)^2}{1-\left(\frac{r_{iI}}{x}\right)^2}\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \tag{3.43}$$

Unter anderem für Terme von Polynomfunktionen für $\sigma_V(r)$ lässt sich der gesamte Fugendruck geschlossen angeben. Der Grad des Terms wird mit a angegeben:

$$p_g(r) = \int_r^R c_a x^a \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \begin{cases} c_0 \ln\left(\frac{R}{r}\right) & \text{wenn } a = 0 \\ \frac{c_a}{a}\left(R^a - r^a\right) & \text{wenn } a \neq 0 \end{cases} \tag{3.44}$$

Den Verlauf erhält man für Hohlnaben genauso durch Integration des Vorspannungsverlaufes. Allerdings kann man den resultierenden Verlauf nur für wenige Polynomgrade analytisch angeben.

Die wirkende Radialspannung entspricht dem negativen Fugengesamtdruck und die Tangentialspannungen entsprechen der Wickelvorspannung abzüglich dem Fugengesamtdruck, wenn eine Vollwelle betrachtet wird.

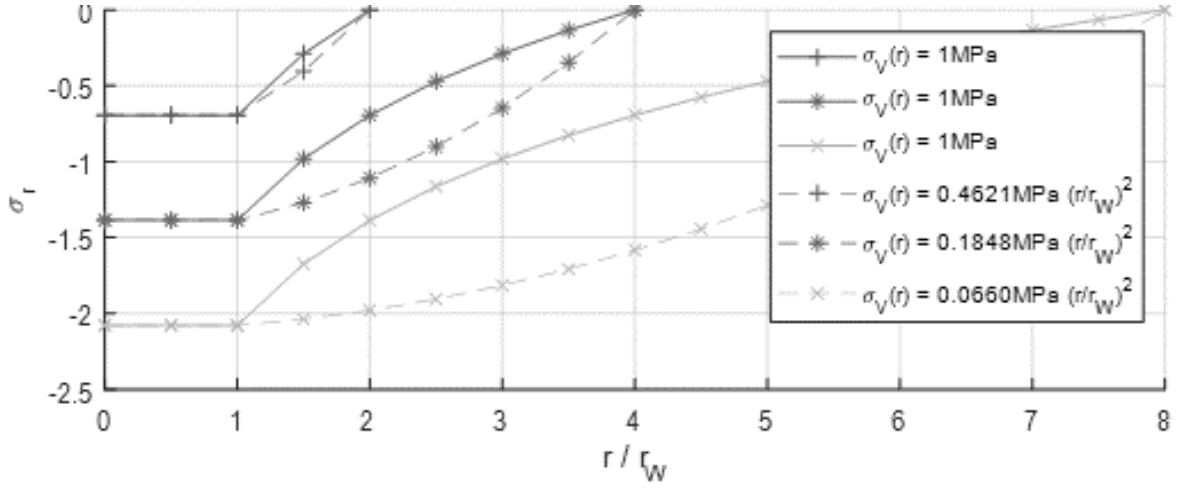

Abbildung 3.3.2: Vergleich der Radialspannungsverläufe bei konst. und quadr. Vorspannungsverläufe; bei unterschiedlichen Außenradien; Spannungen über dem auf den Wellenradius normierten Wickelradius aufgetragen

In Abbildung 3.3.2 und 3.3.3 sind die Radial- und Tangentialspannungen bei unterschiedlichen Außenradien dargestellt. Der Wickelradius r ist auf den Wellenradius r_W normiert. Die Radial- und Tangentialspannung ist bei unterschiedlichen Außenradien unterschiedlich, weil im Wesentlichen über einen größeren Bereich integriert wird. In Abbildung 3.3.3 ist ersichtlich, dass die Tangentialspannungen bei $r/r_W = 1$ einen Sprung aufweisen. Das liegt daran, dass die Vorspannung nur in den gewickelten Lagen bei $r/r_W > 1$ auftritt. Der Sprung im Tangentialspannungsverlauf bei den quadratischen Vorspannungen muss nicht zwingender Weise kleiner als bei konstanter Vorspannung sein.

$$
\begin{aligned}
p_g(r) &= \int_r^R c_a x^a \frac{1-\left(\frac{r_{iI}}{r}\right)^2}{1-\left(\frac{r_{iI}}{x}\right)^2}\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\
&= \begin{cases}
c_0\left(1-\left(\frac{r_{iI}}{r}\right)^2\right)\ \frac{1}{2}\ln\left(\frac{R^2-{r_{iI}}^2}{r^2-{r_{iI}}^2}\right), & \text{wenn } a=0 \\
c_1\left(1-\left(\frac{r_{iI}}{r}\right)^2\right)\left((R-r)-r_{iI}\left(\operatorname{arctanh}\left(\frac{R}{r_{iI}}\right)-\operatorname{arctanh}\left(\frac{r}{r_{iI}}\right)\right)\right) & \text{wenn } a=1 \\
c_2\left(1-\left(\frac{r_{iI}}{r}\right)^2\right)\frac{1}{2}\left((R^2-r^2)-r_{iI}^2\ \ln\left(\frac{R^2-{r_{iI}}^2}{r^2-{r_{iI}}^2}\right)\right) & \text{wenn } a=2
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{3.45}
$$

$$
\sigma_r(r) = -p_g(r) \tag{3.46}
$$

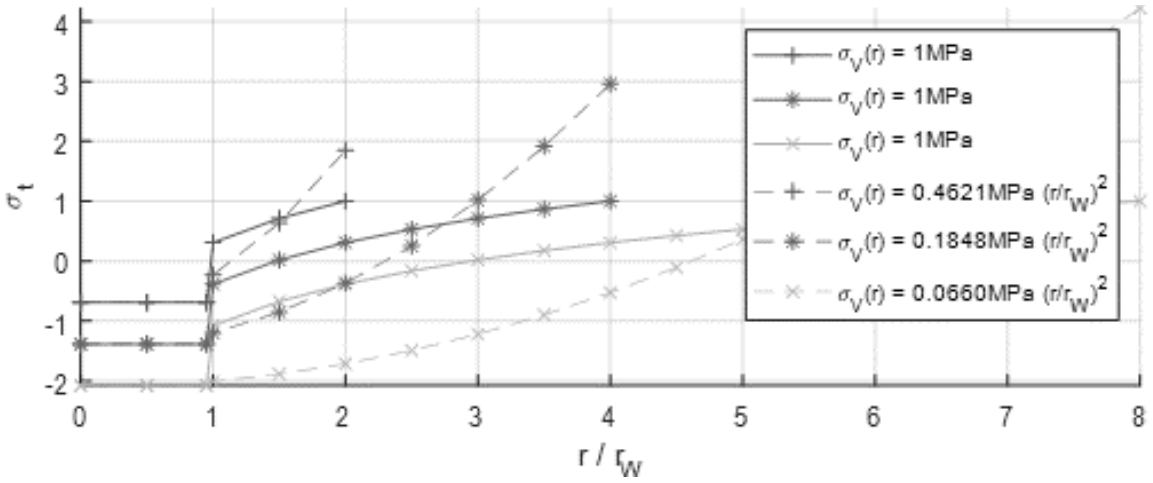

Abbildung 3.3.3: Vergleich der Tangentialspannungsverläufe bei konst. und quadr. Vorspannungsverlauf; bei unterschiedlichen Außenradien; Spannungen über dem auf den Wellenradius normierten Wickelradius aufgetragen

Betrachtung endlich dünner Bleche und mögliche Näherungen

Auch wenn die Blechdicke im Vergleich zum Wickelradius klein ist, muss zum Nachweis, dass die Gleichungen für den Fugendruck eine gute Näherung darstellen, der eigentlich vorhandene Spannungszustand ermittelt werden. Dazu wird das aufgewickelte Blech wie ein Hohlzylinder behandelt. Problematisch beim Bestimmen des Spannungszustandes ist, dass zwar die Dicke des Blechs im Ausgangszustand bekannt ist, aber die Ringzugkräfte erst im aufgezogenen Zustand.

Bestimmung des Fugendrucks in Abhängigkeit von r_i

Die Tangentialspannung σ_t lässt sich mit Gleichung (3.48) darstellen, wobei r_i der Innenradius des aufzuziehenden Blechringes ist, r_a der Außenradius und t die Blechstärke.

$$\sigma_t(r) = C_1 - \frac{C_2}{r^2} = \frac{p_F}{1-Q^2} \cdot \left(Q^2 + \frac{{r_i}^2}{r}\right) = p_F \cdot \frac{Q^2}{1-Q^2} \cdot \left(1 + \frac{{r_a}^2}{r^2}\right) \tag{3.48}$$

$$Q = \frac{r_i}{r_a} \tag{3.49}$$

Es soll nun die Tangentialspannung über den Radius aufintegriert werden um die im Ring wirkende Zugkraft zu erhalten. Diese wird in weiterer Folge mit der Zugkraft durch die Wickelvorspannung gleichgesetzt. Damit wird die Beziehung (3.50) zwischen dem Fugendruck und der Wickelvorspannung erhalten und zu der Kesselformel (3.51) durch Ersetzen der Variablen umgeformt. Dabei ist r_i noch unbekannt.

$$\begin{aligned}\int_{r_i}^{r_a} \sigma_t(r)\,dr &= \int_{r_i}^{r_a} p_F \cdot \frac{Q^2}{1-Q^2} \cdot \left(1 + \frac{{r_a}^2}{r^2}\right) dr = p_F \frac{Q^2}{1-Q^2} \left(\frac{{r_a}^2}{r_i} - r_i\right) \\ &= p_F \frac{Q^2}{1-Q^2} r_i \left(\frac{1}{Q^2} - 1\right) = p_F r_i = -\sigma_V \cdot t\end{aligned} \tag{3.50}$$

$$p_F = \frac{\sigma_V}{\frac{r_i}{t}} \tag{3.51}$$

Bestimmung des nötigen Innendurchmessers beim Aufziehen von Blechringen

Der Innendurchmesser des Blechringes und der Außendurchmesser des Innenteils soll nach der Beanspruchung mit dem vorhin bestimmten Fugendruck den gleichen Durchmesser aufweisen. Die Beanspruchung bewirkt Deformationen des Blechringes ($u_A(r_i)$) und der Welle ($u_I(r_W)$), wobei sich die radialen Deformationen u_A und u_I aus den Gleichungen (3.22) und (3.21) ergeben.

$$r_i + u_A(r_i) = r_W + u_I(r_W) \tag{3.52}$$

$$u_A(r_i) = -p_F r_i \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu \right) = p_F r_i \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{2r_i^2 + 2r_i t + t^2}{2r_i t + t^2} + \nu \right) \tag{3.53}$$

$$u_I(r_W) = -p_F r_W \cdot \frac{1}{E}(1-\nu) \tag{3.54}$$

$$r_i + p_F r_i \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{2r_i^2 + 2r_i t + t^2}{2r_i t + t^2} + \nu \right) = r_W - p_F r_W \cdot \frac{1}{E}(1-\nu) \tag{3.55}$$

$$r_W = r_i \frac{\frac{r_i}{t} + \frac{\sigma_V}{E}\left(\frac{2r_i^2+2r_i t+t^2}{2r_i t+t^2} + \nu \right)}{\frac{r_i}{t} - \frac{\sigma_V}{E}(1-\nu)} \tag{3.56}$$

Für eine Vollwelle als Innenteil und gleiche elastische Materialparameter ergibt sich die Beziehung (3.56) zur numerischen Ermittlung von r_i.

Aufgrund der geringen Blechdicke im Vergleich zum Wickelradius und den Eigenschaften von den meisten technischen Werkstoffen (σ_F/E für Metalle liegt im Bereich von etwa 1% bis 0.01% [Ashby and Cebon, 1993]) lassen sich folgende Näherungen definieren.

$$\frac{2r_i^2 + 2r_i t + t^2}{2r_i t + t^2} = \frac{2r_i^2 \cdot \left(1 + \frac{t}{r_i} + \frac{t^2}{2r_i^2}\right)}{2r_i t \cdot \left(1 + \frac{t}{2\ r_i}\right)} \approx \frac{r_i}{t} \tag{3.57}$$

$$\left(\frac{r_i}{t} + 2 + \frac{t}{r_i} \right) = \frac{r_i}{t}\left(1 + 2\frac{t}{r_i} + \frac{t^2}{{r_i}^2} \right) \approx \frac{r_i}{t} \tag{3.58}$$

$$\frac{t}{r_i} \approx 0,\ 1 \ll \frac{r_i}{t},\ \frac{\sigma_V}{E} < \frac{\sigma_F}{E} \ll 1 \tag{3.59}$$

Und es ergibt sich somit, dass als gute Näherung für r_i der Radius des Innenteils verwendet werden kann.

$$r_W \approx r_i \frac{\frac{r_i}{t} \cdot \left(1 + \frac{\sigma_V}{E}\left(1 + \frac{t}{r_i} \cdot \nu\right)\right)}{\frac{r_i}{t} \cdot \left(1 - \frac{t}{r_i}\frac{\sigma_V}{E}(1-\nu)\right)} \approx r_i \cdot \left(1 + \frac{\sigma_V}{E}\right) \approx r_i \tag{3.60}$$

Bestimmung des Spannungszustandes

Für Vollwellen ist der gesamte Fugendruck in einer Schichtdicke die Summe der darüberliegenden Fugendrücke, da in einem Querpressverband mit einer Vollwelle die Radialspannungen im Innenteil konstant sind, wie durch Gleichung (3.19) ersichtlich ist.

Die Tangentialspannung ist die Tangentialspannung im Hohlzylinder abzüglich des vorherrschenden Fugendrucks.

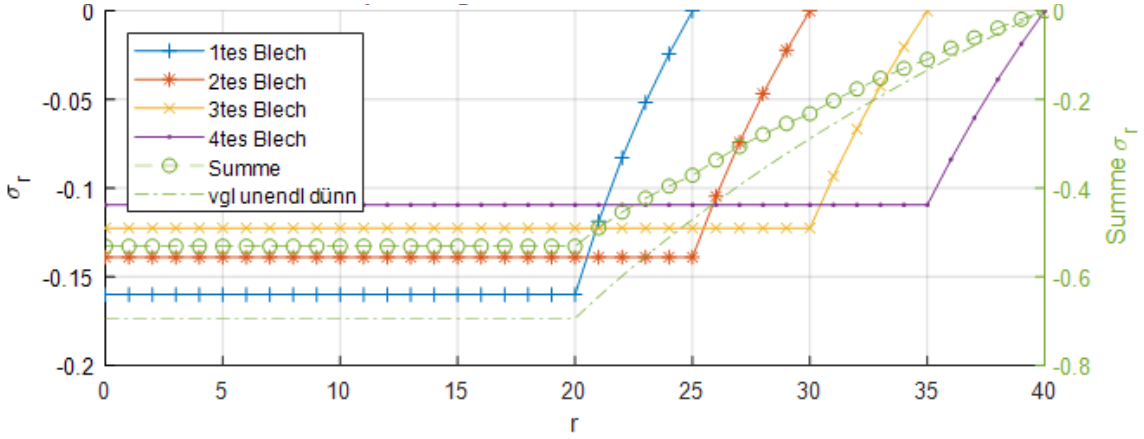

Abbildung 3.3.4: Radialspannungsverläufe bei endlicher Blechdicke

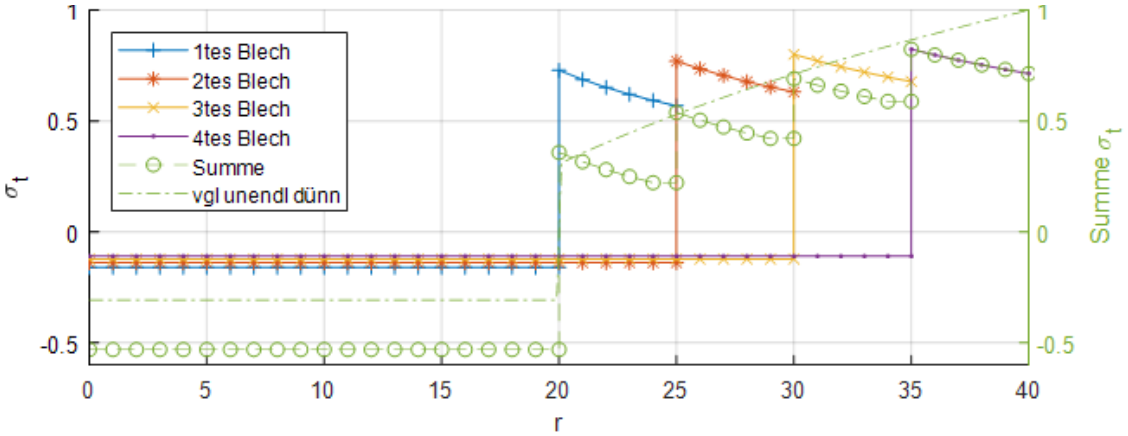

Abbildung 3.3.5: Tangentialspannungsverläufe bei endlicher Blechdicke

In Abbildung 3.3.4 und 3.3.5 ist ersichtlich, dass die Kurvenform der Radialspannung über dem Radius selbst bei Verwendung von vergleichsweise dicken Blechen noch gut durch die unter Kapitel 3.3 für unendlich dünne Bleche vorgestellte analytische Lösung bestimmt werden kann. Durch die verwendeten Näherungen kommt es allerdings für dickere Bleche zu signifikanten Abweichungen, die Korrekturfaktoren notwendig machen.

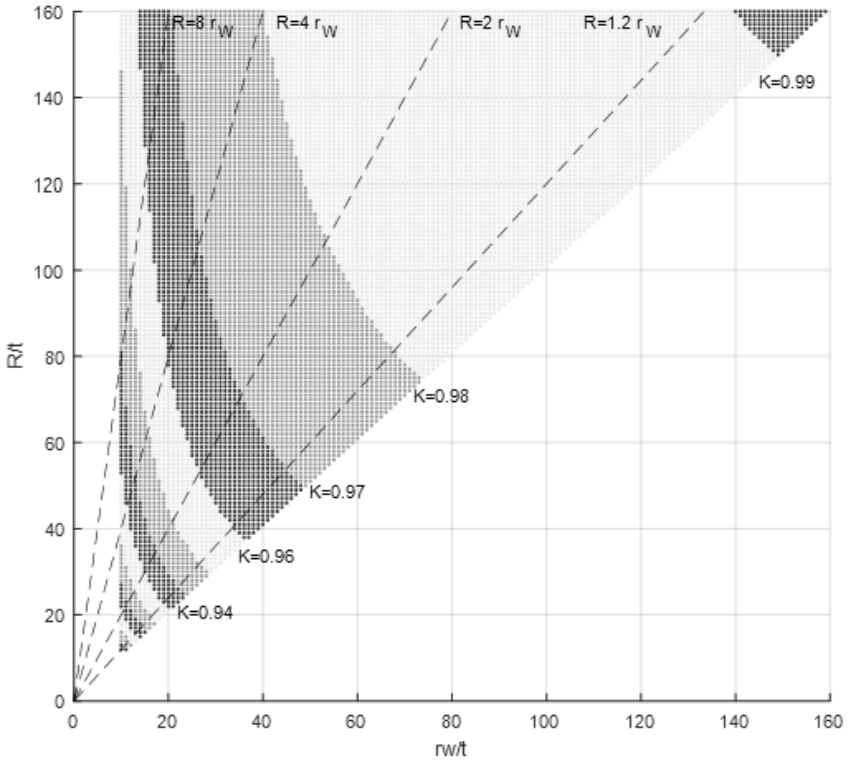

Abbildung 3.3.6: Korrekturfaktor bei konstanter Vorspannung

Korrekturfaktor des Fugendrucks

Um die Näherungsformeln benutzen zu können, bzw. die Verwendbarkeit der Näherungsformel für den Fugendruck abschätzen zu können wird hier ein Korrekturfaktor ermittelt. Der Korrekturfaktor ist das Verhältnis des Fugendrucks beim Wellenradius bei endlicher Blechdicke, Gleichung (3.62) zum Fugendruck bei unendlich dünner Blechdicke, Gleichung (3.42).

$$K = \frac{p_{Fg}\left(r_W\right)}{p_g\left(r_W\right)} \tag{3.61}$$

Der gesamte Fugendruck am Wellenradius lässt sich als Summe der Fugendrücke aller Schichten ausdrücken. Unter Verwendung der Formel (3.51) aus Kapitel 3.3 ergibt sich:

$$p_{Fg}\left(r_W\right) = \sum_{i=0}^{n} \frac{\sigma_V\left(r_i\right)}{\frac{r_i}{t}} = \sum_{i=0}^{n} \frac{\sigma_V\left(r_W + i \cdot t\right)}{\frac{r_W + i \cdot t}{t}} = \sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{R}{t} - \left(\frac{r_W}{t}+1\right)\right\rfloor} \sigma_V \cdot t \tag{3.62}$$

Für diesen Ausdruck lässt sich keine allgemein gültige Formel angeben. Deshalb wurde hier für einen konstanten Vorspannungsverlauf der Korrekturfaktor ausgewertet. In Abbildung 3.3.6 ist der Korrekturfaktor K als Isoplot über $\frac{R}{t}$ und $\frac{r_W}{t}$ dargestellt. Es ist ersichtlich, dass bei geringer werdender Blechdicke die Genauigkeit der Näherung steigt. Weiters steigt die Genauigkeit je größer der Wellenradius im Verhältnis zum Außenradius

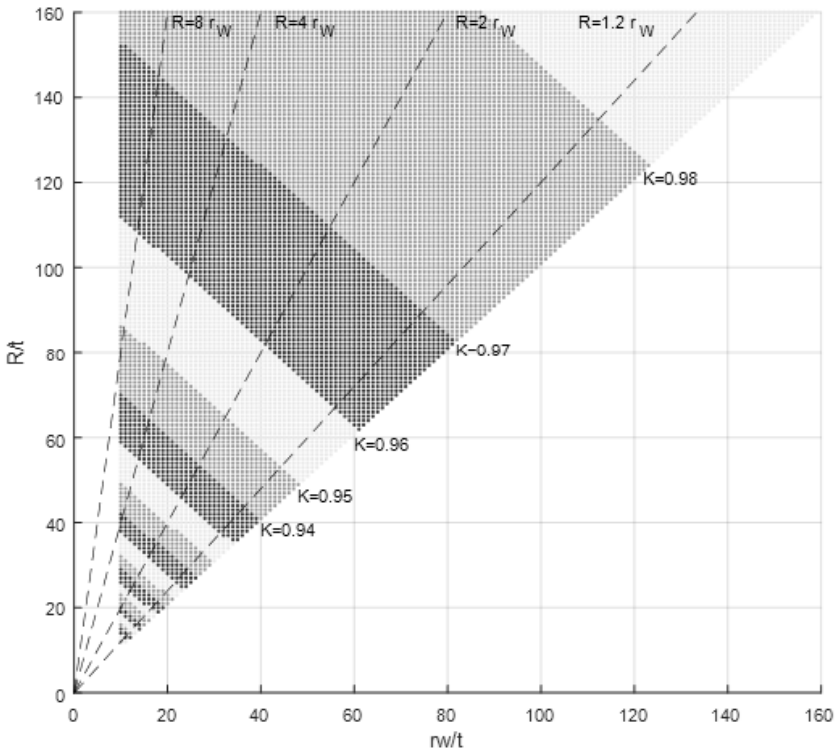

Abbildung 3.3.7: Korrekturfaktor bei quadratischer Vorspannung

ist. Weil der Wellenradius stets kleiner als der Außenradius ist, ist nur die obere Hälfte des Diagramms belegt. Für den Korrekturfaktor bei quadratischer Vorspannung sind wie in Abbildung 3.3.7 die gleichen Aussagen gültig. Außerdem ist mit geringerer Genauigkeit, im Vergleich zur konstanten Vorspannung, der Näherung zu rechnen.

Vergleich der Varianten konstante Vorspannung und quadratischer Vorspannungsverlauf

Hier werden die bisherigen Ergebnisse für unterschiedliche Blechdicken verifiziert. Dabei sind die Blechdicken auf den Außenradius normalisiert. $\frac{t}{R} = 0$ repräsentiert dabei die in Kapitel 3.3 berechneten Ergebnisse. Abbildung 3.3.8 und 3.3.9 zeigen jeweils die Ergebnisse für einen konstanten bzw. einen mit r quadratisch ansteigenden Vorspannungsverlauf. Für die anderen Kurven wurden die Ergebnisse nach Gleichung (3.62) und (3.51) ermittelt. Die Vorspannung wurde bei $r = R$ auf 1 normiert und der Fugengesamtdruck bei $r = r_W$ auf 1 normiert.

Analytisch lässt sich der Fugendruck nicht für $t/R = 0$ auswerten, bzw. ist 0, wenn mit einer Vorspannung und nicht mit einer Vorspannkraft gerechnet wird.

Die Ergebnisse für geringe Blechdicken passen sehr gut zu den analytischen Lösungen und gehen für $\lim_{t \to 0}$ für die zwei gewählten Vorspannungsverläufe in die analytische Lösung über.

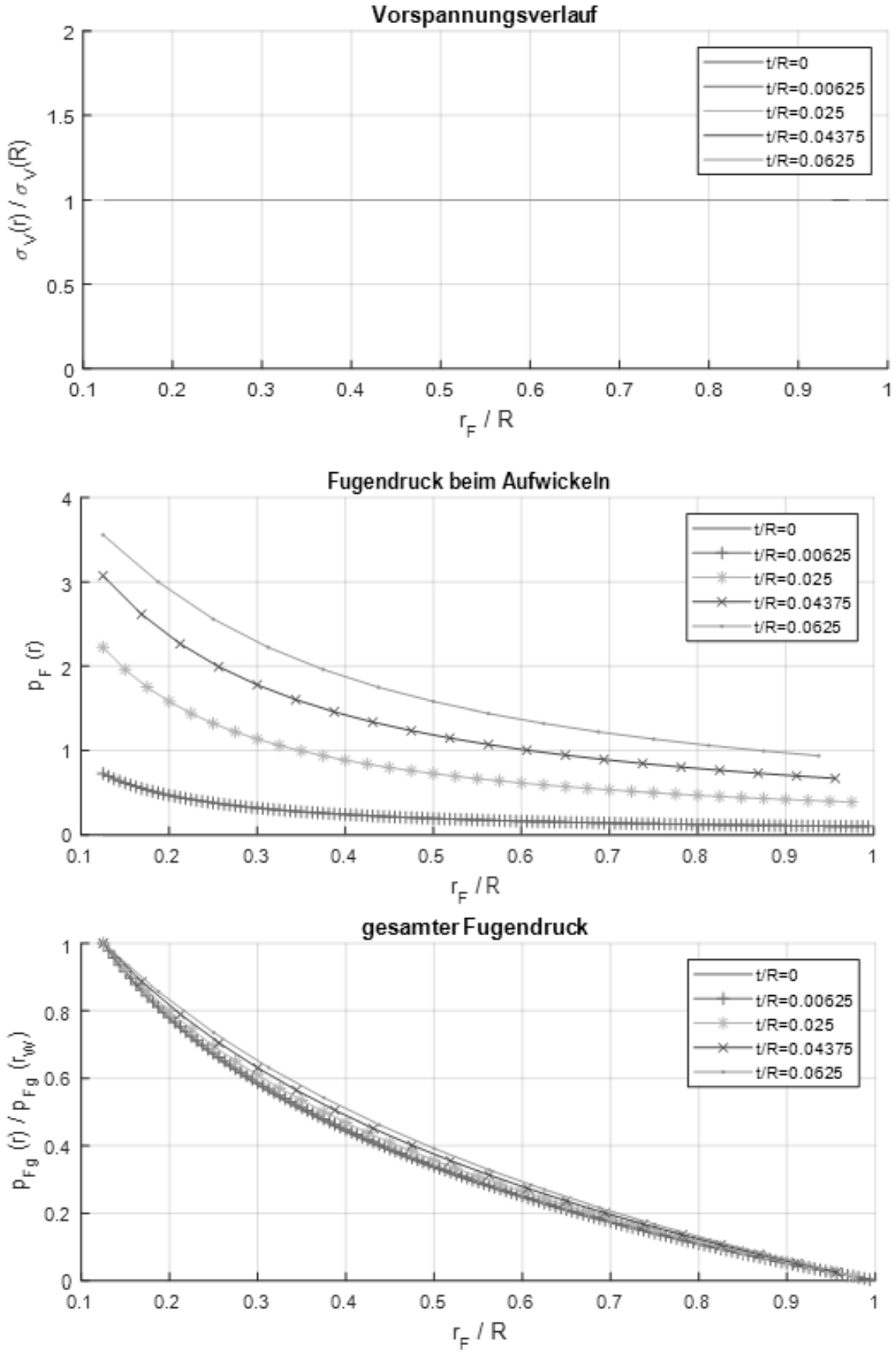

Abbildung 3.3.8: Vergleich des Fugendrucks bei unterschiedlicher Blechdicke für konstante Vorspannung

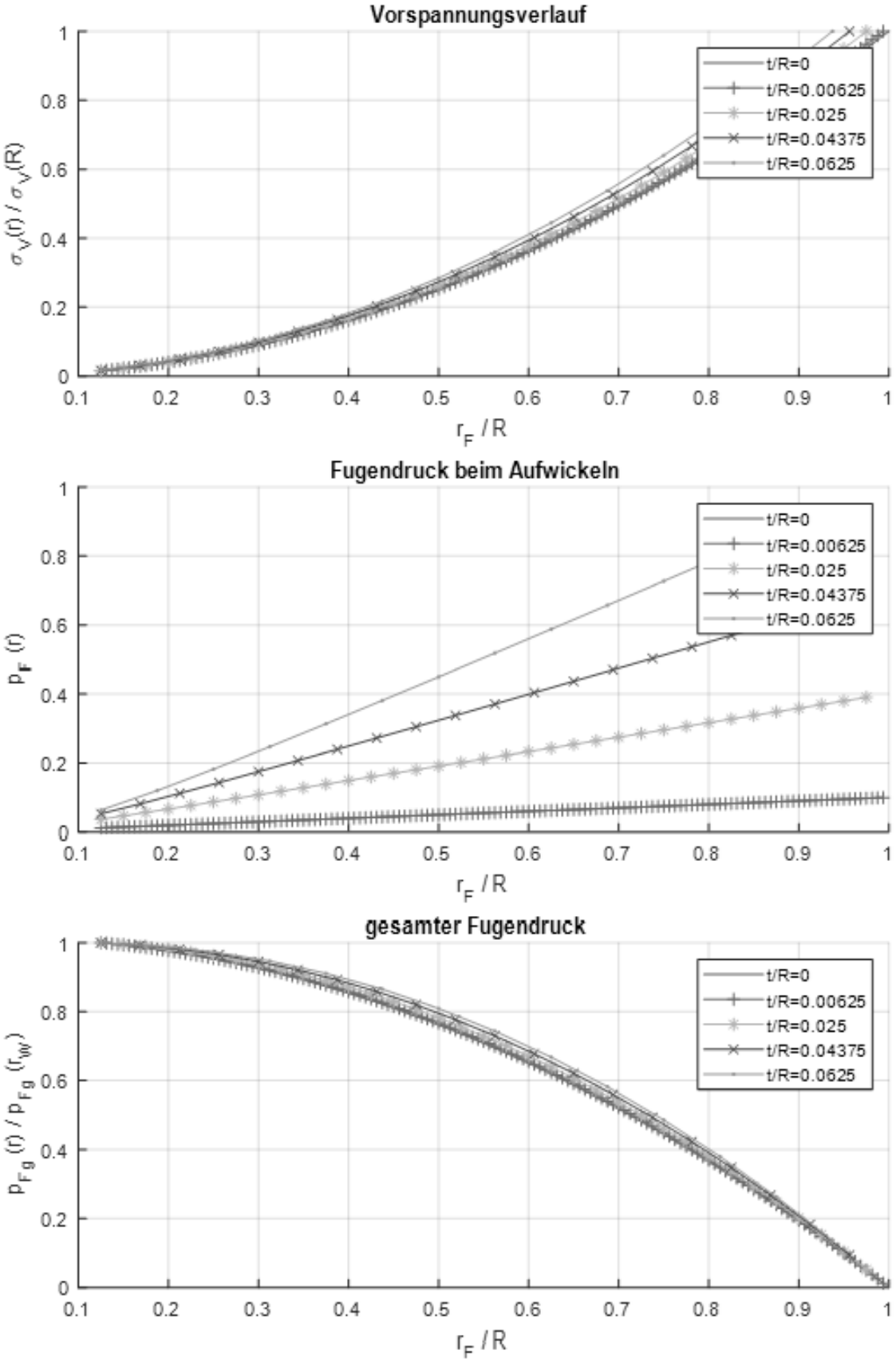

Abbildung 3.3.9: Vergleich des Fugendrucks bei unterschiedlicher Blechdicke für quadratischen Vorspannungsverlauf

3.4 Theoretische Belastungsgrenzen

In diesem Kapitel wird untersucht ob es zu Relativbewegung der Bleche zueinander bzw. zur Welle kommt. Dazu werden unterschiedliche Belastungszustände theoretisch untersucht und welche Effekte durch die Klebeflächen auftreten können.

Durch Fliehkraftbeanspruchung des Läufers selbst - Abheben der Blechringe – Maximale Drehzahl im Leerlauf

Die Bleche im Blechpaket lassen sich relativ zueinander verschieben, wenn diese voneinander abheben. Diese Situation tritt auf, wenn die durch Fliehkraft auftretende Radialspannung größer als der Fugendruck ist.

Damit das verhindert wird, muss die radiale Vorspannung in jedem Radius groß genug sein. Dadurch ergibt sich die Ungleichung (3.63) und daraus ergibt sich auf die Drehzahl n umgeformt die Ungleichung (3.64).

$$\int_r^R \sigma_V(x)\,\frac{\mathrm{d}x}{x} \leq \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right) \tag{3.63}$$

$$n \leq \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{\int_r^R \sigma_V(x)\,\frac{dx}{x}}{\frac{3+\nu}{8}\rho R^2\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)}} \tag{3.64}$$

Abschätzung Zusatzbeanspruchbarkeit durch Klebeflächen der Magnete

Die Klebeschicht, mit der die Magnete an den Rotor geklebt werden, kann das Ablösen der Blechschichten u.U. verhindern, indem die Radialspannungen, die nicht mehr durch die Vorspannung aufgenommen werden können, über die Klebeschicht zum als starr angenommenen Magneten übertragen werden.

Dieser Effekt ist durch die zulässige Scherschubspannung des Klebers an der Blechseitenfläche begrenzt. Die durch die Klebefläche zusätzlich erlaubte Fugendruckreduktion p_{zus} ist auf den verklebten Bereich begrenzt und in Ungleichung (3.65) definiert. Unter Berücksichtigung dieser Gleichung ergibt sich die erlaubte Drehzahl n zu Gleichung (3.66).

$$p_{mzus}(r) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } r < r_{mi} \\ \tau_{Kleber.zul} \cdot 2tb & \text{wenn } r_{mi} < r < r_R \\ 0 & \text{wenn } r_R < r \end{cases} \tag{3.65}$$

$$n \leq \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{\int_r^R \sigma_V(x) \frac{\mathrm{d}x}{x} + p_{mzus}(r)}{\frac{3+\nu}{8} \rho R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)}} \tag{3.66}$$

Fliehkraftbeanspruchung durch zusätzliche Magneten/Massen

Die aufgeklebten Magnete müssen die Fliehkräfte auf das Blechpaket übertragen können. Die konservative Annahme würde bedeuten, dass die Fliehkräfte auf einen Außenring übertragen werden und die Beanspruchung würde jede Fuge im Blechpaket beeinflussen.

Eine genauere Modellierung berücksichtigt die Steifigkeit der Klebeschicht und dadurch werden die Fugen nur bis zu einem gewissen Radius voll durch die zusätzliche Fliehkraft beansprucht. Darüber liegende Fugen nur noch teilweise.

Konservative Annahme - Fliehkräfte durch Ring eines bestimmten Radiuses aufgenommen Die Magnete werden als Punktmassen modelliert, die eine zusätzliche auf den Umfang verteilte Kraft erzeugen. Diese Kraft wird von einem Ring aufgenommen und in den Rest der Struktur übertragen. Darüber liegende Ringe werden dadurch nicht beeinflusst.

Die Fliehkraft einer Punktmasse ist in der nachfolgenden Gleichung definiert:

$$F_{flieh} = m r_m \omega^2 \tag{3.67}$$

Bei rotationssymmetrischer Betrachtung werden die über dem Umfang wirkenden Kräfte summiert und in eine Umfangslast bei r_R umgerechnet. Diese wird auf die Rotorbreite bezogen und somit in einen Fugendruck umgerechnet. Dieser Druck wirkt zusätzlich zur Vorspannung und führt zu einer Reduktion des Fugendrucks im Innenteil und Erhöhung im Außenteil.

$$p_{flieh}(r_R) = \frac{n \cdot F_{flieh}}{b \cdot 2\pi r_R} = \frac{n \cdot m r_m \omega^2}{b \cdot 2\pi r_R} \tag{3.68}$$

Wie die Fliehkraftbeanspruchung tatsächlich aufgeteilt wird hängt vom Verhältnis der Steifigkeiten des Innen- und Außenteils ab.

Der Innen- und Außenteil müssen sich am Außen- bzw. Innendurchmesser um denselben Wert verformen. Außerdem muss die Summe der wirkenden Drücke den Fliehkraftdruck

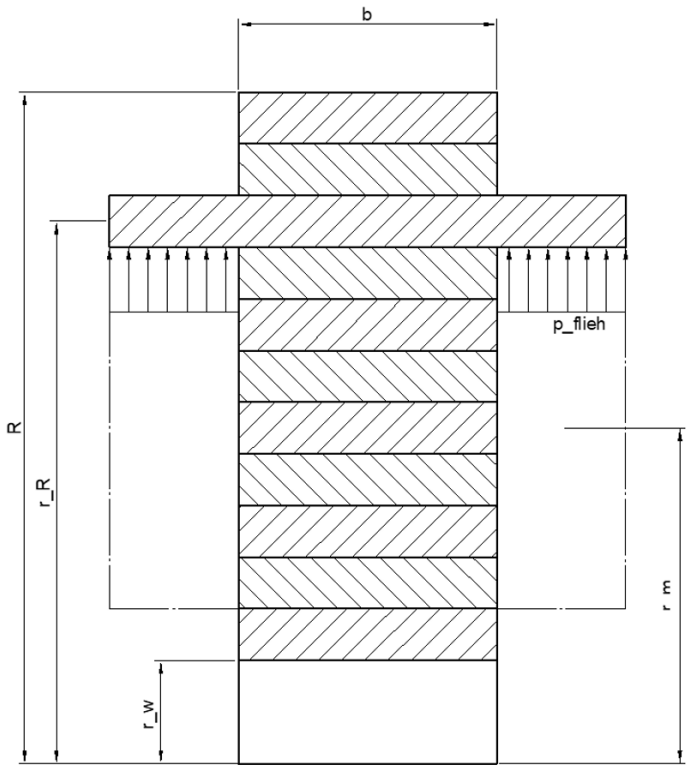

Abbildung 3.4.1: Abmessungen für Magnetfliehkraft

ergeben. Eingesetzt in die Gleichungen ergibt sich diese Aufteilung, wobei p_I der Druck auf den Innenteil und p_A der Druck auf den Außenteil ist:

$$p_I = p_{flieh}\left(1 - \frac{(1-\nu)\left(1-{Q_A}^2\right)}{2}\right) \tag{3.69}$$

$$p_A = p_{flieh}\frac{(1-\nu)\left(1-{Q_A}^2\right)}{2} \tag{3.70}$$

$$Q_A = \frac{r_R}{R} \tag{3.71}$$

Bei einer Hohlwelle ändert sich die Aufteilung etwas.

$$p_I = p_{flieh}\left(1 - \frac{\frac{1+{Q_I}^2}{1-{Q_I}^2} - \nu}{\frac{1+{Q_A}^2}{1-{Q_A}^2} + \frac{1+{Q_I}^2}{1-{Q_I}^2}}\right) \tag{3.72}$$

$$p_A = p_{flieh}\left(\frac{\frac{1+{Q_I}^2}{1-{Q_I}^2} - \nu}{\frac{1+{Q_A}^2}{1-{Q_A}^2} + \frac{1+{Q_I}^2}{1-{Q_I}^2}}\right) \tag{3.73}$$

$$Q_I = \frac{r_L}{R} \tag{3.74}$$

$$Q_A = \frac{r_R}{R} \tag{3.75}$$

Daraus folgt, dass wenn die Fliehkräfte der Magnete durch einen Außenring aufgenommen

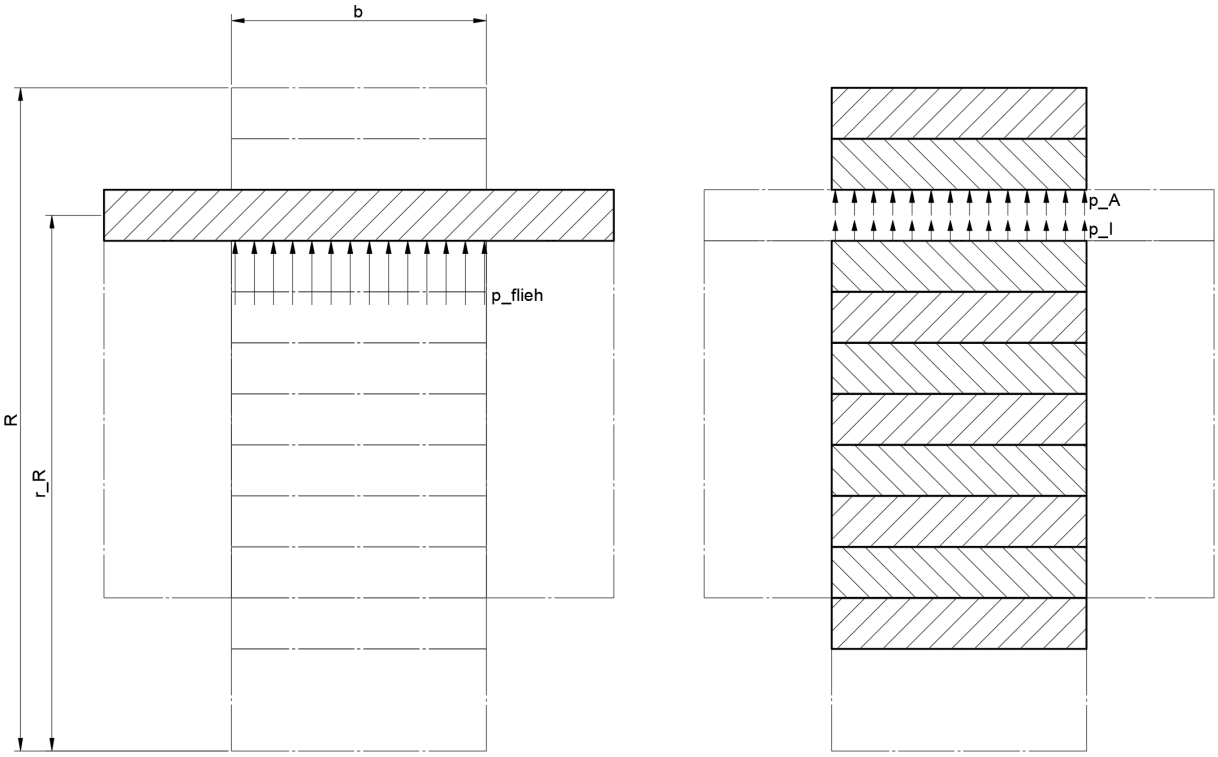

Abbildung 3.4.2: Aufteilung der Fliehkraft in den auf den Innen- und Außenteil wirkenden Druck

werden, die Vorspannung im gesamten Verband reduziert wird. Die Reduzierung wird allerdings kleiner, je weiter außen der kraftaufnehmende Ring ist. Dieser Effekt lässt sich unter Umständen zur Anpassung des Vorspannungsverlaufs an den Gewünschten nutzen.

Bessere Annahme - Fliehkräfte werden zusätzlich durch die Klebeflächen auf das Blechpaket übertragen Wenn der Magnet sowohl auf der Seitenfläche als auch auf der Stirnseite verklebt wird lässt sich die übertragene Fliehkraft durch die Steifigkeit der Klebeflächen bestimmen. Dazu wird die Annahme getroffen, dass die Magneten geringe Winkelausdehnung haben und sich deshalb näherungsweise radial verschieben.

Außerdem wird angenommen, dass der Klebstoff in der Seiten- und Stirnfläche jeweils konstante Dicken aufweist und sich isotrop verhält. Außerdem soll der Magnet in Relation zur Klebefläche viel steifer sein. Damit lässt sich das System auf eine verteilte Schub- und eine radiale Feder rückführen und es ergibt sich die Gleichung (3.77) für die Aufteilung auf die beiden Ersatzfedern. Mit der Gesamtfliehkraft $n \cdot F_{Flieh}$ lässt sich daraus die dabei

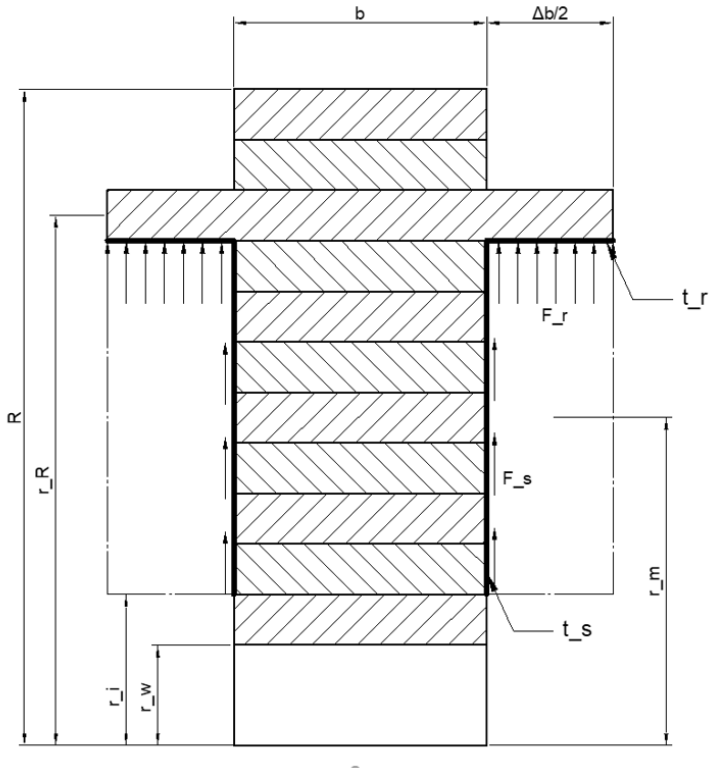

Abbildung 3.4.3: Abmessungen für bessere Kraftverteilung

resultierende Kraft auf die Seitenfläche F_S der Magnete in Gleichung (3.78) bestimmen

$$\Delta l = \frac{t_r F_r}{E_K 2\pi r_R \Delta b} \;=\; \Delta s = \frac{t_s F_s}{\frac{E_K}{2(1+\nu_K)}\;\pi\;\left(r_R^2 - r_{mi}^2\right)} \tag{3.76}$$

$$\frac{F_r}{F_s} = \frac{t_s}{t_r}\frac{4\; r_R \Delta b}{r_R^2 - r_{mi}^2}\left(1+\nu_K\right) \tag{3.77}$$

$$n \cdot F_{flieh} = F_r + F_s \Rightarrow F_s = \frac{n \cdot F_{flieh}}{1+\frac{F_r}{F_s}} = \frac{n \cdot m\; r_m \omega^2}{1+\frac{t_s}{t_r}\frac{4\; r_R \Delta b}{r_R^2 - r_{mi}^2}\left(1+\nu_K\right)} \tag{3.78}$$

Die Kraft auf die Seitenflächen lässt sich noch weiter auf eine Fugendruckreduktion p_s zurückrechnen. Dazu wird die Schubspannung in Abhängigkeit der radialen Verschiebung der Magnete angeschrieben. Die Fugendruckreduktion erhält man durch das Gleichsetzen des Fugendrucks mit den an der Blechkante angreifenden Schubspannungen τ.

$$\tau = G_K \frac{\Delta s}{t_s} \tag{3.79}$$

$$p_s b = \tau \mathrm{d}r \tag{3.80}$$

Um die effektive Fugendruckänderung zu erhalten muss für den betrachteten Radius r_0 die Radialspannung durch die darüber und darunterliegenden Bleche bestimmt und aufsummiert werden.

Die darüberliegenden Bleche reduzieren den Fugendruck bei r_0 und weil der Innenteil als Vollwelle angenommen wird, wird p_A aus Gleichung (3.70) von r_0 bis zum Magnetaußenradius r_R integriert um die Fugendruckänderung durch den Außenteil zu erhalten.

Die darunterliegenden Bleche erhöhen den Fugendruck bei r_0 und mit p_I von Gleichung (3.69) erhält man durch das Integral vom Magnetinnenradius r_{mi} bis zum betrachteten Radius r_0. Dabei wird der Radialspannungsverlauf (3.14) und (3.19) aus Kapitel 3.1 benutzt.

$$\begin{aligned} p_{sg}\left(r_0\right) = &- \frac{\tau}{b} \int_{r_{mi}}^{r_0} \left(\frac{(1+\nu)\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)}{2} \frac{\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}{1-\left(\frac{r}{R}\right)^2} \right) \mathrm{d}r \\ &- \frac{\tau}{b} \int_{r_0}^{r_R} 1 - \frac{(1+\nu)\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)}{2} \mathrm{d}r \end{aligned} \tag{3.81}$$

$$p_{sg}\left(r_0\right) = -\frac{\tau}{b}\frac{1+\nu}{2}\left(\int_{r_{mi}}^{r_0} \left(\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right) \mathrm{d}r + \int_{r_0}^{r_R} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} + \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right) \mathrm{d}r \right) \tag{3.82}$$

$$p_{sg}\left(r_0\right) = -\frac{\tau}{b}\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{1}{3}\left(r_0 - \frac{{r_{mi}}^3}{{r_0}^2} + \frac{{r_R}^3 - 2\,{r_0}^3 + {r_{mi}}^3}{R^2} \right) + \frac{1-\nu}{1+\nu}\left(r_R - r_0\right) \right) \tag{3.83}$$

$$p_{sg}\left(r_{mi}\right) = -\frac{\tau}{b}\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{{r_R}^3 - {r_i}^3}{3R^2} + \frac{1-\nu}{1+\nu}\left(r_R - r_{mi}\right) \right) \tag{3.84}$$

$$p_{sg}\left(r_R\right) = -\frac{\tau}{b}\,\frac{1+\nu}{2}\,\frac{{r_R}^3 - {r_{mi}}^3}{3}\left(\frac{1}{{r_R}^2} - \frac{1}{R^2} \right) \tag{3.85}$$

Unter der Annahme, dass $r_R \approx R$ ergibt sich für die Fugendruckreduktion am Außen- und Innenradius zu Gleichung (3.86) und (3.87).

$$p_{sg}\left(r_{mi}\right) = -\frac{\tau}{b}\frac{1+\nu}{2}\left(R\left(\frac{1}{3} + \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) - r_{mi}\left(\frac{1}{3}\frac{{r_{mi}}^2}{R^2} + \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \right) \tag{3.86}$$

$$p_{sg}\left(r_R\right) \approx 0 \tag{3.87}$$

Das Diagramm 3.4.4 zeigt die Kraftaufteilung bei $\mu = \ 0.0,\ 0.25,\ 0.5$ und Magnetinnenradius $r_{mi}/R = 0.2, 0.5, 0.8$. Die dargestellte Kraftaufteilung erhält man indem man in $p_{sg}\left(r_0\right)$ die Schubspannung τ durch die Schubkraft $\mathrm{F_S}$ ausdrückt.

$$\tau = G_K \frac{\Delta s}{t_s} = G_K \frac{\frac{t_s F_s}{\frac{E_K}{2(1+\nu_K)}\ \pi\ \left(r_R^2 - r_{mi}^2\right)}}{t_s} = \frac{F_s}{\pi\ \left(r_R^2 - r_{mi}^2\right)} \tag{3.88}$$

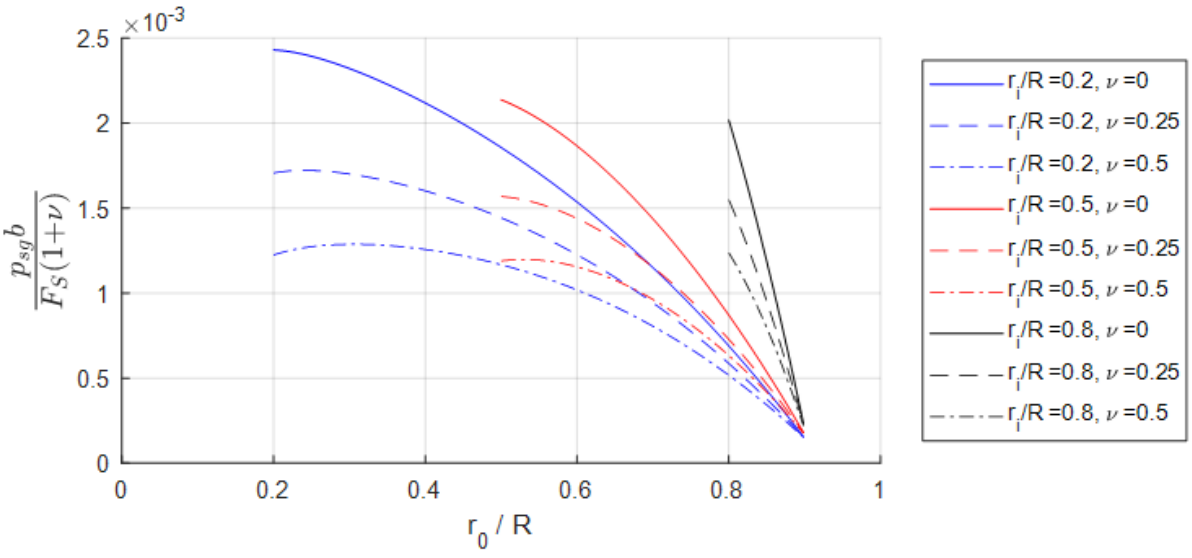

Abbildung 3.4.4: Numerische Auswertung der Magnetkraftaufteilung und Integration der seitlichen Fliehkräfte

Maximales Antriebsmoment

Das Antriebsmoment wird durch Reibung zwischen den Blechen übertragen. Wenn man konstante Coulombsche Reibung annimmt ergibt sich das maximal übertragbare Moment M_{Tmax} durch Gleichung (3.89)

$$M_{Tmax}(r) = 2\pi r^2 \cdot b \cdot \mu \cdot p_g(r) = 2\pi r^2 \cdot b \cdot \mu \cdot \int_r^R \left(\sigma_V(x)\frac{1}{x}\right) \mathrm{d}x \tag{3.89}$$

Maximale Axiale Belastung

Bei elektrischen Maschinen treten aufgrund der Magnetisierung Kräfte in Magnetisierungsrichtung auf, die abhängig von der Luftspaltgröße sind. Bei der Montage lässt sich der Luftspalt auf beiden Seiten des Rotors nicht unbedingt gleich groß halten, wodurch eine resultierende Axialkraft vom Rotor aufgenommen werden muss. Im Betrieb wird versucht die Axialkräfte möglichst klein zu halten, allerdings kann es von Vorteil sein, wenn eine konstante resultierende Axialkraft wirkt, um Schwingungen durch Lagerspiel zu vermeiden.

Somit kann es im Betrieb und durch den Zusammenbau des Rotors es zu axialer Belastung F_A kommen und ähnlich wie das Antriebsmoment wird die axiale Kraft hauptsächlich durch den Reibkoeffizienten beeinflusst. Der Unterschied dazu liegt nur in der um einen

Grad niedrigeren Ordnung von r.

$$F_A(r) = 2\pi r \cdot b \cdot \mu \cdot p_g(r) = 2\pi r \cdot b \cdot \mu \cdot \int_r^R \left(\sigma_V(x)\frac{1}{x}\right) \mathrm{d}x \tag{3.90}$$

maximales Antriebsmoment unter Berücksichtigung von Fliehkraft

Aufgrund der Fliehkraft kommt es zu einer Reduktion des zulässigen Antriebsmoments. Deshalb muss der Fliehkraftterm berücksichtigt werden und die Gleichung (3.89) wird zu Gleichung (3.91)

$$M_{Tflieh}(r) = 2\pi r^2 \cdot b \cdot \mu \cdot \int_r^{r_a} \left(\sigma_V(x)\frac{1}{x} - \frac{3+\nu}{16}\rho\omega^2 \cdot x\right) \mathrm{d}x \tag{3.91}$$

Massenträgheit

Bei Beschleunigung und Verzögerung durch die Abtriebswelle kommt es zu einer zusätzlichen Beanspruchung der Fugen. Dabei wird im Gegensatz zum Antriebsmoment das gesamte Blechpaket beansprucht. Beim Beschleunigen durch die Magnetkräfte wird nur ein kleinerer Bereich beansprucht, wobei die Trägheit des gesamten äußeren Bereichs berücksichtigt werden muss.

Die maximale Beschleunigung $\dot{\omega}_{max}$ im Normalbetrieb hängt vom vorhandenen Antriebsmoment M_{an} und dem gesamten Massenträgheitsmoment I ab. Die Teilträgheitsmomente werden additiv zum Gesamten zusammengesetzt, da die Einzelnen jeweils durch rotationssymmetrische Massen gebildet werden.

Die Trägheitskräfte bzw. -momente durch die Magnete werden über die Klebefläche wie die Antriebskräfte übertragen.

$$\dot{\omega}_{max} = \frac{M_{an}}{I} \tag{3.92}$$

$$I = I_{Blechpaket} + I_{Magnete} + I_{Bandage} \tag{3.93}$$

Massenträgheit durch Blechpaket allein Zur Abschätzung des Spannungsverlaufs und der Gesamtträgheit werden hier keine Taschen und Massen der Magnete berücksichtigt. Die gesamte Trägheit des Blechpakets ergibt sich durch Integration von einem Radius r bis zum Außenradius zu Gleichung (3.94) und ausgewertet über das gesamte Blechpaket zu Gleichung (3.95). Der Schubspannungsverlauf τ durch Massenträgheit wird somit zu Gleichung (3.96).

$$I = 2\pi\varrho \int_r^{r_a} \rho^3 b\left(\rho\right) \mathrm{d}\rho = 2\pi\varrho b_0 \frac{{r_a}^4 - r^4}{4} \tag{3.94}$$

$$I_{ges} = m\frac{{r_{mi}}^2 + {r_a}^2}{2} = \pi\varrho b_0 \left({r_a}^2 - {r_{mi}}^2\right)\frac{{r_{mi}}^2 + {r_a}^2}{2} = \frac{\pi\varrho b_0}{2}\left({r_a}^4 - {r_{mi}}^4\right) \tag{3.95}$$

$$\tau = \frac{M}{2\pi r^2 b} = \frac{\dot{\omega} I}{2\pi r^2 b} = \frac{\dot{\omega}}{2\pi r^2 b} = 2\pi\varrho \int_r^{r_a} \rho^3 b\left(\rho\right) \mathrm{d}\rho = \frac{\varrho\dot{\omega}}{4}\frac{r_a^4 - r^4}{r^2} = \frac{\varrho\dot{\omega} r_a^2}{4}\frac{1 - \frac{r^4}{r_a^4}}{\frac{r^2}{r_a^2}} \tag{3.96}$$

Dadurch ergibt sich einerseits, dass die Spannung an jedem Radius mit zunehmenden Außenradius steigt, und dass bei kleineren Radien größere Spannungen auftreten.

Bei konstanter Vorspannung ergibt sich für den Gesamtfugendruck und damit der verfügbaren Reibung ein logarithmischer Verlauf. Das Verhältnis des Schubspannungsverlaufs (3.96) zur verfügbaren Reibung lässt sich in eine Reihe in Abhängigkeit von r_a entwickeln um den generellen Verlauf (3.97) bestimmen zu können.

$$\frac{\tau}{p_g} \backsim \frac{r_a^2 \frac{1 - \frac{r^4}{r_a^4}}{\frac{r^2}{r_a^2}}}{-\ln\left(\frac{r^2}{r_a^2}\right)} \approx \frac{\frac{r^4}{r_a^4} - 1}{r^2 ln\left(\frac{r^2}{r_a^2}\right)} + \Delta r_a \, 2\frac{\overbrace{r^4 - r_a^4\left(2\ln\left(\frac{r^2}{r_a^2}\right) + 1\right)}}{r^2 r_a \ln^2\left(\frac{r^2}{r_a^2}\right)} \tag{3.97}$$

$$\frac{r^4}{r_a^4} \not< \left(2\ln\left(\frac{r^2}{r_a^2}\right) + 1\right) \tag{3.98}$$

Der Faktor beim zweiten Term muss negativ sein, damit verhältnismäßig ein höherer Anteil der Schubspannung durch Reibung aufgenommen werden kann, wenn der Wickelradius erhöht wird. Das ist wegen der Ungleichung (3.98) nie der Fall. Dementsprechend bedeutet das, dass zum Verhindern von Durchrutschen durch Massenträgheit zusätzliche gewickelte Schichten nicht geeignet sind.

Dickenverhältnisse bei Bandage - Dickwandrohr

Der Fugendruck p_F eines Schrumpfrings ergibt sich nach [DIN7190, 2017] für nicht plastizierende Querpressverbände unter Angabe der maximalen Zugspannung der Bandage zur Gleichung (3.99).

$$p_F\left(r_F\right) = \frac{\sigma_{tA}\left(r_F\right)}{\frac{1+{Q_A}^2}{1-{Q_A}^2}} = \frac{R_E}{\frac{1+{Q_A}^2}{1-{Q_A}^2}} \tag{3.99}$$

$$Q_A = \frac{r_F}{r_A} \tag{3.100}$$

Aufgrund der Fliehkraft ergibt sich für die Radialspannung die Gleichung (3.101). Das radial Kräftegleichgewicht der Radialspannung mit dem Fugendruck ergibt die maximale

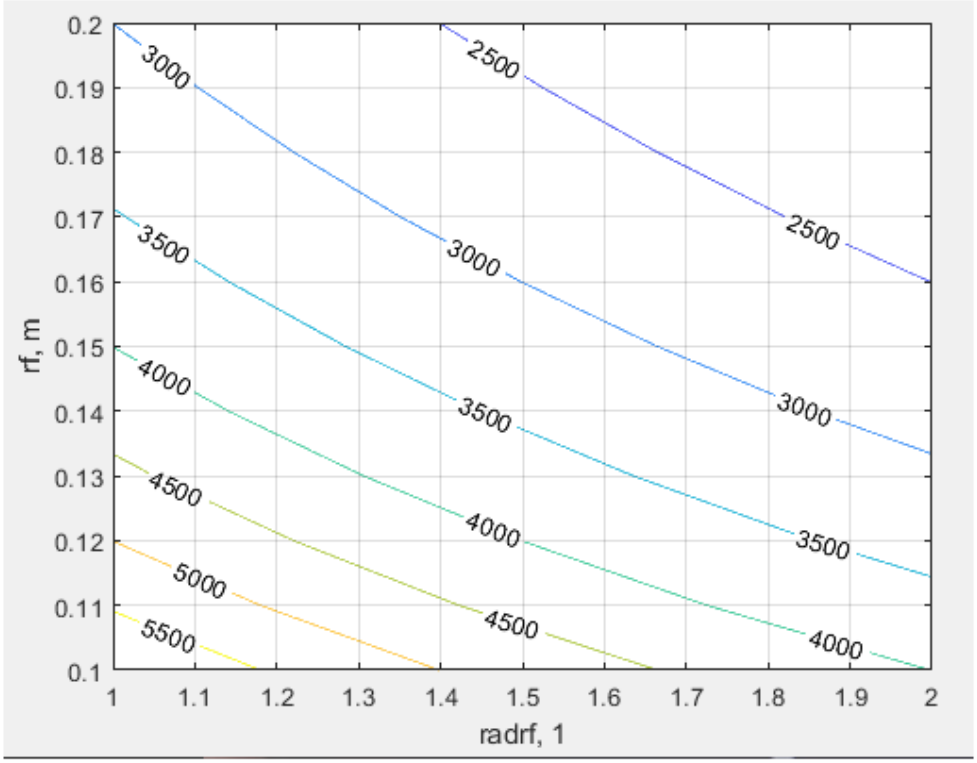

Abbildung 3.4.5: beispielhafte Darstellung der zulässigen Drehzahl in Abhängigkeit vom Fugenradius der Bandage und dem Außenradius der Bandage bezogen auf den Fugenradius

Winkelgeschwindigkeit (3.102).

$$\sigma_r\left(r_F\right) = \int_{r_F}^{r_a} \left(-\frac{3+\nu}{16}\rho\omega^2 \cdot x\right) \mathrm{d}x = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2\left({r_A}^2 - r_F^2\right) \tag{3.101}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3+\nu}{8} \cdot \frac{R_E}{\rho}} \cdot \frac{1}{r_A + r_F} = \sqrt{\frac{3+\nu}{8} \cdot \frac{R_E}{\rho}} \cdot \frac{1}{2r_F + D} \tag{3.102}$$

Das bedeutet, dass eine Erhöhung der Bandagendicke zu keiner Erhöhung der maximalen Drehzahl führt, wenn nur die Bandage an sich betrachtet wird. Dieses Verhalten ist auch im Isoplot in Abbildung 3.4.5 zu beobachten. Darin ist die Drehzahl über dem Fugenradius der Bandage und über dem Außenradius der Bandage, bezogen auf den Fugenradius, aufgetragen. Die Versagensdrehzahl zeigt mit zunehmender Bandagendicke monoton fallendes Verhalten.

Die Bandage verhindert das Ablösen der Bleche voneinander. Wenn man die vorgespannte Wicklung berücksichtigt kommt man auf die Formel (3.103). Diese kann man allerdings nicht mehr analytisch lösen und zur Bestimmung der nötigen Bandagendicke ist ein ite-

ratives Verfahren nötig.

$$c_0 \ln\left(\frac{r_F}{r_F - t}\right) + R_E \frac{r_A - r_F}{r_A + r_F} \leq \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2\left({r_A}^2 - (r_F - t)^2\right) \tag{3.103}$$

Optimale Vorspannung

Die Vorspannung soll so gewählt werden, dass der jeweilige Schadensfall bei jedem Radius mit gleich großer Belastung auftritt.

Abheben der Blechpakete Die allgemeine Gleichung der Leerlaufdrehzahl (3.64) weißt sowohl im Zähler, als auch im Nenner eine vom betrachteten Radius r abhängige Funktion auf. Das heißt, dass man diese Gleichung zur Bestimmung des nötigen Vorspannungsverlaufs benutzen kann. Mit den in Gleichung (3.44) ausgeführten Integralen für den Gesamtfugendruck p_g ist ersichtlich, dass die Gleichung (3.104) in jedem Radius r erfüllt sein kann, wenn der Vorspannungsverlauf (3.105) mit $a = 2$ gewählt wird. Um eine geforderte Drehzahl zu erfüllen, ergibt sich für die Wahl des Koeffizienten c für die Vorspannung, bei Wahl der Drehzahl, Gleichung (3.106)

$$\frac{3+\nu}{8}\rho R^2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\cdot\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 = \int_r^R \sigma_V(x)\,\frac{dx}{x} \tag{3.104}$$

$$\sigma_V(r) = cr^a\,(a \geq 1) \rightarrow p_g(r) = \frac{c}{a}R^a\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^a\right) \tag{3.105}$$

$$n \leq \frac{60}{\pi}\sqrt{\frac{c}{(3+\nu)\,\rho}} \Longleftrightarrow c \geq \left(\frac{\pi n}{60}\right)^2(3+\nu) \tag{3.106}$$

Abheben der Blechpakete mit den zusätzlichen Magneten Die zusätzlichen Magnete führen zu einer von r unabhängigen und von der Drehzahl abhängigen Veränderung des Fugendrucks.

$$\int_r^R \sigma_V(x)\,\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2R^2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) + \frac{n\cdot m r_m\omega^2}{b2\pi r_R}\,\frac{(1+Q_A^2)+\nu\,(1-Q_A^2)}{2} \tag{3.107}$$

Der von r unabhängige Term führt innerhalb des Übertragungsrings (bei $r < r_R$) zu einer konst. Reduktion des Fugendrucks. Das heißt, dass es auch eine von r unabhängige Vorspannung benötigt, um diesen Term auszugleichen.

Es bietet sich an, die äußersten Wicklungen zur Erhöhung der Wicklungsvorspannung zu verwenden, um die zusätzliche Fliehkraft auszugleichen.

Wenn man davon ausgeht, dass $\sigma_V(r)$ wie in Gleichung (3.105) optimal vorgespannt gewählt wird und zusätzlich eine gewisse Dicke d mit einer konstant erhöhten anderen

Vorspannung σ_R gewickelt wird, lässt sich die Dicke d mit Gleichung (3.108) bestimmen. Zusätzlich wurde angenommen, dass der Vorspannungsverlauf in den Zusatzschichten weitergeführt wird um den zusätzlichen Fliehkraftterm auszugleichen und in der Gleichung zu streichen.

$$\frac{\sigma_R}{\frac{R}{d}} = \omega^2 \frac{n \cdot m \; r_m}{b 2\pi r_R} \frac{(1 + Q_A^2) + \nu\,(1 - Q_A^2)}{2} \tag{3.108}$$

Kapitel 4

Vorhersagen zur Versagensform

In diesem Kapitel wird die Frage behandelt welche Parameter die Versagensform des Rotors beeinflussen. Dahingehend wird zuerst gezeigt, dass das Abheben von vorgespannten Schichten tatsächlich ein Versagen bzw. einen bleibenden Schaden hervorruft, bevor in Kapitel 4.1 untersucht wird unter welchen Voraussetzungen die äußerste Schicht, im Speziellen eine Bandage, durch Plastizieren vor Abheben versagen kann. In Kapitel 4.2 wird untersucht, an welcher Stelle und auf welche Art eine Bandage in Abhängigkeit der gewählten Vorspannung und Geometrie versagt. In Kapitel 4.3 werden Beziehungen und allgemeine Diagramme entwickelt, wann der Rotor im Inneren durch Schubbeanspruchung versagt. Die Fertigung der Magnettaschen kann nach dem Aufwickeln durchgeführt werden. Die Reduktion der Vorspannung durch diesen Vorgang wird in Kapitel 4.4 beschrieben.

Die in dieser Arbeit benutzte Modellierung mit Kreisringen führt konsequenterweise dazu, dass das Abheben in unbelasteten Bereichen nicht zwingenderweise zu Versagen des Rotors führt. Ein Ring würde einfach wieder abgelegt werden, ohne dass die Vorspannkräfte abgebaut würden. Zur Argumentation wird die äußerste Wicklung als Kreisring angenommen und das Kräftegleichgewicht betrachtet.

Beim Aufwickeln des vorgespannten Blechstreifens wird das eigenständige Abwickeln durch das Fixieren des Endstücks an der darunterliegenden Schicht und der Reibkraft zwischen den Schichten verhindert. Der Vorspannungszustand wird sozusagen eingefroren.

Kommt es nun durch Fliehkraft ab einer gewissen Drehzahl zu einer so großen Reduktion des Fugendrucks, dass die Vorspannkraft nicht mehr aufgenommen werden kann, dann wird der äußerste Ring in Richtung der Vorspannung bezogen auf die darunter liegenden Schichten verdreht. Dementsprechend werden die elastischen Dehnungen und die Vorspannkraft am Ende des Bandes bis zur verfügbaren Reibkraft reduziert.

Durch die Verdrehung der Schichten zueinander bewirkt auch keine Reduktion der Drehzahl, dass die abgelösten Schichten einfach wieder abgelegt werden, ohne dass die Vor-

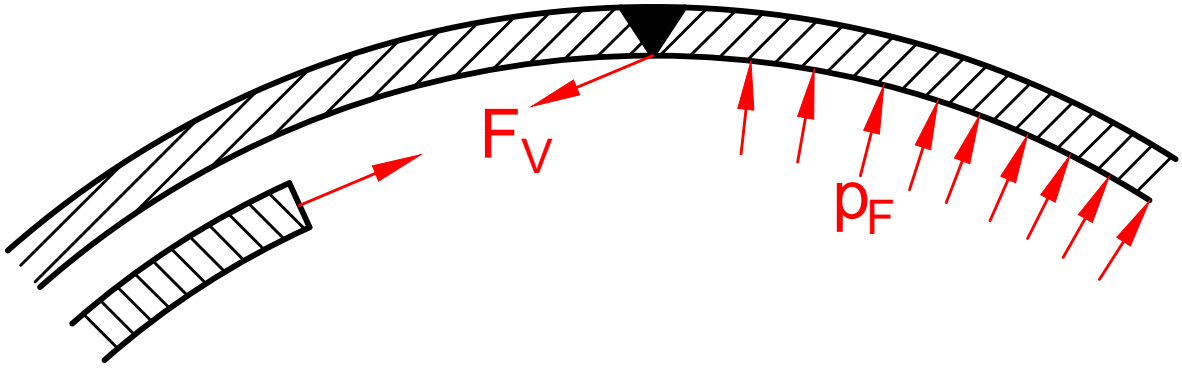

Abbildung 4.0.1: Kräfte an der äußersten Wicklung

spannkraft weiterhin reduziert bleibt. Wenn der Fugendruck in der äußersten Schicht, wie in Abbildung 4.0.1 gezeigt, und entsprechend die Reibung aufgrund der Fliehkraft auf 0 reduziert wird, wird jedenfalls das gesamte Band eigenständig abgewickelt. Die Erklärung dazu liefert die Eytelweinsche Gleichung (4.1). Wenn die Vorspannkraft F_V darin gegen 0 geht, muss die Gegenkraft F_1 ebenfalls gegen 0 gehen, damit die Bedingung erfüllt wird. Somit wird die Vorspannung in der gesamten Wicklung abgebaut.

$$\frac{F_1}{F_V} < e^{\mu\beta} \tag{4.1}$$

Die Vorspannkraft erzeugt eine zusätzlich Kraft in Fugenrichtung. Diese Kraft muss zusätzlich durch die verfügbare Reibkraft aufgenommen werden. Wenn angenommen wird, dass die Vorspannkraft in der Fläche der Fuge wirkt, dann ergibt sich für Drehzahl 0 unter Verwendung der Kesselformel (4.3) die Bedingung (4.4) für den Mindestreibwert, der vorhanden sein muss um ein eigenständiges Abwickeln zu verhindern.

$$F_V < p \cdot 2r\pi \cdot \mu \cdot b \tag{4.2}$$

$$p = \frac{\sigma_t 2s}{2r} = \frac{F_V}{br} \tag{4.3}$$

$$\mu > \frac{1}{2\pi} \approx 0.16 \tag{4.4}$$

Die Möglichkeit, dass wie in Abbildung 4.0.2 mehrere Deckschichten miteinander verbunden werden, hilft bei der Reduktion der benötigten Reibung. Dadurch wird der durch die Vorspannkraft erzeugte Fugendruck, wie in Gleichung (4.6) ersichtlich, um die Anzahl der zusätzlichen Deckschichten erhöht. Somit reduziert sich die in (4.4) benötigte Reibung um die Anzahl der zusätzlichen Schichten.

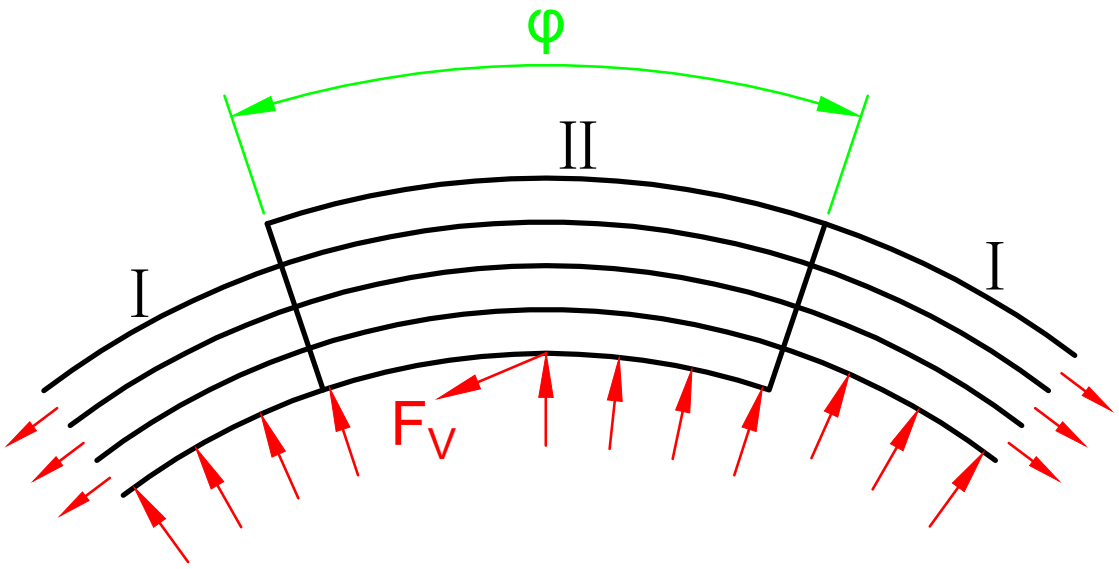

Abbildung 4.0.2: Kräfte bei miteinander verbundenen Schichten

$$F_V < p \cdot 2r\pi \cdot \mu \cdot b \tag{4.5}$$

$$p = \frac{\sigma_t 2s \cdot n}{2r} = \frac{F_V\ n}{br} \tag{4.6}$$

$$\mu > \frac{1}{n \cdot 2\pi} \approx \frac{0.16}{n} \tag{4.7}$$

Analog dazu können auch nur in einem begrenzten Bereich mehrere Schichten miteinander verbunden werden. Wenn diese Bleche genauso vorgespannt werden, dann kommt es zu einer lokalen Erhöhung des verfügbaren Fugendrucks und entsprechend zu einer Erhöhung der gesamten verfügbaren Reibkraft. Somit wird die benötigte Reibung in Gleichung (4.8) durch die mittlere Schichtanzahl reduziert.

$$\mu > \frac{1}{\sum_i \left(n_i \frac{\varphi_i}{2\pi}\right) \cdot 2\pi} \approx \frac{0.16}{n_m} \tag{4.8}$$

Wie die Schichten miteinander verbunden werden ist hier nicht näher behandelt, da bei den jeweiligen Möglichkeiten unterschiedliche Details zu beachten und behandeln sind. Eine Möglichkeit ist es die Schichten miteinander zu verschweißen, wobei aufgrund der dabei auftretenden hohen Temperaturen lokale Vorspannungsverluste zu erwarten sind. Solche Effekte werden hier nicht berücksichtigt und dazu müssen eigene Arbeiten verfasst werden.

4.1 Versagen durch Fliehkraft

Es wird zunächst die äußerste Schicht eines gewickelten Rotors ohne Bandage betrachtet. Es ist notwendig die Vorspankraft am kleinsten Querschnitt beim Aufwickeln zu begrenzen um Plastizieren zu vermeiden. Somit ist die Vorspannung in den Bereichen ohne Magnete kleiner und es wird davon ausgegangen, dass die Vorspannkraft konstant ist. Außerdem ist für die folgende Abschätzung die Vorspannung in den schmalsten Bereichen gleich der Streckgrenze. Dadurch ergibt sich für die breiteren Bereiche eine niedrigere Vorspannung.

Drehzahlbegrenzung durch Fließen

Durch Fliehkraft bei einer rotierenden Vollscheibe wird der Tangentialspannungsverlauf (3.36) in der Außenschicht zu Gleichung (4.9). Nachdem die gewickelten Elektrobleche im Vergleich zum Außenradius typischerweise sehr dünn sind, ist der Fehler von hoher Ordnung. Der Fehlerterm ist sehr viel kleiner als eins und dadurch werden die Terme höherer Ordnung vernachlässigbar klein. Die Betrachtung einer Vollscheibe ist auch für Hohlscheiben zulässig, da der bei dieser Näherung gemachte Fehler von Quadratischer Ordnung ist. Dieses Verhalten ist in der aus (3.32) entwickelten Gleichung (4.10) ersichtlich.

$$\begin{aligned}\sigma_t\left(R-t\right) = \sigma_t\left(R\left(1-\frac{t}{R}\right)\right) = \rho\omega^2R^2\left(\frac{1-\nu}{4}+\frac{1+3\nu}{4}\left(\frac{t}{R}-\frac{1}{2}\frac{t^2}{R^2}\right)\right) = \\ = \rho\omega^2R^2\left(\frac{1+3\nu}{4}\left(\frac{1-\nu}{1+3\nu}+\mathcal{O}\left(\frac{t}{R}\right)\right)\right) \approx \rho\omega^2R^2\frac{1-\nu}{4} = \sigma_t\left(R\right)\end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned}\sigma_t\left(R-t\right) = \rho\omega^2\frac{3+\nu}{8}R^2\left(1+\underbrace{\frac{r_{iI}^2}{R^2}+\frac{r_{iI}^2}{\left(R-t\right)^2}}-\frac{1+3\nu}{3+\nu}\frac{\left(R-t\right)^2}{R^2}\right) \\ \Rightarrow \frac{r_{iI}^2}{R^2}\left(1+\frac{1}{1-\frac{t^2}{R^2}}\right) \Rightarrow \frac{r_{iI}^2}{R^2}\left(2+\mathcal{O}\left(\frac{t^2}{R^2}\right)\right)\end{aligned} \tag{4.10}$$

Die Tangentialspannung (4.9) und die vorhandene Vorspannung σ_V müssen kleiner als die ertragbare Zugspannung sein damit kein Versagen eintritt. Die Vergleichsspannung ergibt sich zur Summe aus der Vorspannung und Tangentialspannung, da diese gleich ausgerichtet sind. Dadurch ergibt sich die ertragbare Drehzahl durch Umformung von Gleichung (4.11) zu (4.13).

$$\sigma_{zul} > \sigma_V\left(R\right) + \sigma_t\left(R\right) \tag{4.11}$$

$$\sigma_{zul} > \sigma_{zul}\frac{b_0-2t_M}{b_0} + \sigma_t\left(R\right) = \sigma_{zul}\left(1-\frac{2t_M}{b_0}\right) + \rho\omega^2R^2\frac{1-\nu}{4} \tag{4.12}$$

$$\omega^2 < \frac{2t_M}{b_0}\frac{1}{R^2}\frac{4}{1-\nu}\frac{\sigma_{zul}}{\rho} \tag{4.13}$$

Drehzahlbegrenzung durch Abheben

Durch Fliehkraft kommt es außerdem zu einer Reduktion der Vorspannkraft, die zum Abheben der Blechschicht führen kann. Das ist dann der Fall, wenn der Druck in der Fuge, bzw. die Radialspannung bei Betrachtung als rotierende Scheibe, gleich null wird.

Der Fugendruck (4.14) durch die Vorspannung wird wieder durch die Spannung an der geringsten Querschnittsfläche begrenzt und durch die Kesselformel am Außenradius angenähert. Die Radialspannung (4.15) wird an der Fuge ausgewertet.

$$p_F\left(R-t\right) \approx p_F\left(R\right) = \frac{\sigma_V\left(R\right)}{\frac{R}{t}} \approx \frac{\sigma_{zul}\left(1-\frac{2t_M}{b_0}\right)t}{R} \tag{4.14}$$

$$\sigma_r\left(R-t\right) = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2\left(R^2-\left(R-t\right)^2\right) = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 t\left(t-2R\right) \tag{4.15}$$

Damit die Fliehkraft nicht zum Abheben führt, muss die Ungleichung (4.16) erfüllt sein. Nach Umformung und der Verwendung der Bedingung, dass $t/R \ll 1$ ist, ergibt sich für die Grenzdrehzahl, bei der die äußerste Schicht abhebt zu Gleichung (4.18)

$$p_F\left(R-t\right) > -\sigma_r\left(R-t\right) \tag{4.16}$$

$$\frac{\sigma_{zul}\left(1-\frac{2t_M}{b_0}\right)\ t}{R} > \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 t\left(2R-t\right) \tag{4.17}$$

$$\omega^2 < \frac{\sigma_{zul}\left(1-\frac{2t_M}{b_0}\right)\ t}{R\frac{3+\nu}{8}\rho\ t\left(2R-t\right)} \approx \left(1-\frac{2t_M}{b_0}\right)\frac{1}{R^2}\frac{4}{3+\nu}\frac{\sigma_{zul}}{\rho} \tag{4.18}$$

Wann tritt welches Versagen auf

Um eine allgemeine Aussage zur auftretenden Versagensform zu treffen, wird mit der Ungleichung (4.19) überprüft, wann es zum Abheben vor Fließen der äußersten Schicht kommt. Das Ergebnis (4.22) davon ist ein Wertebereich, je nach verwendetem Material, nachdem $\nu = [0; 0.5]$ ist. Das heißt also, dass solange die Breite des Blechs weniger als die 4-fache Gesamtmagnetdicke ist (bzw. ca. die 6-fache für typische Elektrobleche), dann tritt an der äußersten Schicht immer Abheben vor Fließen auf. Umgeformt auf die Reststegbreite b_R, Gleichung (4.22), ergibt sich dadurch, dass b_R maximal 3 bis 7 mal so groß, wie die Gesamtmagnetdicke annehmen darf.

$$\omega_{Abheben}{}^2 < \omega_{Fliessen}{}^2 \tag{4.19}$$

$$\left(1 - \frac{2t_M}{b_0}\right) \frac{1}{R^2} \frac{4}{3+\nu} \frac{\sigma_{zul}}{\rho} < \frac{2t_M}{b_0} \frac{1}{R^2} \frac{4}{1-\nu} \frac{\sigma_{zul}}{\rho} \tag{4.20}$$

$$\left(1 - \frac{2t_M}{b_0}\right) \frac{1}{3+\nu} < \frac{2t_M}{b_0} \frac{1}{1-\nu} \tag{4.21}$$

$$\frac{b_0}{2t_M} < \frac{3+\nu}{1-\nu} + 1 = \frac{4}{1-\nu} = [4;8] \tag{4.22}$$

$$\frac{b_R}{2t_M} < [3;7] \tag{4.23}$$

4.2 Versagensform einer Bandage

Eine Bandage ist eine relativ einfache Möglichkeit zur Steigerung der möglichen Belastung von gewickelten Rotoren. Nachdem die Bandagevorspannung nicht von der Wickelkraft begrenzt wird, ist es naheliegend die Vorspannung möglichst hoch zu wählen, um die größte Belastungssteigerung zu erhalten. In diesem Kapitel wird untersucht, ob die Bandage bei Überlast abhebt und ob sie am Außen- oder am Innenradius zuerst plastiziert.

Dazu wird ein gewisser Fugendruck bzw. werden Spannungsverläufe durch das Aufschrumpfen der Bandage bei der Montage im Rotor und in der Bandage erzeugt. Die Spannungsverläufe der Bandage ergeben sich mit dem Außenradius des Blechpakets R und der zusätzlichen Bandagendicke t_B zum Radial- (4.25) und Tangentialspannungsverlauf (4.26) aus den Gleichungen (3.14) und (3.15) der Spannungsverläufe für den Außenteil eines Querpressverbandes. Die Spannungen, die durch die Fliehkraft in der Bandage erzeugt werden, sind analog den Gleichungen aus der Herleitung in Punkt 3.2 und ergeben sich aus Gleichung (3.35) und (3.36) zu Gleichung (4.27) und (4.27) bei Vollwelle.

$$p_F(R) = \frac{\sigma_V(R)}{\frac{R}{t_B}} \tag{4.24}$$

$$\sigma_{rvor}(r) = -p_F \frac{\left(\frac{R+t_B}{r}\right)^2 - \left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}{1 - \left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2} \tag{4.25}$$

$$\sigma_{tvor}(r) = p_F \frac{\left(\frac{R+t_B}{r}\right)^2 + \left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}{1 - \left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2} \tag{4.26}$$

$$\sigma_{rflieh}(r) = \frac{3+\nu}{8} \rho\omega^2 \left((R+t_B)^2 - r^2\right) \tag{4.27}$$

$$\sigma_{tflieh}(r) = \frac{3+\nu}{8} \rho\omega^2 \left((R+t_B)^2 - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2\right) \tag{4.28}$$

Zur Bestimmung der Vergleichsspannung (4.29) wird die Schubspannungshypothese benutzt. Nachdem die Radial- und Tangentialspannungen Hauptspannungen sind und die Bandage nicht schubbeansprucht wird, ergibt sich die Vergleichsspannung zur Differenz der Radial und Schubspannungen. Die beiden Tangentialspannungen und die Radialspannung der Fliehkraft sind Zugspannungen und die Radialspannung der Vorspannung ist eine Druckspannung.

$$\begin{aligned}\sigma_{Vges}(r) &= |\sigma_{rvor}(r) - \sigma_{tvor}(r) + \sigma_{rflieh}(r) - \sigma_{tflieh}(r)| \\ &= \left| -2\ p_F\ \frac{\left(\frac{R+t_B}{r}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2} - 2\frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2(1-\nu) \right| \\ &= 2\left(p_F\ \frac{\left(\frac{R+t_B}{r}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2} + \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2(1-\nu) \right)\end{aligned} \tag{4.29}$$

Durch Betrachtung des 2ten Terms erkennt man, dass die Vergleichsspannung an jedem Radius bei Steigerung der Drehzahl steigt und beide Terme die Vergleichsspannung erhöhen. Somit kann der Extremwert, der bei der Überlagerung einer ar^{-2} und r^2 Kurve entsteht nur ein Minium sein (und liegt bei $r = a^{1/4}$). Bei Drehzahl 0 ergibt sich die Festigkeitsreserve bei R zu Gleichung (4.30) und es ergibt sich aus der gegebenen zulässigen Spannung die Maximaldrehzahl (4.31).

$$\begin{aligned}\sigma_{res} &= \sigma_{zul} - 2\ p_F\ \frac{\left(\frac{R+t_B}{R}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2} = \\ &= \sigma_{zul} - \ p_F\ \frac{(R+t_B)^4}{R^3 t_B\left(1+\frac{t_B}{2R_A}\right)} = \sigma_{zul} - \ p_F\ \frac{(R+t_B)^4}{R^3 t_B}\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\omega^2 = \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2} - p_F\frac{\left(\frac{R+t_B}{r}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}}{\frac{3+\nu}{8}\rho r^2(1-\nu)} \tag{4.31}$$

$$\omega(R)^2 = \frac{\sigma_{zul} - 2p_F\frac{(R+t_B)^4}{R^2 t_B(2R_a+t_B)}}{\frac{3+\nu}{4}\rho R^2(1-\nu)} \tag{4.32}$$

$$\omega(R+t_B)^2 = \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2(R+t_B)^2} - \frac{p_F}{t_B(2\ R_a+t_B)}}{\frac{3+\nu}{8}\rho(1-\nu)} \tag{4.33}$$

Die Bedingung gegen Abheben ist, dass die Radialspannung an der Bandagenfuge nicht negativ werden darf. Damit ergibt sich die Grenzdrehzahl (4.35) aus dem Gleichgewicht

von der radialen Vorspannung (4.25) und der radialen Fliehkraftspannung (4.27).

$$\frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2\left((R+t_B)^2-R^2\right)=p_F\frac{\left(\frac{R+t_B}{R}\right)^2-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2} \tag{4.34}$$

$$\omega^2=\frac{p_F\frac{\left(\frac{R+t_B}{R}\right)^2-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}}{\frac{3+\nu}{8}\rho\left((R+t_B)^2-R^2\right)} \tag{4.35}$$

Ermittlung der Versagensformgrenzen der Bandage

Es werden nun jeweils die Grenzdrehzahlen in Abhängigkeit von einheitenlosen Kennzahlen beschrieben um eine allgemeinere Behandlung zu ermöglichen. Danach werden die Drehzahlen der 3 Versagensvarianten verglichen um Grenzkurven zwischen diesen zu erhalten.

Die geometrischen Kennwerte werden zueinander in Verbindung gebracht indem der Parameter h mit Gleichung (4.36) eingeführt wird. Dieser bezieht die Bandagendicke t_B auf den Außenradius R und für die weitere Rechnung bietet sich der Kennwert d an, der h um 1 verschiebt (Gleichung (4.38)). Dieser hat den Vorteil, dass die Gleichungen kompakter sind.

$$t_B=h\cdot R=(d-1)\cdot R \tag{4.36}$$

$$h>0 \tag{4.37}$$

$$d=1+h \tag{4.38}$$

Den Fugendruck direkt über die zulässige Spannung auszudrücken ist nicht praktikabel. Besser ist es die Vergleichsspannung (4.39) am Fugenradius in Bezug zur zulässigen Spannung auszudrücken. Mit dieser Beziehung lässt sich der Fugendruck p_F der Bandage durch die zulässige Vergleichsspannung σ_{Vges} und die eingeführten Kennzahlen in Gleichung (4.40) ausdrücken. Damit lassen sich die Grenzdrehzahlen für die unterschiedlichen Versagenskriterien mit Kennwerten in den Gleichungen (4.41) bis (4.43) kompakt anschreiben.

$$\begin{aligned}\sigma_{Vges}(R)=|\,\sigma_{rvor}(r)\;-\;\sigma_{tvor}(r)|&=2\;p_F\;\frac{\left(\frac{R+t_B}{r}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}\\&=2\;p_F\;\frac{\left(\frac{R+t_B}{R}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}\;=g\cdot\sigma_{zul}\end{aligned} \tag{4.39}$$

$$p_F = \frac{g \cdot \sigma_{zul}}{2} \frac{1 - \left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}{\left(\frac{R+t_B}{R}\right)^2} = \frac{g \cdot \sigma_{zul}}{2} \frac{1 - \frac{1}{d^2}}{d^2} = \frac{g \cdot \sigma_{zul}}{2} \frac{d^2 - 1}{d^4} \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned} {\omega_{grenz,abheben}}^2 &= \frac{p_F \frac{\left(\frac{R+t_B}{R}\right)^2 - \left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}{1-\left(\frac{R}{R+t_B}\right)^2}}{\frac{3+\nu}{8}\rho\left((R+t_B)^2 - R^2\right)} \\ &= \frac{\frac{g\cdot\sigma_{zul}}{2}\frac{d^2-1}{d^4}\frac{d^2-\frac{1}{d^2}}{1-\frac{1}{d^2}}}{\frac{3+\nu}{8}\rho\left(d^2 - 1\right)R^2} = \frac{\frac{g\cdot\sigma_{zul}}{2}}{\frac{3+\nu}{8}\rho R^2}\frac{d^2+1}{d^4} \end{aligned} \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned} \omega^2_{grenz,Fliessen,R} &= \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2} - p_F \frac{(\frac{R+t_B}{R})^2}{1-(\frac{R}{R+t_B})^2}}{\frac{3+\nu}{8}\varrho R^2(1-\nu)} \\ &= \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2} - \frac{g\cdot\sigma_{zul}}{2}\frac{d^2-1}{d^4}\frac{d^2}{1-\frac{1}{d^2}}}{\frac{3+\nu}{8}\varrho R^2(1-\nu)} = \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2}}{\frac{3+\nu}{8}(1-\nu)\varrho R^2}(1-g) \end{aligned} \tag{4.42}$$

$$\begin{aligned} \omega^2_{grenz,Fliessen,R+t_B} &= \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2} - p_F \frac{1}{1-(\frac{R}{R+t_B})^2}}{\frac{3+\nu}{8}\varrho(R+t_B)^2(1-\nu)} = \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2} - \frac{g\cdot\sigma_{zul}}{2}\frac{d^2-1}{d^4}\frac{1}{1-\frac{1}{d^2}}}{\frac{3+\nu}{8}\varrho R^2(1-\nu)d^2} \\ &= \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2}}{\frac{3+\nu}{8}(1-\nu)\varrho R^2}\frac{1-\frac{g}{d^2}}{d^2} = \frac{\frac{\sigma_{zul}}{2}}{\frac{3+\nu}{8}(1-\nu)\varrho R^2}\frac{d^2-g}{e^4} \end{aligned} \tag{4.43}$$

Die Grenzdrehzahlen haben einige gleiche Terme. Dadurch lassen sich die Kurven, bei denen die Versagensdrehzahl gleich ist relativ einfach beschreiben. Es ergeben sich die 3 Ungleichungen (4.46), (4.49) und (4.53) zur Bestimmung, welches Versagenskriterium bei einer Auslegung zu untersuchen ist.

$${\omega_{grenz,abheben}}^2 < \omega^2_{grenz,Fliessen,R} \tag{4.44}$$

$$g\frac{d^2+1}{d^4} < \frac{1}{(1-\nu)}(1-g) \tag{4.45}$$

$$g < \frac{d^4}{(d^2+1)(1-\nu)+d^4} \tag{4.46}$$

$$\omega_{grenz,abheben}{}^2 < \omega^2_{grenz,Fliessen,R+t_B} \tag{4.47}$$

$$g\frac{d^2+1}{d^4} < \frac{1}{(1-\nu)}\frac{d^2-g}{d^4} \tag{4.48}$$

$$\begin{aligned} g &< \frac{d^2}{(d^2+1)(1-\nu)+d^2} \\ &\sim \frac{1}{2(1-\nu)+1} + \frac{2(1-\nu)}{(2(1-\nu)+1)^2}(d-1) \end{aligned} \tag{4.49}$$

$$g(d=1) = \frac{1}{3-\nu} \tag{4.50}$$

$$\omega^2_{grenz,Fliessen,R} < \omega^2_{grenz,Fliessen,R+t_B} \tag{4.51}$$

$$(1-g) < \frac{d^2-g}{d^4} \tag{4.52}$$

$$g > \frac{d^2}{d^2+1} \sim \frac{d}{2} \tag{4.53}$$

$$g(d=1) = \frac{1}{2} \tag{4.54}$$

Interessant zur Verwendung ist außerdem noch, wann die Grenzen einen Schnittpunkt aufweisen und somit wo genau die Versagensmodi wechseln. In Abbildung 4.2.1 ist ersichtlich, dass alle 3 Grenzkurven sich in einem Punkt schneiden und die Grenzkurve für den Fließort (4.53) von ν unabhängig ist. Damit ist es egal, welche der 3 Kurven zur Schnittpunktbestimmung gleichgesetzt werden. Hier werden die beiden letztgenannten Kurven (4.49) und (4.53) zur Bestimmung des von der Querkontraktionszahl ν abhängigen Schnittpunktes mit Gleichung (4.55) bestimmt. Zudem ist ersichtlich, dass die Näherungen für g bei $d \approx 1$ g gut annähern.

$$\frac{d^2}{(d^2+1)(1-\nu)+d^2} = \frac{d^2}{d^2+1} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{1}{\nu}-1} \tag{4.55}$$

Zur Verwendung sind in Diagramm 4.2.2 nur die nötigen Kurven eingezeichnet. Dabei wird abhängig von der Querkontraktionszahl ν zuerst der Schnittpunkt mit der Funktion (4.55) bzw. der `"nuKurve"` im Diagramm bestimmt. Der blaue Bereich links vom Schnittpunkt wird durch die `"Fließort-Kurve"` nach oben und durch die von ν abhängigen Kurve `"Abheben, Fließort"` nach unten begrenzt. In diesem Bereich tritt zuerst der Versagensmechanismus `"Fließen am Außenradius"` auf. Rechts vom Schnittpunkt werden die beiden anderen Bereiche durch die von ν abhängigen Kurve `"Abheben, Fließort"` getrennt. Bei größerer Vorspannung tritt zuerst der Versagensmechanismus `"Fließen am Innenradius"`

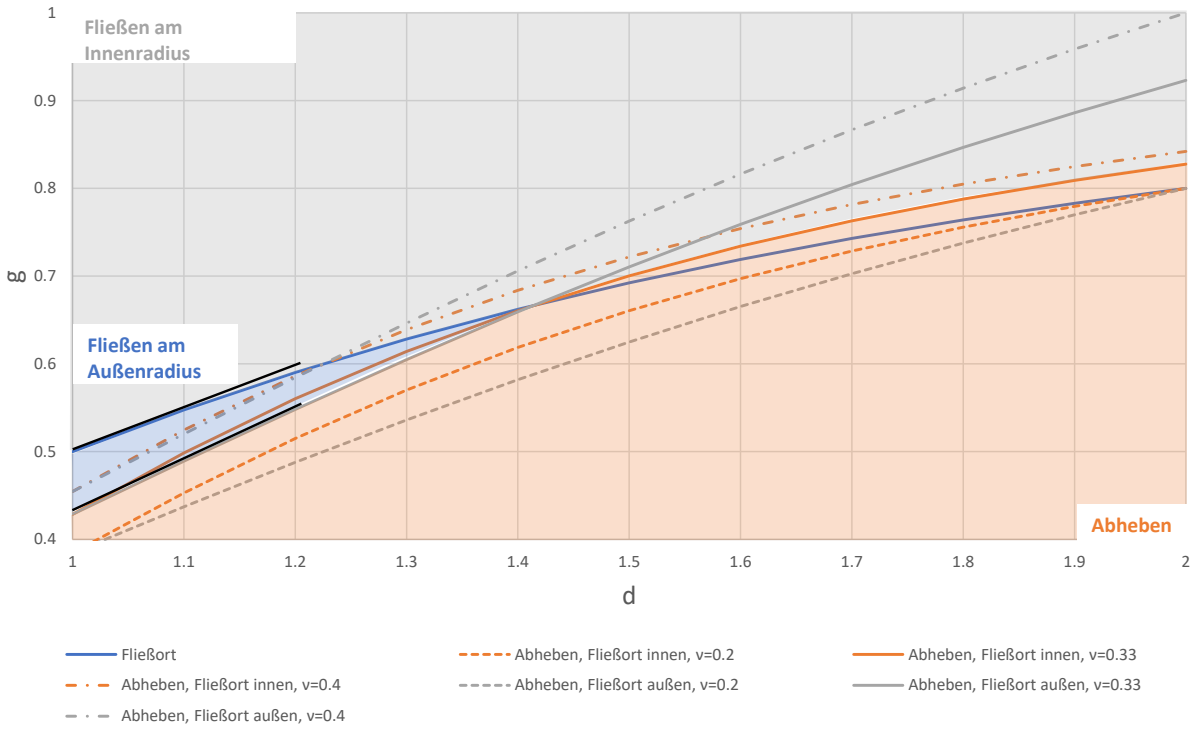

Abbildung 4.2.1: Fließort und Versagensform für Bandage in Abhängigkeit der gewählten Vorspannung

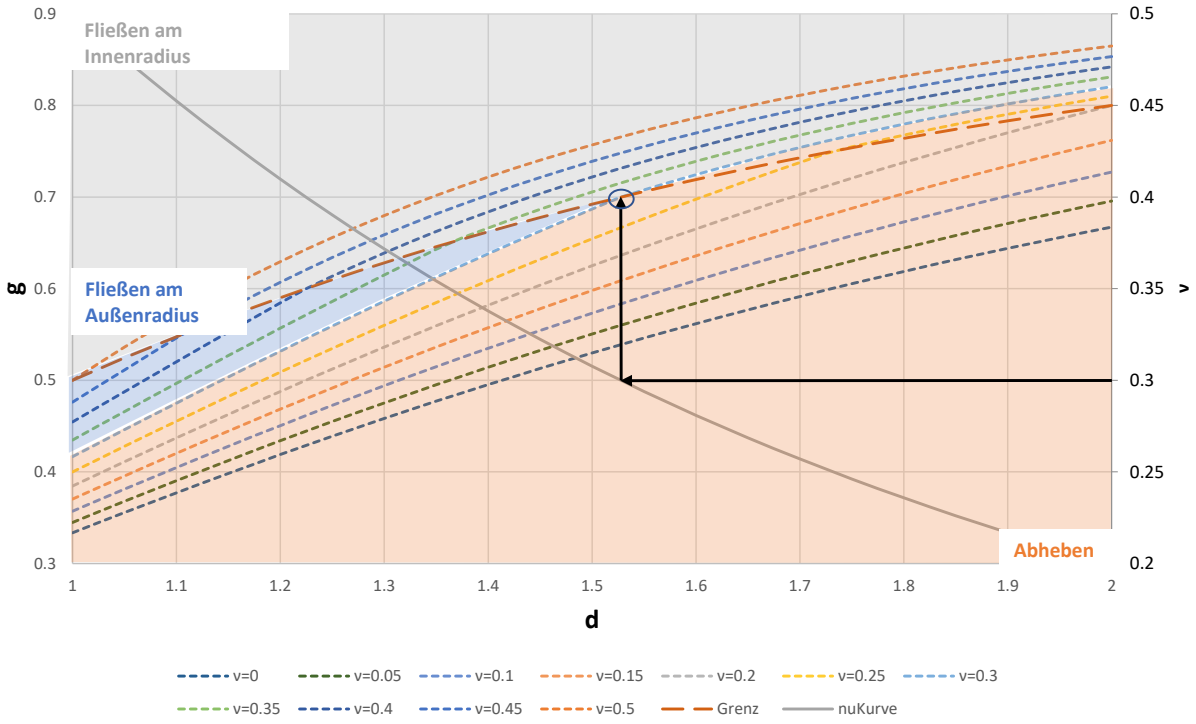

Abbildung 4.2.2: Fließort und Versagensform für Bandage in Abhängigkeit der gewählten Vorspannung mit Bestimmung der Grenzschnittpunkte bei variabler Querkontraktionszahl

und bei niedrigerer zuerst `"Abheben"` auf.

Somit is ersichtlich, dass ab einem gewissen Wert für d die Bandage außen nicht mehr fließen kann, bevor die Bandage nicht innen fließt, oder zuerst abhebt.

4.3 Versagen der Wicklung durch Schubbelastungen

Der gewickelte Rotor muss durch die Drehmomentbelastung auch Schubspannungen durch die Schichten übertragen. Die Zusammenhänge dabei werden, um die Komplexität zu reduzieren, zuerst ohne und im zweiten Schritt mit Fliehkraft behandelt. Es wird weiterhin die Schubspannungshypthese zur Vergleichsspannungsbestimmung benutzt und es wird angenommen, dass der Blechstreifen in der gesamten Wicklung konstante Breite aufweist. Außerdem wird die Krafteinbringung der Magnete vernachlässigt.

Durch die Vorspannung beim modellhaften Aufziehen der Ringe werden Tangentialspannungen im Druckbereich in den Rotor eingebracht. Diese wirken entgegen der Zugspannungen durch das Vorspannen. Dadurch können die Tangentialspannungen auch negativ werden. An solchen Stellen wird die Vergleichsspannung unabhängig von den Tangentialspannungen und daraus resultiert, dass die Vergleichsspannung auch vom Gesamtfugendruck abhängt. Also davon abhängt, wie die darüber liegenden Schichten vorgespannt wurden.

4.3.1 ohne Fliehkraft – statischer Fall

Aus der Gleichung (3.44) für den Fugengesamtdruck, bei Vollwelle und konstantem Vorspannungsverlauf ergeben sich die Spannungsverläufe (4.56) und (4.57). Dabei muss die Radialspannung (4.56) im Blechpaket immer negativ bleiben, da sich sonst die Schichten voneinander lösen und der Rotor versagt.

$$\sigma_r(r) = -p_G(r) = \sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) \tag{4.56}$$

$$\sigma_t(r) = \sigma_V - p_G(r) = \sigma_V \left(1 - \ln\left(\frac{R}{r}\right)\right) \tag{4.57}$$

$$\sigma_{ver} = \max\left(|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_{III} - \sigma_I|\right) \tag{4.58}$$

Die allgemeine Definition der Schubspannugnshypothese (4.58) ergibt zwei zu betrachtende Bereiche. Es ist $\sigma_z = \sigma_{III} = 0$ aufgrund der axialsymmetrischen Belastung und $\sigma_r = \sigma_I < 0$ weil mit jeder Schicht weitere Druckspannungen überlagert werden. Außerdem unterscheidet sich die Tangentialspannung σ_t nur durch einen konstanten positiven Term von der Radialspannung σ_r und ist damit immer absolut größer.

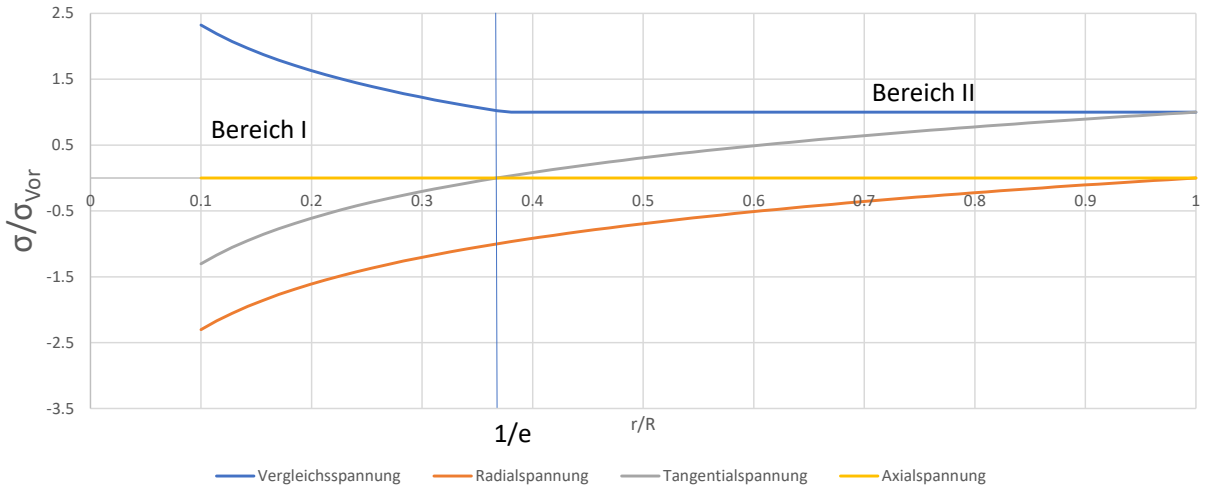

Abbildung 4.3.1: Bereiche zur Berechnung der Vergleichsspannung bei konstanter Vorspannung

Im folgenden wird nur noch σ statt σ_{zul} benutzt um die Gleichungen kompakter zu gestalten.

Bereich II: Tangentialspannung >0

$$\sigma_{ver,II} = |\sigma_t - \sigma_r| = \sigma_V - p_G(r) + p_G(r) = \sigma_V = g\sigma_{zul} \tag{4.59}$$

Bereich I: Tangentialspannung <0

$$\sigma_{ver,I} = |-\sigma_r| = -p_G(r) = \sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) = g\sigma_{zul} \tag{4.60}$$

Damit ergeben sich die Vergleichsspannungen (4.59) und (4.60) in den beiden Bereichen. Um die Bereichsgrenze (4.61) zu erhalten werden die Beiden auf das Radiusverhältnis umgeformt. Die Grenze ist, wie auch in Abbildung 4.3.1 zu erkennen ist, von der Vorspannung unabhängig und eine rein geometrische Grenze.

$$\begin{aligned} \sigma_{ver,I} &= \sigma_{ver,II} \\ \sigma_V &= \sigma_V \cdot ln\left(\frac{R}{r}\right) \Rightarrow 1 = ln\left(\frac{R}{r}\right) \Rightarrow \frac{r}{R} = e^{-1} \end{aligned} \tag{4.61}$$

Es ergibt sich die Frage ob zuerst der Rotor plastiziert oder ob es davor schon zum Durchrutschen kommt. Dazu wird die Vergleichsspannung auf die durch die Belastung erzeugte Schubspannung umgeformt und mit dem Fugendruck eine verfügbare Reibschubspannung in den Fugen ermittelt. Aus beiden werden anschließend ertragbare Drehmomente berech-

net und mit beiden Ungleichungen aufgestellt um die Grenze für den Vorspannungsparameter g zu erhalten.

Durchrutschen: Um Durchrutschen der Schichten unter Drehmomentbelastung zu verhindern, darf das durch das Drehmoment erzeugte Schubspannungsfeld nicht größer als die möglichen Reibspannungen zwischen den Schichten werden. Das Coloumb'schen Reibgesetz hier angewendet liefert Gleichung (4.62), welche zur Ermittlung des durch Rutschen begrenzten Drehmoments (4.64) benutzt wird. Dazu wird unter Ausnutzung der Rotationssymmetrie der Schichten die Schubspannung über eine Umdrehung aufintegriert.

$$p_G \cdot \mu > \tau_r \tag{4.62}$$

$$\sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) \cdot \mu > \tau_r \tag{4.63}$$

$$M_r = \tau_r \cdot 2\pi r b = \sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) \cdot \mu \cdot 2\pi r b \tag{4.64}$$

Schubspannungshypothese: Aufgrund der Drehmomentbelastung muss hier zur Vergleichsspannungsermittlung die Schubspannungshypothese (4.65) für den allgemeinen Spannungszustand benutzt werden um die zulässige Schubspannung (4.66) und in weiterer Folge das bereichsabhängige Fließmoment zu bestimmen.

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2 + 4{\tau_M}^2} \tag{4.65}$$

$$\tau_f = \frac{\sqrt{\sigma^2 - (\sigma_t - \sigma_r)^2}}{2} \tag{4.66}$$

Bereich II: Die Fließschubspannung, angepasst an die Vergleichsspannung vom äußeren Bereich der Wicklung, liefert in Abhängigkeit des Vorspannungsparameters g eine Funktion für das Fließmoment (4.68), welches mit dem Rutschmoment verglichen wird und eine Funktion (4.71) für die Grenze dazwischen liefert. Wenn nun der gewählte Parameter g über der Grenze liegt, dann ist das verfügbare Rutschmoment größer als das Fließmoment und entsprechend kommt es zum Fließen vor dem Durchrutschen.

$$\tau_{f,II} = \frac{\sqrt{\sigma^2 - \sigma_V^2}}{2} = \frac{\sigma}{2}\sqrt{1 - g^2} \tag{4.67}$$

$$M_{f,II} = \tau_{f,I} \cdot 2\pi r b = \frac{\sigma}{2}\sqrt{1 - {g_{II,stat}}^2} \cdot 2\pi r b \tag{4.68}$$

$$M_r > M_{f,II} \tag{4.69}$$

$$\sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) \cdot \mu \cdot 2\pi r b > \frac{\sigma}{2}\sqrt{1 - g_{II,stat}^2} \cdot 2\pi r b \tag{4.70}$$

$$g_{II,stat} > \frac{1}{\sqrt{1 + 4\mu^2 \ln\left(\frac{R}{r}\right)^2}} \tag{4.71}$$

Bereich I: Die Vorgehensweise zur Herleitung einer Grenzkurve in diesem Bereich funktioniert prinzipiell genauso wie im Bereich II und ist mit den Gleichungen (4.72) bis (4.76) dargestellt. Der Unterschied der Bildung der Vergleichsspannung führt zu einem Unterschied der Fließschubspannung (4.72) im Vergleich zu jener im Bereich II.

$$\tau_{f,I} = \frac{\sqrt{\sigma^2 - \left(\sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right)\right)^2}}{2} = \frac{\sigma}{2}\sqrt{1 - {g_{I,stat}}^2 \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right)^2} \tag{4.72}$$

$$M_{f,I} = \tau_{f,I} \cdot 2\pi r b = \frac{\sigma}{2}\sqrt{1 - {g_{I,stat}}^2 \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right)^2} \cdot 2\pi r b \tag{4.73}$$

$$M_r > M_{f,I} \tag{4.74}$$

$$\sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) \cdot \mu \cdot 2\pi r b > \frac{\sigma}{2}\sqrt{1 - g_{I,stat}^2 \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right)^2} \cdot 2\pi r b \tag{4.75}$$

$$g_{I,stat} > \frac{1}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \frac{1}{\sqrt{1 + 4\mu^2}} \tag{4.76}$$

Auswertung: Wie schon mit Gleichung (4.61) gezeigt, ist in Abbildung 4.3.2 ersichtlich, dass sich die dargestellten Grenzkurven immer bei $R/r = e$ schneiden. Der Wert vom Vorspannungsparameter g ergibt sich durch Gleichsetzen der Grenzkurven (4.71) und (4.76) und ist nur vom Reibkoeffizienten μ in Gleichung (4.77) abhängig.

$$g_{I,stat}\left(\frac{R}{r} = e\right) = g_{II,stat}\left(\frac{R}{r} = e\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\mu^2}} \tag{4.77}$$

Abbildung 4.3.3 zeigt nicht nur die auf den entsprechenden Bereich gekürzten Grenzkurven, sondern auch, beispielhaft für $\mu = 0.5$, wann die verschiedenen Versagensformen auftreten. Die Ablesekurve (4.77) bildet g bei $R/r = e$ ab, wobei die x-Achse als Eingangsgröße μ dient.

Falls die Parameter so gewählt sind, dass sich Punkte im ausgegrauten Bereich, links oben im Diagramm, befinden, kommt es schon während dem Aufwickeln zu so großen Spannungen, dass es zum Plastizieren kommt. Das hätte zur Folge, dass im Betrieb kein

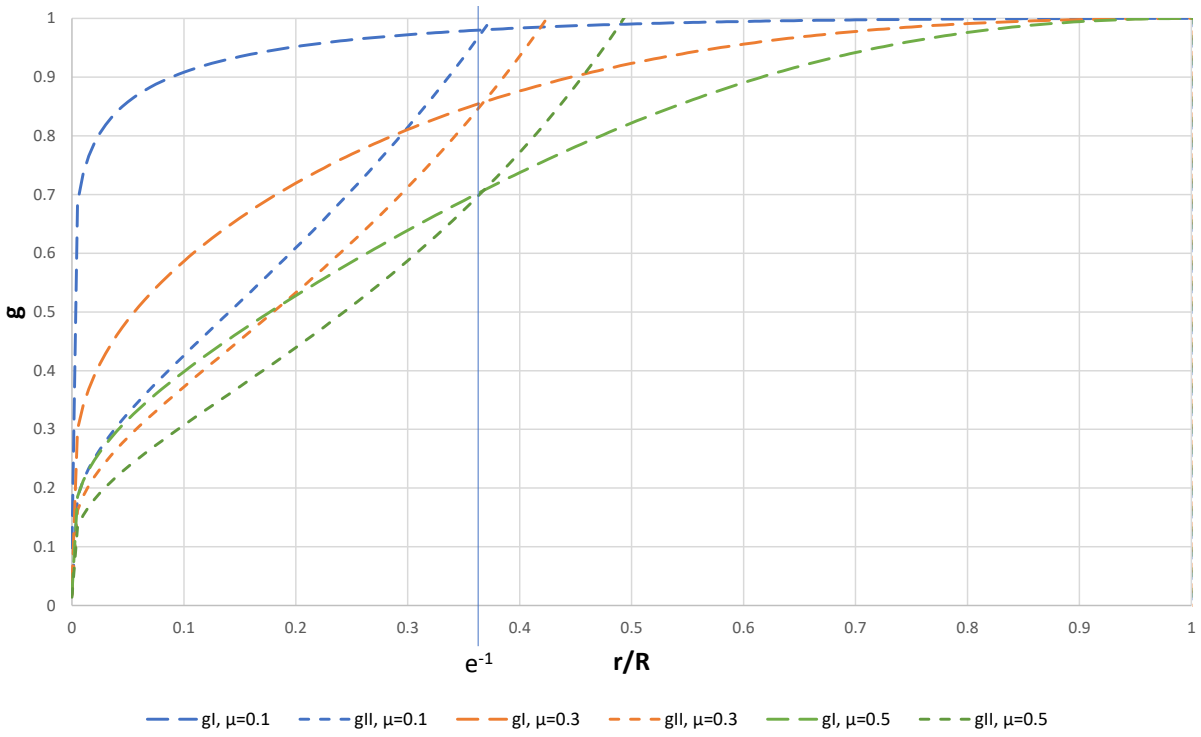

Abbildung 4.3.2: Grenzkurven für unterschiedliche Reibkoeffizienten

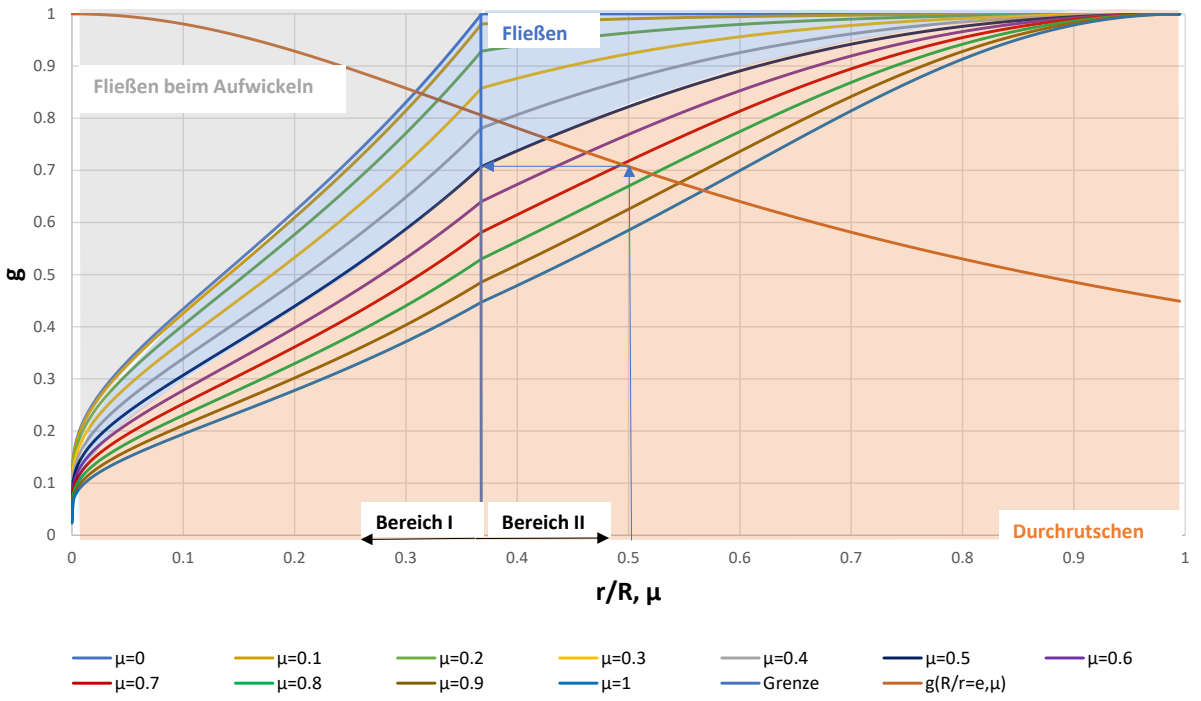

Abbildung 4.3.3: Grenzkurven für unterschiedliche Reibkoeffizienten, inklusive Versagensform und Ablesebeispiel des Knickpunkts eingezeichnet für $\mu = 0.5$

bzw. nur geringes zusätzliches Drehmoment aufgenommen werden könnte. Das ist leicht durch die Betrachtung der Formel (4.73) für das Fließmoment im Bereich I ersichtlich. Der Term unter der Wurzel muss größer 0 sein, um keine imaginären Terme zu erhalten. Wenn man diese Bedingung auf g umformt ergibt sich die Bedingung, dass $g < g_{I,stat}\,(\mu = 0)$ sein muss. Dementsprechend kann für reale Wicklungen der Bereich oberhalb der $g_{I,stat}\,(\mu = 0)$ Kurve nicht existieren.

4.3.2 mit Fliehkraft

Die Vorgehensweise zur Ermittlung der Grenzkurven zwischen den Versagensbereichen mit zusätzlicher Fliehkraftbeanspruchung ist ähnlich wie ohne. Der einzige Unterschied ist, dass der Fliehkraftterm das Auflösen der Gleichungen erschwert. Der Schnittpunkt der beiden Bereiche liegt nun bei $r/R < 1/e$.

Durchrutschen: Das ertragbare Drehmoment mit Fliehkraft (4.80) wird unter Berücksichtigung der Ungleichung (4.78) ermittelt.

$$p_G \cdot \mu > \tau_r \tag{4.78}$$

$$\left(\sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right) \cdot \mu > \tau_r \tag{4.79}$$

$$M_r = \tau_r \cdot 2\pi r b = \left(\sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right) \cdot \mu \cdot 2\pi r b \tag{4.80}$$

Bereich II: Tangentialspannung >0

Mit dem Fliehkraftterm wird die Normalspannungsdifferenz zu Gleichung (4.81) und wird benutzt um das ertragbare Drehmoment (4.84) zu bestimmen. Dazu wird die Vergleichsspannung auf die ertragbare Schubspannung umgeformt um das Drehmoment zu erhalten.

$$\begin{aligned} |\sigma_t - \sigma_r| &= \sigma_V - p_G\,(r) + p_G\,(r) + 2\ \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 \cdot (1-\nu) \\ &= \sigma_V + 2\ \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 \cdot (1-\nu) = g\sigma + 2\ \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 \cdot (1-\nu) \end{aligned} \tag{4.81}$$

$$\sigma_{Ver} = \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2 + 4\ \tau_M^2} = \sqrt{\left(g\sigma + 2\ \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 \cdot (1-\nu)\right)^2 + 4\ \tau_M^2} \tag{4.82}$$

$$\tau_{f,II} = \frac{\sqrt{\sigma^2 - \left(g\sigma + 2\ \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 \cdot (1-\nu)\right)^2}}{2} \tag{4.83}$$

$$M_{f,II} = \tau_{f,II} \cdot 2\pi r b \tag{4.84}$$

Der Vergleich der ertragbaren Drehmomente in Bereich II liefert die Ungleichung (4.87) für g, wobei die Abkürzungen A, B und C benutzt wurden um die Darstellbarkeit zu verbessern.

$$M_r > M_{f,II} \tag{4.85}$$

$$\begin{aligned}\left(g\sigma \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right) \cdot \mu \\ > \frac{\sqrt{\sigma^2 - \left(g\sigma + 2 \cdot \frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2 r^2 \left(1-\nu\right)\right)^2}}{2}\end{aligned} \tag{4.86}$$

$$\left(g\sigma \cdot A - B\right)^2 \cdot 4\mu^2 - \left(\sigma^2 - \left(g\sigma + C\right)^2\right) > 0 \tag{4.87}$$

$$A = \ln\left(\frac{R}{r}\right) \tag{4.88}$$

$$B = \frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2 R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \tag{4.89}$$

$$C = 2\frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2 r^2 \left(1-\nu\right) \tag{4.90}$$

Die quadratische Gleichung (4.87) in g lässt sich auflösen und man erhält 2 mögliche Werte. Die physikalische Lösung (4.92) ist die größere der beiden Lösungen.

Einige Terme der Formel von der Grenzkurve sind sehr ähnlich zu $g_{II,stat}$. Diese kann man nutzen, um die Näherung (4.93) für kleine Werte von s und μ zu bilden. Das funktioniert gut für Werte von $r/R > 1/e$.

$$s = \frac{\rho\omega^2 R^2 \frac{3+\nu}{8}}{\sigma} \tag{4.91}$$

$$\begin{aligned}g_{II,dyn} = &+ \frac{s\left(4\mu^2 \ln\left(\frac{R}{r}\right)\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) - \frac{r^2}{R^2}\left(1-\nu\right)\right)}{1 + 4\mu^2 \ln\left(\frac{R}{r}\right)} \\ &+ \frac{\sqrt{1 + 4\mu^2 \ln\left(\frac{R}{r}\right)^2 - s^2 4\mu^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\left(\left(1-\nu\right)\ln\left(\frac{R}{r}\right) - 1\right)\right)^2}}{1 + 4\mu^2 ln\left(\frac{R}{r}\right)}\end{aligned} \tag{4.92}$$

$$g_{II,dyn} \approx g_{II,stat}\left(1 - s\frac{r^2}{R^2}\left(1-\nu\right) g_{II,stat}\right) \tag{4.93}$$

Bereich I: Tangentialspannung < 0

Die Normalspannungsdifferenz mit dem Fliehkraftterm (4.94) wird benutzt um das ertragbare Drehmoment bevor Fließen eintritt (4.97) zu bestimmen. Dazu wird die Vergleichsspannung auf die ertragbare Schubspannung umgeformt um das Drehmoment zu erhalten.

$$\begin{aligned} |-\sigma_r| &= -p_G(r) + 2 \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 \cdot (1-\nu) \\ &= -\sigma_V \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) + 2 \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot (1-\nu) \\ &= -g\sigma \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) + 2 \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot (1-\nu) \end{aligned} \tag{4.94}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{Ver,I} &= \sqrt{(-\sigma_r)^2 + 4\tau_M^2} \\ &= \sqrt{\left(-g\sigma \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) + 2 \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot (1-\nu)\right)^2 + 4\tau_M^2} \end{aligned} \tag{4.95}$$

$$\tau_{f,I} = \frac{\sqrt{\sigma^2 - \left(-g\sigma \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) + 2 \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot (1-\nu)\right)^2}}{2} \tag{4.96}$$

$$M_{f,I} = \tau_{f,I} \cdot 2\pi r b \tag{4.97}$$

Der Vergleich der ertragbaren Drehmomente (4.80) und (4.97) in Bereich I liefert die Ungleichung (4.101) für g, wobei die Abkürzungen A, B und C benutzt wurden um die Darstellbarkeit zu verbessern.

$$M_r > M_{f,I} \tag{4.98}$$

$$\tag{4.99}$$

$$\begin{aligned} &\left(g\sigma \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right) \cdot \mu \\ &\qquad > \frac{\sqrt{\sigma^2 - \left(-g\sigma \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) + 2 \cdot \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot (1-\nu)\right)^2}}{2} \end{aligned} \tag{4.100}$$

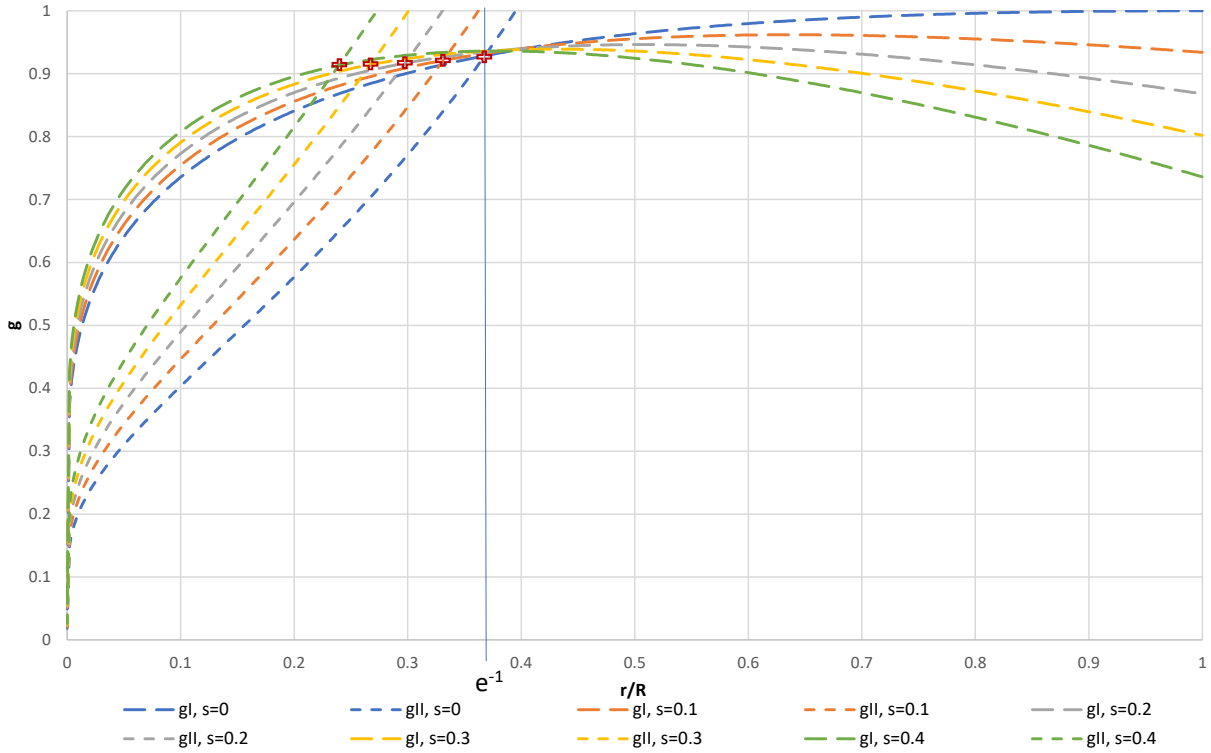

Abbildung 4.3.4: Grenzkurven für unterschiedliche Drehzahlen und $\mu = 0.2$

$$(g\sigma \cdot A - B)^2 \cdot 4\mu^2 - \left(\sigma^2 - (C - g\sigma)^2\right) > 0 \tag{4.101}$$

$$A = \ln\left(\frac{R}{r}\right) \tag{4.102}$$

$$B = \frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2 R^2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \tag{4.103}$$

$$C = 2\frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2 r^2\left(1-\nu\right) \tag{4.104}$$

Diese quadratische Gleichung lässt sich auflösen und mit dem größeren Wert ergibt sich die Formel für g.

$$g_{I,dyn} = \frac{1}{ln\left(\frac{R}{r}\right)}\left(\frac{1}{\sqrt{1+4\mu^2}} + s\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right) \tag{4.105}$$

Verschiebung der Bereichsgrenze

Der Schnittpunkt der beiden Kurven lässt sich aufgrund der komplexen Form von $g_{II,dyn}$ nur unter großem Aufwand exakt bestimmen. Deshalb wird ausgehend von den Schnittpunkten der statischen Kurven eine Näherung entwickelt. Dazu wird angenommen, wie in der Abbildung 4.3.4 beispielhaft gezeigt, dass der Wert von g gleich bleibt und die Verschiebung auf der r/R-Achse durch Linearisierung (Reihenentwicklung mit r/R) bestimmt werden kann.

Beim Wert $r/R = 1/e$ ergibt sich für die Differenz von $g_{II,dyn} - g_{I,dyn}$ der folgende Ausdruck.

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = g_{II,dyn}\left(\frac{1}{e}\right) - g_{I,dyn}\left(\frac{1}{e}\right) \tag{4.106}$$

$$= \frac{s\left(1-\frac{\nu}{e^2}\right) - \sqrt{1+4\mu^2\left(1-s^2\left(1-\frac{\nu}{e^2}\right)^2\right)} + \sqrt{1+4\mu^2}}{1+4\mu^2} \tag{4.107}$$

Um für die Ableitung von f eine einfachere Formel zu erhalten, wird f' in eine Reihe entwickelt. Wobei für μ und für s die Ordnung 2 gewählt wurde. Mit (4.109) ergibt sich ein Ausdruck für die in Abbildung 4.3.5 dargestellte horizontale Verschiebung des Schnittpunktes.

$$\begin{aligned} f'\left(\frac{1}{e}\right) &\approx e\left(1-\frac{3}{2}4\mu^2\right) + \frac{s}{e}\left(4\mu^2\left(1+e^2\right)+e^2-2\nu-1\right) + \frac{4\mu^2 s^2}{e^3}(\nu+1)\left(\nu-e^2\right) \\ &\approx e\left(\left(1-\frac{3}{2}4\mu^2\right) + s\left(4\mu^2\left(\frac{1}{e^2}+1\right)+1-\frac{2\nu+1}{e^2}\right)\right) \end{aligned} \tag{4.108}$$

$$\Delta\frac{r}{R} = \frac{1}{e} - \frac{f\left(\frac{1}{e}\right)}{f'\left(\frac{1}{e}\right)} \tag{4.109}$$

Die Kurven und auch die Näherungen sind zur praktischen Anwendung weniger gut geeignet. Aber man kann, wie in Abbildung 4.3.6 für 2 beispielhafte Zustände gezeigt, die Kurven durch Geraden und bestimmte, einfach auszuwertende Punkte ersetzen. Dadurch kann für die meisten in der Praxis relevanten Parameter eine einfache Abschätzung getroffen werden welche Versagenskriterien relevant sind, bzw. ob es nötig ist, plastizierendes Versagen zu überprüfen. Die einschränkende Untergrenze für $r/R > 0.1$ ist willkürlich für praktisch relevante Rotoren gewählt.

Der Wert der Kurve $g_{II,dyn}$ beim Außenradius $r/R = 1$ reduziert sich zu Gleichung (4.110). Wenn man den zulässigen Bereich auf $r/R > 0.1$ einschränkt, kann man annehmen, dass durch den Schnittpunkt eine begrenzende Gerade geht, welche die Steigung von g_{II} bei $r/R = 1/e$ aufweist.

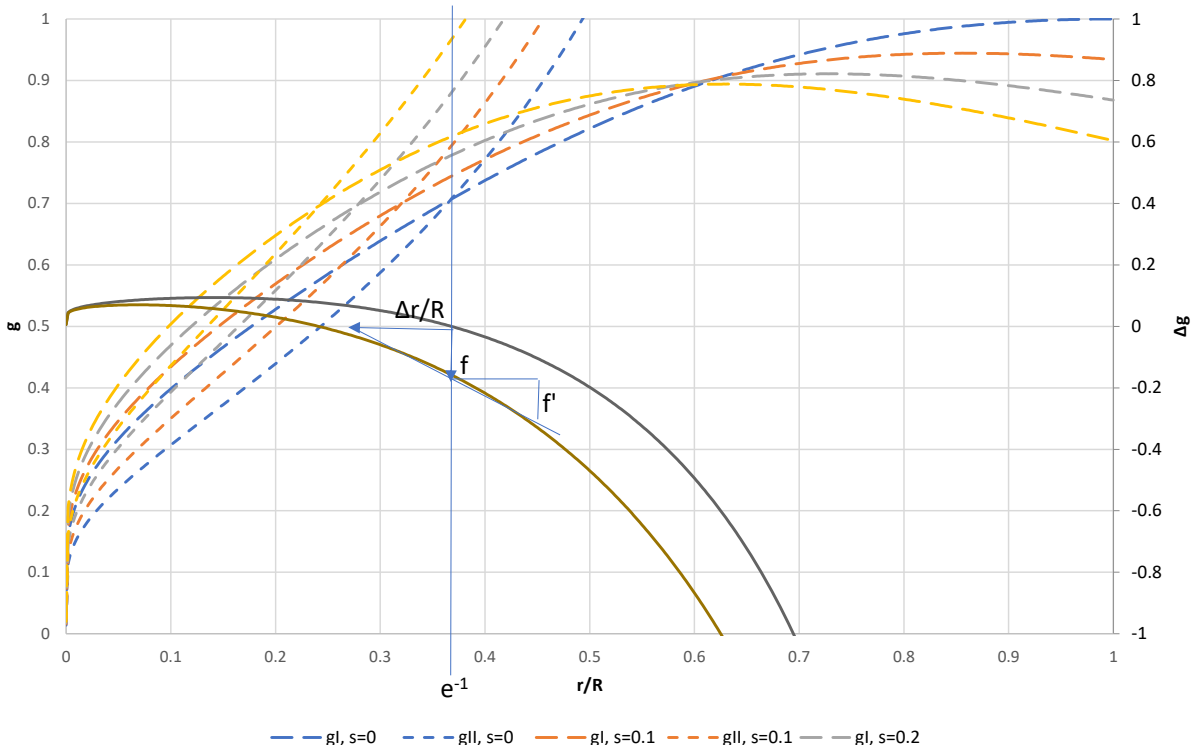

Abbildung 4.3.5: Linearisierung der Grenzkurvendifferenz zur näherungsweisen Bestimmung der Schnittpunktverschiebung bie $\mu = 0.5$

$$g_{II,dyn}(\frac{r}{R} = 1) = 1 - s(1 - \nu) \tag{4.110}$$

$$g_{I,dyn} = \frac{1}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}\left(\frac{1}{\sqrt{1+4\mu^2}} + s\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right) \tag{4.111}$$

$$g'_{I,dyn} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1+4\mu^2}} + s\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)}{\frac{r}{R}\ln\left(\frac{R}{r}\right)^2} - \frac{2s\frac{r}{R}}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \tag{4.112}$$

$$g'_{I,dyn}\,(r/R = 1/e, s = 0) \approx \frac{e}{\sqrt{1+4\mu^2}} \tag{4.113}$$

Korrekterweise müsste die Steigung (4.112) bei der Näherung von r/R ausgewertet werden. Die Auswertung (4.113) von $g'_{I,dyn}$ bei $s = 0$ und $r/R = 1/e$ ist eine ausreichend gute Näherung zur konservativen Abschätzung der Vorspannungsbereiche.

Um die Auswertung der horizontalen Verschiebung des Schnittpunktes (4.109) zu vermeiden und gleichzeitig eine konservative Näherung der Grenze zu erhalten kann die Verschiebung ignoriert werden. Die Verschiebung flacht die Gerade ab und somit schränkt die Näherung den Bereich stärker ein, als die exakte Rechnung. Das gilt allerdings nur solange die Grenze im Bereich I nicht horizontal wird. Die Bedingung (4.114) ist dabei die Obergrenze von $s\,(1 - \nu)$.

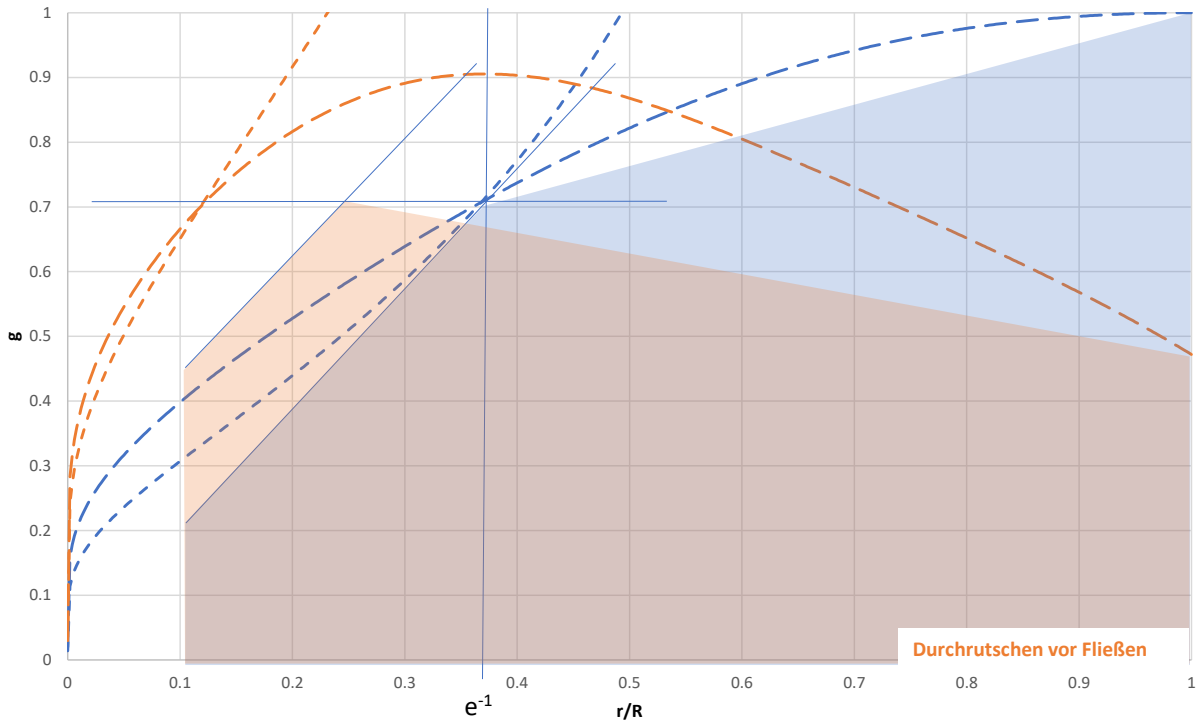

Abbildung 4.3.6: Näherungsweise Bestimmung der sicheren Bereiche, beispielhaft für $\mu = 0.5$

$$g_{II,dyn}(r/R = 1) = g_{II,dyn}(r/R = 1/e)$$
$$\Rightarrow 1 - s\,(1 - \nu) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\mu^2}} \Rightarrow s\,(1 - \nu) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 4\mu^2}} \tag{4.114}$$

Diese Näherungen sind in Abbildung 4.3.6 beispielhaft für $\mu = 0.5$ (und $1 - \nu = 0.66, s = 0.76$) vorgezeigt, damit die Schritte gut sichtbar sind. Praktisch sind die Werte für μ und s schon zu weit von 0 entfernt um eine gute Näherung darstellen zu können. Das Diagramm bleibt aber trotzdem eine gute konservative Näherung, da sichergestellt ist, dass in dem markierten Bereich sicher Durchrutschen vor Fließen auftritt.

Trotz der schlechten Näherung zeigt sich, dass der Schnittpunkt $g_{I,dyn}$ und $g_{II,dyn}$ Kurven näherungsweise den selben Funktionswert g des Schnittpunkts der statischen Kurven aufweist.

Linearisierung der verfügbaren Drehmomente zur Abschätzung der nötigen Parameteränderung

Im Versuch lässt sich feststellen, ob alle Kriterien für den Betrieb des Läufers erfüllt werden. Wenn das nicht der Fall sein sollte, dann muss entschieden werden, um welchen Betrag die Parameter verändert werden müssen um die Anforderungen zu erreichen.

Aus den Beziehungen für die verfügbaren Drehmomente (4.80), (4.84) und (4.97) lassen sich Zusammenhänge für die Änderung der Drehmomente bei Parameteränderung bei gleicher Geometrie herleiten. Dazu werden die Gleichungen um den Punkt $(g_0, \sigma_0, \mu_0, \varrho_0)$ linearisiert und man erhält die Gleichungen (4.115) bis (4.117). Die Veränderung des Rutschmoments (4.115) lässt sich direkt verwenden um die Auswirkung zu bestimmen. Die Veränderung der Fließmomente (4.116) und (4.117) sind Differenzen der Quadrate. Dadurch ergeben sich zwar einfachere Gleichungen, aber es muss das neue Fließmoment mit $M_{f,neu} = \sqrt{M_{f,0}^2 + \Delta M_f^2}$ bestimmt werden.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta M_r}{2\pi r b} &= \mu_0 \left((\Delta g \sigma_0 + g_0 \Delta\sigma) \ln\frac{R}{r} - \Delta\varrho \frac{3+\nu}{8}\omega^2 R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right) \\ &\quad + \Delta\mu \left(g_0\sigma_0 \ln\frac{R}{r} - \frac{3+\nu}{8}\varrho_0\omega^2 R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right)\end{aligned} \tag{4.115}$$

$$\begin{aligned}\Delta\left(\frac{M_{fII}}{4\pi r b}\right)^2 &= \Delta\sigma \left(\sigma_0 - g_0 \left(\sigma_0 g_0 + 2\varrho_0 \frac{3+\nu}{8}\omega^2 r^2 (1-\nu)\right)\right) \\ &\quad - \Delta g \sigma_0 \left(\sigma_0 g_0 + 2\varrho_0 \frac{3+\nu}{8}\omega^2 r^2 (1-\nu)\right) \\ &\quad - \Delta\varrho\ 2\frac{3+\nu}{8}\omega^2 r^2 (1-\nu) \left(\sigma_0 g_0 + 2\varrho_0 \frac{3+\nu}{8}\omega^2 r^2 (1-\nu)\right)\end{aligned} \tag{4.116}$$

$$\begin{aligned}\Delta\left(\frac{M_{fI}}{4\pi r b}\right)^2 &= \Delta\sigma \left(\sigma_0 - g_0 \ln\frac{R}{r} \left(g_0\sigma_0 \ln\frac{R}{r} - 2\varrho_0 \frac{3+\nu}{8}\omega^2 R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)(1-\nu)\right)\right) \\ &\quad + \Delta g \sigma_0 \left(g_0\sigma_0 \ln\frac{R}{r} - 2\varrho_0 \frac{3+\nu}{8}\omega^2 R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)(1-\nu)\right) \\ &\quad - \Delta\varrho\ 2\frac{3+\nu}{8}\omega^2 R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)(1-\nu) \\ &\quad \cdot \left(g_0\sigma_0 \ln\frac{R}{r} + -2\varrho_0 \frac{3+\nu}{8}\omega^2 R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)(1-\nu)\right)\end{aligned} \tag{4.117}$$

4.4 Fertigung der Magnettaschen nach dem Vorspannen

Die Taschen für die Magnete müssen nicht zwingenderweise vor dem Aufwickeln im Blech vorhanden sein. Die Taschen können auch nach dem Aufwickeln eines einfachen Blechstreifens eingebracht werden. Die in dieser Arbeit vorgestellte Berechnung zur Ringmodellierung basiert auf lokalen Größen, wie der Fugendruck oder die Radialspannung, die über die Dicke des Läufers und Umfang einer Schicht betrachtet werden.

Wenn nun die Taschen nach dem Aufwickeln gefräst werden werden vorgespannte Bereiche entfernt. Die anderen Bereiche behalten ihre Vorspannung aufgrund der integralen Betrachtung bei. Es reicht aus, dass die lokale Vorspannung der jeweiligen Schicht um den entfernten Anteil reduziert wird. Somit lässt sich der effektive Fugendruck relativ einfach, wie in Gleichung (4.119) gezeigt, geometrisch bestimmen. Zur Berechnung wird die Fugenfläche nach der Taschenherstellung in Bezug zur vorgespannten Fugenfläche gesetzt.

Bei den folgenden Beispielen zur Magnettaschenform wird jeweils eine Formel zur Bestimmung der lokalen Fugendruckreduktion c_{red}, die den lokalen Fugendruck p_{lok} nach dem Aufwickeln auf den effektiven Fugendruck nach der Bearbeitung p_{eff} reduziert.

$$p_{eff} = c_{red} \cdot p_{lok} \tag{4.118}$$

Allgemein gesprochen wird der effektive Fugendruck durch das Beziehen der übrigbleibenden Fläche auf die Gesamtfläche einer Schicht bestimmt. Das lässt sich numerisch durch Schneiden der Rotorgeometrie mit Zylinderflächen und entsprechender numerischer Auswertung realisieren.

$$c_{red}(r) = \frac{A_{red}\,(r)}{A_0\,(r)} \tag{4.119}$$

Die Druckverlaufsreduktionen c_{red} werden im Anhang B für unterschiedliche Magnetformen gezeigt und deren Auswirkunggen verglichen.

Kapitel 5

Analyse der Kraftverteilung mittels Finite Elemente Methode (FEM)

Das Berechnungsmodell basiert darauf, dass sich ein gewickelter Verband ähnlich einer Reihe von aufgezogenen Blechringen verhält. Die aufgeklebten Magnete führen dabei zu lokalen Beanspruchungen, die durch die Klebeflächen in den eigentlichen Rotor übertragen werden. Die Magnete bringen aufgrund ihrer Geometrie die Belastungen nicht rotationssymmetrisch in den Rotor ein. Um die Beanspruchungen kompatibel mit dem Modell zu machen, wird eine Magnettasche mit der FEM genauer betrachtet und die Ergebnisse in rotationssymmetrische Kraftverläufe umgerechnet.

Es werden außerdem die Kraftverläufe für unterschiedliche Standardmagnetformen hergeleitet und ein Algorithmus zur Erzeugung der Magnetform aus einem geforderten Kraftverlauf vorgestellt.

5.1 Numerische Berechnung der Auslastung eines Läufers

Für die Bestimmung der Kraftverläufe bei bekannter Magnetgeometrie und gewählter Kleberdicke wird der Kleber flexibel und die Magnete als starr angenommen. Dadurch ergeben sich einfachere FEM Modelle, die in weiterer Folge benutzt werden, um eine Auslastungskurve über der Rotordrehzahl zu bestimmen.

Modellierung der Klebeflächen

Die Klebeflächen müssen direkt modelliert werden. Das bedeutet, dass diese als Volumen modelliert werden. Dabei ist zu beachten, dass die einzelnen Klebeflächen getrennt voneinander sind. Damit wird verhindert, dass gewisse Knoten doppelt gezählt werden.

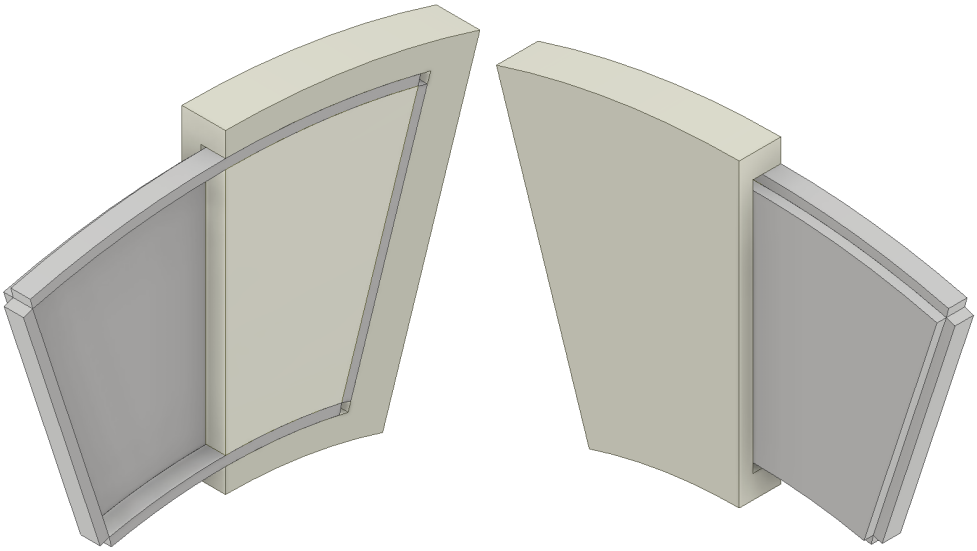

Abbildung 5.1.1: exemplarische Darstellung der Klebeflächen

Vernetzung

Die Knotenkräfte sollten möglichst zufällig verteilt sein, was die radiale Koordinate im Polarkoordinatensystem betrifft. Ein entsprechendes gutes Beispiel ist in Abbildung 5.1.2 dargestellt. Dadurch funktioniert die Auswertung wesentlich besser, da die Knotenkräfte später numerisch integriert werden und man somit ohne Regression auf glatte Ergebnisse kommt.

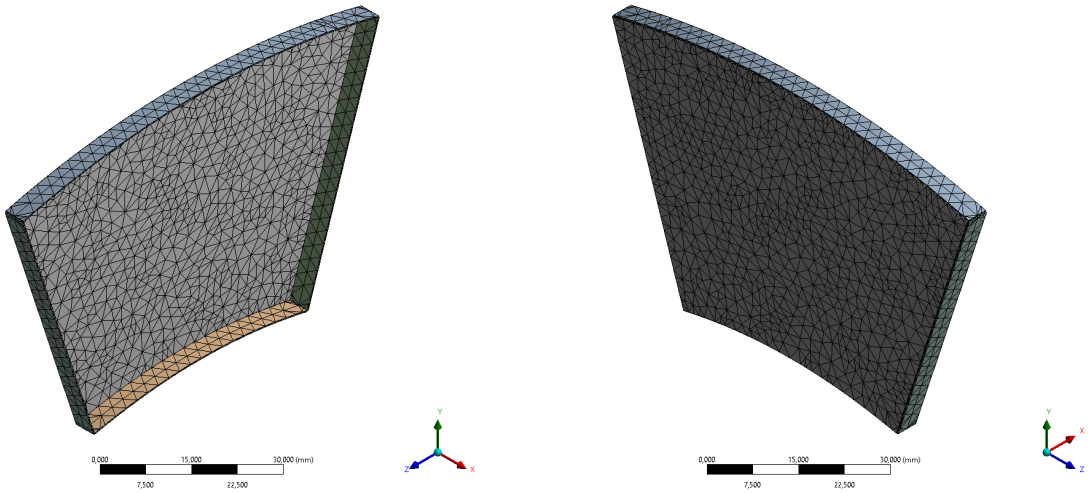

Abbildung 5.1.2: ungeordnetes Mesh

Bei einem geordneten Netz, wie in Abbildung 5.1.3 dargestellt, weisen die einzelnen Knoten dieselben radialen Koordinaten auf. Um die exportierten Ergebnisse anschließend richtig behandeln zu können müsste zuerst eine Regression oder ähnliche Verfahren benutzt werden um zufriedenstellende Ergebnisse für die Weiterverarbeitung zu erhalten.

Zur Veranschaulichung der weniger geeigneten Vernetzung mit geordnetem Netz sind in Abbildung 5.1.4 die Ergebnisse vom gesamten Algorithmus bei ungeordnetem und geordnetem Netz dargestellt.

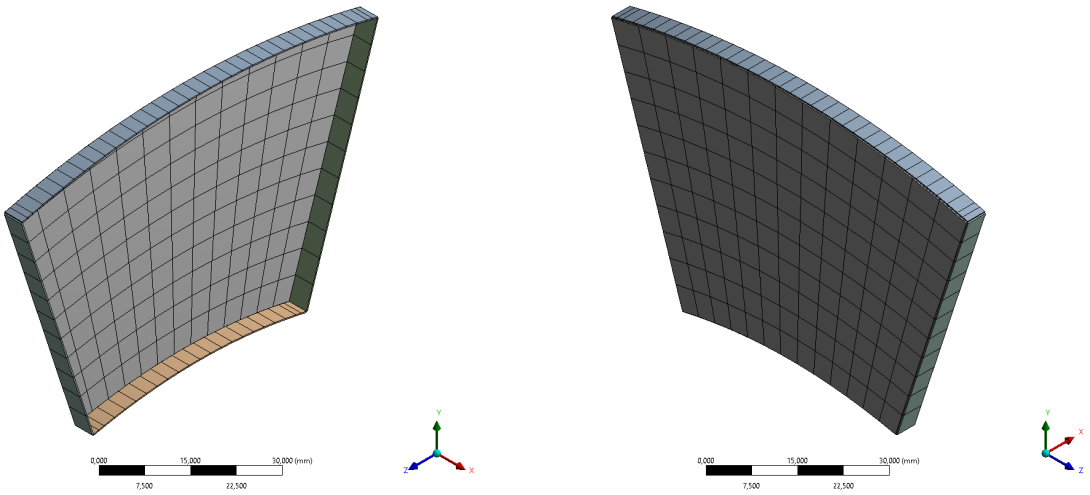

Abbildung 5.1.3: geordnetes Mesh, nachteilig zur Bestimmung des Kraftverlaufs

FEM der Klebeflächen bei Aufbringen von Verschiebung in X-Richtung, in Y-Richtung und Rotation um X-Achse (RX)

Zur Bestimmung der Kraftverläufe wird eine Einheitsdeformation beliebiger Größe aufgebracht und die Knotenkräfte exportiert und später umgerechnet.

Es werden zwei Randbedingungen aufgebracht. Die Verschiebungen der äußeren Flächen werden gesperrt und die vorher erwähnten Einheitsverschiebungen auf die inneren Flächen als „remote Displacement“ aufgebracht. Durch die Aufbringung als „remote Displacement“ wird sichergestellt, dass auch tatsächlich die gewünschten Deformationen aufgebracht werden. Es wird eine radiale Verschiebung, eine axiale und eine Verschiebung um die Längsachse aufgebracht. Die Verschiebung um die Längsachse muss gewährleisten, dass auch tatsächlich um diese Achse verschoben wird und nicht etwa um den Schwerpunkt der Fläche

Randbedingungen:

- Sperren der Verschiebungen der äußeren Klebeflächen
- Verschiebung der inneren Klebeflächen durch „remote Displacement“

Drei Lastschritte in globalen Koordinaten:

- Verschiebung in axialer Richtung X, Sperrung der Rotation um die Y- und Z-Achsen (RY und RZ), zur Abbildung der Magnetzugkräfte
  Knotenkräfte in axialer Richtung.

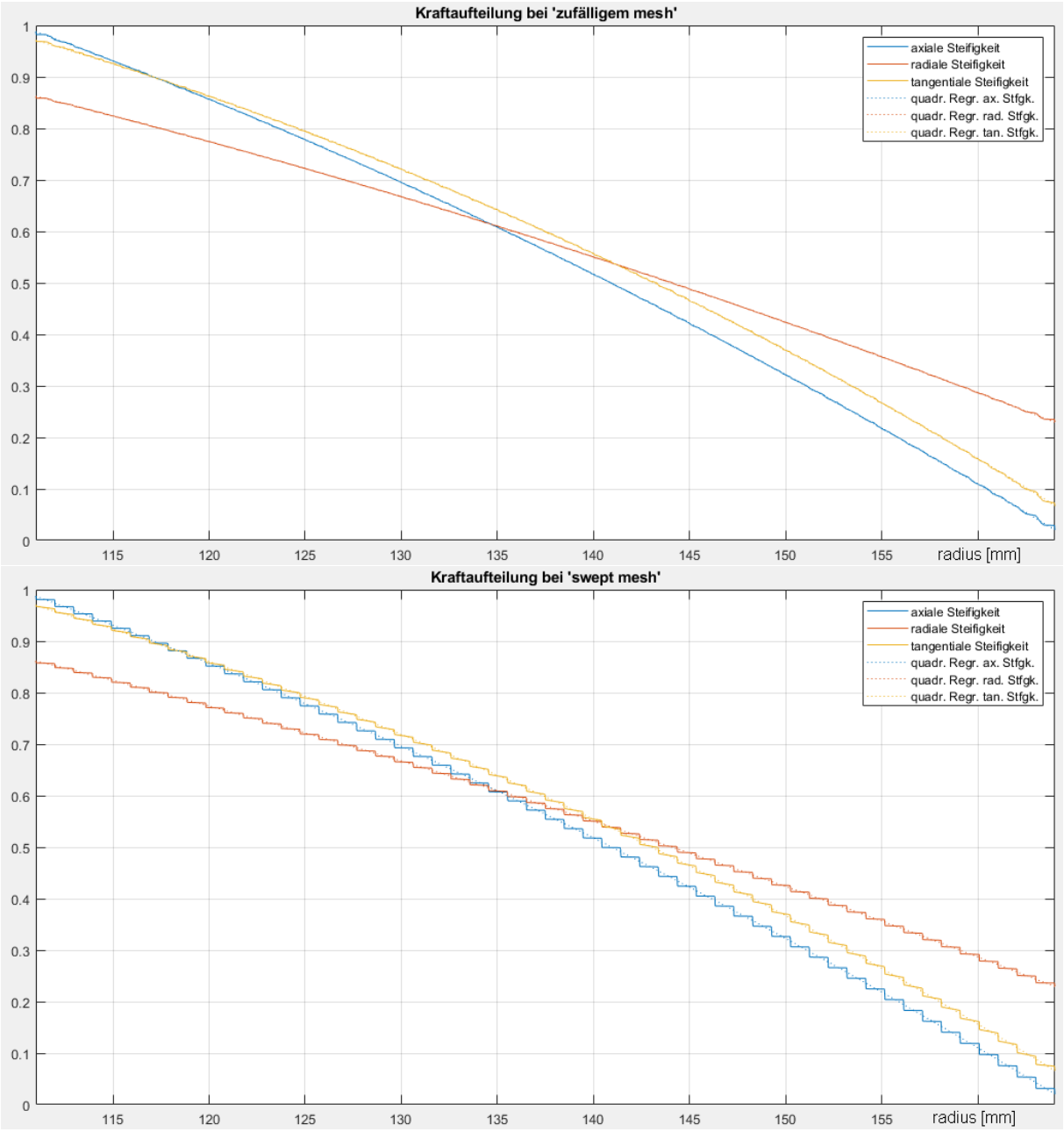

Abbildung 5.1.4: Kraftaufteilungskurven, bei ungeordnetem und geordnetem Mesh

- Verschiebung in vertikaler Richtung Y, Sperrung der Rotation um die Y- und Z-Achsen (RY und RZ), zur Abbildung der Magnetfliehkräfte
  Knotenkräfte in radialer Richtung
- Rotation um die X-Achse (RX), Sperrung der Verschiebung in horizontaler Z-Richtung, vertikaler Richtung Y und der Rotation um Y- und Z-Achse (RY und RZ)
  Knotenkräfte in tangentialer Richtung

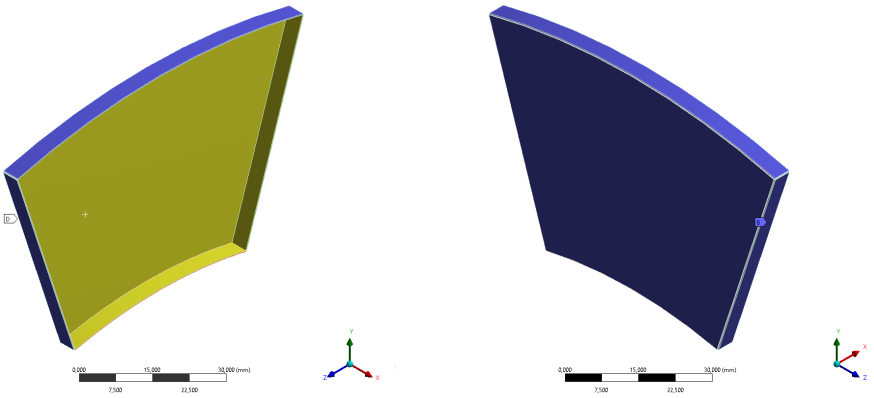

Abbildung 5.1.5: Randbedingungen auf den Klebeflächen, gelbe Flächen zur Verschiebungsaufbringung, blaue Flächen zur Fixierung

Knotenkräfte und -koordinaten der Klebeflächen in Polarkoordinaten ausgeben

Die drei Lastschritte führen zu drei Knotenkraftverteilungen der fixierten Randbedingung, die exportiert werden müssen. Außerdem muss der Radius der Knoten ausgegeben werden. Die drei Lastschritte müssen in einem Polarkoordinatensystem ausgegeben werden.

Knotenkräfte einlesen und in Verteilung umrechnen

Die exportierten Knotenkräfte müssen in eine Kraftverteilungskurve umgerechnet werden und die Aufbereitung wird mit den folgenden sieben Schritten durchgeführt, die im Anhang A1 als Matlab Code implementiert sind.

1. Knotenkräfte einlesen
2. Knotenkräfte über Radius aufsummieren
3. Auf 1 normieren und von 1 abziehen
4. Werte bei kleinstem und größtem Radius Wert entfernen
5. Daten direkt benutzen oder Regressionspolynom bestimmen (quadr. reicht offensichtlich)

6. An erster Stelle der Daten 2 Zeilen hinzufügen, die den Wert 1 beinhalten, damit die Kurve für den Algorithmus überall eindeutig definiert ist
7. Ans Ende 2 Zeilen hinzufügen, die den Wert 0 beinhalten

Auslastung über Drehzahl bestimmen

Die Implementierung der Vorgehensweise ist in Anhang A2 ausgeführt.

Um die Auslastungskurven zu bestimmen, muss zuerst die Geometrie und das Material des Blechstreifens definiert werden. Die benötigten Materialparameter sind u.a. E-Modul, Querkontraktionszahl, Dichte und Reibungskoeffizient zwischen den Blechen. Die nötigen Größen der Geometrie sind der Außenradius der Nabe, der Innenradius der Nabe, der bei Vollwelle mit 0 angegeben werden kann, der Außendurchmesser des gewickelten Teils, die Blechdicke und die Grundbreite des Blechs (damit wird verstanden, welche Breite der Blechstreifen ohne die ausgeschnittenen Taschen hat).

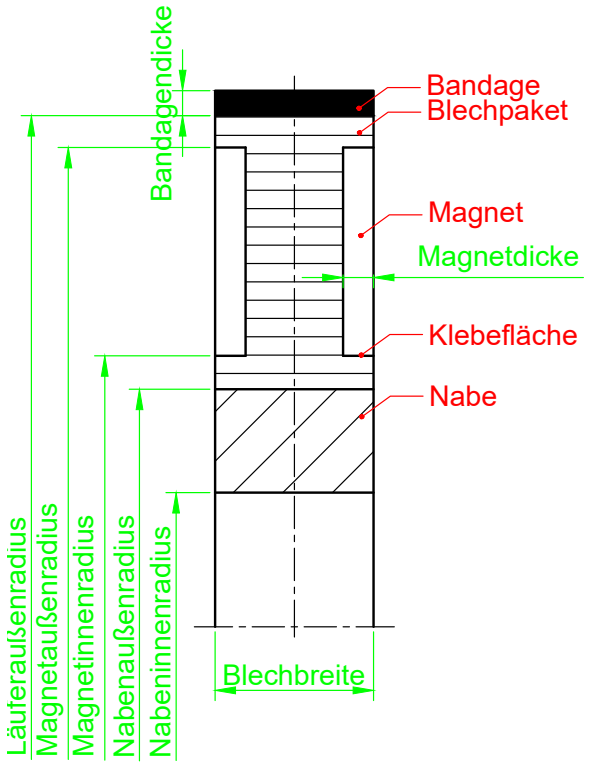

Abbildung 5.1.6: Skize Geometrie

Die Parameter für die Magnete werden gesondert angegeben. Dabei wird die Magnetmasse (ohne Angabe des Volumens und der Dichte) und die Position des Magnetschwerpunktes (der Radius um die Läuferachse des Schwerpunkts) direkt angegeben. Die Magnetdicke wird benötigt um den Einfluss der Taschen auf die Vorspannung zu ermitteln. Außerdem wird der Innen- und Außenradius benötigt. Damit wird der Einflussbereich der ausgeschnittenen Taschen in die Berechnung mit aufgenommen.

Es wird im Programm die Dicke eines etwaigen Schrumpfrings berechnet. Dazu wird angegeben, welche Vorspannung dieser erzeugen soll und mit welcher Zugspannung dieser beansprucht werden soll.

Die Belastungskurve ist wie eine typische Drehmomentkurve einer Synchronmaschine festgelegt. Dazu wird das maximale Drehmoment, die maximale Leistung und die maximale Drehzahl benötigt um das Diagramm 5.1.7 zu erhalten. Es kann auch relativ einfach eine reale Drehmomentkurve implementiert werden.

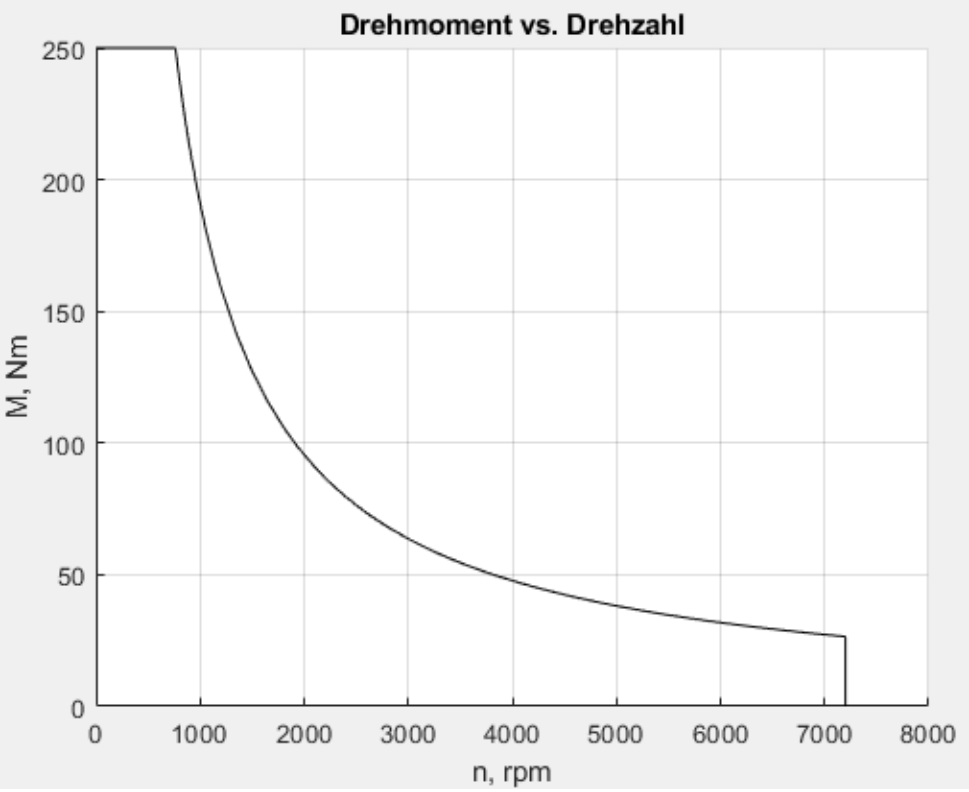

Abbildung 5.1.7: beispielhafte Drehmomentkurve

Die Übertragung der Magnetkräfte kann entweder über die zuvor exportierten FEM Daten eingelesen und berechnet werden, oder über selbst bestimmte Kurven erfolgen.

Es gibt 3 Möglichkeiten, um die Kraftverläufe zu erhalten

1. numerisch berechnete Kurven direkt übernehmen
2. numerisch berechnete Kurven mittels Regression glätten um etwaige Fehler oder zu grobe Berechnung auszugleichen
3. Kurven analytisch bestimmen

Die Schubspannungsfelder (Schubspannung durch Axialkräfte und Drehmoment) können einfach übernommen werden. In der Berechnung wird einfach die gesamte Schubspannung ermittelt und mit der Verlaufskurve auf die jeweiligen Schichten aufgeteilt.

Die radialen Fliehkräfte sind etwas komplizierter implementiert. Es führt nämlich die Aufbringung einer Kraft in der Trennfuge eines Querpressverbandes dazu, dass die Kraft

unterschiedlich auf den Innen- und Außenteil aufgeteilt werden. Diese Aufteilung wird für jede Schicht gemacht und der Einfluss der anderen Schichten auf die einzelnen Trennfugen berechnet.

Der Ausnutzungsgrad wird bestimmt durch den Quotienten aus auftretenden Schubspannungen und der verfügbaren Reibung (Druck mit Reibungskoeffizienten multipliziert). Dieser Ausnutzungsgrad wird für jede Drehzahl berechnet, bis dieser größer als 1 oder die im Programm angegebene Enddrehzahl erreicht wird.

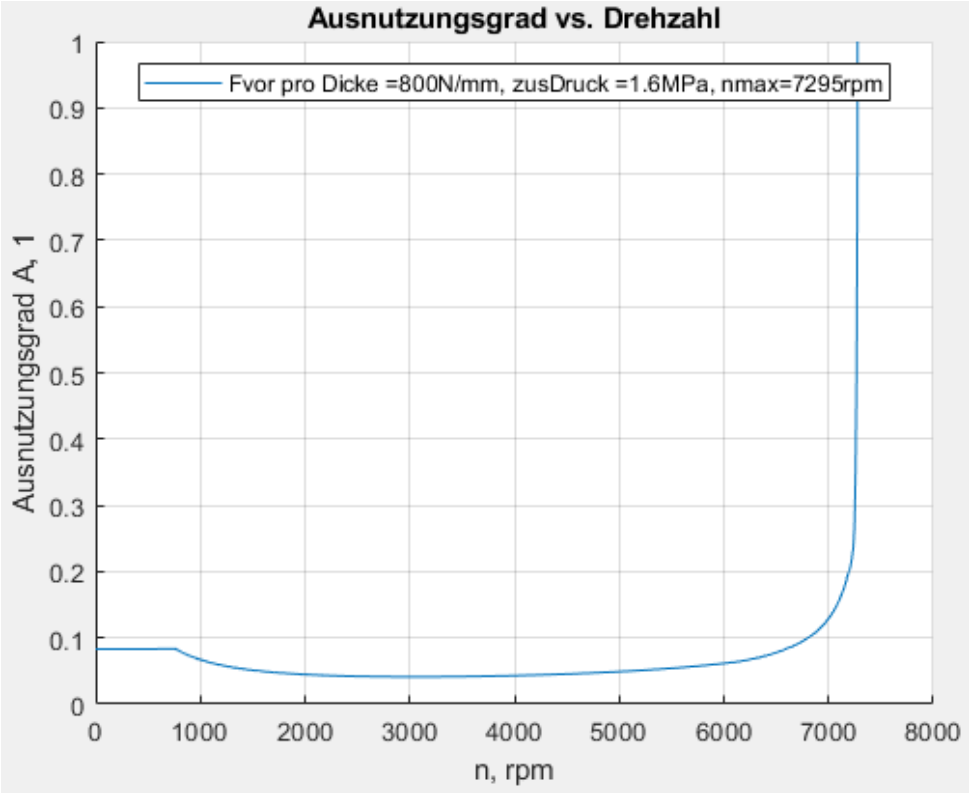

Abbildung 5.1.8: beispielhafte Ausnutzungskurve

5.2 Kraftverteilung für unterschiedliche Magnetformen

Die Magnetkräfte werden über die Klebeschicht auf den Rotor übertragen. Für vereinfachte Magnetformen kann man die Form der Kurven analytisch darstellen. Dazu wird angenommen, dass nur die Rückseite der Magnete mit dem Rotor verklebt ist. Die Außen-, Innen- und Seitenflächen sind hier nicht berücksichtigt. Die Klebeflächen am Außen- und Innenradius führen zu einem Sprung im Kraftverlauf während die Seitenflächen durch veränderte Gewichtung der Integrale die Form der Kurven verändern.

Es wird wie bei der FEM Kraftverteilung die Verschiebung in die 3 Hauptrichtungen aufgetragen, dadurch ergeben sich Spannungsverläufe in der Klebefläche. Diese werden

über r integriert, auf den Endwert des Integrals bezogen und von 1 abgezogen.

Die Schub- und Normalspannungen sind konstant über dem Querschnitt bei reiner Schub- und Zugbeanspruchung. Bei Drehmomentbeanspruchung um die Rotationsachse steigt die Schubspannung linear mit dem Radius. Der genaue Betrag der Schub- und Normalspannung ist unerheblich, da er vor die Integrale geschrieben werden kann (weil die Spannungswerte konstant sind). Dadurch ergibt sich für die Verläufe in allgemeiner Form die Gleichungen (5.1) und (5.2) für die radiale und axiale Verschiebung.

$$F_u(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} \int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \tau \cos(\varphi) \varrho \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} \int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \tau \cos(\varphi) \varrho \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\varrho} \tag{5.1}$$

$$F_w(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} \int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \sigma \varrho \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} \int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \sigma \varrho \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\varrho} \tag{5.2}$$

Die $\cos\varphi$ Terme in $F_u(r)$ bringen die vertikal ausgerichteten Schubspannungen in das für die Berechnung relevante Polarkoordinatensystem. Die andere (Sinus)-Komponente liegt in der Ringebene und das Integral davon in Umfangsrichtung wird zu 0.

Bei Drehmomentbeanspruchung entsteht ein Schubspannungsverlauf, der linear mit dem Radius ansteigt, da die Schubverformungen ebenfalls linear zunehmen. Dadurch ergibt sich Gleichung (5.3). In dieser wird für die Schubspannungen in der Gleichung ϕ statt τ benutzt, um herauszustreichen, dass es sich nicht um die gleichen Schubspannungen, wie in Gleichung (5.1) handelt

$$F_v(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} \int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \phi \varrho^2 \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} \int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \phi \varrho^2 \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\varrho} \tag{5.3}$$

Es ändern sich bei unterschiedlichen Magnetformen nur die Integrationsgrenzen. Dadurch können immer die Schub- und Normalspannungen gekürzt werden. Für kleine Winkel ergibt sich außerdem immer, dass die Verläufe $F_u(r)$ und $F_w(r)$ gleich sind.

$$F_w(r) = F_u(r) \tag{5.4}$$

Ausführungsbeispiele für bestimmte Magnetformen sind in Anhang C zu finden.

5.3 Magnetform aus gewähltem Kraftverlauf bestimmen

Es lassen sich relativ einfach die geometrisch benötigten Zusammenhänge aus einem geforderten Funktionsverlauf zurückrechnen. Nachdem der Kraftverlauf im Wesentlichen durch Integration der Geometrie bestimmt wird, kann durch Ableitung einer gegebenen Kraftverlaufskurve die Geometrie bestimmt werden. In diesem Abschnitt wird die Vorgehensweise beispielhaft erläutert. Zu beachten ist, dass der Absolutwert der Funktion ignoriert werden kann, da die Funktion auf 1 normiert wird.

Gleichung (5.2) wird in Gleichung (5.6) auf die Integrationsgrenzen r bis r_{max} umgeformt und die vom Radius abhängigen Winkel φ eingesetzt. Damit ergibt sich die Bestimmungsgleichung (5.7), welche benutzt wird, um durch Ableiten und Umformen auf den Grenzwinkel $\varphi(r)$ eine Formel für den erforderlichen Winkel zu erhalten.

$$F_w(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \sigma\varrho \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \sigma\varrho \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\varrho} \tag{5.5}$$

$$= \frac{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \sigma\varrho \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\varrho - \int_{r_{min}}^{r}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \sigma\varrho \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \sigma\varrho \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\varrho} = \frac{\int_{r}^{r_{max}} \varphi(\varrho)\varrho \,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} \varphi(\varrho)\varrho \,\mathrm{d}\varrho} \tag{5.6}$$

$$\int_{r}^{r_{max}} \varphi(\varrho)\varrho \,\mathrm{d}\varrho = f(r_{max}) - f(r) = f(\varrho)\Big|_{r}^{r_{max}} \tag{5.7}$$

$$\varphi(r) = \frac{f'(r)}{r} \tag{5.8}$$

Damit ist auch klar, dass die Verläufe relativ eingeschränkt in ihrem Verlauf sind. Einerseits wird versucht φ möglichst groß zu wählen um die Magnetfläche zu maximieren (bis auf die Bereiche, die zur Streufeldreduktion benutzt werden) und andererseits sollen die Kraftverlaufskurven möglichst steil abfallen um den äußeren Bereich des Rotors weniger zu belasten. Solche Kurven bedeuten allerdings, dass der Klebewinkel mit zunehmenden Radius stark abnimmt.

Dieser Effekt wird hier beispielhaft in Abbildung 5.3.1 und Gleichung (5.9) für $f(r) = -1/r$ dargestellt. Abbildung 5.3.2 zeigt zusätzlich die Magnetformen für unterschiedliche geforderte Kraftverläufe und den dabei resultierenden Winkelverläufen.

$$F_w = \frac{1}{r} - \frac{1}{r_{max}} \Rightarrow F_v = \frac{\ln(r) - \ln(r_{max})}{\ln(r_{min}) - \ln(r_{max})} \Rightarrow \varphi(r) = c\frac{1}{r^3} \tag{5.9}$$

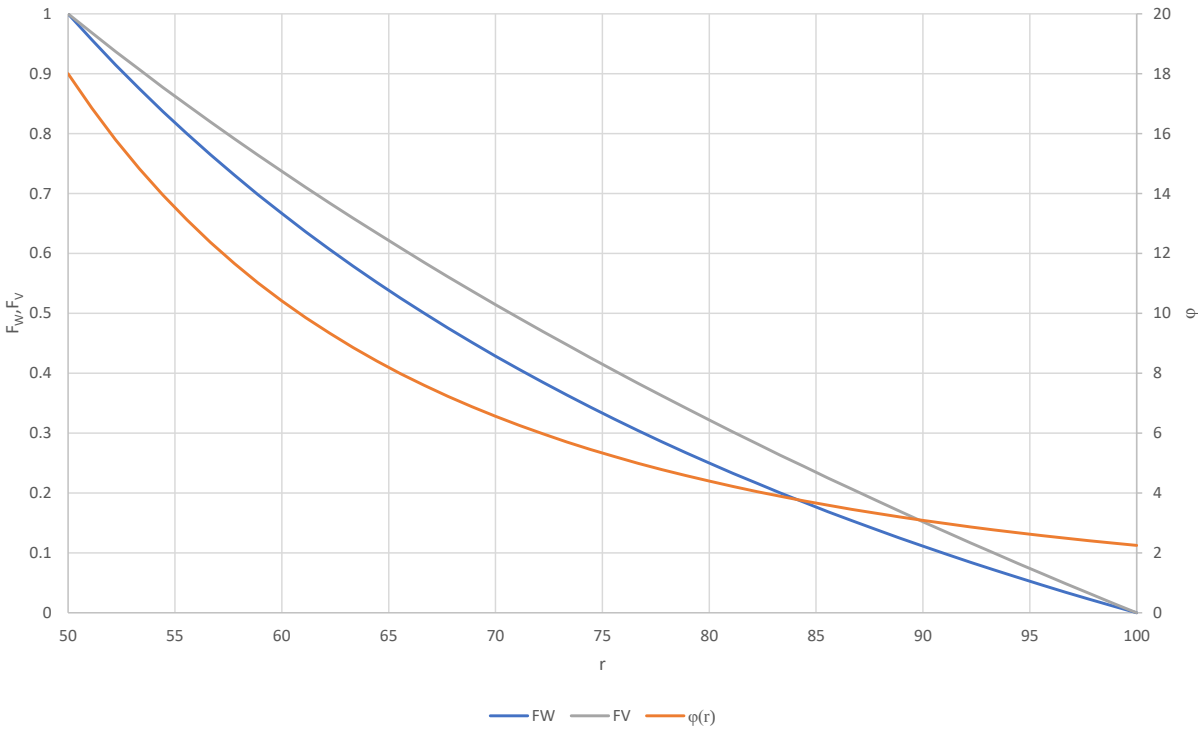

Abbildung 5.3.1: Beispiel zur resultierenden Kraftverlaufskurve und der sich dabei einstellende Polarkoordinaten der Magnettaschenform

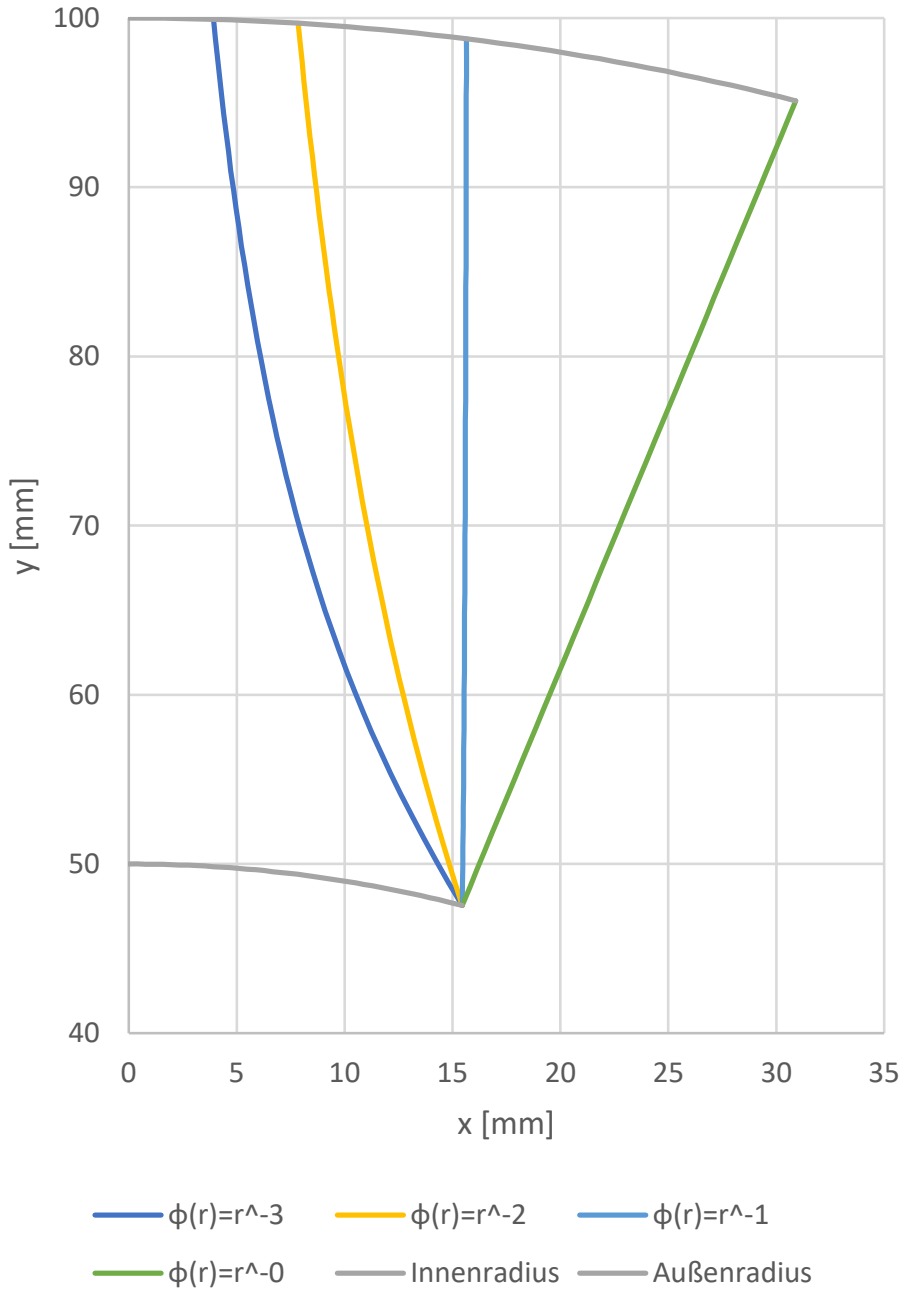

Abbildung 5.3.2: Beispiele zur möglichen Magnettaschenform, basierend auf unterschiedlichen Basisverläufen

Kapitel 6

Überprüfung der Wickelvorspannung

Nach der Produktion stellt sich die Frage ob die Wickelvorspannung und in weiterer Folge der Fugendruck auch tatsächlich den gewünschten Wert aufweist. Die Spannungswerte im Blechpaket lassen sich nach dem Wickeln nicht mehr messen, allerdings entstehen dadurch Deformationen in der Nabe die messbar sind und die benutzt werden können um auf die tatsächliche Vorspannung zu schließen.

Dazu bieten sich sowohl der Innen-, als auch der Außendurchmesser an, wenn die Nabenbreite unterschiedlich zur Blechbreite ist.

6.1 Durchmesseränderung bei theoretischer Hohlnabe

Die Durchmesseränderung ergibt sich aus der der Dehnung in Tangentialrichtung und ist in Gleichung (6.1) definiert.

$$\Delta r = \varepsilon_t r \tag{6.1}$$

Die Dehnung in tangentialer Richtung lässt sich über das Hooksche Gesetz ausdrücken und man erhält mit den Beziehungen (3.19) und (3.20) aus Kapitel 3.1 Formeln für die

jeweiligen Dehnungswerte am Innen- und Außendurchmesser.

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t - \sigma_r \cdot \nu}{E} \tag{6.2}$$

$$\varepsilon_t(r) = -\frac{p_F}{E}\frac{\left(1+\left(\frac{r_i}{r}\right)^2\right)-\left(1-\left(\frac{r_i}{r}\right)^2\right)\nu}{1-{Q_I}^2} = -\frac{p_F}{E}\frac{(1-\nu\,)+\left(\frac{r_i}{r}\right)^2(1+\nu)}{1-{Q_I}^2} \tag{6.3}$$

$$\varepsilon_{tiI} = \varepsilon_t(r = r_{iI}) = -\frac{p_F}{E}\frac{2}{1-{Q_I}^2} \tag{6.4}$$

$$\varepsilon_{taI} = \varepsilon_t(r = r_{aI}) = -\frac{p_F}{E}\frac{(1-\nu\,)+{Q_I}^2(1+\nu)}{1-{Q_I}^2} \tag{6.5}$$

Um eine Aussage zu treffen, ob eine Messung am Außen- oder Innendurchmesser besser ist, werden zuerst die Dehnungen in Gleichung (6.6) am Außen- und Innenradius verglichen. Für verschiedene Werte der Querkontraktionszahl ν sind in Abbildung 6.1.1 die Ergebnisse des Verhältnisses dargestellt.

$$\frac{\varepsilon_{ta}}{\varepsilon_{ti}} = \frac{\frac{p_F}{E}\frac{(1-\nu\,)+{Q_I}^2(1+\nu)}{1-{Q_I}^2}}{\frac{p_F}{E}\frac{2}{1-{Q_I}^2}} = \frac{(1-\nu\,)+{Q_I}^2(1+\nu)}{2} \tag{6.6}$$

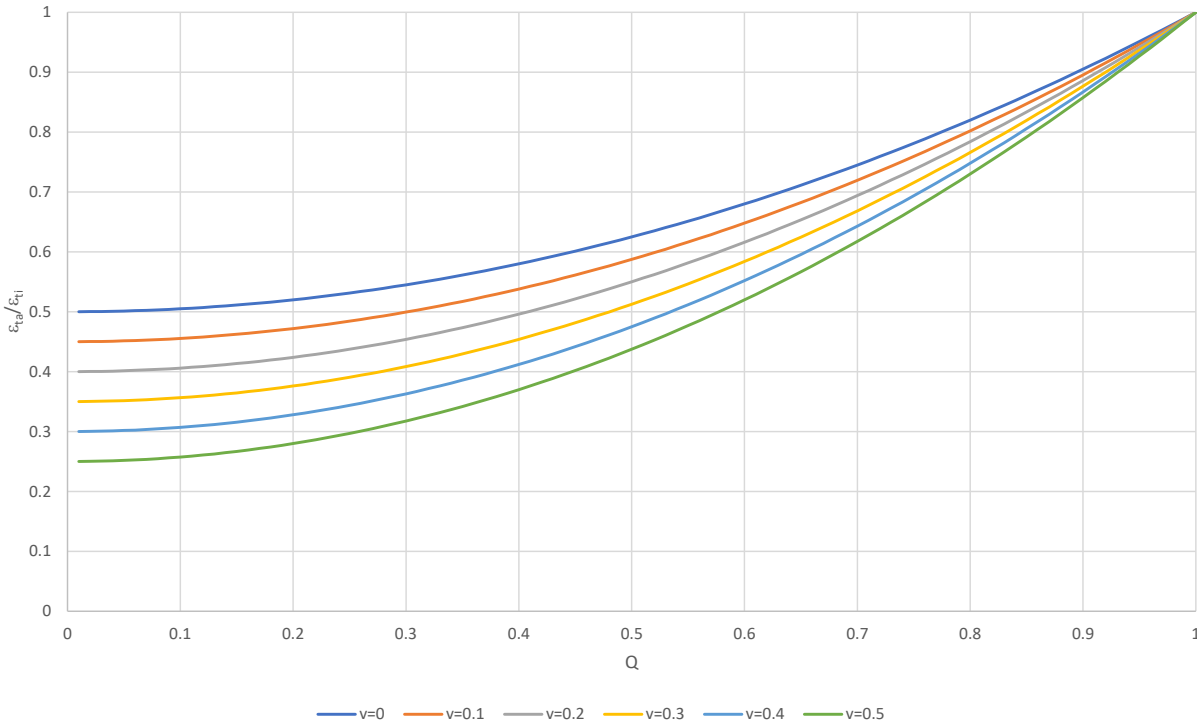

Abbildung 6.1.1: Vergleich der Dehnungen am Außen- und Innendurchmesser der Nabe in Abhängigkeit des Durchmesserverhältnisses Q_I der Hohlnabe

Das Verhältnis der Dehnungen reicht noch nicht um eine Aussage zu treffen, ob am Außen- oder Innendurchmesser größere radiale Deformationen auftreten. Dazu werden in Glei-

chung (6.7) die Dehnungen mit dem Radius multipliziert bzw. durch das Durchmesserverhältnis dividiert um das Deformationsverhältnis zu erhalten. Für verschiedene Werte der Querkontraktionszahl ν sind in Abbildung 6.1.2 die Ergebnisse des Verhältnisses dargestellt.

$$\frac{\Delta r_{aI}}{\Delta r_{iI}} = \frac{\varepsilon_{taI} \cdot r_{aI}}{\varepsilon_{tiI} \cdot r_{iI}} = \frac{\varepsilon_{taI}}{\varepsilon_{tiI}} \cdot \frac{1}{Q_I} \tag{6.7}$$

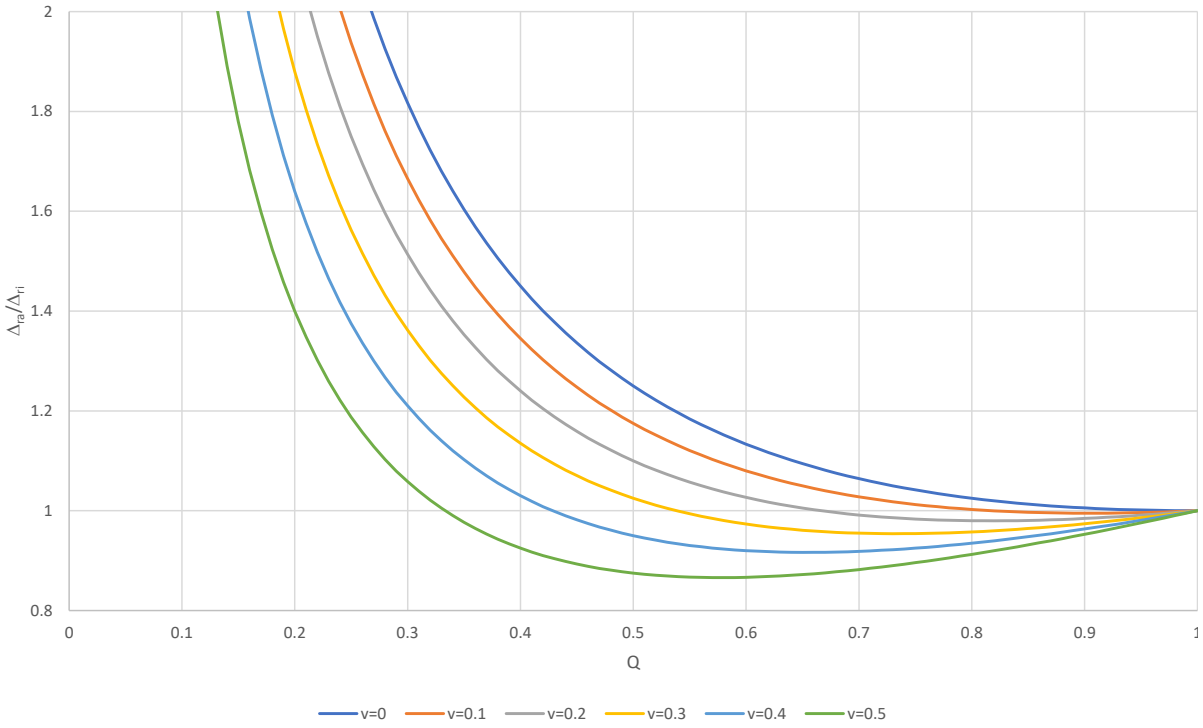

Abbildung 6.1.2: Vergleich der radialen Verschiebungen am Außen- und Innendurchmesser der Nabe in Abhängigkeit des Durchmesserverhältnisses Q_I der Hohlnabe

In Abbildung 6.1.2 ist ein Bereich ersichtlich, in dem die Deformation am Innenradius Δr_i größer als am Außenradius Δr_a ist. Um die Grenze zu bestimmen wird die Bedingung (6.8) und die Einschränkung, dass $Q_I < 1$ ist, benutzt, um die Lösung (6.10) für Q_I zu bestimmen.

$$\frac{\Delta r_{aI}}{\Delta r_{iI}} > 1 \tag{6.8}$$

$$Q_I{}^2 (1+\nu) - 2Q_I + (1-\nu\ ) > 0 \tag{6.9}$$

$$Q_I \gtrless \frac{1 \pm \sqrt{1-(1+\nu)(1-\nu)}}{1+\nu} \Rightarrow Q_I < \frac{1-\nu}{1+\nu} \tag{6.10}$$

$$p_{FiI} = \frac{\Delta r_{iI}}{r_{iI}} \frac{1 - {Q_I}^2}{2} \cdot E \tag{6.11}$$

$$p_{FaI} = \frac{\Delta r_{aI}}{r_{aI}} \frac{1 - {Q_I}^2}{(1-\nu) + {Q_I}^2 (1+\nu)} \cdot E \tag{6.12}$$

Mit den Beziehungen (6.11) und (6.12) lässt sich der tatsächliche Fugendruck auf der Nabe, bei Messung der Deformation am Innen- bzw. am Außenradius der Nabe, bestimmen. Interessant bei der Auswertung ist, dass die Druckbestimmung am Innenradius unabhängig von der Querkontraktionszahl ist, die Druckbestimmung am Außenradius hingegen nicht.

6.2 Näherung für reale Naben

Hohlnaben für praktische Anwendungen werden üblicherweise nicht als glatte Zylinderringe ausgeführt. Um eine Befestigung an einer Welle zu ermöglichen, können u.a. Bohrungen vorgesehen sein. Für eine geringe Anzahl davon kann mit guter Näherung davon ausgegangen werden, dass die Deformationen annähernd denen der Nabe ohne Bohrungen entsprechen.

Bei vielen Bohrungen kommt es allerdings dazu, dass Tangentialspannungen nicht durch den Bereich der Bohrungen übertragen werden können. Um den daraus resultierenden Spannungsverlauf zu ermitteln wird die Nabe modellhaft in drei Bereiche unterteilt, dargestellt in Abbildung 6.2.1, wobei der zweite Bereich „geschlitzt“ wird und somit keine Tangentialspannungen übertragen kann. Die anderen beiden Bereiche werden als gewöhnliche Naben wie bei der Querpressverbandherleitung 3.1 behandelt.

Dass die Tangentialspannung durch die drei Bereiche nicht stetig ist, ist physikalisch plausibel. Diese ändert bei einem gewöhnlichen Querpressverband ohnehin in der Fuge das Vorzeichen.

Mit dem Kräftegleichgewicht für die Herleitung des Querpressverbandes (3.3) aus 3.1 ergibt sich eine Beziehung für die Tangentialspannung, die in diesem Fall 0 ist. Mit Gleichung (6.13) im Bereich II erhält man somit eine homogene Differentialgleichung für die Radialspannung σ_r, die mit dem Ansatz (6.14) gelöst wird. Die Radialspannungsverläufe in den beiden anderen Bereichen bleiben wie bei einem herkömmlichen Querpressverband und werden mit den Ansätzen (6.15) und (6.16) gelöst.

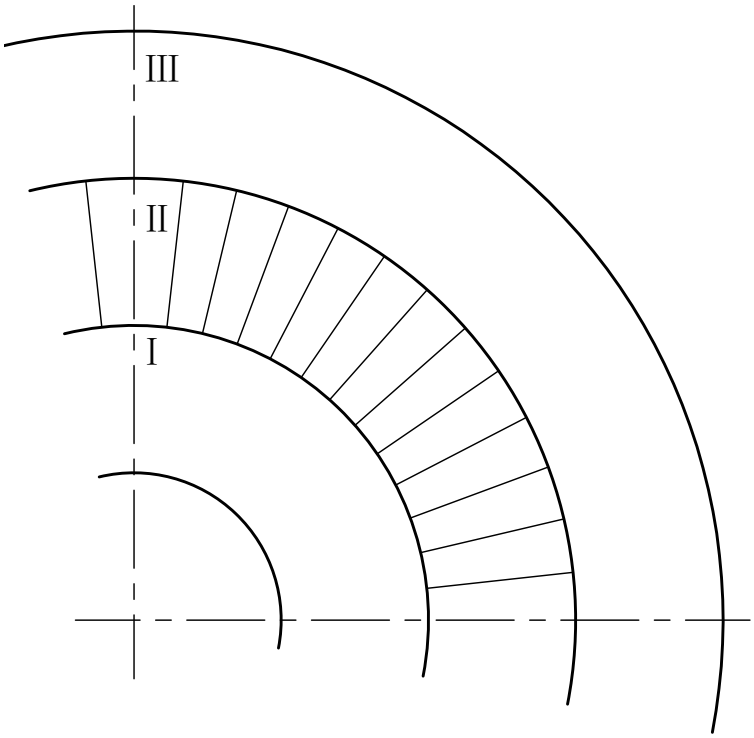

Abbildung 6.2.1: Definition der 3 Bereiche einer geschlitzten Nabe

$$\sigma_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\sigma_r\right) = 0 = \sigma_r + r\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} \tag{6.13}$$

$$\sigma_{rII}\left(r\right) = \frac{C_0}{r} \tag{6.14}$$

$$\sigma_{rIII}\left(r\right) = C_1 + \frac{C_2}{r^2} \tag{6.15}$$

$$\sigma_{rI}\left(r\right) = C_3 + \frac{C_4}{r^2} \tag{6.16}$$

Zur Lösung dieses Gleichungssystems werden noch Randbedingungen benötigt. Es wirkt auf den Bereich III ein Druck von außen. Zwischen Bereich III und Bereich II ist die Radialspannung stetig und in der Schnittstelle muss die Deformation identisch sein. Diese drei Randbedingungen reichen aus, um das Gleichungssystem im Bereich III und II zu lösen.

$$\sigma_{rIII}\left(r_{aIII}\right) = -p_F = C_1 + \frac{C_2}{r_{aIII}^2} \tag{6.17}$$

$$\sigma_{rIII}\left(r_{iIII}\right) - \sigma_{rII}\left(r_{aII}\right) = 0 = C_1 + \frac{C_2}{r_{iIII}^2} - \frac{C_0}{r_{aII}} \tag{6.18}$$

$$\begin{aligned}\Delta D_{aII} - \Delta D_{iIII} = 0 &= 2\left(r_{aII} \cdot \varepsilon_{tIIa} - r_{iIII} \cdot \varepsilon_{tiIII}\right) \\ &= \frac{2r_{iIII}}{E}\left(\sigma_{tiIII} - \nu\sigma_{riIII} + \nu\sigma_{raII}\right) \\ &= \frac{2r_{iIII}}{E}\left(C_1 - \frac{C_2}{r_{iIII}^2} - \nu\left(C_1 + \frac{C_2}{r_{iIII}^2} - \frac{C_0}{r_{aII}}\right)\right) \\ &= \frac{2r_{iIII}}{E}\left(C_1\left(1-\nu\right) - \frac{C_2}{r_{iIII}^2}\left(1+\nu\right) + \nu\frac{C_0}{r_{aII}}\right)\end{aligned} \tag{6.19}$$

Die dritte Randbedingung bedeutet gleichermaßen, dass die Tangentialspannung an der Stelle r_{aII} 0 ist. Grund hierfür ist, dass die Radialspannungen der beiden angrenzenden Bereiche an dieser Stelle gleich groß sind.

Die Lösungen für die Spannungsverläufe ergeben sich somit zu Gleichung (6.23) bis (6.25):

$$C_0 = \frac{-2r_{iIII}r_{aIII}^2 p}{r_{iIII}^2 + r_{aIII}^2} = \frac{-2pr_{iIII}}{Q_{III}^2 + 1} \tag{6.20}$$

$$C_1 = \frac{-r_{aIII}^2 p}{r_{iIII}^2 + r_{aIII}^2} = \frac{-p}{Q_{III}^2 + 1} \tag{6.21}$$

$$C_2 = \frac{-r_{iIII}^2 r_{aIII}^2 p}{r_{iIII}^2 + r_{aIII}^2} = \frac{-pr_{iIII}^2}{Q_{III}^2 + 1} \tag{6.22}$$

$$\sigma_{rIII}\left(r\right) = -p\frac{1 + \frac{r_{iIII}^2}{r^2}}{Q_{III}^2 + 1} \tag{6.23}$$

$$\sigma_{tIII}\left(r\right) = -p\frac{1 - \frac{r_{iIII}^2}{r^2}}{Q_{III}^2 + 1} \tag{6.24}$$

$$\sigma_{rII}\left(r\right) = -2p\frac{\frac{r_{iIII}}{r}}{Q_{III}^2 + 1} \tag{6.25}$$

Diese Formeln sind unabhängig vom Innenteil und sind nur von der Geometrie des äußeren Ringes abhängig. Damit ist auch erkennbar, dass die Tangentialspannung bei der Fuge zu 0 wird.

Im nächsten Schritt wird der Spannungsverlauf im Bereich I ermittelt. Dazu wird die im vorigen Schritt bestimmte Konstante C_0 benutzt, um die anderen beiden Konstanten zu bestimmen.

Die zusätzlich benötigten Randbedingungen sind, dass die Radialspannung $\sigma_{rI}\left(r_{iI}\right)$ am Innenradius verschwindet und dass die Differenz der Radialspannungen an der Fuge 0 wird. Damit ergeben sich die Lösungen (6.30) und (6.31)

$$\sigma_{rI}\left(r_{iI}\right) = 0 = C_3 + \frac{C_4}{r_{iI}^2} \tag{6.26}$$

$$\sigma_{rI}\left(r_{aI}\right) - \sigma_{rII}\left(r_{iII}\right) = 0 = C_3 + \frac{C_4}{r_{aI}^2} - \frac{C_0}{r_{iII}} \tag{6.27}$$

$$C_3 = -2p\frac{1}{Q_{III}^2+1}\frac{1}{Q_{II}}\frac{1}{1-Q_I^2} \tag{6.28}$$

$$C_4 = 2pr_{iI}^2\frac{1}{Q_{III}^2+1}\frac{1}{Q_{II}}\frac{1}{1-Q_I^2} \tag{6.29}$$

$$\sigma_{rI}\left(r\right) = -2p\frac{1}{Q_{III}^2+1}\frac{1}{Q_{II}}\frac{1}{1-Q_I^2}\left(1-\frac{r_{iI}^2}{r}\right) \tag{6.30}$$

$$\sigma_{tI}\left(r\right) = -2p\frac{1}{Q_{III}^2+1}\frac{1}{Q_{II}}\frac{1}{1-Q_I^2}\left(1+\frac{r_{iI}^2}{r}\right) \tag{6.31}$$

Ein exemplarischer Spannungsverlauf ist in Abbildung 6.2.2 dargestellt.

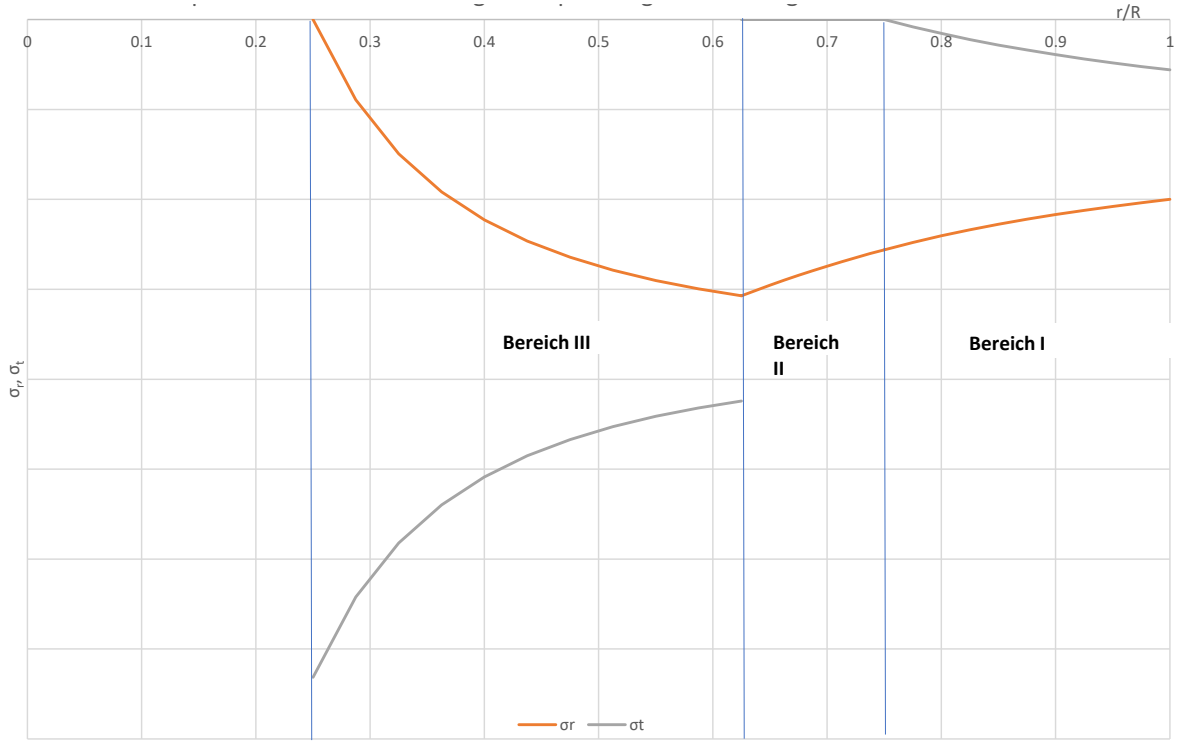

Abbildung 6.2.2: Beispielhafter Spannungsverlauf in einer geschlitzten Nabe

Um Abschätzen zu können, um welchen Faktor größer die Deformation ist, wird die Deformation der geschlitzten Nabe auf die Deformation der ungeschlitzten Nabe bezogen.

Die Deformationen am Innendurchmesser sind in Gleichung (6.32) und (6.33) angegeben und daraus ergibt sich das Deformationsverhältnis zu Gleichung (6.34)

$$\Delta D_{iI} = 2r_{iI}\varepsilon_{tiI} = -\frac{8pr_{iI}}{E}\frac{1}{Q_{III}^2+1}\frac{1}{Q_{II}}\frac{1}{1-Q_I^2} \tag{6.32}$$

$$\Delta D_i = 2r_i\varepsilon_{ti} = -\frac{4pr_i}{E}\frac{1}{1-Q^2} \tag{6.33}$$

$$\frac{\Delta D_{iI}}{\Delta D_i} = 2\frac{1-Q^2}{(Q_{III}^2+1)Q_{II}(1-Q_I^2)} \tag{6.34}$$

Die Beziehung (6.34) hängt von Q_{III}, Q_{II} und Q_I ab. Um eine Darstellung des Durchmesseränderungsverhältnisses zwischen der geschlitzten zur ungeschlitzten Nabe am Innendurchmesser im Isoplot Abbildung 6.2.3 zu ermöglichen wird die Annahme (6.35) getroffen, dass die Durchmesserverhältnisse im äußersten und innersten Bereich gleich sind. Außerdem wird das Durchmesserverhältnis im mittleren Bereich Q_{II} mit dem Parameter t auf das Gesamtdurchmesserverhältnis Q bezogen, um keine undefinierten Bereiche im Diagramm zu erzeugen.

Die Isolinien sind in Gleichung (6.39) als Funktion $t\left(Q, \frac{\Delta D_{iI}}{\Delta D_i}\right)$ angegeben und werden aus Gleichung (6.38) abgeleitet.

$$Q_I = Q_{III} \tag{6.35}$$

$$Q = Q_I Q_{II} Q_{III} = Q_I^2 Q_{II} \tag{6.36}$$

$$Q_{II} = \frac{Q}{t} \quad t = 0, \ldots, 1 \tag{6.37}$$

$$\begin{aligned}\frac{\Delta D_{iI}}{\Delta D_i} &= 2\frac{1-Q^2}{(1-Q_I^4)Q_{II}} = 2\frac{1-Q^2}{\left(1-\frac{Q^2}{Q_{II}^2}\right)Q_{II}} \\ &= 2\left(1-Q^2\right)\frac{Q_{II}}{Q_{II}^2-Q^2} = \frac{2\left(1-Q^2\right)}{Q}\frac{t}{1-t^2}\end{aligned} \tag{6.38}$$

$$t = \frac{-\frac{1-Q^2}{Q} + \sqrt{\left(\frac{1-Q^2}{Q}\right)^2 - \left(\frac{\Delta D_{iI}}{\Delta D_i}\right)^2}}{\frac{\Delta D_{iI}}{\Delta D_i}} \tag{6.39}$$

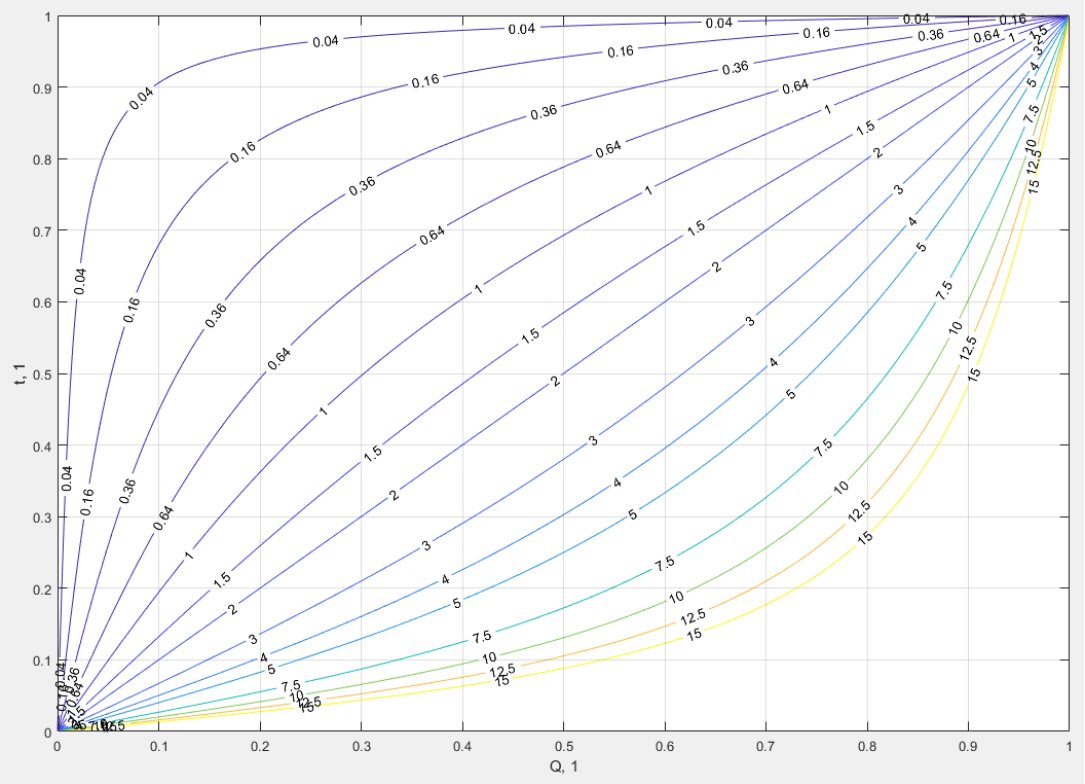

Abbildung 6.2.3: radiales Verschiebungsverhältnis einer geschlitzten Nabe als isoplot in Abhängigkeit vom Gesamtdurchmesserverhältnis Q und dem davon geschlitzten Anteil t

Kapitel 7

Einflussgrößen auf die Beanspruchbarkeit eines Rotors

Wenn vollständig ausgelegte Rotoren den Anforderungen nicht entsprechen ist es wichtig zu verstehen, welche Parameter der Verbesserung der Kenngrößen dienen. Dazu werden in diesem Kapitel die Auswirkungen an einem Beispielrotor untersucht.

Die für den Beispielrotor benutzte Belastungskurve ist in 7.0.1 abgebildet. Qualitativ ist das eine idealisiert, für permanenterregte Synchronmaschinen in Axialflussbauweise typische Drehmomentkurve. Im ersten Bereich ist das Drehmoment konstant und sinkt anschließend so ab, dass die Leistung konstant bleibt. Der Bereich nach dem das Drehmoment auf 0 gesunken ist, ist dahingehend wichtig zu berücksichtigen, dass der Rotor im Schubbetrieb, bei Überdrehzahl, nicht versagen darf.

7.1 Auswertung

Eine Möglichkeit zur Auswertung ist die direkte Darstellung der Größen über dem Radius. Für diese Darstellung sind die Fugendrücke und die Schubspannungen durch die Axialkraft und dem Drehmoment bei unterschiedlichen Drehzahlen in Abbildung 7.1.1 dargestellt. Es sind die Montage (Drehzahl 0rpm), Drehzahl bei maximalem Moment und Maximaldrehzahl dargestellt.

Nachdem man damit allerdings relativ wenig zu den globalen Änderungen der Ergebnisse bei unterschiedlichen Varianten sagen kann, und wie sich die Ausnutzung über dem gesamten Drehzahlband verändert, wird ein Ausnutzungsdiagramm präferiert.

Dadurch kann die mögliche Belastungssteigerung für jede Drehzahl dargestellt werden, wobei die Ausnutzung nichtlinear von mehreren Größen abhängt und damit die tatsächliche Belastbarkeit sich nicht durch Division der Belastung mit dem Ausnutzungsgrad bestimmen lässt.

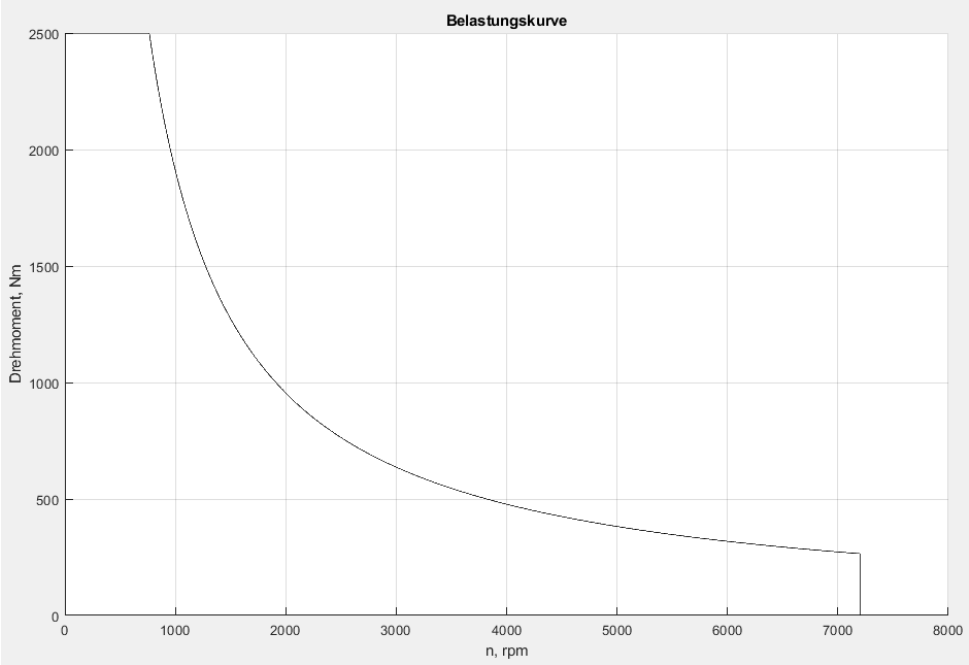

Abbildung 7.0.1: Verwendete Drehmomentkurve zur Darstellung der Veränderung der Beanspruchbarkeit bei Parameteränderung

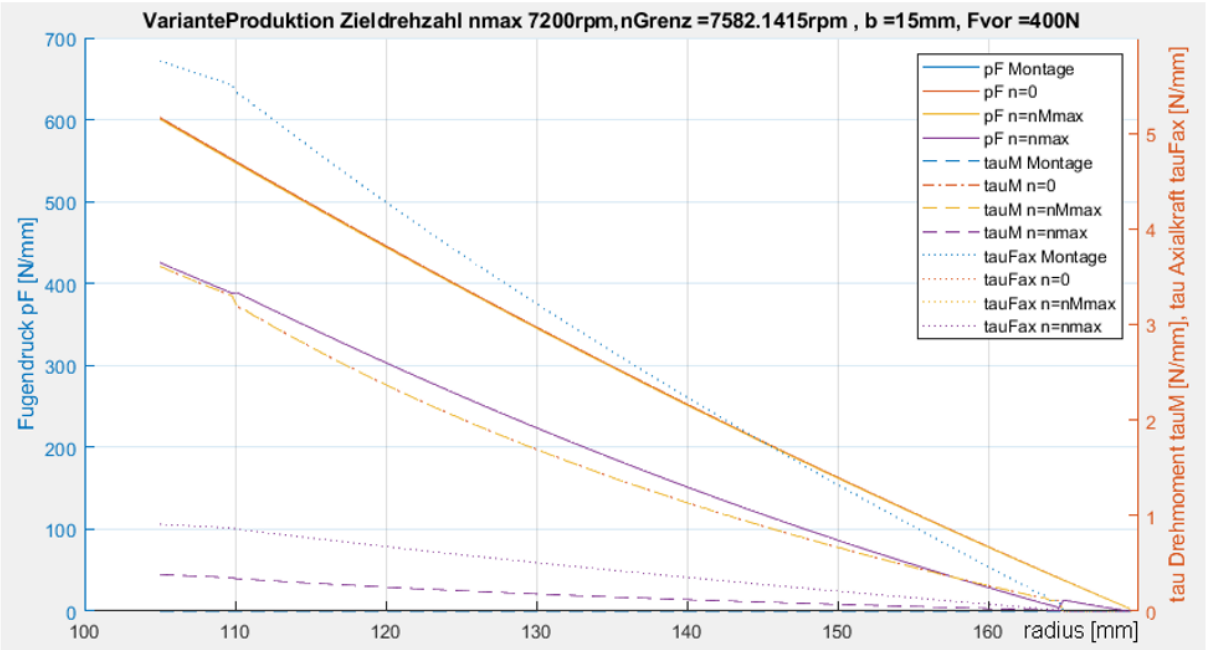

Abbildung 7.1.1: Auswertung des Basisrotors bei unterschiedlichen Drehzahlen, auf der primären y-Achse ist der Fugendruck dargestellt, auf der sekundären y-Achse sind die Schubspannungen durch das Drehmoment und die Axialkraft dargestellt

Ausnutzungsgrade

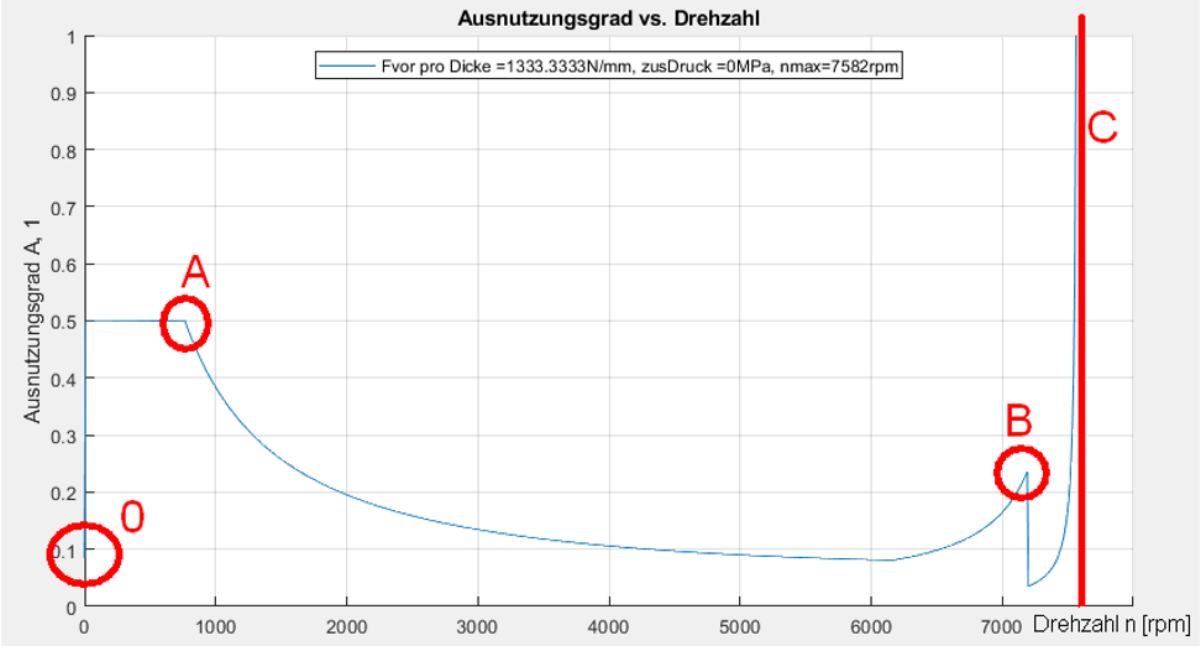

Abbildung 7.1.2: Ausnutzungsgrad des Basisrotors

In Abbildung 7.1.2 ist der Ausnutzungsgrad des Basisrotors mit den 4 signifikanten Belastungszuständen dargestellt.

Der Punkt 0 ist nur für die Montage relevant und zeigt, dass die Beanspruchung durch die einseitige Axialbeanspruchung bei der Montage in diesem Fall um den Faktor 10 erhöht werden könnte, ohne dass der Läufer dabei zerfallen würde. Wichtig zu wissen ist, dass damit nicht die Festigkeit der Klebeflächen bewertet wird.

Der Punkt A zeigt die Ausnutzung bei maximalem Moment, wenn gleichzeitig die maximale Leistung anliegt. Der Punkt B zeigt die Ausnutzung bei Nenndrehzahl. Der Sprung kommt durch den Sprung im Drehmomentenverlauf zustande. Das Drehmoment sinkt bei dieser Drehzahl auf 0 ab. Falls keine Axialkraft vorliegt, würde die Ausnutzungskurve auf 0 absinken, da der Ausnutzungsgrad durch die vorhandenen Reibungkräfte bezogen auf die möglichen Reibungskräfte gebildet wird. Die Gerade C zeigt die Grenzdrehzahl an. Diese liegt dort, wo der Ausnutzungsgrad 1 übersteigt und keine Drehzahlsteigerung mehr möglich ist, ohne dass die Wicklung voneinander abhebt.

Nach dem Wickeln geschnittene Magnettaschen

Die nachträglich gefrästen Magnettaschen führen zu der in Abbildung 7.1.3 dargestellten Reduktion der Sicherheit. Allerdings in erster Linie bei niedrigen Drehzahlen. Die Vorspannung wird nur im Bereich der Magnettaschen reduziert. Bei hohen Drehzahlen tendieren die äußeren Schichten sich abzulösen. Nachdem es in dem Bereich nur zu einer

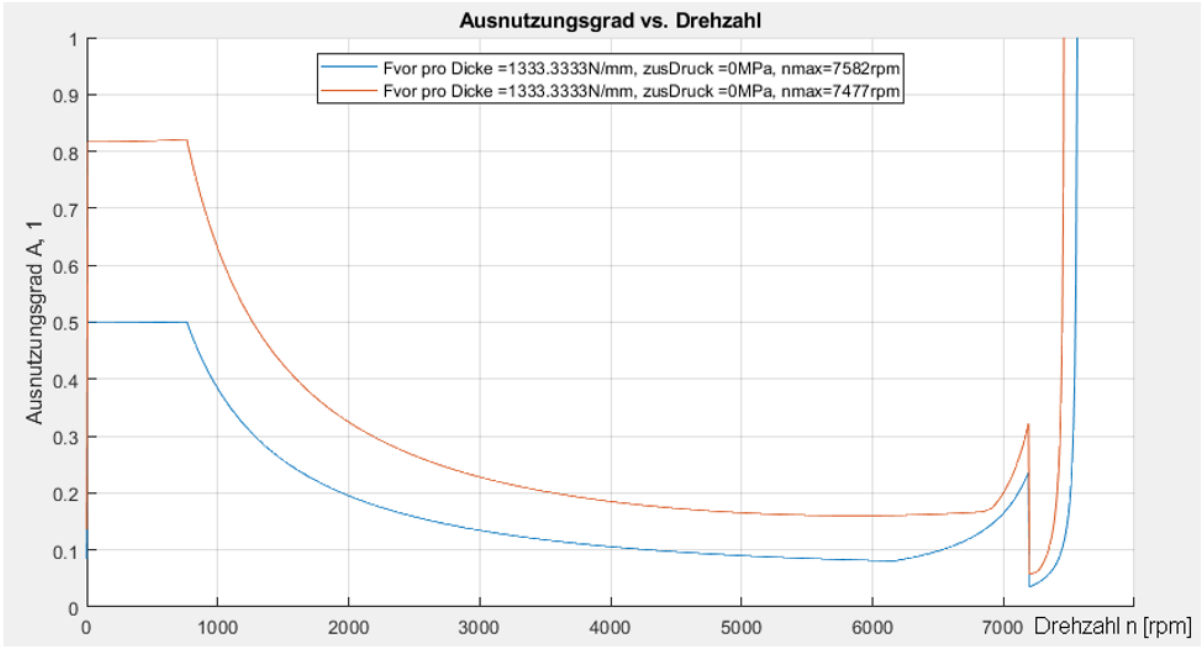

Abbildung 7.1.3: Ausnutzungsgrad, bei unterschiedlicher Magnettaschenfertigung, blau: Basisrotor, orange: nach dem Wickeln geschnittene Magnettaschen

geringen Reduktion der Vorspannung kommt, reduziert sich die Grenzdrehzahl nur geringfügig. Bei geringen Drehzahlen versagt eine Innere Schicht. Das heißt, dass die Summe der Reduktion der Vorspannung aller darüberliegenden Schichten zu einer größeren Erhöhung der Ausnutzung führt.

Materialparameter

In Abbildung 7.1.4 sind die Ausnutzungskurven bei Veränderung der Materialparameter dargestellt. Dabei halbiert sich die Dichte der Blechstreifen und der Reibwert verdoppelt sich.

Die Fliehkräfte der Wicklung sind die einzigen Belastungen, die im Leerlauf bei hohen Drehzahlen wirken. Dadurch führt eine Reduktion der Dichte zu einer Grenzdrehzahlsteigerung. In der in Abbildung 7.1.4 dargestellten Situation steigt die Grenzdrehzahl nur um ca. 20%, obwohl die Dichte halbiert wurde. Der Ausnutzungsgrad reduziert sich bei niedrigen Drehzahlen wie erwartet nur um einen geringen Betrag.

Mit der Erhöhung des Reibwerts wird die Ausnutzung bei niedrigen Drehzahlen verringert. Bei hohen Drehzahlen hat der Reibwert nur einen geringen Einfluss. Das ist allerdings nur der Fall, wenn die Grenzdrehzahl weit genug von der Nenndrehzahl entfernt ist. Wenn bei der Grenzdrehzahl das Drehmoment nicht 0 wäre, dann würde es auch zu einer größeren Veränderung der Grenzdrehzahl kommen.

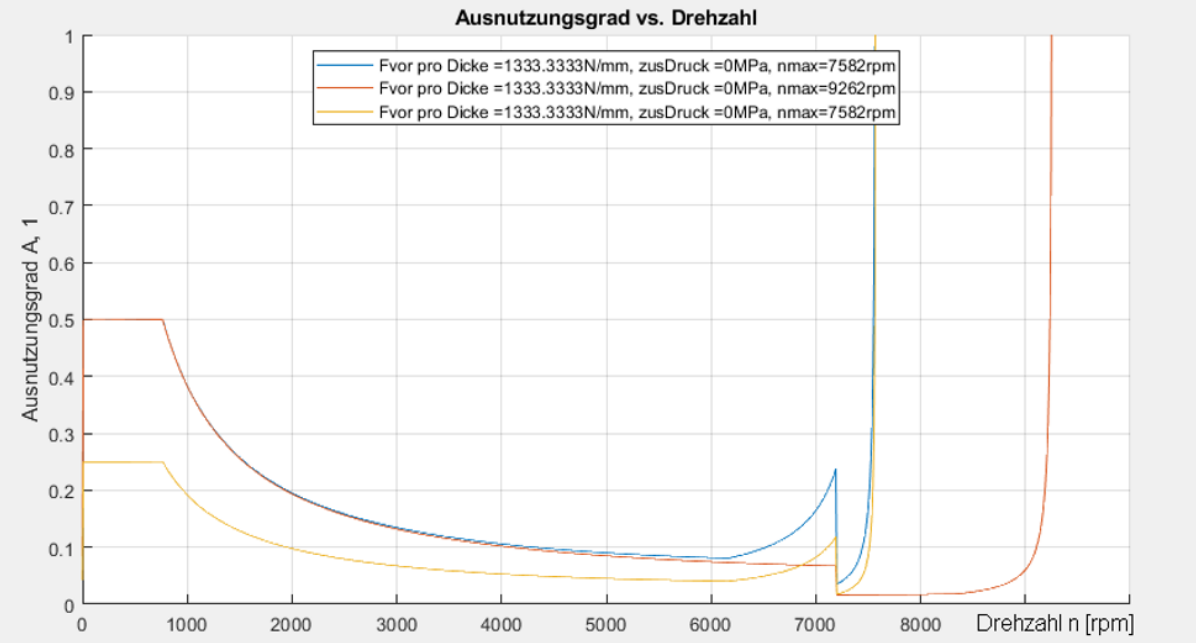

Abbildung 7.1.4: Ausnutzungsgrad bei: orange: halbe Dichte; gelb: doppelter Reibung

Geometrieparameter

In Abbildung 7.1.5 sind die Ausnutzungskurven bei Veränderung der Geometrieparameter dargestellt. Die dabei veränderten Parameter sind:

- Verdoppelung des Nabenlochdurchmessers
- Erhöhung der Blechdicke um 20%
- Erhöhung der Blechbreite um 20%

Der Innendurchmesser einer Hohlnabe hat für große Drehzahlen kaum Einfluss auf die zu erwartende Grenzdrehzahl. Bei geringen Drehzahlen hingegen wird die Ausnutzung wesentlich erhöht.

Die Blechdicke verringert die Sicherheit bei jeder Drehzahl, da der Druck zwischen den Schichten direkt davon abhängt. Deshalb wird das Blech möglichst dünn ausgeführt.

Die Blechbreite hat bei niedrigen Drehzahlen keinen Einfluss. Nur bei steigender Drehzahl ist die Fliehkraft höher als bei schmalen Blechen und deshalb erhöht sich auch die Ausnutzung.

Vorspannungsparameter

In Abbildung 7.1.6 sind die Ausnutzungskurven bei Veränderung der Vorspannungsparameter dargestellt. Die dabei veränderten Parameter sind:

- Verdoppelung des Wickelvorspannung
- Verwendung einer Bandage
- Verwendung einer Bandage bei Verdoppelung der Bandagenfestigkeit

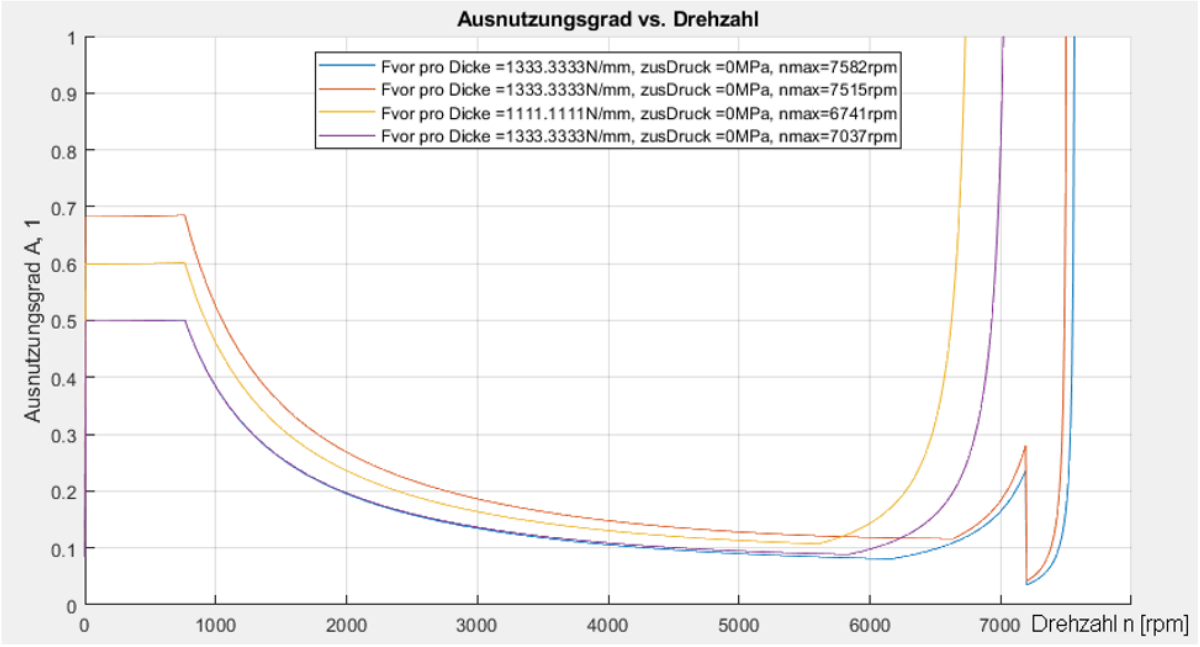

Abbildung 7.1.5: Ausnutzungsgrade bei: orange: Verdoppelung des Nabenlochdurchmessers, gelb: Erhöhung der Blechdicke um 20%, violett: Erhöhung der Blechbreite um 20%

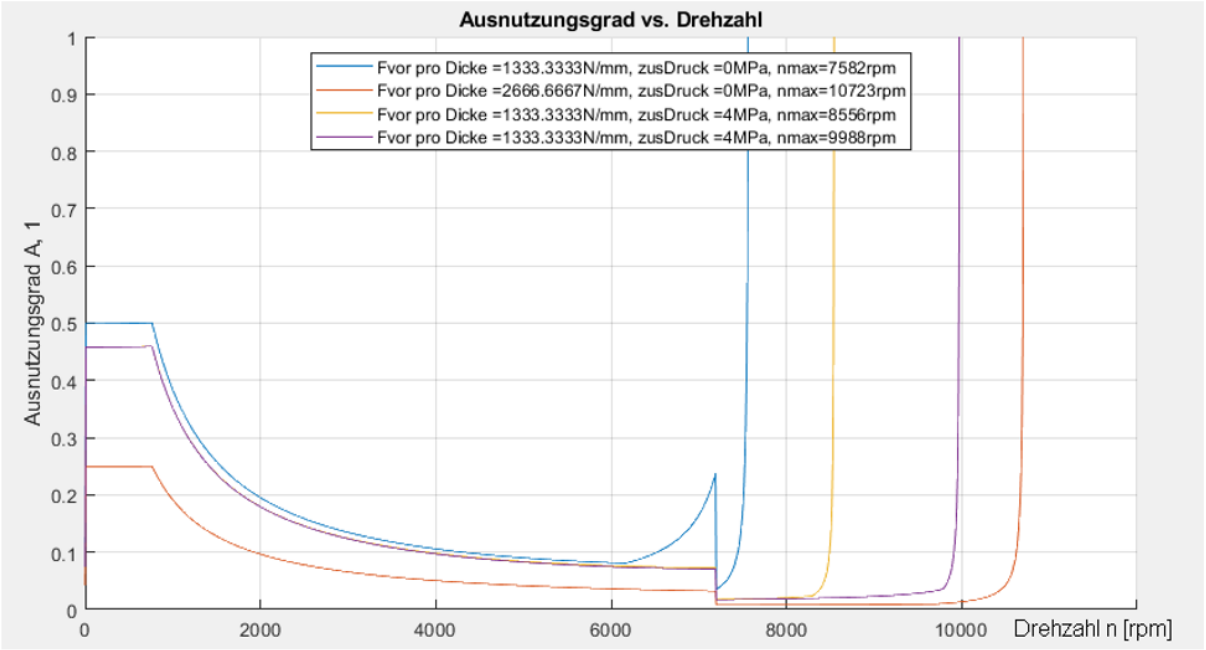

Abbildung 7.1.6: Ausnutzungsgrad bei: orange: Verdoppelung der Wickelvorspannung, gelb: Bandage, violett: Verdoppelung der Bandagenfestigkeit

Die Wickelvorspannung hat fast einen direkten Zusammenhang mit den Grenzbelastungen. Der Ausnutzungsgrad bei geringen Drehzahlen sinkt bei Verdoppelung der Vorspannung auf die Hälfte und die Grenzdrehzahl aufgrund der Fliehkraft steigt um 41%.

Die Bandage führt zu keiner relevanten Reduktion des Auslastungsgrades bei niedrigen Drehzahlen. Ausschließlich bei hohen Drehzahlen ist der Effekt sehr groß. Aber die Bandage darf nicht beliebig verdickt werden, da es aufgrund der Fliehkraft auf die Bandage selbst zu einem Maximum der Wirksamkeit kommen kann.

Dieser Effekt ist auch an der gelben Kurve im Vergleich zur violetten zu erkennen. Die bei der violetten Kurve verwendete Bandage ist aufgrund der höheren Festigkeit, bei gleichem Zusatzdruck auf die Wicklung, nur halb so dick. Dadurch ergibt sich für die gelbe Kurve eine etwa 15%igen Reduktion der Grenzdrehzahl.

7.2 Zusammenfassung der Ergebnisse der Beispielrechnung

Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.2.1 zusammengefasst. Die Parameteränderungen sind hier überblicksweise zusammengefasst.

1. nach dem Wickeln geschnittene Taschen
   (a) Prototyp: Vergleich der nach dem Wickeln geschnittenen Taschen mit den davor geschnittenen
2. Materialparameter
   (a) ρ: Die Dichte wird halbiert
   (b) μ: Die Reibung wird verdoppelt
3. Geometrieparameter
   (a) $radLoch$ Der Bohrungsdurchmesser der Nabe wird verdoppelt
   (b) t Blechdicke wird um 20% erhöht
   (c) b_0 Blechbreite wird um 20% erhöht
4. Vorspannungsparameter:
   (a) F_{vor} Die Wickelvorspannung wird verdoppelt
   (b) zus Die Bandagenvorspannung wird benutzt
   (c) zus und R_E Eine doppelt so stark beanspruchbare Bandage wird getestet, indem Re verdoppelt wird, dazu wird allerdings eine Bandagenvorspannung benötigt und deshalb wird nicht mit dem Basisrotor verglichen, sondern mit dem mit Bandagenvorspannung (Eintrag 4b)

	Parameter		Ausnutzungsgrad bei Mmax (A)			Ausnutzungsgrad bei nmax (B)			Grenzdrehzahl (C)		
	Basisrotor	neu	alt	neu	%	alt	neu	%	alt	neu	%
Prototyp			[1]	[1]	[%]	[1]	[1]	[%]	[rpm]	[rpm]	[%]
	Prototyp = 0	= 1	0.5	0.82	+64%	0.24	0.32	+50%	7582	7477	-1.4%
Materialp.											
	rho = 7.85e-9	-50%	0.5	0.25	-50%	0.24	0.08	-67%	7582	9262	+22%
	mue = 0.12	+100%	0.5	0.5	+0%	0.24	0.12	-50%	7582	7582	+0%
Geometriep.											
	radLoch = 40	+100%	0.5	0.68	+36%	0.24	0.27	+13%	7582	7515	-0.9%
	t = 0.3	+20%	0.5	0.6	+20%	0.24	>1	N/A	7582	6741	-11%
	b0 = 15	+20%	0.5	0.5	+0%	0.24	>1	N/A	7582	7037	-7.2%
Vorspg.p.											
	Fvor = 400	+100%	0.5	0.25	-50%	0.24	0.04	-83%	7582	10723	+41%
	zus = 0	= 4 MPa	0.5	0.46	-8%	0.24	0.08	-67%	7582	8556	+13%
	zus = 0, Re = 50	= 4 MPa, +100%	0.5	0.46	-8%	0.24	0.08	-67%	7582	9988	+32%

Tabelle 7.2.1: Tabelle zur Zusammenfassung der resultierenden Kenngrößen

Kapitel 8

Zusammenfassung

Ziel der Arbeit ist die Entwicklung einer Berechnungsmethodik zur Vorauslegung von permanenterregten Axialflussmaschinen mit gewickelten Rotoren. Dabei erlaubt die Verwendung von grundlegenden mechanischen Zusammenhängen, dass einfach Parameteränderungen durchgeführt werden können und deren Auswirkungen auf das verfügbare Drehmoment und der Grenzdrehzahl bestimmt werden kann. Zur Bestimmung der Kraftübertragung der Magnete auf den Rotor wird für komplexe Magnet Geometrien eine Methode, welche die FEM benutzt, vorgestellt.

Rotoren aus gewickeltem Elektroblech, für permanenterregte elektrische Maschinen, weisen Vorteile bezüglich der Streufeldwirkung gegenüber Rotoren aus einer Stahlscheibe auf. Es ist jedoch nicht von vornherein klar, welche Versagenskriterien nachgerechnet und wie das Problem modelliert werden kann. Mit der naiven Modellierung des Aufwickelvorgangs und der Beanspruchung mit der FEM können Probleme hinsichtlich der Konvergenz entstehen, da der Blechstreifen dünn ist und entsprechend viele Kontakte mit sich selbst aufweist. Außerdem ist für korrekte Modellierung im ersten Schritt der Blechstreifen auf eine Nabe aufzuwickeln, bevor die Beanspruchung erfolgen kann. Implizite Lösungsverfahren konvergieren dadurch langsam und explizite Verfahren sind sehr zeitaufwendig. Deshalb wurde eine Berechnungsmethodik erstellt, mit der die Nachrechnung weitestgehend ohne FEM funktioniert.

Es wird der Aufwickelvorgang durch das Aufziehen von Blechringen modelliert. Es ergibt sich, dass die dabei zu benutzende Reibung von der Beanspruchungsrichtung und der Steigung der Wicklung abhängt. Jeder der Blechringe erzeugt in allen darunterliegenden Schichten einen Spannungszustand. Dadurch ergibt sich der Vorspannungszustand im Rotor als Überlagerung der Spannungszustände aller Blechringe. In Kombination mit der Belastungskurve lässt sich ermitteln, in welcher Schicht es zum Versagen kommt und wie hoch die Ausnutzung der verfügbaren Reibung ist. Dabei wird zwischen den folgenden drei Schadensmechanismen unterschieden. Wenn die verfügbare Reibkraft einer Schicht nicht ausreichend ist kommt es zum Durchrutschen der Schichten. Durch Abheben einer Schicht

kommt es zum Abbau des Vorspannungszustandes. Und bei zu hoher Beanspruchung kann es zum Plastizieren kommen.

In dieser Arbeit wurde der vorgestellte Algorithmus in Matlab implementiert, sodass der Spannungszustand, die Versagensform und die Kennzahlen untersucht werden können. Somit können auch die Einflüsse der Parameter festgestellt werden. Wesentlich dazu ist auch die Frage wie die Magnettaschen gefertigt werden sollen. Die Taschen können vor oder nach dem Wickeln erzeugt werden. Dadurch verändert sich der Vorspannungszustand und die erreichbaren Kennzahlen. Für einfache Magnetgeometrien sind analytische Zusammenhänge der Kraftaufbringung hergeleitet worden. Zur Überprüfung, ob der Aufwickelvorgang korrekt durchgeführt worden ist, wurde untersucht, ob am Außen- oder Innendurchesser einer Hohlnabe eine Deformationsmessung sinnvoller ist.

Kapitel 9

Ausblick

Durch die umfassenden analytischen Betrachtungen sind nicht nur Erkenntnisse gewonnen worden, sondern es haben sich einige in dieser Arbeit nicht behandelte Fragen ergeben.

Die Rotorscheibe wird im Betrieb erregt. Es ist anzunehmen, dass sich der gewickelte Rotor bezüglich der Eigenfrequenzen nicht wie eine volle Stahlscheibe verhält. Durch die Fliehkraft kann der Blechstreifen lokal abheben, obwohl im Mittel die Schichten weiterhin genügend Fugendruck aufweisen. Dadurch verändert sich die Steifigkeit und somit auch die Eigenfrequenzen.

Es ist für Radialflussmaschinen nachgewiesen, dass der Reibungskoeffizient unter anderem von der Erregungsfrequenz abhängt. Somit muss, um diesen Effekt zu berücksichtigen ein komplexerer Algorithmus entwickelt werden.

Es ist zu erwarten, dass der Wickelprozess und der Herstellungsprozess Toleranzen aufweist, sowohl hinsichtlich der Geometrie als auch vor allem von der Wickelvorspannkraft. Dazu muss u.a. der Wickelprozess an sich bezüglich systematischer und zufälliger Fehler untersucht werden und wie diese Fehler sich statistisch auf die Kenngrößen des Rotors auswirken.

Die tatsächliche Blechanbindung an die Nabe und die Befestigung des Endstücks des Blechstreifens ist nicht erforscht. Vor allem Schweißverbindungen zur Fixierung des Endstücks führen zumindest lokal zu Verringerung der Vorspannung. Damit können formschlüssige Verbindungen zu einer Verbesserung der tatsächlich erreichbaren Kennzahlen führen.

Es sind umfassende Studien bezüglich der tatsächlich erreichbaren Kennzahlen zu erstellen. Damit lassen sich Unzulänglichkeiten und nicht betrachtete Versagenskriterien im Model finden.

Anhang A

verwendeter Matlab Code

Der Code zur Läuferauslegung besteht aus 2 Teilen.

Der erste Teil „Auslegung_Einlesen_Knotenkraefte_V03.m" dient dem Einlesen und Vorbereitung der Knotenkräfte, die mit der FEM berechnet und exportiert wurden. Dabei werden die Dateien „T1FZ.txt", „T2FX.txt" und „T3FY.txt" eingelesen. Die eingelesenen Dateien werden in einer Matrix gespeichert und in der Datei „KK.mat“ zwischengespeichert. Je nach Regionseinstellung des Betriebssystems muss in den exportierten Dateien der Dezimalseparator ersetzt werden. Dazu wird eine Datei „tmp" erstellt.

Im zweiten Teil, „Auslegung.m" wird tatsächlich der Ausnutzungsgrad bestimmt. Dazu werden die im ersten Teil eingelesenen Werte benutzt, um die durch die Klebeflächen in den Rotor eingebrachten Belastungen zu bestimmen. Dadurch wird eine Ausnutzungsgradkurve über der Drehzahl erstellt. Es wird auch der Einfluss, wann die Taschen gefertigt werden, berücksichtigt.

A1 Auslegung_Einlesen_Knotenkraefte.m

Im ersten Schritt wird ein Array erstellt, das die Bezeichnung der Spalten beinhaltet. In der ersten Spalte wird die Knotennummer eingetragen. In der 2ten, der Radius der Knoten, in der 3ten, die Knotenkräfte in z-Richtung (Läufer-Längs-Richtung); in der 4ten, die Knotenkräfte in x-Richtung (radiale Richtung); und in der 5ten, die Knotenkräfte in y-Richtung (Umfangsrichtung).

```
1 %clear all
2 %close all
3 KKBez = {'Node','LocR','T1Fz','T2Fx','T3Fphi'};
```

Die exportierten Knotenkraftdateien können entweder einen Punkt oder Komma als Dezimalseparator aufweisen. Deshalb werden bei den eingelesenen Dateien, mit der Funktion „replaceCommawithDot(filename)“, etwaige Komma durch Punkte ersetzt. Dazu wird die temporäre Datei „tmp“ erstellt, in der die kopierten und ersetzten Daten gespeichert wer-

den.

```
%Funktion zum Ersetzen der Komma mit Punkte
function tmpfilename = replaceCommaWithDot(filename)
        Data = fileread(filename);
        Data = strrep(Data, ',', '.');
        FID = fopen('tmp', 'w');
        fwrite(FID, Data, 'char');
        fclose(FID);

        tmpfilename = 'tmp';
end
```

Im nächsten Schritt werden die exportierten Dateien mit der zuvor besprochenen Funktion eingelesen und in die Matrix KK gespeichert.

```
%Einlesen der Geometriedatei, Radius der ausgegebenen Knotenpunkte
        Datei='LocR.txt';
        tmpfile=replaceCommaWithDot(Datei);
        opts = detectImportOptions(tmpfile);
        preview(tmpfile,opts);
        tmpMatrix=[];
        tmpMatrix=readmatrix(tmpfile);
        KK=tmpMatrix;

%Einlesen der Ergebnisdateien
        Datei='T1FZ.txt';
        tmpfile=replaceCommaWithDot(Datei);
        opts = detectImportOptions(tmpfile);
        preview(tmpfile,opts);
        tmpMatrix=[];
        tmpMatrix=readmatrix(tmpfile);
        KK(:,end+1)=tmpMatrix(:,2);

        Datei='T2FX.txt';
        tmpfile=replaceCommaWithDot(Datei);
        opts = detectImportOptions(tmpfile);
        preview(tmpfile,opts);
        tmpMatrix=[];
        tmpMatrix=readmatrix(tmpfile);
        KK(:,end+1)=tmpMatrix(:,2);

        Datei='T3FY.txt';
        tmpfile=replaceCommaWithDot(Datei);
        opts = detectImportOptions(tmpfile);
        preview(tmpfile,opts);
        tmpMatrix=[];
        tmpMatrix=readmatrix(tmpfile);
        KK(:,end+1)=tmpMatrix(:,2);

        save('KK.mat');
```

Die Zeilen in der Matrix KK werden nach aufsteigendem Radius sortiert.

```
%sort KK Array by r (second column)
        tmpKK=sortrows(KK,2);
```

Um die Steifigkeitsverläufe zu erhalten, werden die Knotenkräfte zuerst auf einfache Weise „integriert“. Es werden die geordneten Knotenkräfte von kleinem zu großen Radius

aufsummiert.

Es kann leicht passieren, dass für mehrere Knoten der selbe Radius zugeordnet ist. Um das zu beheben und in das Schema zu passen, werden die Kräfte mit dem gleichen Radius zusammengefasst.

Die Vorgangsweise ist wie folgt: Ein temporärer Radius wird von Schleife zu Schleife schrittweise um ein dr erhöht. In jeder Schleife werden die Kräfte aller Knoten aufsummiert, die einen Radius haben, der kleiner als der momentane temporäre Radius ist.

Zur Vorbereitung für die weitere Berechnung wird der erste und letzte Eintrag entfernt und die Werte normiert. Dazu wird der Wert der Kräfte auf die Summer der Knotenkräfte (jeweils in der gerade behandelten Richtung) bezogen. Außerdem wird das Vorzeichen angepasst, sodass der Funktionsverlauf mit steigendem Radius abnehmend ist.

```
%bestimme integrierte Kraftverlaeufe und normiere das Ergebnis
        F=[0 0 0 0];
        Ftmp=[];
        r0=0;
        dr=0.01;
        r=r0;
        %es werden alle Eintraege in tmpKK durchgegangen und "integriert"
        for i=1:size(tmpKK,1)
        %es wird immer dann eine neue Zeile in F hinzugefuegt, wenn der Radius, auf dem
            der Knoten liegt noch nicht vorhanden war
                if tmpKK(i,2) >= r
                        F(end+1,:) = [r F(end,2:4)];
                end
                %es wird solange r um dr erhoeht, bis der Radius des naechste Knoten in
                    tmpKK einen kleineren Radius hat
                while tmpKK(i,2) >= r
                        r = r + dr;
                        F(end,1) = r;
                end
                %addiere den Wert des Knoten zum letzten Eintrag in F dazu
                F(end,2) = F(end,2) + tmpKK(i,3);
                F(end,3) = F(end,3) + tmpKK(i,4);
                F(end,4) = F(end,4) + tmpKK(i,5);
        end

        %der erste und letzte Eintrag werden entfernt um "korrekte" Darstellung zu
            gewaehrleisten
        F(1,:) = [];
        Fend = F(end,:);
        F(end,:) = [];

        %Normierung und Vorzeichenberichtigung der Werte
        Ftmp(:,2:4)=1-F(:,2:4)./Fend(2:4);
        Ftmp(:,1)=F(:,1);
        Ftmp=[ones(2,4);Ftmp];
        Ftmp(1,1)=0;
        Ftmp(2,1)=Ftmp(3,1);
        Ftmp=[Ftmp;zeros(2,4)];
        Ftmp(end-1,1)=Ftmp(end-2,1);
        Ftmp(end,1)=Ftmp(end-1,1)*2;
```

Um die Verläufe debuggen zu können, werden hier die Verläufe dargestellt. Es kann vorkommen, dass die Verläufe nicht glatt genug sind. Dazu ist hier auch aufgeführt, wie die zugehörigen Polynomregressionen durchgeführt werden können. Es haben stets quadratische Regressionen, für die getesteten Läufer, ausgereicht.

```
        {
        %Darstellung der Kraftverlaeufe zum Debuggen
                X=F(:,1);
                %plot(F(:,1),F(:,2),F(:,1),F(:,3),F(:,1),F(:,4))
                plot(F(:,1),1-F(:,2)./Fend(2),F(:,1),1-F(:,3)./Fend(3),F(:,1),1-F(:,4)./
                    Fend(4))
                xlim([F(2,1) inf])
                set(gca,'ColorOrderIndex',1);

                hold on

                plot(X,polyval(polyfit(X,1-F(:,2)./Fend(2),2),X),':',X,polyval(polyfit(X
                    ,1-F(:,3)./Fend(3),2),X),':',X,polyval(polyfit(X,1-F(:,4)./Fend(4),2)
                    ,X),':')
                legend('axiale Steifigkeit', 'radiale Steifigkeit', 'tangentiale
                    Steifigkeit',...
                'quadr. Regr. ax. Stfgk.','quadr. Regr. rad. Stfgk.','quadr. Regr. tan.
                    Stfgk.')

                title("Kraftaufteilung")
                grid on
        }
```

A2 Auslegung.m

Im ersten Schritt werden die vorbereiteten Ergebnisse eingelesen.

```
%Einlesen der FEM Ergebnisse
        run('Auslegung_Einlesen_Knotenkraefte_V03.m')
```

Mit diesem Schalter wird bestimmt, ob die Berechnung mit vorgefertigten Taschen durchgeführt werden soll.

Bei „0“ wird so gerechnet, dass die Taschen für die Magnete schon beim Aufwickeln vorhanden sind.

Bei „1“ werden die Taschen erst nach dem Aufwickeln hergestellt. Dadurch kommt es zu einer Reduktion der Vorspannung im Bereich der Magneten, die bei der Berechnung berücksichtigt wird.

```
%Prototyp = 1, wenn Taschen nach der Vorspannung ausgefraest werden
        Prototyp = 0;
```

Die Materialkonstanten gelten prinzipiell für die Nabe, das Blech und einer etwaigen Bandage. Wobei E dem E-Modul in [MPa] entspricht, nu der Querkontraktionszahl und rho der Dichte in $[\mathrm{t/mm^3}](= 1e-12\mathrm{kg/m^3})$.

Die Streckgrenze Re [MPa] gilt nur für die Bandage. Diese dient dazu, die mögliche Zu-

satzspannung im gewickelten Teil des Läufers zu bestimmen. Bzw. wie dick die Bandage sein muss um die angegebene Flächenpressung aufzubringen.

Der Reibungskoeffizient µ zwischen den Blechen dient der Bestimmung der zulässigen Spannung unter Belastung.

```
%Materialkonstanten
        E = 210000;       %[N/mm^2]     E-Modul
        nu = 0.3;         %[1]          Querkontraktionszahl
        rho = 7850e-12;   %[t/mm^3]     Dichte
        Re = 420;         %[MPa]
        mue = 0.12;       %[1]          Reibungskoeffizient zwischen den Blechen
```

Die Geometrie des Läufers wird mit den folgenden Parametern angegeben.

radWelle gibt den Radius der Naben an. Damit ist jener Radius gemeint, auf den das Elektroblech aufgewickelt wird.

radAussen gibt den Außenradius der Blechwicklung an. Daran anschließend kann noch die Bandage den Radius erhöhen.

radLoch gibt den Bohrungsradius der Nabe an. Falls die Nabe voll ausgeführt wird ist „0“ einzutragen. Bei Fliehkraft ergibt sich theoretisch ein Unterschied im Spannungsfeld ob mit Vollwelle oder mit Hohlwelle gerechnet wird. Allerdings interessiert das Spannungsfeld in der Nabe an sich nicht und solange der Nabenaußenradius nicht sehr klein im Vergleich zu den anderen Abmessungen ist sind die Spannungsfelder im gewickelten Teil praktisch ident.

Die Dicke t des Elektroblechs gibt an wie dick das Blech ist.

b0 ist Breite der Wicklung. Die Magnettaschen werden noch weiter unten spezifiziert.

```
%Geometrie
        radWelle = 105;     %[mm]    Wellenradius
        radAussen = 170;    %[mm]    Aussendurchmesser des Rotors
        radLoch = 40;       %[mm]    Hohlwelle Innenradius
        t = 0.3;            %[mm]    Dicke der Wicklung, vor der Streckung
        b0 = 15;            %[mm]    Grundbreite des Rotorblechs
```

Die Magnete werden im Folgenden definiert.

Dazu wird der Innenradius ri und der Außenradius rR der Magneten benutzt. Diese 2 Werte dienen nur dazu, wie der Vorspannungsverlauf bei nach dem Wickeln gefrästen Taschen zu modifizieren ist.

Die Fliehkraft, die durch die Magneten entsteht, wird mit der Schwerpunktsposition und der gesamten Magnetmasse [t] (Masse pro Magnet und Magnetanzahl) bestimmt.

verwendeter Matlab Code

```
%Magnetangriffsradien
        ri=110;
        rR=165;
%Magnetabmessungen und Masse
        MagnetRadius = 138.2;     %[mm]   Schwerpunktradius der Magnete
        MagnetAnzahl = 10;        % [1]   Anzahl an Magnete in Umfangsrichtung pro Seite
        MagnetMasse = 0.113e-3;   % [t]   Masse eines einzelnen Magnete
        MagnetFliehkraft = MagnetRadius * MagnetMasse * 2*MagnetAnzahl /(2*pi()) / rR;
                %Auf Umfangsrichtung aufgeteilte Fliehkraft (ohne w^2, weil das dann
            unten noch dazumultipliziert wird)
        tMagnet = 4;              % [mm]  Magnetdicke, zum Berechnen der Restbreite des
            Elektroblechs
```

Auf den Läufer wirken neben der Fliehkraft noch ein Drehmoment und eine Axialbelastung. Die Drehmoment-Drehzahl Kurve definiert sich über das maximale Drehmoment Mmax [Nm], die maximale Leistung Pmax [W] und die maximale Drehzahl nmax [rpm]. Dabei wird angenommen, dass das Drehmoment konstant ist, bis die Maximalleistung erreicht wird und anschließend das Drehmoment über die Maximalleistung und die Drehzahl berechnet wird. Bei Drehzahlen über nmax ist das Drehmoment 0.

Zusätzlich wirkt noch eine Axialkraft Fax. Wobei bei Drehzahl 0 angenommen wird, dass eine Einbauaxialkraft Fax0 wirkt.

```
%Drehmomentkurve
        Mmax = 250;  %[Nm]
        nmax = 7200; %[rpm]
        Pmax = 20000;   %[W]

%Axialkraft
        Fax0 = 3800; %[N]   %Einbauaxialkraft
        Fax = 600;   %[N]   %Axialkraft im Betrieb
```

Der Läufer wird mit konstanter Kraft Fvor [N] gewickelt. Dieser Wert bestimmt mit der Blechbreite und Dicke die Zugspannung im gewickelten Blech.

Die Zusatzpressung zus [MPa] wird durch eine etwaige Bandage aufgebracht. Durch diesen Wert wird später ermittelt wie dick die Bandage sein muss.

```
%Wickelparameter
        Fvor = 400;     %[N]    %Wickelvorspannkraft
        zus = 0.0;      %[MPa]  Zusaetzliche Flaechenpressung durch Spannring, 0.8Mpa
            guter Wert
```

Vorbereitung der mit der FEM berechneten und eingelesenen Werte. In der ersten Spalte wird für den Momentenverlauf Mverl, Axialkraftverlauf Faxverl und Radialkraftverlauf Fradverl jeweils der Radius eingelesen. In der 2ten wird der integrierte und normierte Kraftverlauf eingetragen. Diese Arrays werden benutzt, um die Kraft von den Magneten in den Läufer zu übertragen.

```
%Kraftaufteilungen durch elastische Klebeschichten
        %erste Spalte Radius, zweite Spalte integraler, normierter Kraftverlauf
        %Kraftaufteilung durch rotatorischen Angriff (Drehmoment)
                Mverl = [Ftmp(:,1) Ftmp(:,4)];
        %Axialkraftfeld
                Faxverl = [Ftmp(:,1) Ftmp(:,2)];
        %Radialkraftfeld
                Fradverl = [Ftmp(:,1) Ftmp(:,3)];
```

Hier werden allgemeine Größen zum Programmablauf ermittelt. Die layerAnzahl ist ein Wert, der der die Anzahl der benötigten Wicklungen bei den gegebenen Abmessungen bestimmt. Dazu wird der abgerundete Wert des theoretischen Wertes benutzt.

Mit geom wird der Breitenverlauf über dem Radius definiert. Dabei wird angenommen, dass der Steg zwischen den Magenten keinen Einfluss auf die Berechnung hat, da sowieso die Ringzugkraft nicht von der Blechbreite abhängt, und dadurch die Berechnung wesentlich vereinfacht wird.

Die „Dicke“ der Bandage wird numerisch ermittelt, indem im Wesentlichen die Kesselgleichung benutzt wird. Für die Spannung in der Bandage wird die oben definierte Streckgrenze Re benutzt.

Die Vorspannkraft des gewickelten Blechs wird auf eine Vorspannkraft pro Blechdicke FvorD [N] umgerechnet.

```
%Berechnung
        layerAnzahl = floor((radAussen-radWelle)/t);    %[1] Anzahl der Blechschichten
        geom = [0 b0; ri b0; ri b0-2*tMagnet; rR b0-2*tMagnet; rR b0; 2*radAussen b0]; %
            Breitenverlauf ueber Radius, wird linear dazwischen interpoliert

        myfun = @(d) (Re/(radAussen/d+2) - zus);
        Dicke = fzero(myfun, t)
        %syms d;
        %Dicke=vpasolve(zus==Re/(radAussen/d+2),d);
        Dicke=max(double(Dicke), t)     %benoetigte Blechdicke fuer Spannring, damit die
            angegebene Zusatzpressung erreicht wird, minimal eine Blechdicke

        FvorD = Fvor/t;     %Vorspannkraft pro Blechdicke
```

Die berechneten Werte werden für jede Schicht in der Wicklung einzeln gespeichert und im Anschluss daran für den ganzen Läufer ausgewertet. Dabei steht rF[mm] für den Fugenradius und sigvorB [MPa] für die Blechvorspannung in der momentan betrachteten Wicklungsschicht. Der lokale Fugendruck pFl [MPa] wird durch die Blechvorspannung erzeugt und wird durch die Kesselgleichung bestimmt. Daraus wird der in der Fuge wirkende Druck pFg [MPa] berechnet indem die lokalen Fugendrücke aufsummiert werden, wobei die Gewichtung nach den Spannungsverläufen bei Querpressverbänden benutzt wird. Näherungsweise können einfach die lokalen Fugendrücke der über der betrachteten liegenden Schicht aufsummiert werden. Ein wesentlicher Unterschied entsteht nur durch sehr große Lochdurchmesser in als Hohlwellen konzipierten Naben. Die Blechbreite b [mm] der momentanen Wicklung wird u.a benutzt um die Fliehkraftmasse der Schicht mfliehl[t/mm]

zu bestimmen. Es wird die tatsächlich wirkende Fliehkraft und Auswirkungen auf den Fugendruck später durch Multiplikation mit dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit berechnet. Deshalb wird hier auch der Radius miteingerechnet. Die Auswirkungen der lokalen Fliehkraftmassen werden in der gesamten Fliehkraftmasse mfliehg [t/mm] zur Fliehkraftbestimmung zusammengefasst indem später die darüberliegenden Fliehkraftmassen mit dem richtigen Faktor gewichtet aufsummiert werden. Der Vektor zum Aufteilen der Fliehkraftmassen FradAnteil [1] wird benutzt um die Fliehkräfte der Magnete die über die Klebeflächen übertragen werden zu bestimmen und entsprechend aufgeteilt zu werden.

```
1 rF = zeros(layerAnzahl, 1);      % Fugenradius
2 sigvorB = zeros(layerAnzahl, 1); % Blechvorspannung
3 pFl = zeros(layerAnzahl, 1);     % lokaler Fugendruck, durch Blechvorspannung und
      Geometrie
4 pFg = zeros(layerAnzahl, 1);     % gesamter lokaler Fugendruck, durch Summation der
      Fugendr?cke
5 b = zeros(layerAnzahl, 1);           % Blechbreite
6 mfliehl = zeros(layerAnzahl, 1);     % Fliehkraftmasse lokal, Fliehkraft durch w^2
7 mfliehg = zeros(layerAnzahl, 1);     % Fliehkraftmasse gesamt, Fliehkraft durch w^2
8
9 FradAnteil = zeros(layerAnzahl, 3);      % Aufteilungsvektor Radialkraefte wegen
      Fliehkraft
```

Hier werden die lokalen Größen berechnet. Hier wird unterschieden, ob die Taschen vor oder nach dem Wickeln gefertigt werden. Wenn die Taschen nach dem Wickeln gefertigt werden, dann wird die Vorspannung auf einen mittleren effektiven Wert reduziert. Durch das teilweise entfernen des vorgespannten Bereichs kommt es zu einer Reduktion der Vorspannung. Wie das gemacht wird hängt von der Taschengeometrie ab. Hier sind parallele Stege einer gewissen Breite vorgesehen.

Der lokale Fugendruck wird mit dem vorher berechneten effektiven Wert und der nichtlinearen Querpressverbandsformel berechnet.

```
%Zwischenergebnisse fuer jede Einzelschicht
        for ilayer = 1:layerAnzahl
                rF(ilayer) = radWelle+t*(ilayer-1);
                b(ilayer) = interp1q(geom(:,1),geom(:,2),rF(ilayer));
                sigvorB(ilayer) = FvorD/b(ilayer);
                %bei Prototyp wird Blech weggefraest, das heisst Vorspannung wird
                    reduziert
                if Prototyp == 1
                        if rF(ilayer) > ri
                                if rF(ilayer) < rR
                                        %muss fuer die vorhandene Geometrie angepasst
                                            werden
                                        %sigvorB ergibt sich durch den mittleren
                                            Breitenanteil
                                        %Restbreite ueber Umfang gemittelt und auf
                                            Grundbreite bezogen
                                        sigvorB(ilayer) = sigvorB(ilayer)*((1-2*tmagnet/
                                            b0)*(1-10*9/pi()/rF(ilayer))+10*9/pi()/rF(
                                            ilayer));
                                end
                        end
                end
                pFl(ilayer) = sigvorB(ilayer)./(rF(ilayer)/t+2+t/rF(ilayer))*b(ilayer);
                        %lokaler Fugendruck, ergibt sich wenn Querpressverband exakt
                    geloest wird
                mfliehl(ilayer) = (3+nu)/16*rho*(2*rF(ilayer)*t+t.^2)*b(ilayer);    %
                    Fliehkraftmasse in jeweiligem Layer, Masse mit Radius^2 gewichtet
        end
```

Nachdem die lokalen Werte berechnet wurden werden die gesamten Werte berechnet. Dazu wird immer der Druck der darüberliegenden Schichten auf die momentane Fuge umgerechnet und aufsummiert. Eine einfache Aufsummierung funktioniert nur, wenn man keine Hohlwelle als Nabe benutzt.

Ähnlich wird mit den Fliehkraftmassen vorgegangen. Nur braucht man hier nicht die Hohlwelle anders behandeln, da nur das Kräftegleichgewicht mit den äußeren Schichten durchzuführen ist.

Außerdem wird die Bandagendicke in der gesamten Fliehkraftmasse berücksichtigt.

```
%Zwischenergebnisse unter Beruecksichtung der globaler Einfluesse
        for ilayer = 1:layerAnzahl
                %wegen Hohlwelle wird der gesamte Fugendruck pFg nicht mit einer
                    einfachen Summe sonder mit einer Schleife
                %berechnet, die den Einfluss der abfallenden Radialspannung einer
                    Hohlwelle beruecksichtigt
                %pFg(ilayer) = sum(pFl(ilayer:layerAnzahl),1);
                pFg(ilayer) = 0;
                for j = ilayer:layerAnzahl
                        pFg(ilayer) = pFg(ilayer) + pFl(j)*(1-(radLoch/rF(ilayer))^2)
                            /(1-(radLoch/rF(j))^2);
                end
                %Modifikation zur Beruecksichtigung des Spannrings
                %zusaetzlicher Fugendruck wird dazuaddiert
                pFg(ilayer) = pFg(ilayer) + zus*b0*(1-(radLoch/rF(ilayer))^2)/(1-(radLoch
                    /radAussen)^2);
                %zusaetzliche Fliehkraftwirkung
                mfliehg(ilayer) = sum(mfliehl(ilayer:layerAnzahl),1) + (3+nu)/16*rho*(2*
                    radAussen*Dicke+Dicke.^2)*b0;
        end
```

Wenn in einem Querpressverband im Inneren eine Kraft aufgebracht wird, wird diese nicht gleichmäßig aufgeteilt. Deshalb wird für jede Schicht bestimmt, wie die Aufteilung aussieht.

```
%Berechnung der Aufteilung der Magnetfliehkraefte
        %Anteile der nach innen und nach aussen aufgeteilten Druecke, wenn bei einer
        %Fuge angegriffen wird, wird fuer jede Fuge berechnet und im naechsten
        %Schritt die Kopplung durchgefuehrt
        for ilayer = 1:layerAnzahl
                %weil Kraftangriff in der Trennfuge eines Querpressverbands die Kraft
                %unterschiedlich in den Innen- und Aussenteil aufteilt wird hier der
                %Aufteilungsfaktor bestimmt
                Qis=(radLoch/rF(ilayer))^2;
                Qas=(rF(ilayer)/(radAussen+Dicke))^2;

                FradAnteil(ilayer, 2) = ((1+Qis)/(1-Qis)-nu)/((1+Qas)/(1-Qas)+(1+Qis)/(1-
                    Qis));
                FradAnteil(ilayer, 1) = 1-FradAnteil(ilayer, 2);
        end
```

Die Aufteilung muss noch aufsummiert werden, um die Fliehkräfte der Magnete bestimmen zu können. Dazu wird jede Schicht betrachtet und der Einfluss der darüber und darunter liegenden Schichten durch Aufsummierung bestimmt. Außerdem wird der Kraftverlauf aus der FEM berücksichtigt.

```
%Berechnung der Aufteilung der Magnetfliehkraefte
        %Kopplung der Fliehkraftwirkung der Magneten
        %fuer jede Schicht muss der Einfluss der anderen Schichten auf diese
        %Schicht bestimmt werden
        for ilayer = 1:layerAnzahl
                %naeherungsweise wird nicht die Differenz genommen, sondern der Anteil
                %einfach mit der Dicke multipliziert und es wird nur der Kraftverlauf
                %als Differenz benutzt
                FradAnteil(ilayer, 3) = 0;
                for j = 1:ilayer-1
                        FradAnteil(ilayer, 3) = FradAnteil(ilayer, 3)+...
                                ((rF(j)/(rF(ilayer)))^2-(rF(j)/(radAussen+Dicke))^2)/(1-(
                                    rF(j)/(radAussen+Dicke))^2)*FradAnteil(j, 2)*t*...
                                (interp1q(Fradverl(:,1),Fradverl(:,2),rF(j)+t)-...
                                interp1q(Fradverl(:,1),Fradverl(:,2),rF(j)));
                end
                for j = ilayer:layerAnzahl
                        FradAnteil(ilayer, 3) = FradAnteil(ilayer, 3)+...
                                (1-(radLoch/rF(ilayer))^2)/(1-(radLoch/rF(j))^2)*
                                    FradAnteil(j, 1)*t*...
                                (interp1q(Fradverl(:,1),Fradverl(:,2),rF(j)+t)-...
                                interp1q(Fradverl(:,1),Fradverl(:,2),rF(j)));
                end
        end
```

Zur Bestimmung des Drehmoments bei gegebener Drehzahl wird mit dieser Funktion die Berechnung ausgelagert. Im Wesentlichen werden hier nur die Grenzdrehzahlen errechnet, bei welcher Drehzahl das maximale Moment die maximale Leistung ergibt und welches Drehmoment die maximale Leistung bei maximaler Drehzahl hervorruft. Dieser werden benutzt, um den entsprechenden Drehmomentwert zurückzugeben.

```
%Rueckgabe des zu uebertragenden Drehmoments bei angegebener Drehzahl n
function tmpM = Moment(Mmax, Pmax, nmax, n)
        nMmax= (Pmax/Mmax)*30/pi();     %[rpm]   max Drehzahl wo Mmax auftritt
        Mnmax= Pmax/(pi()*nmax/30);     %[Nm]    max Moment wo nmax auftritt

        if (n > nmax)
                tmpM = 0;
                return;
        end
        if (nMmax > nmax)||(Mnmax > Mmax)
                tmpM = Mmax;
                return
        end
        if (n < nMmax)
                tmpM = Mmax;
        else
                tmpM = Pmax/(pi()*n/30);
        end
end
```

Hier wird der Ausnutzungsgrad bei unterschiedlichen Drehzahlen bestimmt. Dazu wird für jede Schicht die Drehmomentdifferenz und die Axialkraftdifferenz mit den aus der FEM ermittelten Verläufen bestimmt. Die Differenz führt zu einer pro Schicht zu übertragenden Schubspannung.

Die bei der Drehzahl tatsächlich vorhandenen Restvorspannung (aufgrund der Fliehkraft der Wicklung und der Magneten) muss groß genug sein, damit die Reibung zwischen den Blechen ausreicht um die Schubspannung aufzunehmen.

Zur Bewertung wird ein drehzahlabhängiger Ausnutzungsgrad bestimmt. Wenn dieser über 1 geht, wird die Berechnung abgebrochen und die Drehzahl als maximal mögliche Drehzahl ausgegeben.

```
%Ausnutzungsgrad bei unterschiedlichen Drehzahlen
w0 = 0;
dw = 1;
wend = 2000;
w = w0;
A = [];
n = [];
index = [];
pNtmp = [];
tauMtmp = [];
tauFaxtmp = [];
while 1
        tmpA = zeros(layerAnzahl,1);
        tautmpM = zeros(layerAnzahl,1);
        tautmpFax = zeros(layerAnzahl,1);
        tautmp = zeros(layerAnzahl,1);
        pN = zeros(layerAnzahl,1);
        for ilayer = 1:layerAnzahl
                %berechne zu uebertragende Schubkraefte pro Umfang
                %bei w==0 entspricht Montage
                if w ~= 0
                        tautmpM(ilayer) = 1000*Moment(Mmax, Pmax, nmax, 30*w/pi())*
                            interp1q(Mverl(:,1),Mverl(:,2),rF(ilayer))/(2*pi()*rF(ilayer)
                            ^2);
                end
                if w == 0
                        tautmpFax(ilayer) = Fax0*interp1q(Faxverl(:,1),Faxverl(:,2),rF(
                            ilayer))/(2*pi()*rF(ilayer));
                else
                        tautmpFax(ilayer) = Fax*interp1q(Faxverl(:,1),Faxverl(:,2),rF(
                            ilayer))/(2*pi()*rF(ilayer));
                end
                tautmp(ilayer) = sqrt(tautmpM(ilayer)^2+tautmpFax(ilayer)^2);

                %berechne mit Fn*mu Ausnutzungsgrad fuer jede Schicht
                pN(ilayer) = (pFg(ilayer)-w^2*(mfliehg(ilayer)-MagnetFliehkraft*
                    FradAnteil(ilayer,3))); %tatsaechlich vorhandener Fugendruck
                tmpA(ilayer) = tautmp(ilayer)/(pN(ilayer)*mue);      %Ausnutzungsgrad
        end

        %Speicherung der maximalen Ausnutzung fuer jede Drehzahl
        [A(end+1) index(end+1)] = max(tmpA);
        n(end+1) = 30 * w / pi();
        w = w + dw;
        if (w > wend) | (A(end) >= 1)
                break
        end
end
```

Zum Bewerten der Ergebnisse kann es sinnvoll sein den Ausnutzungsgrad bei ausgewähl-

ten Punkten auszugeben. Hier wird die Ausnutzung bei 0rpm (um die Montageausnutzung zu bestimmen), bei fast 0rpm (damit bei quasi ohne Fliehkraft die im Betrieb wirkende Axialkraft bewertet werden kann und ist im Algorithmus immer der zweite berechnete Wert), bei größter Drehzahl mit Mmax, und bei maximaler Nenndrehzahl (zur Drehzahlreservenbewertung) gespeichert und ausgegeben.

```
%zur Speicherung bei ausgewaehlten Punkten
        if w == 0
                pNtmp = [pNtmp pN];
                tauMtmp = [tauMtmp tautmpM];
                tauFaxtmp = [tauFaxtmp tautmpFax];
        end
        if w == 0 + dw
                pNtmp = [pNtmp pN];
                tauMtmp = [tauMtmp tautmpM];
                tauFaxtmp = [tauFaxtmp tautmpFax];
        end
        if w == Pmax/Mmax
                pNtmp = [pNtmp pN];
                tauMtmp = [tauMtmp tautmpM];
                tauFaxtmp = [tauFaxtmp tautmpFax];
        end
        if w == nmax*pi()/30-mod(nmax*pi()/30,dw)
                pNtmp = [pNtmp pN];
                tauMtmp = [tauMtmp tautmpM];
                tauFaxtmp = [tauFaxtmp tautmpFax];
        end
```

Die grafische Darstellung der Ergebnisse kann über mehrere unterschiedliche Varianten erfolgen. Hier wird der Fugendruckverlauf und Schubspannungsverlauf über mehrere unterschiedliche wesentliche Betriebszustände gezeigt. Die betrachteten Betriebszustände sind:

- Montage
- Drehzahl annähernd 0rpm
- Betrieb bei größter Drehzahl mit Mmax
- Betrieb bei größter Drezhahl nmax

Diese Darstellung ist allerdings relativ unübersichtlich, da man nicht auf einen Blick sagen kann, wo noch Belastungsreserven vorhanden sind.

```
%Darstellung der Werte pro Schicht ueber Radius
        f0 = figure;
        grid on
        hold on
        yyaxis left
        ylabel('Fugendruck pF [N/mm]')
        a=plot(rF,pNtmp(:,1),rF,pNtmp(:,2),rF,max(0,pNtmp(:,3)),rF,max(0,pNtmp(:,4)));
        a(1).LineStyle = '-'
        a(1).Color = [0.0000, 0.4470, 0.7410]
        a(2).LineStyle = '-'
        a(2).Color = [0.8500, 0.3250, 0.0980]
        a(3).LineStyle = '-'
        a(3).Color = [0.9290, 0.6940, 0.1250]
        a(4).LineStyle = '-'
        a(4).Color = [0.4940, 0.1840, 0.5560]
        yyaxis right
        ylabel('tau Drehmoment tauM [N/mm], tau Axialkraft tauFax [N/mm]')
        a=plot(rF,tauMtmp(:,1),rF,tauMtmp(:,2),rF,tauMtmp(:,3),rF,tauMtmp(:,4));
        a(1).LineStyle = '--'
        a(1).Color = [0, 0.4470, 0.7410]
        a(2).LineStyle = '-.'
        a(2).Color = [0.8500, 0.3250, 0.0980]
        a(3).LineStyle = '--'
        a(3).Color = [0.9290, 0.6940, 0.1250]
        a(4).LineStyle = '--'
        a(4).Color = [0.4940, 0.1840, 0.5560]
        a=plot(rF,tauFaxtmp(:,1),rF,tauFaxtmp(:,2),rF,tauFaxtmp(:,3),rF,tauFaxtmp(:,4));
        a(1).LineStyle = ':'
        a(1).Color = [0, 0.4470, 0.7410]
        a(1).Marker = 'none'
        a(2).LineStyle = ':'
        a(2).Color = [0.8500, 0.3250, 0.0980]
        a(2).Marker = 'none'
        a(3).LineStyle = ':'
        a(3).Color = [0.9290, 0.6940, 0.1250]
        a(3).Marker = 'none'
        a(4).LineStyle = ':'
        a(4).Color = [0.4940, 0.1840, 0.5560]
        a(4).Marker = 'none'

        legend('pF Montage','pF n=0','pF n=nMmax','pF n=nmax','tauM Montage','tauM n=0','
            tauM n=nMmax','tauM n=nmax','tauFax Montage','tauFax n=0','tauFax n=nMmax','
            tauFax n=nmax')
        nmaxtmp=30*w/pi()
        tmpPrototyp = 'Produktion'
        if Prototyp == 1
            tmpPrototyp = 'Prototyp'
        end
        title(strcat('Variante ', tmpPrototyp,' Zieldrehzahl nmax 7200rpm, ','nGrenz = ',
            num2str(nmaxtmp), 'rpm , b = ', num2str(b0), 'mm, Fvor = ', num2str(Fvor), 'N
            '))
```

Mit dem Ausnutzungsgrad wird dargestellt, wie groß der Anteil an tatsächlicher Belastung zu maximal möglicher ist. Dabei müssen allerdings die Kräfte proportional zueinander erhöht werden um einfach den Ausnutzungsgrad als Laststeigerungsfaktor zu benutzen.

Da allerdings in der Praxis meistens nur das Drehmoment gesteigert wird, müsste man sich iterativ an die optimal ausgenutzte Drehmomentkurve annähern.

```
%Darstellung von Auslastungsgrad ueber Drehzahl
        %close all;
        %yyaxis left
        figure
        hold on
        plot(n, A, 'DisplayName', strcat('Fvor pro Dicke = ',num2str(FvorD),'N/mm',',
            zusDruck = ',num2str(zus),'MPa, nmax=',num2str(floor(30*w/pi())),'rpm'));
        grid on
        ylim ([0 1])
        xlabel('n, rpm')
        ylabel('Ausnutzungsgrad A, 1')
        title('Ausnutzungsgrad vs. Drehzahl')
        %legend ('Location', 'NorthEastOutside')
        legend ('Location', 'North')
```

Hier wird abschließend noch die Belastungskurve dargestellt.

```
%Darstellung der Drehmomentenkurve, die erfuellt werden soll
        drehzahl = (Pmax/Mmax)*30/pi():nmax;
        hold on
        plot([0 (Pmax/Mmax)*30/pi()],[Mmax Mmax],'k','DisplayName','maxMoment');
        plot([nmax nmax],[Pmax/nmax*30/pi() 0],'k','DisplayName','maxDrehzahl');
        plot([drehzahl],[Pmax./drehzahl*30/pi()],'k','DisplayName','maxLeistung');
        hold off
```

Anhang B

Beispiele für Fugendruckreduktion durch nach dem Aufwickeln gefertigte Taschen

Es sind alle Gleichungen mit konstanter Magnetdicke t_M ermittelt.

Sektorförmige Magnettaschen

Bei sektorförgmigen Magnettaschen reicht es aus den Winkel der Magnete zum gesamten Sektorwinkel in Bezug zu setzen und man erhält eine konstante Fugendruckreduktion.

$$c_{red} = \frac{(b_0 - 2t_M)\,\frac{n_M \alpha_M}{2\pi} + b_0\left(1 - \frac{n_M \alpha_M}{2\pi}\right)}{b_0} = 1 - \frac{2t_M}{b_0} \cdot \frac{n_M \alpha_M}{2\pi} \tag{B.1}$$

Konstante Breite zwischen den Magneten

Um eine möglichst große Ausnutzung der verfügbaren Fläche zu erreichen werden konstant breite Stege zwischen den Magneten benutzt. Der Steg zwischen den Magneten dient einerseits als Distanzhalter zwischen den Magneten und andererseits zur Streufeldkompensation und macht deshalb SMC Bausteine überflüssig.

Durch solch eine Anordnung wird die Fläche bestmöglich ausgenutzt. Somit wird auch die Drehmomentdichte maximiert.

$$c_{red}\,(r) = 1 - \frac{2t_M}{b_0} \cdot 2n_M \cdot \left(\frac{\arcsin\left(\frac{b_S}{2r}\right)}{2\pi} - 1\right) \tag{B.2}$$

$$r_{min} = \frac{b_S}{2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \tag{B.3}$$

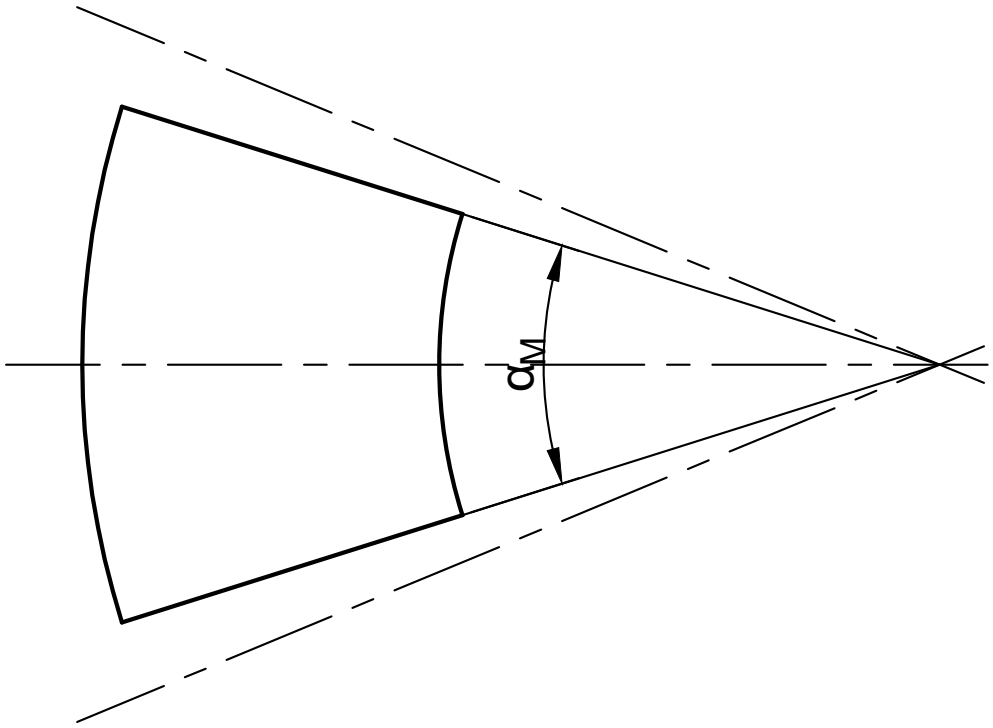

Abbildung B1.1: sektorförmige Magnettaschen

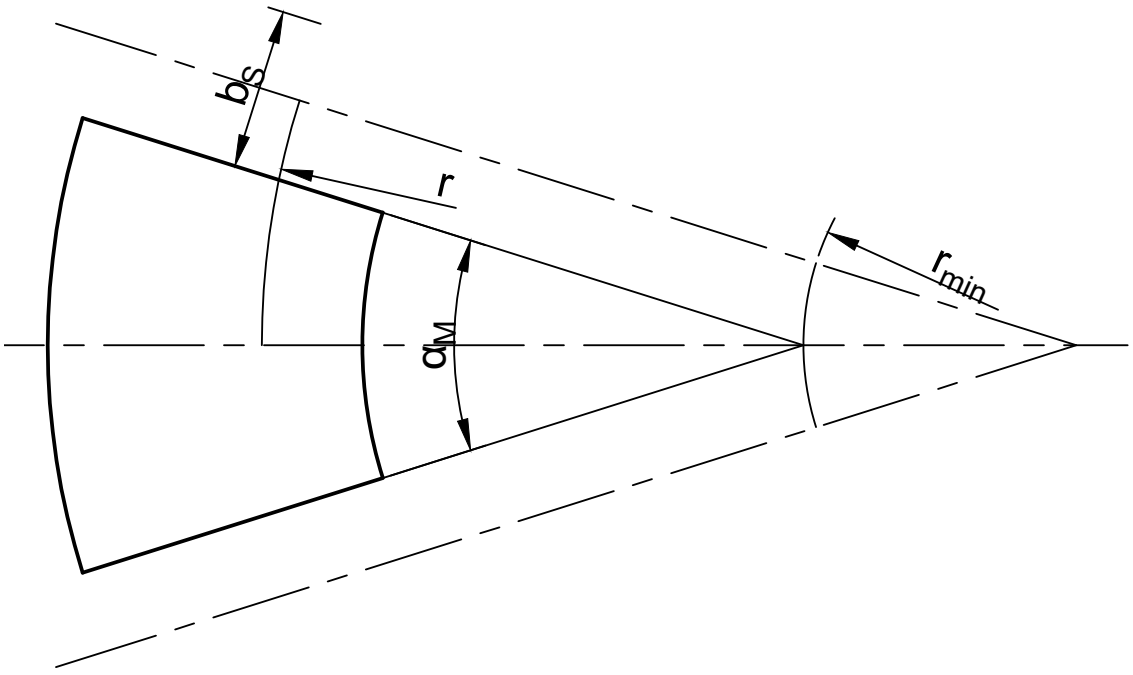

Abbildung B1.2: Magnettaschen mit konstanter Breite zwischen den Taschen

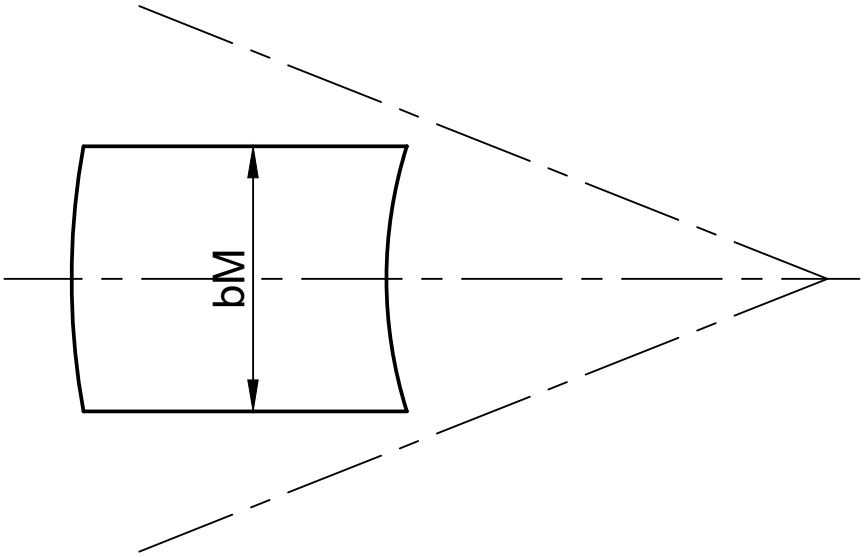

Abbildung B1.3: Magnettaschen mit parallelen Flanken

Parallele Magnetflanken

Um die Bearbeitung des Blechstreifens mit einem Laserschneider vermeiden zu können können Magnete konstanter Breite verwendet werden. Dadurch lassen sich die Magnettaschen durch einfache Stanzwerkzeuge herstellen. Wenn davon ein Prototyp erzeugt werden soll, muss trotzdem die Vorspannungsreduktion berücksichtig werden.

$$c_{red}(r) = 1 - \frac{2t_M}{b_0} \cdot 2n_M \cdot \frac{\arcsin\left(\frac{b_M}{2r}\right)}{2\pi} \tag{B.4}$$

$$r_{min} = \frac{b_M}{2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \tag{B.5}$$

Exemplarische Darstellung der lokalen Fugendruckreduktion und der gesamten Reduktion

In Abbildung B1.4 sind beispielhaft die resultierende lokale und gesamte Fugendruckreduktion dargestellt. Die ”Kontroll”-Kurven stellen den Rotor ohne Taschen dar. Die Geometrie der anderen Kurven ist so gewählt, dass die gesamte Reduktion den gleichen Wert am Innenradius der Tasche hat.

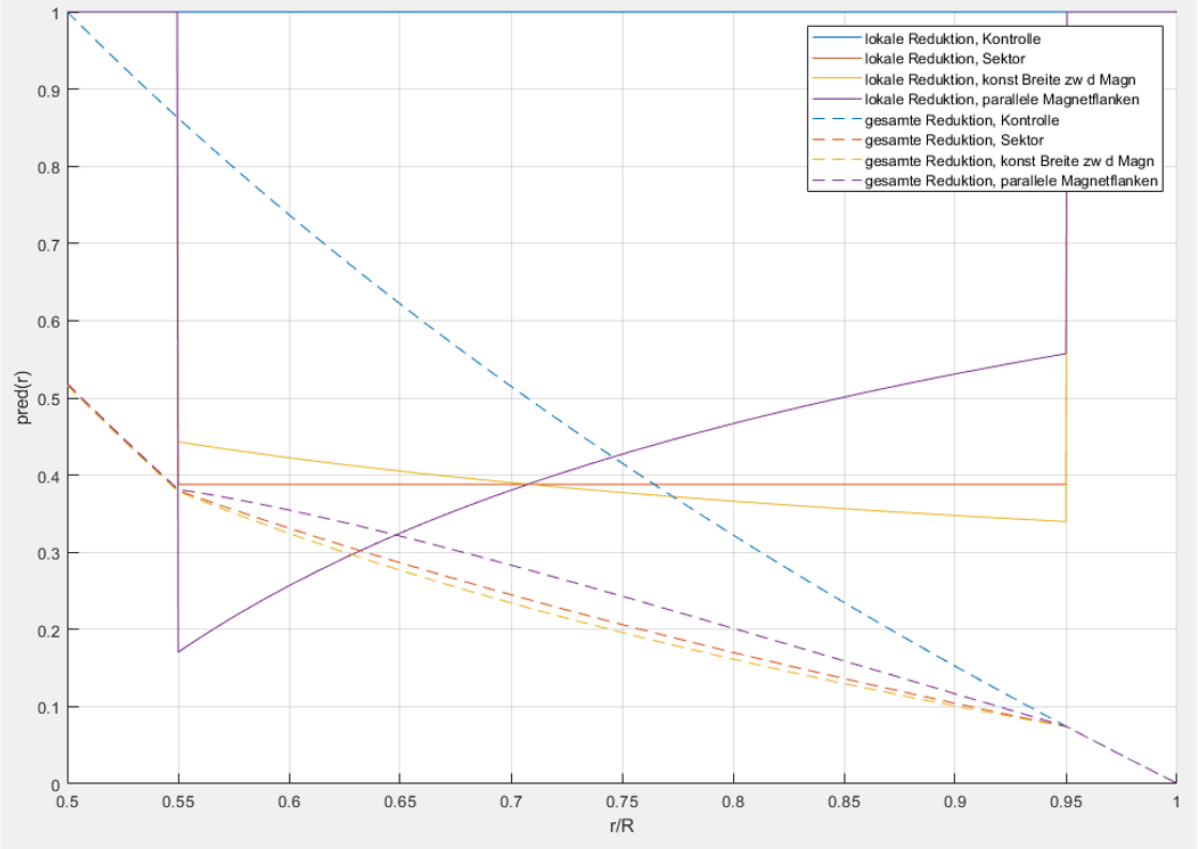

Abbildung B1.4: Darstellung der resultierenden Fugendrücke bei unterschiedlichen Magnetformen

Anhang C

Beispiele für Kraftverläufe

Die in diesem Kapitel gezeigten Kurven sind einerseits analytisch und andererseits mit der in Kapitel 5 vorgestellten Methode ermittelt worden.

Sektorförmige Magnetform

Zur Darstellung der Kurven in Abbildung C1.2 wurde $r_{min} = 15$ und $r_{max} = 80$ benutzt. Der Magnetwinkel wurde im Bereich von $\alpha = 10 : 10 : 120$ variiert. Es ist ersichtlich, dass die numerisch ermittelten Kurven praktisch ident zum reinen Polynom und vom Magnetwinkel nicht abhängig sind.

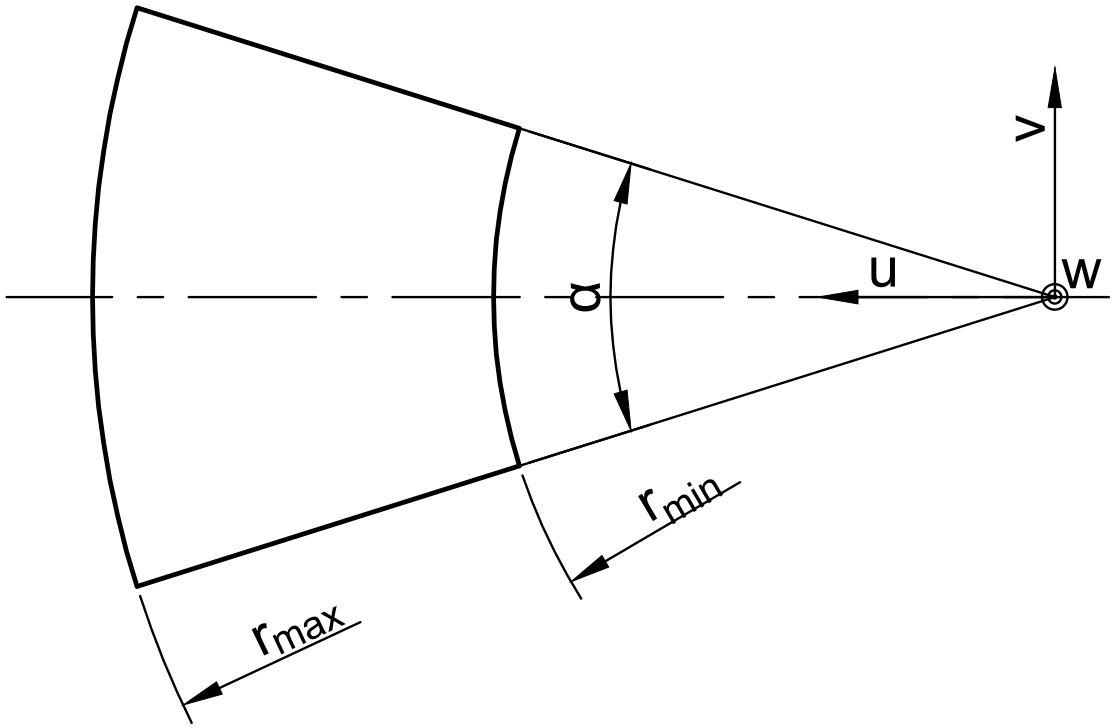

Abbildung C1.1: Definitionen sektorförmige Magnettaschen

$$F_u(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r}\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \tau\cos(\varphi)\varrho\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \tau\cos(\varphi)\varrho\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho} \tag{C.1}$$

$$= 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} (\sin(\alpha/2) - \sin(-\alpha/2))\varrho\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} (sin(\alpha/2) - sin(-\alpha/2))\varrho\,\mathrm{d}\varrho} = \frac{r_{max}^2 - r^2}{r_{max}^2 - r_{min}^2}$$

$$F_w(r) = F_u(r) = \frac{r_{max}^2 - r^2}{r_{max}^2 - r_{min}^2} \tag{C.2}$$

$$F_v(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r}\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \phi\varrho^2\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \phi\varrho^2\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho} \tag{C.3}$$

$$= 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} (\alpha/2 - (-\alpha/2))\,\varrho^2\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} (\alpha/2 - (-\alpha/2))\,\varrho^2\,\mathrm{d}\varrho} = \frac{r_{max}^3 - r^3}{r_{max}^3 - r_{min}^3}$$

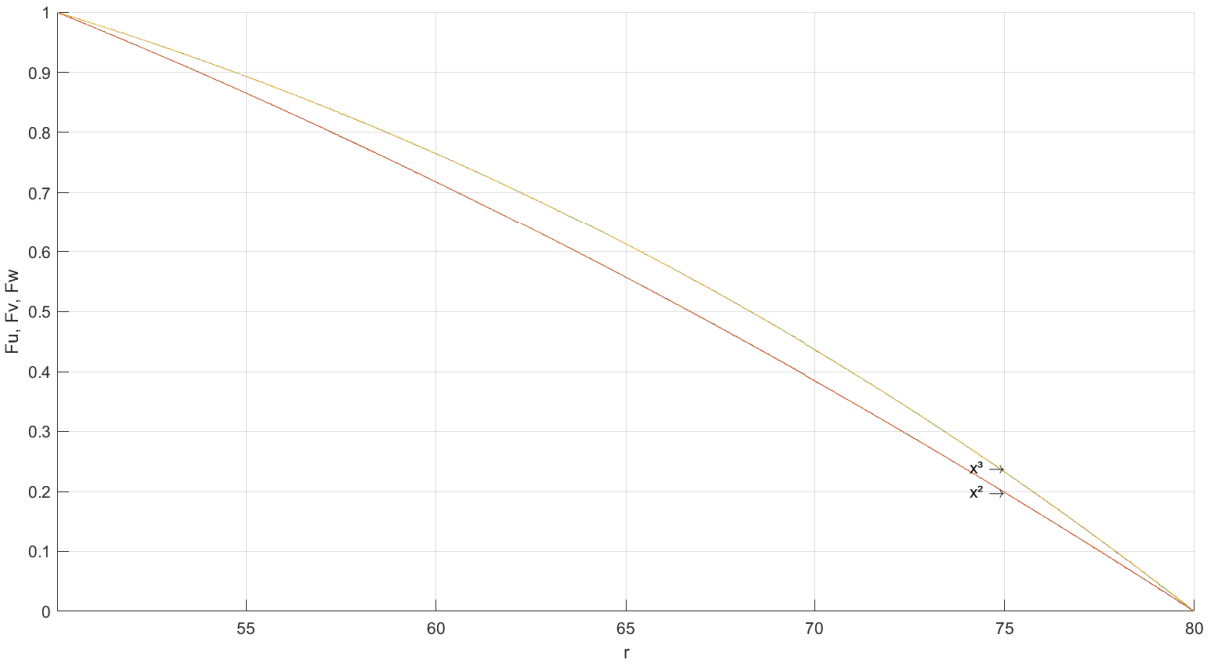

Abbildung C1.2: Kraftverlauf sektorförmige Magnettasche

Verschobene, sektorförmige Magnetform

Zur Darstellung der Kurven in Abbildung C1.4 wurde $r_{min} = 50$, $r_{max} = 80$ und $h = 15$ benutzt. Der Magnetwinkel wurde im Bereich von $\alpha = 10 : 10 : 120$ variiert. Die Verschiebung lässt sich auch über die Reststegbreite zwischen 2 Magnete definieren und zur Darstellung der Kurven in Abbildung C1.5 wurde $r_{min} = 50$, $r_{max} = 80$ und $b = 5$ benutzt. Der Magnetwinkel wurde im Bereich von $\alpha = 30 : 10 : 120$ variiert. Es ist ersichtlich, dass die numerisch ermittelten Kurven in beiden Fällen vom Magnetwinkel abhängig sind und vom reinen Polynom abweichen.

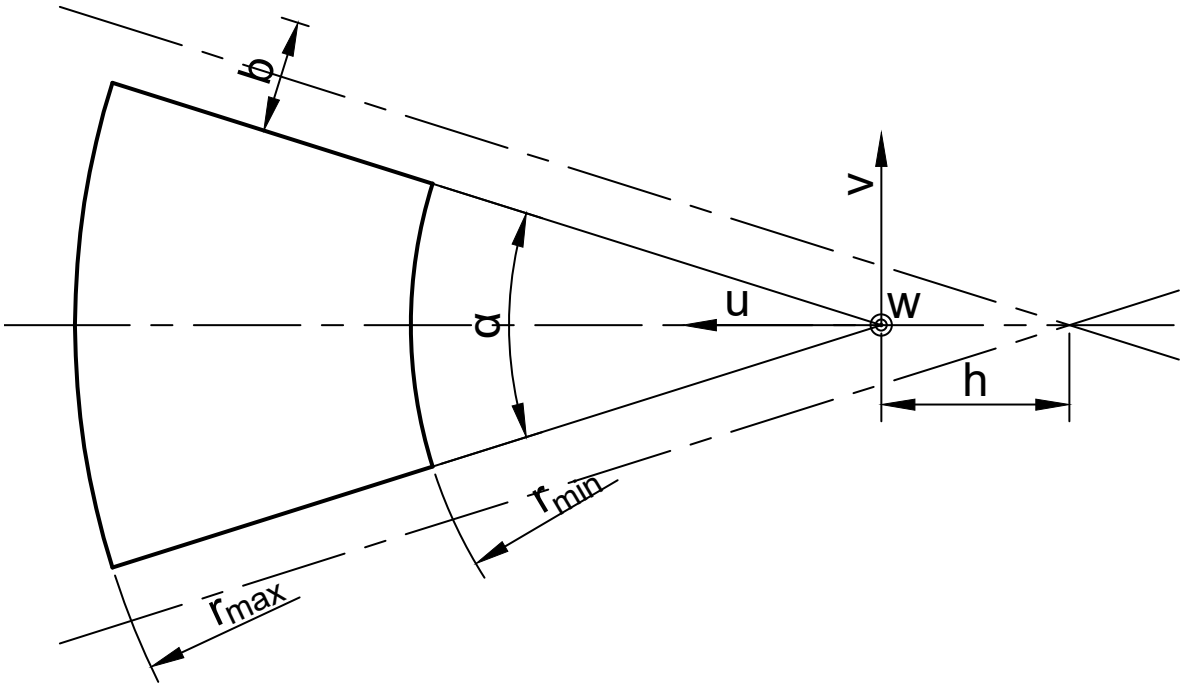

Abbildung C1.3: Definitionen sektorförmige (verschobene) Magnettaschen

$$\arcsin(x) \approx x + \frac{x^3}{6} \approx x \tag{C.4}$$

$$\varphi_{gO} = \arcsin\left(\left(1 - \frac{h}{r}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \approx \left(1 - \frac{h}{r}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{C.5}$$

$$
\begin{aligned}
F_u(r) &= 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \tau\cos(\varphi)\varrho\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \tau\cos(\varphi)\varrho\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho} \\
&= 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} 2(1-\frac{h}{\varrho})sin(\alpha/2)\varrho\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} 2(1-\frac{h}{\varrho})sin(\alpha/2)\varrho\,\mathrm{d}\varrho} = \frac{r_{max}^2 - r^2 - 2h(r_{max}-r_{min})}{r_{max}^2 - r_{min}^2 - 2h(r_{max}-r_{min})}
\end{aligned}
\tag{C.6}
$$

$$
F_w(r) = F_u(r) = \frac{r_{max}^2 - r^2 - \ 2\ h\ (r_{max}-r_{min})}{r_{max}^2 - r_{min}^2 - \ 2\ h\ (r_{max}-r_{min})}
\tag{C.7}
$$

$$
\begin{aligned}
F_v(r) &= 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \phi\varrho^2\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \phi\varrho^2\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho} \\
&= 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} 2\arcsin((1-\frac{h}{\varrho})\sin(\alpha/2))\varrho^2\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} 2\arcsin\left(\left(1-\frac{h}{\varrho}\right)\sin(\alpha/2)\right)\varrho^2\,\mathrm{d}\varrho} \\
&\approx \frac{r_{max}^3 - r^3 - \ \frac{3}{2}\ h\ (r_{max}^2 - r^2)}{r_{max}^3 - r_{min}^3 - \ \frac{3}{2}\ h\ (r_{max}^2 - r_{min}^2)}
\end{aligned}
\tag{C.8}
$$

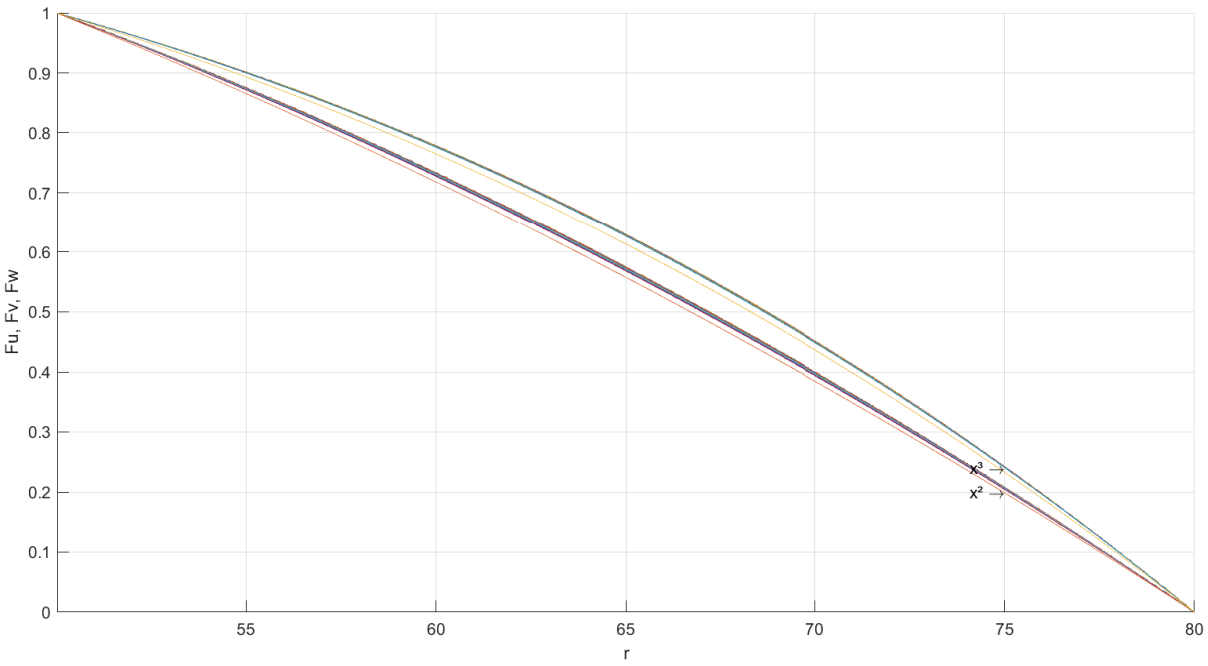

Abbildung C1.4: Kraftverlauf (verschobene) sektorförmige Magnettasche, Größen sind bezogen auf die radiale Verschiebung definiert

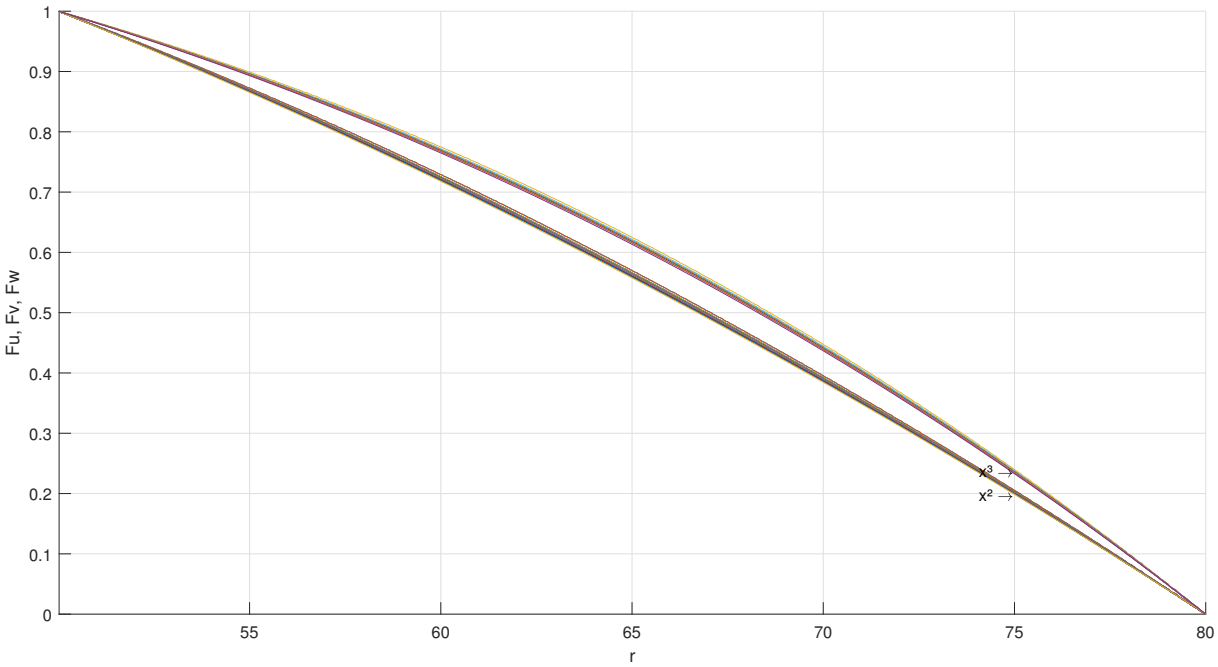

Abbildung C1.5: Kraftverlauf (verschobene) sektorförmige Magnettasche, Größen sind bezogen auf den resultierenden Abstand zur nächsten Magnettasche definiert

Rechteckförmige Magnetform mit kreisbogenförmiger Außen- und Innenfläche

Zur Darstellung der Kurven in Abbildung C1.7 wurde $r_{min} = 50$ und $r_{max} = 80$ benutzt. Die Magnetbreite wurde im Bereich von $B = 10 : 10 : 60$ variiert. Es ist ersichtlich, dass die numerisch ermittelten Kurven praktisch ident zum reinen Polynom und praktisch unabhängig von der Magnetbreite sind.

$$\varphi_{gO} = \arcsin\left(\frac{B}{2r}\right) \approx \frac{B}{2r} \tag{C.9}$$

$$F_u(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \tau\cos(\varphi)\varrho\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \tau\cos(\varphi)\varrho\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho} = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} 2\frac{B}{2\varrho}\varrho\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} 2\frac{B}{2\varrho}\varrho\,\mathrm{d}\varrho} = \frac{r_{max} - r}{r_{max} - r_{min}} \tag{C.10}$$

$$F_w(r) = F_u(r) = \frac{r_{max} - r}{r_{max} - r_{min}} \tag{C.11}$$

$$F_v(r) = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \phi\varrho^2\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}}\int_{\varphi_{gU}}^{\varphi_{gO}} \phi\varrho^2\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\varrho} = 1 - \frac{\int_{r_{min}}^{r} 2\frac{B}{2\varrho}\varrho^2\,\mathrm{d}\varrho}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} 2\frac{B}{2\varrho}\varrho^2\,\mathrm{d}\varrho} = \frac{r_{max}^2 - r^2}{r_{max}^2 - r_{min}^2} \tag{C.12}$$

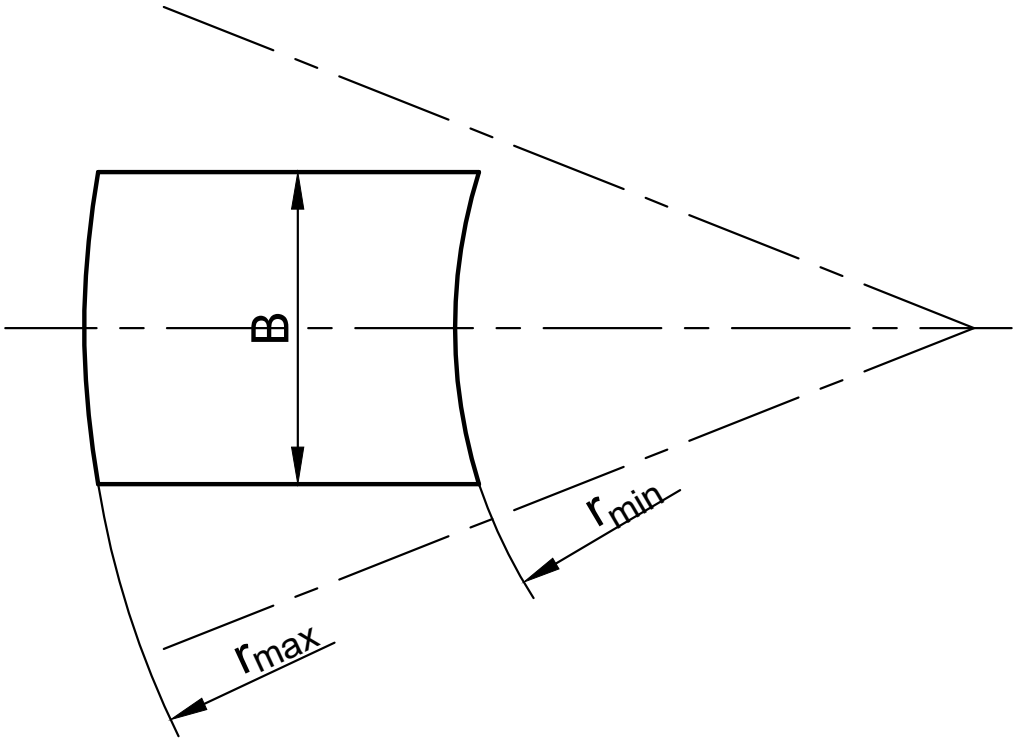

Abbildung C1.6: Definitionen rechteckförmige Magnettaschen

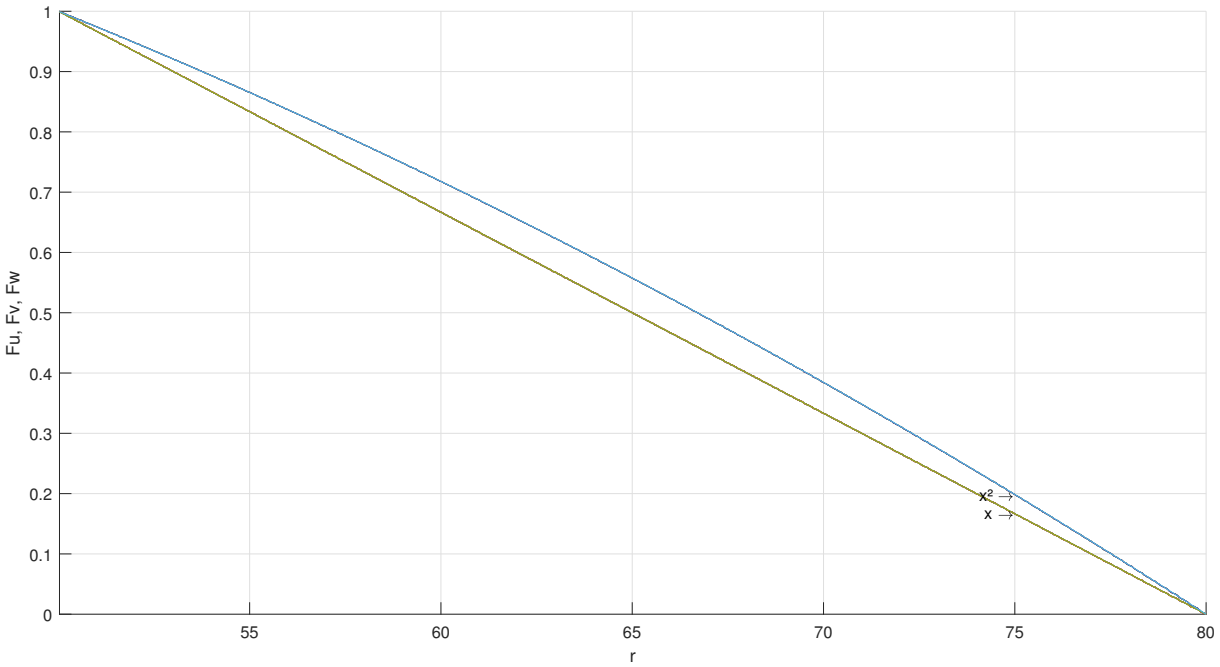

Abbildung C1.7: Kraftverlauf rechteckförmige Magnettasche mit kreisbogenförmigen Abschluss

Rechteckförmige Magnete

Die Magnete müssen nicht zwingenderweise radiale Enden aufweisen. Bei geradem Abschluss kommt es allerdings dazu, dass die Definitionen der Kurven analytisch nur noch bedingt auszuwerten sind. Zur numerischen Auswertung sind für Abbildung C1.9 $y_{min} = 15$ und $y_{max} = 75$ benutzt worden. Die Magnetbreite wurde im Bereich von $B = 10 : 10 : 60$ variiert. Es ist ersichtlich, dass die numerisch ermittelten Kurven stark von der Magnetbreite abhängen und die Kraftverläufe aufgrund der Randbereiche nur noch schwierig mit reinen Polynomen zu beschreiben sind.

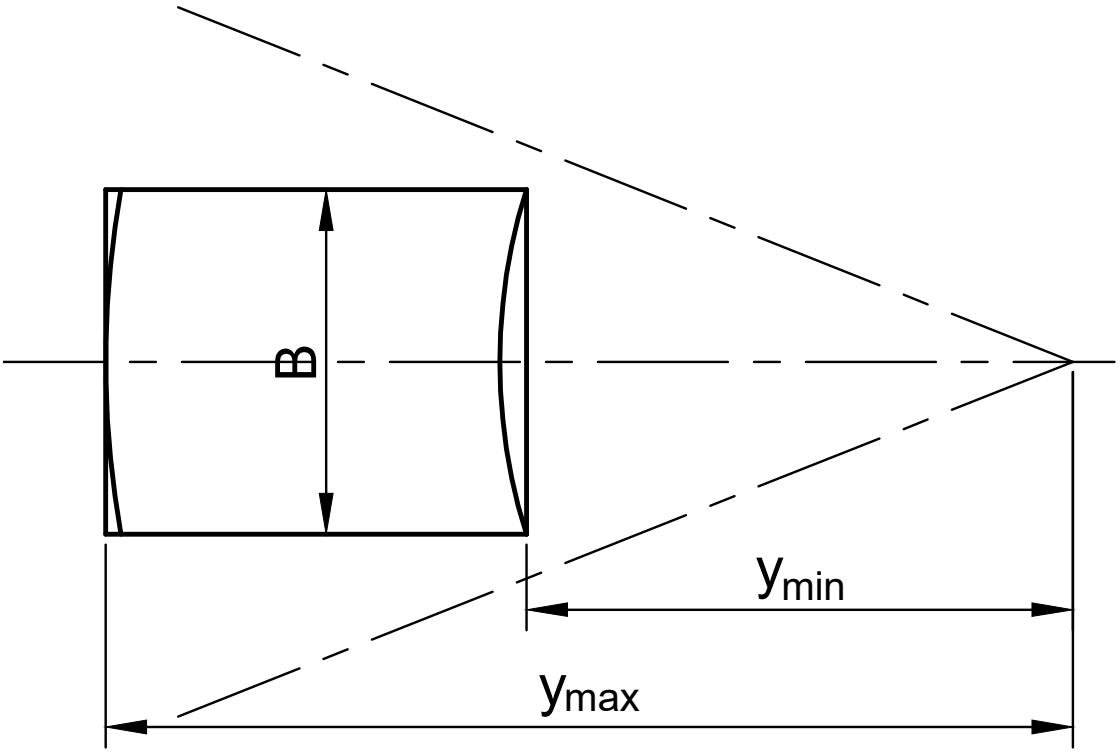

Abbildung C1.8: Definitionen echt rechteckförmige Magnettaschen

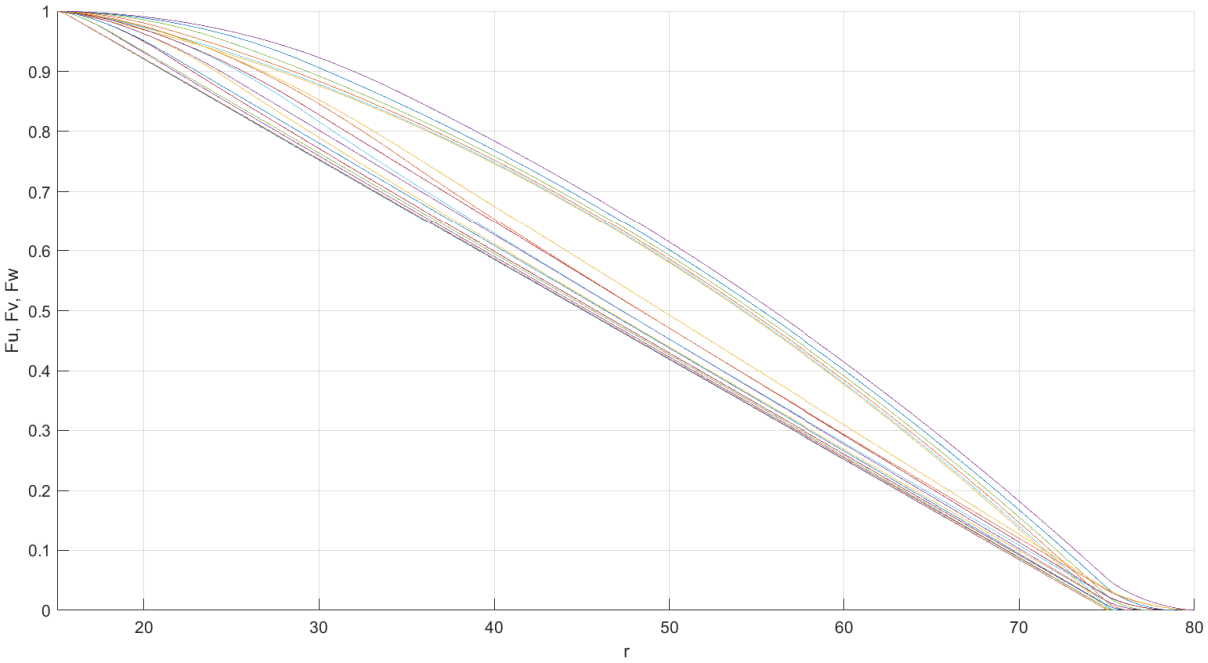

Abbildung C1.9: Kraftverlauf rechteckförmige Magnettasche, mit geradem Abschluss

Anhang D

Beispiel zur Anwendung zur Auswahl eines Elektroblechs

Hier werden unterschiedliche Varianten zur praktischen Ausführung vorgestellt. Dabei soll vorgeführt werden wie die Zielgrößen erreicht werden können. Es wird die Festigkeit des Blechs zur Festlegung der Breite berücksichtigt und ob eine Bandage nötig ist. Es werden die folgenden zwei Elektrobleche verglichen, wobei sich diese beiden nur hinsichtlich der aufgeführten Parameter unterscheiden:

1. isovac high-perm NO30-17 Dicke: 0.30mm $\sigma_Y = 450$ MPa
2. isovac NO35-26 HS Dicke: 0.35mm $\sigma_Y = 530$ MPa

Außerdem wird der Einfluss der Magnettaschenherstellung auf die Auswahl untersucht.

Der Rotor wird mit einer typischen idealisierten Belastung, wie in Abbildung D0.1 dargestellt, beansprucht. Das maximale Drehmoment M_{max} beträgt 200 Nm; die Maximalleistung 20 kW und die Nenndrehzahl beträgt 7200 rpm.

D1 Fertigung mit vor dem Aufwickeln geschnittenen Taschen

Bei dieser Herstellungsvariante begrenzt die Festigkeit des Elektroblechs in Kombination mit der Vorspannkraft die minimale Blechbreite, wobei die Breite des Blechstreifens um die zweifache Magnetdicke breiter ist. Die minimale Blechbreite wird in Gleichung (D.1) berechnet. Zur Vermeidung von lokalen Plastizierungen der Magnettaschenausnehmungen wird zudem ein Kerbwirkungsfaktor K_t von 1.6 berücksichtigt [Pilkey et al., 2020]. Die Blechbreite wird typischerweise möglichst gering gewählt um die in Kapitel 7 gezeigten

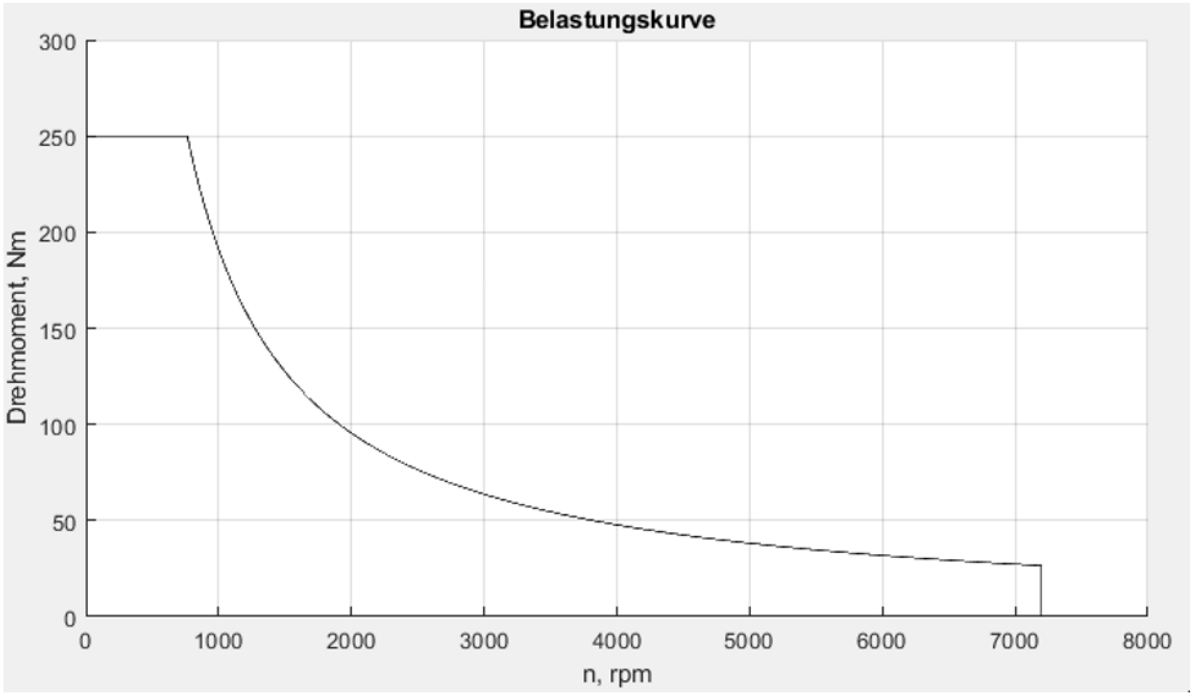

Abbildung D0.1: Belastungskurve

negativen Effekte einer Blechverbreiterung zu vermeiden.

$$b_{min} = \frac{F_{vor}}{\sigma_Y} \cdot \frac{1}{t} \cdot K_t \tag{D.1}$$

isovac high-perm NO30-17

$$b_{min} = \frac{400\ \text{N}}{450\ \text{MPa}} \cdot \frac{1}{0.30\ \text{mm}} \cdot 1.6 = 4.74\ \text{mm} \approx 5\ \text{mm}$$

Der in Abbildung D1.1 dargestellte Ausnutzungsgrad zeigt, dass der Ausnutzungsgrad nur bei hoher Drehzahl kritisch wird. Mit dieser minimalen Blechbreite ergibt sich eine Blechstreifenbreite von 13mm und die Maximaldrehzahl mit dieser Variante ergibt sich zu nmax=7945rpm. Eine Bandage ist mit dieser Variante nicht nötig und Durchrutschen der Schichten aufgrund der Drehmomentbelastung ist nicht kritisch.

isovac NO35-26 HS

$$b_{min} = \frac{400\ \text{N}}{530\ \text{MPa}} \cdot \frac{1}{0.35\ \text{mm}} \cdot 1.6 = 3.45\ \text{mm} \approx 3.5\ \text{mm}$$

Der in Abbildung D1.2 dargestellte Ausnutzungsgrad zeigt, dass der Ausnutzungsgrad nur bei hoher Drehzahl kritisch wird. Mit dieser minimalen Blechbreite ergibt sich eine Blechstreifenbreite von 11.5mm und die Maximaldrehzahl mit dieser Variante ergibt sich zu $nmax = 7543$ rpm. Eine Bandage ist mit dieser Variante nicht nötig und Durchrutschen

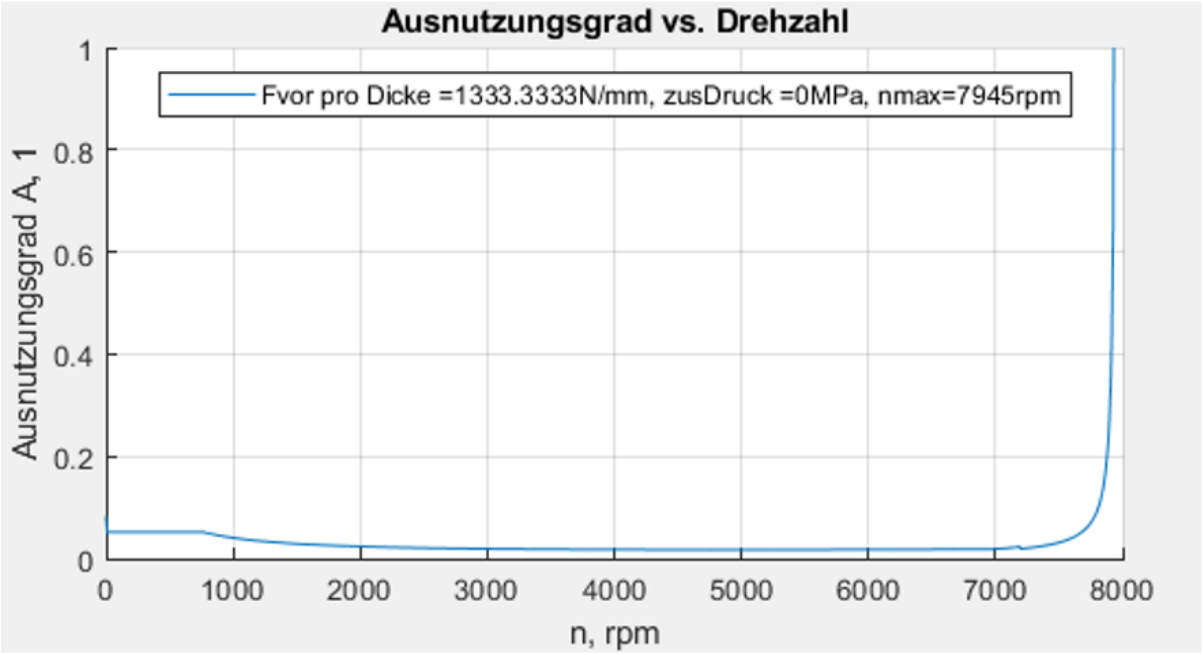

Abbildung D1.1: Ausnutzungsgrad für isovac high-perm NO30-17 bei vorgeschnittenen Taschen

der Schichten aufgrund der Drehmomentbelastung ist nicht kritisch.

D2 Fertigung mit nach dem Aufwickeln geschnittenen Taschen

Das Blech hat in dieser Herstellungsart theoretisch keine minimale Breite. Die einzige Bedingung ist, dass diese nicht 0 ist und auch gefräst werden kann, ohne dass das Blechpaket beschädigt wird.

Für die folgenden Varianten wird eine minimale Blechbreite von 3 mm gewählt um eine gewisse Reststeifigkeit des Rotors zu wahren und damit ergibt sich aufgrund der Magnetdicke von 4 mm eine Blechstreifenbreite von 11 mm.

isovac high-perm NO30-17 Mit diesem Blech ergibt sich die Maximaldrehzahl von $nmax = 8221$ rpm und eine Bandage ist mit dieser Variante nicht nötig. Außerdem ist Durchrutschen der Schichten aufgrund der Drehmomentbelastung nicht kritisch, wie in Abbildung D2.1 dargestellt ist.

Isovac NO35-26 HS - ohne Bandage Mit diesem Blech ergibt sich die Maximaldrehzahl von $nmax = 7324$ rpm. Diese Drehzahl bedeutet, dass nicht genug Reserven für den Betrieb verbleiben, wie in Abbildung D2.2 gezeigt. Deshalb ist für diese Konfiguration

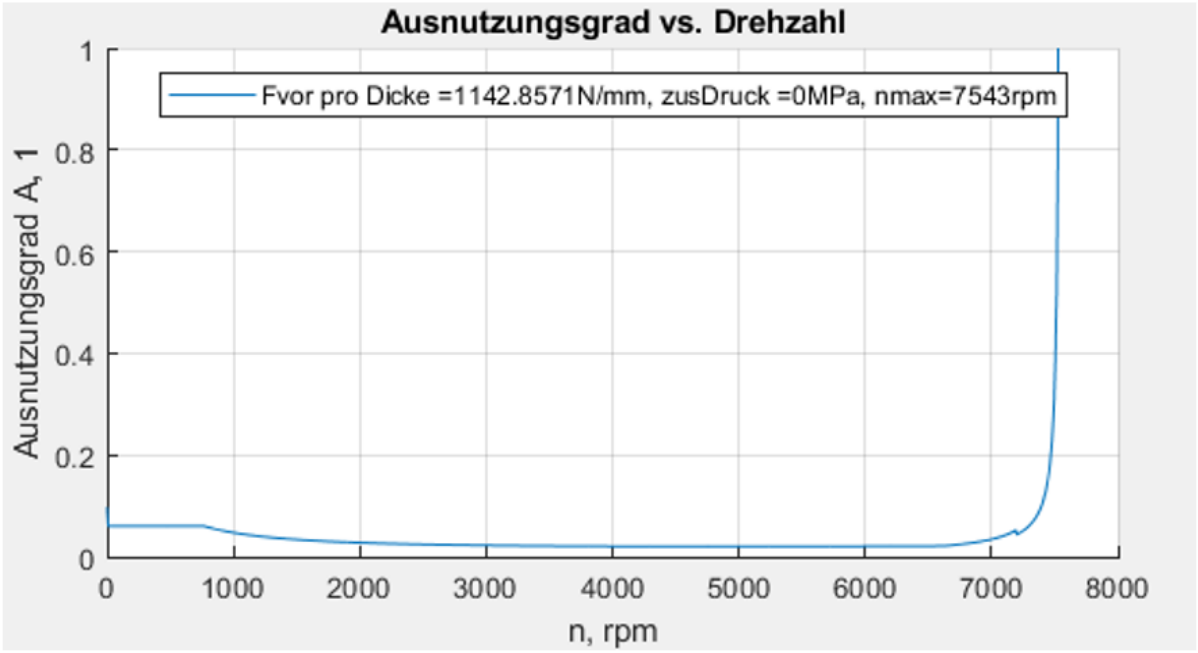

Abbildung D1.2: Ausnutzungsgrad für isovac NO35-26 HS bei vorgeschnittenen Taschen

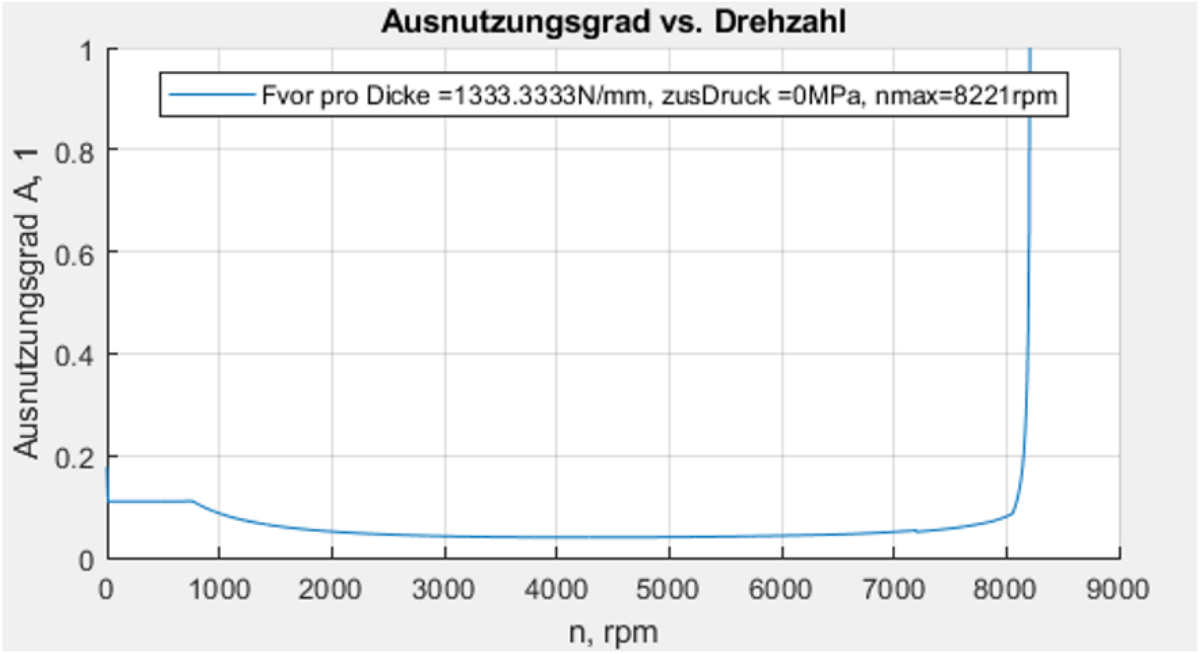

Abbildung D2.1: Ausnutzungsgrad für isovac high-perm NO30-17 bei nach dem Wickeln geschnittenen Taschen

eine Bandage empfehlenswert.

Durchrutschen der Schichten aufgrund der Drehmomentbelastung ist nicht kritisch.

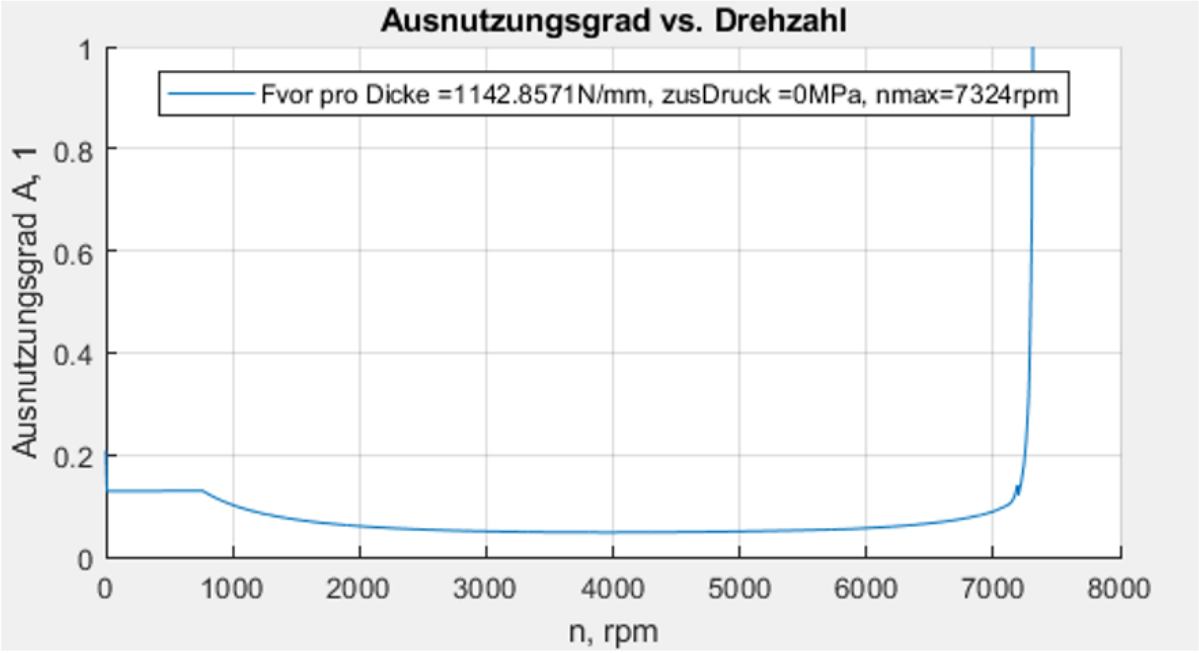

Abbildung D2.2: Ausnutzungsgrad für Isovac NO35-26 HS bei nach dem Wickeln geschnittenen Taschen

Isovac NO35-26 HS - mit Bandage Für diese Variante wird die Bandage mit einer maximalen Festigkeit von 180 MPa angenommen. Um die gewählte Zusatzpressung von 1 MPa zu erreichen, benötigt man eine Bandagendicke von ca. 1 mm und die Bandagendicke d_{min} ergibt sich durch die Kesselformel zu:

$$d_{min} = \frac{p_{zus} \cdot r_A}{\sigma_Y} = \frac{1 \text{ MPa} \cdot 170 \text{ mm}}{180 \text{ MPa}} \approx 1 \text{ mm}$$

Mit dieser Konfiguration ergibt sich die Maximaldrehzahl von $n_{max} = 8957$ rpm und Durchrutschen der Schichten aufgrund der Drehmomentbelastung ist nicht kritisch, wie in Abbildung D2.2 ersichtlich ist.

D3 Empfehlung

Es empfiehlt sich für beide Herstellvarianten das Elektroblech isovac high-perm NO30-17 zu benutzen, wobei bei vorgeschnittenen Taschen eine Breite von 13 mm und für nach dem Wickeln geschnittene Taschen eine Breite von 11 mm empfohlen wird. Dadurch wird eine Maximaldrehzahl von etwa 8000 rpm erreicht und es wird keine Bandage benötigt.

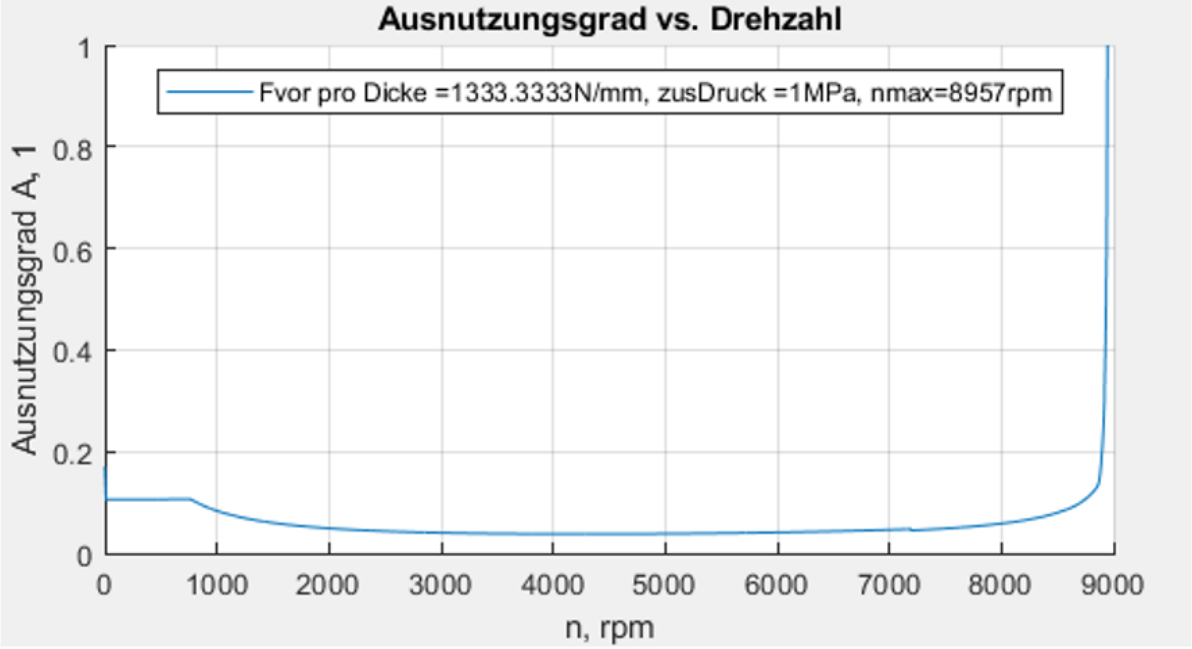

Abbildung D2.3: Ausnutzungsgrad für Isovac NO35-26 HS bei nach dem Wickeln geschnittenen Taschen mit Bandage

Literaturverzeichnis

[Ashby and Cebon, 1993] Ashby, M. F. and Cebon, D. (1993). Materials selection in mechanical design. *Le Journal de Physique IV*, 3(C7):C7–1.

[Böge et al., 2007] Böge, A., Böge, G., Böge, W., Franke, P., and Weißbach, W. (2007). *Formeln und Tabellen Maschinenbau*. Springer.

[Bhagubai et al., 2020] Bhagubai, P. P., Cardoso, A. C., and Fernandes, J. F. (2020). Cobalt iron core impact on optimal design of an interior permanent magnet synchronous motor for competition electric vehicle. In *2020 2nd Global Power, Energy and Communication Conference (GPECOM)*, pages 158–163. IEEE.

[Brachthäuser, 2012] Brachthäuser, N. (2012). Elektromobilität–Neue Herausforderungen an den Werkstoff Elektroband. *Tagungsband zum*, 11:06–07.

[Camacho and Sosa, 2013] Camacho, J. M. and Sosa, V. (2013). Alternative method to calculate the magnetic field of permanent magnets with azimuthal symmetry. *Revista mexicana de física E*, 59(1):8–17.

[Campbell, 1996] Campbell, P. (1996). *Permanent magnet materials and their application*. Cambridge university press.

[Chan, 1982] Chan, C. (1982). Axial-field electrical machines with yokeless armature core. *xiāng gǎng dà xué xué wèi lùn wén*, pages 1–0.

[DIN7190, 2017] DIN7190 (2017). Din7190. Technical report, DIN.

[Fischer, 2016] Fischer, R. (2016). Elektrische Maschinen. In *Elektrotechnik für Maschinenbauer*, pages 269–377. Springer.

[Gieras, 2002] Gieras, J. F. (2002). *Permanent magnet motor technology: design and applications*. CRC press.

[Gieras et al., 2008] Gieras, J. F., Wang, R.-J., and Kamper, M. J. (2008). *Axial flux permanent magnet brushless machines*. Springer Science & Business Media.

[Gottlieb, 1997] Gottlieb, I. (1997). *Practical electric motor handbook*. Elsevier.

[Hubert et al., 2014] Hubert, M., Franke, J., and Hackert, J. (2014). Continuous rotational cutting of laminations for electric drives: Cutting process and tool setups for rotational cutting of laminations. In *2014 4th International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, pages 1–5. IEEE.

[Odvářka et al., 2009] Odvářka, E., Mebarki, A., Gerada, D., Brown, N., and Ondršek, Č. (2009). Electric motor-generator for a hybrid electric vehicle. *Engineering Mechanics*, 16(2):131–139.

[Pilkey et al., 2020] Pilkey, W. D., Pilkey, D. F., and Bi, Z. (2020). *Peterson's stress concentration factors*. John Wiley & Sons.

[Riegler and Grafinger, 2020] Riegler, R. and Grafinger, M. (2020). Analytische betrachtung von gewickelten pressverbänden in anwendung bei axialflussmaschinen. *Forschung im Ingenieurwesen*, 84(4):369–378.

[Tong, 2014] Tong, W. (2014). *Mechanical design of electric motors*. CRC press.

[Yamazaki et al., 2008] Yamazaki, K., Tada, S., Mogi, H., Mishima, Y., Kaido, C., Kanao, S., Takahashi, K., Ide, K., Hattori, K., and Nakahara, A. (2008). Eddy current analysis considering lamination for stator core ends of turbine generators. *IEEE Transactions on Magnetics*, 44(6):1502–1505.

RAINER RIEGLER

Drorygasse 20/27, 1030 Wien | ra.riegler@gmail.com | +43660/4748706
Roseldorf 3, 2002 Großmugl | rainer.riegler@tuwien.ac.at

SKILLS & ABILITIES

CAD: Autodesk Inventor, PTC Creo

FEM: Ansys, Abaqus

CAE: Matlab

PDM: Autodesk Vault, Contact CIM Database

Programmiersprachen: Java, C++

Englisch: B2 | Muttersprache: Deutsch

EXPERIENCE

PROJEKT- / UNIVERSITÄTSASSISTENT TU WIEN, MIVP
04/2017-

FEM Berechnung: Simulation des Crashverhaltens, Lebensdauerermittlung unter thermischer Last, Leistungsvorhersage einer Solaranlage, Topologieoptimierung

PDM Datenverwaltung mit Vault

CAE: Algorithmus zur Vorhersage der Grenzbelastung von gewickelten Axialflussmotoren

Programmieren: Automatisierung und Erweiterung der DIN743 mit C++

KONSTRUKTEUR ANDRITZ AG, PULP&PAPER
03/2011-03/2015

Konstruktion und Entwicklung Refiner und Kompressionsschnecken, Reverse Engineering, Methodenentwicklung zur Konstruktion und Berechnung von Kompressionsschnecken

EDUCATION

TU WIEN, MASCHINENBAU, 2011-2017
DA Titel: Erweiterung einer Software zur Berechnung von Schraubenmaschinen

BA Titel: new way of designing compression screws in the paper industry

HTL HOLLABRUNN, MASCHINENBAU
DA Titel: Auslegung und Entwicklung des Fahrwerks für ein Hochgeschwindigkeitselektromotorrad